

1. Die Wahrscheinlichkeit, dass die Zündung bei einem Auto falsch eingestellt ist, sei $p = 0.3$. Es werden $n = 5$ Autos ausgewählt. Die betrachtete Zufallsvariable X bezeichnet die Zahl der Autos mit falsch eingestellter Zündung.

(a) Bestimmen Sie für $X = 0, 1, 2, 3, 4, 5$ die Werte

i. der Wahrscheinlichkeits- und

Lösung:

Wir wissen, dass es sich um eine *Binomialverteilung* handelt mit

- $n = 5$,
- $p = 0.3$.

Damit gilt für $x \in [0, 5]_{\mathbb{N}_0}$:

$$b(x; n, p) = b(x; 5, 0.3) = f(x) = P(X = x) = \binom{n}{x} \cdot p^x \cdot q^{n-x} = \binom{5}{x} \cdot \left(\frac{3}{10}\right)^x \cdot \left(\frac{7}{10}\right)^{5-x}$$

Und damit:

x	0	1	2	3	4	5
$f(x)$	16.807%	36.015%	30.87%	13.23%	2.835%	0.243%

□

ii. der Verteilungsfunktion.

Lösung:

Es gilt für $x \in [0, 5]_{\mathbb{N}_0}$:

$$B(x; n, p) = B(x; 5, 0.3) = F(x) = P(X \leq x) = \sum_{k \leq x} b(x; n, p) = \sum_{k \leq x} \binom{5}{k} \cdot \left(\frac{3}{10}\right)^k \cdot \left(\frac{7}{10}\right)^{5-k}$$

Und damit:

x	0	1	2	3	4	5
$F(x)$	16.807%	52.822%	83.692%	96.922%	99.757%	100%

□

(b) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass

i. bei 2 Autos die Zündung falsch eingestellt ist.

Lösung:

Offensichtlich gilt nach Teilaufgabe (a):

$$f(2) = 30.87\%$$



ii. bei 2 oder weniger Autos die Zündung falsch eingestellt ist.

Lösung:

Offensichtlich gilt nach Teilaufgabe (a):

$$F(2) = 83.692\%$$



iii. bei mehr als 3 Autos die Zündung falsch eingestellt ist.

Lösung:

Offensichtlich gilt:

$$P(X > 3) = 1 - P(X < 3) = 1 - P(X \leq 2) = 1 - F(2) = 1 - 83.692\% = 16.308\%$$



(c) Berechnen Sie den Erwartungswert und die Varianz.

Lösung:

Es gilt:

$$\mu = np = 5 \cdot 0.3 = 1.5 \quad \wedge \quad \sigma^2 = npq = 5 \cdot 0.3 \cdot 0.7 = 1.05$$

