

1. Bei der Fertigung eines Produktes sei bekannt, dass 96% der produzierten Einheiten die geforderten Spezifikationen einhalten. Die bislang unvermeidbaren 4% fehlerhaften Einheiten müssen durch eine Prüfung erkannt und vor der Auslieferung aussortiert werden. Da das bisher verwendete Prüfverfahren sehr teuer ist, soll eine preiswerte Alternative getestet werden. Dieses billigere Verfahren erkennt allerdings nur 98% der brauchbaren Einheiten als brauchbar und stuft 5% der defekten Stücke als brauchbar ein. Um zu einer Entscheidung über die Einführung dieses billigeren Verfahrens zu kommen, sollen folgende Werte berechnet werden:

(a) Anteil der insgesamt als defekt eingestuft Einheiten

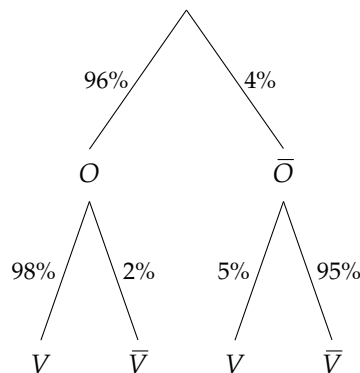
Lösung:

Seien $O := \{\text{Produkt ist fehlerfrei}\}$ und $V := \{\text{Verfahren stuft Produkt als brauchbar ein}\}$.

Wir wissen:

$$P(O) = 0.96 \quad P(V | O) = 0.98 \quad P(V | \bar{O}) = 0.05$$

Das ergibt folgenden Baum:



Insgesamt gilt für die insgesamt als defekt eingestuft Einheiten also:

$$P(\bar{V}) = P(\bar{V} \cap O) + P(\bar{V} \cap \bar{O}) = 0.96 \cdot 0.02 + 0.04 \cdot 0.95 = 0.0572$$

□

(b) Anteil der fehlerfreien unter den als fehlerfrei eingestuft Einheiten

Lösung:

Es gilt:

$$P(O | V) = \frac{P(O \cap V)}{P(V)} = \frac{P(O \cap V)}{P(O \cap V) + P(\bar{O} \cap V)} = \frac{0.96 \cdot 0.98}{0.96 \cdot 0.98 + 0.04 \cdot 0.05} \approx 0.9979$$

Alternativ:

$$P(O | V) = \frac{P(O \cap V)}{P(V)} = \frac{P(O \cap V)}{1 - P(\bar{V})} \approx 0.9979$$

□

(c) Anteil der fehlerfreien unter den als defekt eingestuft Einheiten

Lösung:

Es gilt:

$$P(O \mid \bar{V}) = \frac{P(O \cap \bar{V})}{P(\bar{V})} = \frac{0.96 \cdot 0.02}{0.0572} \approx 0.3357$$

□