

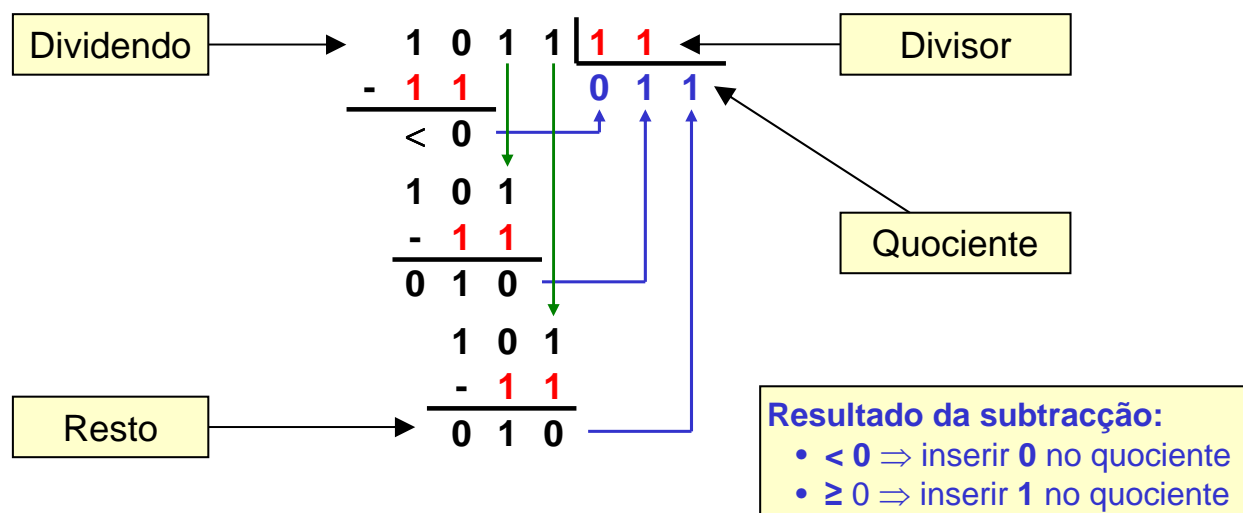
## Aula 12

- Arquitectura de um divisor de números inteiros
  - Abordagem em três etapas
  - Exemplos de concretização
- Divisão de inteiros com sinal
- Divisão de inteiros no MIPS

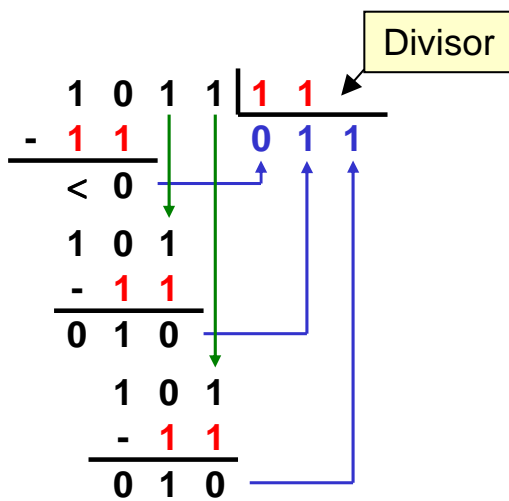
Bernardo Cunha, José Luís Azevedo, Arnaldo Oliveira, Tomás Oliveira e Silva

## Divisão de inteiros em binário

Tal como acontecia com a multiplicação, também na divisão se usa uma arquitectura que aproveita o algoritmo que se ensina(va) nos primeiros anos do ensino básico. Tomemos como exemplo  $1011 \div 0011$



## Divisão de inteiros em binário



1. Começa-se por alinhar o Divisor à esquerda com o Dividendo

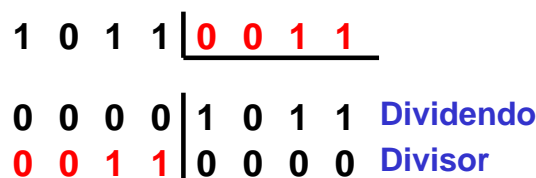
### 2. Subtrai-se o Divisor do Dividendo

- Se o resultado for **positivo** (i.e. Dividendo  $\geq$  Divisor) acrescenta-se "1" no Quociente
- Se o resultado for **negativo** (i.e. Dividendo  $<$  Divisor) acrescenta-se "0" no Quociente e repõe-se o dividendo

