1. Ein Tannenbaum soll zu Weihnachten bunte Lämpchen bekommen. Dazu soll eine Lichterkette mit 5 gelben, 3 roten und 2 grünen Lämpchen zusammengestellt werden.

   (a) Wie viele Möglichkeiten gibt es, wenn es keine Einschränkungen gibt?

   Lösung:

   Dann gilt: (Permutation mit teilweise nicht unterscheidbaren Lampen)

   $$P(14; 5; 3; 4; 2) = \frac{14!}{5! \cdot 3! \cdot 4! \cdot 2!} = 2\,522\,520$$

   □

   (b) Die 3 roten Lämpchen sollen nebeneinander angeordnet werden. Wie viele Möglichkeiten gibt es?

   Lösung:

   Dann gilt: (analog zu Aufgabenteil (a), wobei wir die roten Lampen als „eine Lampe“ sehen)

   $$P(12; 5; 4; 2) = \frac{12!}{5! \cdot 4! \cdot 2!} = 83\,160$$

   □

   (c) Opa Hoppenstedt hat schon zwei gelbe Lampen an den Anfang der ette geschraubt und zwei gelbe Lampen an das Ende der Kette; er besteht darauf, diese nicht mehr zu verändern. Wie viele Möglichkeiten der Anordnung ergeben sich für die restlichen Lampen?

   Lösung:

   Dann gilt: (analog zu Aufgabenteil (a), jedoch mit nur noch einer gelben Lampe)

   $$P(10; 3; 4; 2) = \frac{10!}{3! \cdot 4! \cdot 2!} = 12\,600$$

   □

   (d) Jede Farbe wird als feste Kette geliefert, auf der die Lampen nicht mehr gewechselt werden können. Wie viele Möglichkeiten gibt es, die 4 Ketten hintereinander zu schalten?

   Lösung:

   Dann gilt: (Permutation)

   $$P(4) = 4! = 24$$

   □