1. Eine Näherei, die Oberhemden herstellt, bezieht die benötigten Knöpfe von einer Firma aus Köln. Aus langjähriger Erfahrung weiß man, dass ein Knopf mit einer Wahrscheinlichkeit von 0.1 einen Defekt aufweist, d.h. zur Verarbeitung nicht verwendet werden kann. In einem bestimmten Monat werden 4900 Knöpfe geliefert.

   (a) Welche Verteilung hat die Zufallsvariable $X = \{\text{Anzahl der defekten Knöpfe}\}$?

   Lösung:

   Es gilt:

   $$X \sim B(x; n, p) = B(x; 4900, 0.1)$$

   □

   (b) Wie groß ist die (approximative) Wahrscheinlichkeit, dass sich darunter mindestens 4450 Knöpfe *ohne* Defekt befinden?

   Lösung:

   Offensichtlich wäre die Berechnung hier sehr mühselig. Wir versuchen zu approximieren:

   - Poisson-Verteilung:

   $$np = 490 \not\leq 10 \;\lightning \quad \text{und} \quad n = 4900 \geq 150 = 1500p \;\checkmark$$

   - Normalverteilung:

   $$np(1-p) = 490 \cdot 0.9 = 441 > 9 \;\checkmark$$

   Damit gilt:

   $$B(x; 4900, 0.1) \approx N\left(\mu = np; \sigma = \sqrt{np(1-p)}\right) = N(490; 21)$$

   Wir berechnen:

   $$\begin{aligned} P(X \leq 450) &= \Phi\left(\frac{450 + 0.5 - \mu}{\sigma}\right) \\ &= \Phi\left(\frac{450 + 0.5 - 490}{21}\right) \\ &= 1 - \Phi\left(\frac{39.5}{21}\right) \\ &\approx 1 - \Phi(1.88) \\ &= 1 - 0.9699 \\ &= 3.01\% \end{aligned}$$

   □