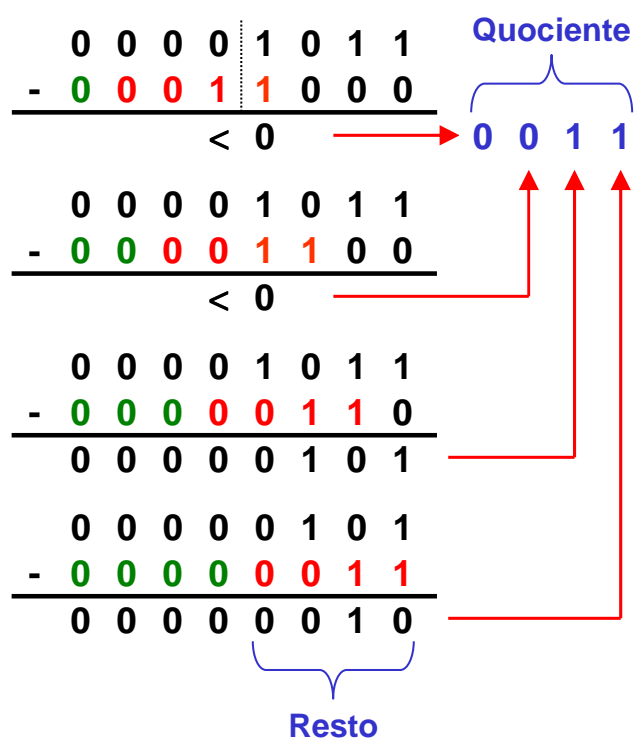
3. Se o Divisor ainda não está alinhado à direita com o Dividendo, então desloca-se o Divisor 1 bit para a direita

4. Repete-se desde 2

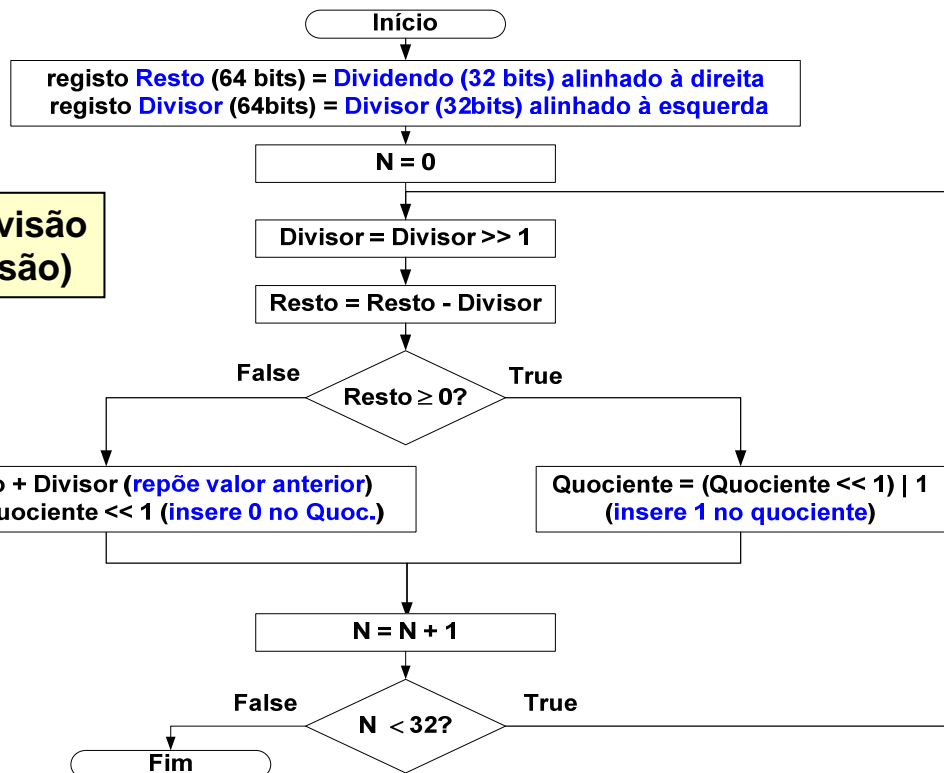
- Como fazer o alinhamento do divisor à esquerda de forma automática?
- Quantas iterações são necessárias, no caso geral, para fazer a divisão?



