1. Die Zufallsvariable X besitze den Mittelwert $\mathrm{E}(X) = \mu_X = 2$ und die Varianz $\mathrm{Var}(X) = \sigma_X^2 = 0.5$. Berechnen Sie die entsprechenden Kennwerte (Erwartungswert, Varianz) der folgenden linearen Funktionen von X:

   (a) $Z = 2X - 3$

   Lösung:

   Da es sich um lineare Transformationen handelt, gilt:

   $$\mathrm{E}(Z) = \mathrm{E}(2X - 3) = 2\,\mathrm{E}(X) - 3 = 2\mu_X - 3 = 2 \cdot 2 - 3 = 1$$

   und

   $$\mathrm{Var}(Z) = \mathrm{Var}(2X - 3) = 2^2\,\mathrm{Var}(X) = 4 \cdot \sigma_X^2 = 4 \cdot 0.5 = 2$$

   □

   (b) $Z = -0.5X + 2$

   Lösung:

   Da es sich um lineare Transformationen handelt, gilt:

   $$\mathrm{E}(Z) = \mathrm{E}(-0.5X + 2) = -0.5\,\mathrm{E}(X) + 2 = -0.5\mu_X + 2 = -0.5 \cdot 2 + 2 = 1$$

   und

   $$\mathrm{Var}(Z) = \mathrm{Var}(-0.5X + 2) = (-0.5)^2\,\mathrm{Var}(X) = 0.25 \cdot \sigma_X^2 = 0.25 \cdot 0.5 = 0.125$$

   □

   (c) $Z = 10X$

   Lösung:

   Da es sich um lineare Transformationen handelt, gilt:

   $$\mathrm{E}(Z) = \mathrm{E}(10X) = 10\,\mathrm{E}(X) = 10\mu_X = 10 \cdot 2 = 20$$

   und

   $$\mathrm{Var}(Z) = \mathrm{Var}(10X) = 10^2\,\mathrm{Var}(X) = 100 \cdot \sigma_X^2 = 100 \cdot 0.5 = 50$$

   □

   (d) $Z = 2$

   Lösung:

   Da es sich um lineare Transformationen handelt, gilt:

   $$\mathrm{E}(Z) = \mathrm{E}(2) = 2$$

   und

   $$\mathrm{Var}(Z) = \mathrm{Var}(2) = 0$$

   □