

Hausaufgabenblatt 04

1. Handelt es sich bei den folgenden Funktionen um Dichtefunktionen? Begründen Sie ihre Antwort.

a) $f_1(x) = \begin{cases} \sin(x) & \text{für } -\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$

b) $f_3(x) = \begin{cases} e^{-x} & \text{für } x \geq 0 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$

2. Gegeben seien die folgenden, jeweils auf \mathbb{R} definierten Funktionen:

a) $F_1(x) = \begin{cases} 0 & \text{für } x < 2 \\ x - 2 & \text{für } 2 \leq x < 4 \\ 1 & \text{für } x \geq 4 \end{cases}$

b) $F_2(x) = \begin{cases} 0 & \text{für } x < 0 \\ e^{-x} & \text{für } x \geq 0 \end{cases}$

c) $F_3(x) = e^{-e^{-x}}$ für $x \in \mathbb{R}$

Welche dieser Funktionen können nicht Verteilungsfunktionen einer Zufallsvariable sein? Begründen Sie ihre Antwort.

3. Gegeben sei die diskrete Zufallsvariable X . Betrachten Sie folgende zugehörige Wahrscheinlichkeitsfunktion:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x \cdot (5-x)}{20} & \text{für } x = \{1, 2, 3, 4\} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

- a) Zeichnen Sie die Wahrscheinlichkeitsfunktion $f(x)$.
b) Berechnen Sie die Verteilungsfunktion $F(x)$.
c) Stellen Sie diese Verteilungsfunktion graphisch dar.

4. Die Verspätung eines Zuges in einem bestimmten Bahnhof werde durch die stetige Zufallsvariable X beschrieben und habe die Dichtefunktion (in Minuten)

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2} - \frac{1}{8}x & \text{für } 0 \leq x \leq 4 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

- a) Erfüllt die angegebene Funktion $f(x)$ die Anforderung an eine Dichtefunktion?
b) Geben Sie die Verteilungsfunktion von X an.
c) Sie haben bereits eine Minute auf den Zug gewartet. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass die heutige Verspätung zwischen zwei und drei Minuten beträgt?