1. Das Abwassersystem einer Gemeinde, an das 1332 Haushalte angeschlossen sind, ist für eine maximale Last von 13 500 Litern pro Stunde ausgelegt.

   Nehmen Sie an, dass die einzelnen Abwassermengen (pro Stunde) von $n$ angeschlossenen Haushalten beschrieben werden können durch stochastisch unabhängige Zufallsvariablen $X_1, \dots, X_n$, wobei $X_i$ für alle $i \in \{1, \dots, n\}$ normalverteilt ist mit Erwartungswert $\mu = 10$ (Liter/Stunde) und Varianz $\sigma^2 = 4$ ((Liter/Stunde)$^2$). Berechnen Sie

   (a) den Erwartungswert und die Varianz für die 1332 angeschlossenen Haushalte.

   **Lösung:**

   Offensichtlich gilt mit:
   $$X = X_1 + \dots + X_{1332}$$
   direkt auch:
   $$\mu_X = 1332 \cdot \mu = 13\,320 \mathrm{L\,h^{-1}} \quad \wedge \quad \sigma_X^2 = 1332 \cdot \sigma^2 = 5328 \mathrm{L^2\,h^{-2}}$$

   □

   (b) die Wahrscheinlichkeit einer Überlastung des Abwassersystems (für 1332 angeschlossene Haushalte).

   **Lösung:**

   Offensichtlich gilt auch:
   $$X \sim N(\mu, \sigma^2) = N(13320, 5328)$$

   Sei
   $$u = \frac{x - \mu}{\sigma} = \frac{13\,500 - 13320}{\sqrt{5328}} = \frac{13500 - 13320}{12\sqrt{37}} = \frac{15\sqrt{37}}{37}$$

   Dann gilt:
   $$P(X > u) = 1 - P(X \leq u) = 1 - \Phi\left(\frac{15\sqrt{37}}{37}\right) \approx 1 - \Phi(2.47) = 1 - 0.9932 = 0.68\%$$

   □