

1. Die Wahrscheinlichkeit, dass die diskrete Zufallsvariable N den Wert k annimmt, sei gegeben durch

$$P(N = k) = \log_{10} \left(\frac{k+1}{k} \right) \quad \text{für } k = 1, \dots, m \in \mathbb{N}$$

Welchen Wert muss m haben?

Lösung:

Eine Wahrscheinlichkeitsfunktion $f(x) = P(N = k)$ muss *normiert* sein, das heißt:

$$\sum_{k=1}^{\infty} f(k) = 1$$

Es gilt:

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^m f(k) &= 1 \\ \equiv \sum_{k=1}^m P(N = k) &= 1 \\ \equiv \sum_{k=1}^m \log_{10} \left(\frac{k+1}{k} \right) &= 1 \\ \equiv \sum_{k=1}^m (\log_{10}(k+1) - \log_{10} k) &= 1 \\ \equiv \sum_{k=1}^m \log_{10}(k+1) - \sum_{k=1}^m \log_{10} k &= 1 \\ \equiv \sum_{k=1}^m \log_{10}(k+1) - \left(\sum_{k=1}^m \log_{10}(k+1) - \log_{10}(m+1) \right) &= 1 \\ \equiv \log_{10}(m+1) &= 1 \\ \equiv m+1 &= 10 \\ \equiv m &= 9 \end{aligned}$$

□