1. X repräsentiere die täglichen Verkäufe eines bestimmten Produktes und besitze die Wahrscheinlichkeitsverteilung:

x_i	7000	7500	8000	8500	9000	9500	10 000
$P(X = x_i)$	0.05	0.2	0.35	0.19	0.12	0.08	0.01

(a) Berechnen Sie

i. den Erwartungswert,

Lösung:

Es gilt:

$$\begin{aligned}\mathrm{E}(X) &= \sum_{i=0}^{6} x_i \cdot P(X = x_i)\\ &= 7000 \cdot 0.05 + 7500 \cdot 0.2 + 8000 \cdot 0.35 + 8500 \cdot 0.19\\ &\quad + 9000 \cdot 0.12 + 9500 \cdot 0.08 + 10\,000 \cdot 0.01\\ &= 8205\end{aligned}$$

□

ii. die Varianz

Lösung:

Es gilt:

$$\begin{aligned}\mathrm{Var}(X) &= \sum_{i=0}^{6} (x_i - \mu_X)^2 \cdot P(X = x_i)\\ &= (7000 - 8205)^2 \cdot 0.05 + (7500 - 8205)^2 \cdot 0.2 + (8000 - 8205)^2 \cdot 0.35\\ &\quad + (8500 - 8205)^2 \cdot 0.19 + (9000 - 8205)^2 \cdot 0.12\\ &\quad + (9500 - 8205)^2 \cdot 0.08 + (10\,000 - 8205)^2 \cdot 0.01\\ &= 445\,475\end{aligned}$$

□

iii. und den Median von X

Lösung:

Es gilt:

$$P(X < \tilde{x}) \leq \frac{1}{2} \quad \wedge \quad P(X \leq \tilde{x}) \geq \frac{1}{2}$$

Offensichtlich gilt nach der gegebenen Tabelle:

$$\tilde{x} = 8000$$

□

(b) Berechnen Sie das

i. untere Quartil,

Lösung:

Es gilt:

$$P(X < x_{1/4}) \leq \frac{1}{4} \quad \wedge \quad P(X \leq x_{1/4}) \geq \frac{1}{4}$$

Offensichtlich gilt nach der gegebenen Tabelle:

$$x_{1/4} = 7500$$

□

ii. obere Quartil

Lösung:

Es gilt:

$$P(X < x_{3/4}) \leq \frac{3}{4} \quad \wedge \quad P(X \leq x_{3/4}) \geq \frac{3}{4}$$

Offensichtlich gilt nach der gegebenen Tabelle:

$$x_{3/4} = 8500$$

□

iii. sowie den Quartilsabstand

Lösung:

Es gilt:

$$x_{3/4} - x_{1/4} = 8500 - 7500 = 1000$$

□

(c) Berechnen Sie das 90%-Quantil.

Lösung:

Es gilt:

$$P(X < x_{9/10}) \leq \frac{9}{10} \quad \wedge \quad P(X \leq x_{9/10}) \geq \frac{9}{10}$$

Offensichtlich gilt nach der gegebenen Tabelle:

$$x_{9/10} = 9000$$