

Übungsblatt 05

02.11.2021

1. Bestimmen Sie die Verteilungsfunktion $F_y(y)$ und die Dichtefunktion $f_y(y)$ für die transformierte Zufallsvariable Y , die sich als $Y = g(X)$ aus der ursprünglichen Zufallsvariablen X mit bekannter Verteilungsfunktion $F_x(x)$ und bekannter Dichtefunktion $f_x(x)$ ergibt:

a) $g(X) = aX + b, \quad a, b \in \mathbb{R} \quad a \neq 0$

b) $g(X) = 3X - 1 \quad \text{mit} \quad f_X(x) = \begin{cases} \frac{4}{27}(3x^2 - x^3) & \text{für } 0 \leq x \leq 3 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$

2. Gegeben ist ein Spannungssignal X mit Gaußscher Dichtefunktion $f_X(x)$, Erwartungswert $\mu_X = 1V$ und Varianz $\sigma_X^2 = 0,25V^2$. Das Signal wird durch die Funktion $Y = g(X) = 2X + 1,5V$ in ein Ausgangssignal Y transformiert.

Bestimmen Sie den Erwartungswert μ_Y sowie die Varianz σ_Y^2 des Ausgangssignals.

3. Berechnen Sie

- a) den Erwartungswert,
- b) die Varianz und
- c) die Standardabweichung

der folgenden diskreten Verteilung:

x_i	-2	2	4	6	8
$P(X = x_i)$	1/4	1/6	1/4	1/4	1/12

4. Gegeben ist die Dichtefunktion der Zufallsvariablen X als

$$f_x(x) = \begin{cases} \frac{a}{1+x^2} & \text{für } |x| \leq 1 \\ 0 & \text{für } |x| > 1 \end{cases}$$

- a) Wie groß ist a ?
- b) Wie groß ist der Erwartungswert $E(X)$ der Zufallsvariablen X ?
- c) Berechnen Sie die Varianz $Var(X)$ der Zufallsvariable X .

Zusatzaufgaben

5. Beim gleichzeitigen Würfeln mit zwei unterscheidbaren Würfeln erhält ein Spieler von der Bank nach dem Einsatz von 1€ pro Spiel

- 0€ zurück, wenn 0 Würfel "6" zeigen,
- 3€ zurück, wenn 1 Würfel "6" zeigt,
- 7€ zurück, wenn 2 Würfel "6" zeigen.

Würden Sie bei diesem Spiel (auf Dauer betrachtet) lieber Bank oder Spieler sein?

6. Gegeben sei die Funktion

$$f(x) = \begin{cases} c \cdot x - 0,5 & \text{für } 1 \leq x \leq 3 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

- Bestimmen Sie die Konstante c so, dass $f(x)$ eine Dichtefunktion zu X ist.
- Bestimmen Sie im Anschluss
 - den Erwartungswert
 - die Varianz