

1. Die Verteilung einer stetigen zweidimensionalen Zufallsvariablen  $(X; Y)$  besitze die Dichtefunktion

$$f(x; y) = \begin{cases} k(25 - xy) & \text{für } 0 \leq x \leq 5 \text{ und } 0 \leq y \leq x \\ 0 & \text{für alle übrigen } (x; y) \end{cases}$$

- (a) Bestimmen Sie die Konstante  $k$ .

**Lösung:**

Es muss gelten:

$$\begin{aligned} & \int_{x=-\infty}^{\infty} \int_{y=-\infty}^{\infty} f(x; y) \, dy \, dx = 1 \\ \Rightarrow & \int_{x=0}^5 \int_{y=0}^x k(25 - xy) \, dy \, dx = 1 \\ \equiv & \int_{x=0}^5 \int_{y=0}^x (25 - xy) \, dy \, dx = \frac{1}{k} \\ \equiv & \int_{x=0}^5 \left[ 25y - \frac{xy^2}{2} \right]_{y=0}^x \, dx = \frac{1}{k} \\ \equiv & \int_{x=0}^5 \left( 25x - \frac{x^3}{2} \right) \, dx = \frac{1}{k} \\ \equiv & \left[ \frac{25x^2}{2} - \frac{x^4}{8} \right]_{x=0}^5 = \frac{1}{k} \\ \equiv & \frac{25^3}{2} - \frac{25^4}{8} = \frac{1}{k} \end{aligned}$$

□

- (b) Wie lautet die Dichte der Randverteilung von  $X$ ?

**Lösung:**

□

- (c) Bestimmen Sie den Erwartungswert  $E(X)$ .

**Lösung:**

□

- (d) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit  $P(0 < X < 2; 0 < Y < 3)$ .

**Lösung:**

□

- (e) Berechnen Sie mit  $E(Y) = 4/3$  die Kovarianz  $\text{Cov}(X, Y)$ .

---

**Lösung:**

