

Stochastik

Hausaufgabenblatt 9

Patrick Gustav Blaneck

Letzte Änderung: 30. November 2021

1. In einer Urne befinden sich 4 Kugeln. Zwei tragen die Aufschrift 1, die beiden anderen dagegen die Aufschrift 2 und 6. Anton zieht (ohne Zurücklegen) zwei der Kugeln und erhält die Differenz als Gewinn in Euro ausgezahlt.

(a) Welchen Einsatz sollte Anton zahlen, damit das Spiel fair ist?

Lösung:



Anton muss im Folgenden pro Spiel 3€ Einsatz zahlen.

(b) Welchen durchschnittlichen Reingewinn erwartet Anton jetzt pro Spiel? Berechnen Sie auch die Varianz und die Standardabweichung des Reingewinns

Lösung:



(c) Anton spielt das Spiel insgesamt 90 Mal. Berechnen Sie für den Gesamtreingewinn den Erwartungswert und die Varianz.

Lösung:



(d) Schätzen Sie mit der Ungleichung von Tschebyscheff die Wahrscheinlichkeit dafür ab, dass der „Gesamtreingewinn“ um mindestens 30€ vom Erwartungswert abweicht.

Lösung:



2. Im letzten Wintersemester nahmen 120 Studierende an der Stochastik-Klausur teil. Im folgenden ist Punkteverteilung einer Stochastik-Klausur-Aufgabe angegeben:

(a) Berechnen Sie

- i. den Erwartungswert.

Lösung:



- ii. die Varianz und die Standardabweichung.

Lösung:



- (b) Mit welcher Wahrscheinlichkeit liegt der Punkteschnitt im Bereich $[\mu - 2, \mu + 2]$? Nutzen Sie zur Abschätzung die Tschebyscheff-Ungleichung.

Lösung:



3. Das Abwassersystem einer Gemeinde, an das 1.332 Haushalte angeschlossen sind, ist für eine maximale Last von 13500 Litern pro Stunde ausgelegt.

Nehmen Sie an, dass die einzelnen Abwassermengen (pro Stunde) von n angeschlossenen Haushalten beschrieben werden können durch stochastisch unabhängige Zufallsvariablen X_1, \dots, X_n , wobei $X_i \forall i \in \{1, \dots, n\}$ normalverteilt ist mit Erwartungswert $\mu = 10$ (Liter/ Stunde) und Varianz $\sigma^2 = 4$ ((Liter/ Stunde)²). Berechnen Sie

- (a) den Erwartungswert und die Varianz für die 1332 angeschlossenen Haushalte.

Lösung:



- (b) die Wahrscheinlichkeit einer Überlastung des Abwassersystems (für 1332 angeschlossene Haushalte).

Lösung:



4. Bei der Verpackung von Kartoffeln in Beutel kann das Normalgewicht von 10kg i.A. nicht exakt eingehalten werden. Die Erfahrung zeigt, dass das Füllgewicht eines Beutels durch eine Zufallsvariable $Y = X + 10$ beschrieben werden kann, wobei X eine auf dem Intervall $[-0.25, 0.75]$ gleichverteilte Zufallsvariable ist.

(a) Berechnen Sie den Erwartungswert und die Varianz des Füllgewichtes eines Beutels.

Lösung:



- (b) Die abgefüllten Beutel sollen mit einem Kleintransporter befördert werden. Berechnen Sie näherungsweise die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die zulässige Nutzlast von 1020kg bei Zuladung von 100 Beuteln überschritten wird.

Lösung:

