1. Bei einem Produktionsvorgang werden Zylinder in den ausgefrästen Kreis eines Metallsockels eingepasst. Die beiden Teile werden rein zufällig aus den bisher produzierten Zylindern bzw. ausgefrästen Metallplatten ausgewählt. Der Durchmesser des Zylinders ist (in mm) nach $N(24.9; (0.03)^2)$-verteilt, der Durchmesser des in den Metallsockel eingefrästen Kreises ist nach $N(25; (0.04)^2)$-verteilt. Der Zylinder kann noch eingepasst werden, falls die lichte Weite der Durchmessers (= Durchmesser des gefrästen Kreises - Durchmesser des Zylinders) nicht mehr als 0.2mm beträgt.

   (a) Berechnen Sie

      i. den Erwartungswert

> **Lösung:**
>
> Es gilt:
>
> $$X = \{\text{Durchmesser des Zylinders [mm]}\} \sim N(\mu_X, \sigma_X^2) = N(24.9, (0.03)^2)$$
>
> $$Y = \{\text{Durchmesser des eingefrästen Kreises [mm]}\} \sim N(\mu_Y, \sigma_Y^2) = N(25, (0.04)^2)$$
>
> und wir definieren:
>
> $$Z = Y - X$$
>
> Damit gilt:
>
> $$\mathrm{E}(Z) = \mathrm{E}(Y) - \mathrm{E}(X) = \mu_Y - \mu_X = 0.1$$
>
> □

      ii. die Varianz

> **Lösung:**
>
> Da $X$ und $Y$ stochastisch unabhängig sind, gilt:
>
> $$\mathrm{Var}(Z) = \mathrm{Var}(Y) + \mathrm{Var}(X) - 2\,\mathrm{Cov}(X, Y) = \mathrm{Var}(Y) + \mathrm{Var}(X) = (0.05)^2$$
>
> □

      iii. die Verteilung

> **Lösung:**
>
> $$Z \sim N(\mu_Z, \sigma_Z^2) = N(0.1, (0.05)^2)$$
>
> □

   der Zufallsvariablen „lichte Weite des Durchmessers“.

(b) In wie viel Prozent aller Fälle lässt sich der Zylinder nicht in die Metallplatte einpassen?

**Lösung:**

Sei

$$u = \frac{x - \mu_Z}{\sigma_Z} = \frac{0.2 - 0.1}{0.05} = 2$$

Dann gilt damit:

$$P(X > 0.2) = 1 - P(X \leq 0.2) = 1 - \Phi(u) = 1 - \Phi(2) = 1 - 0.97725 = 0.02275$$

$\square$