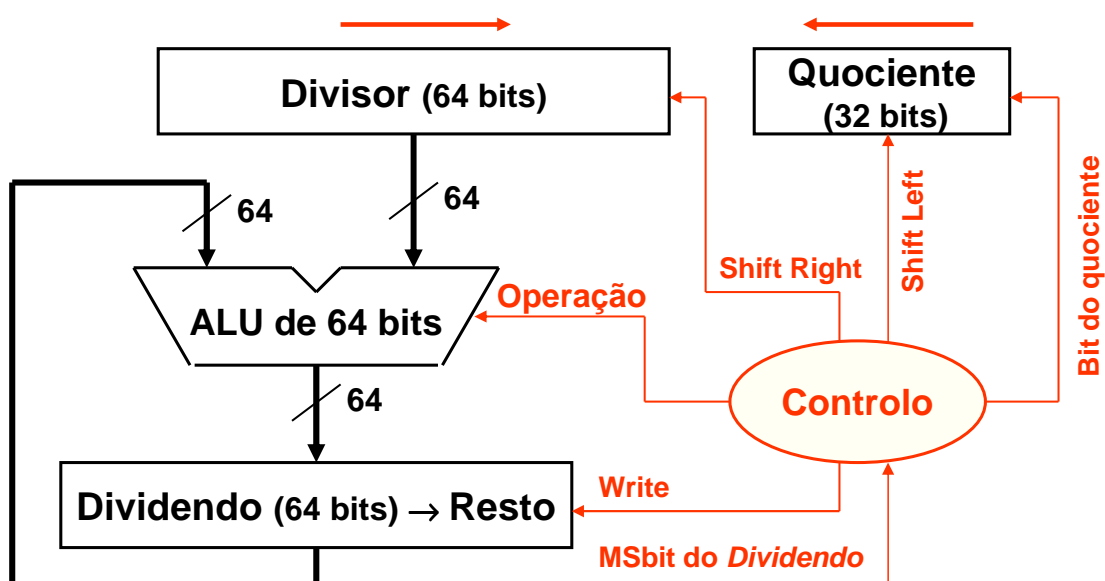
- Com operandos de 4 bits os registos para alojar o **dividendo** e o **divisor** têm 8 bits
- O **dividendo** é alinhado à **direita** (os 4 MSbits são colocados a 0)
- O **divisor** é alinhado à **esquerda** (os 4 LSbits são colocados a 0)
- Por cada nova iteração o **divisor** é deslocado à direita 1 bit
- O **número total de iterações** é igual ao **número de bits do dividendo original**



### Algoritmo para divisão de inteiros (1ª versão)



### Arquitectura de um Divisor (1ª versão)

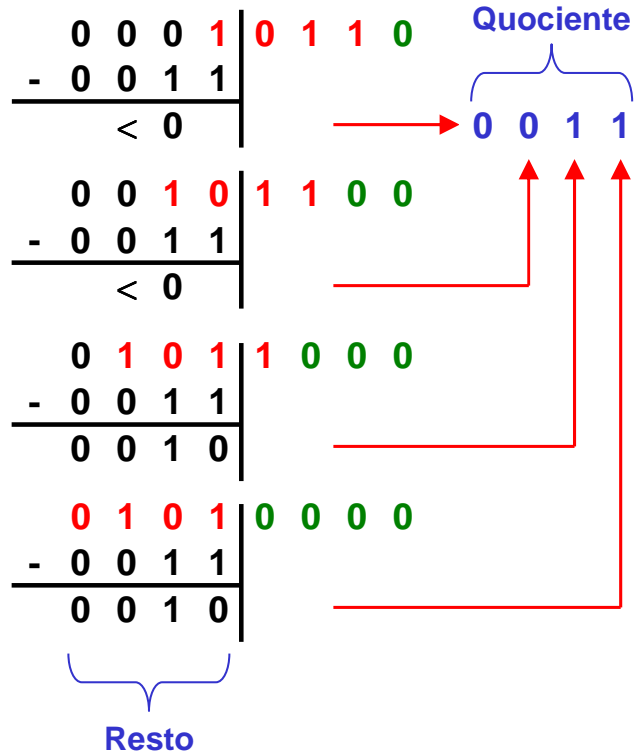


Nesta 1ª versão, a **ALU** e os registos **Divisor** e **Dividendo/Resto** operam com 64 bits.

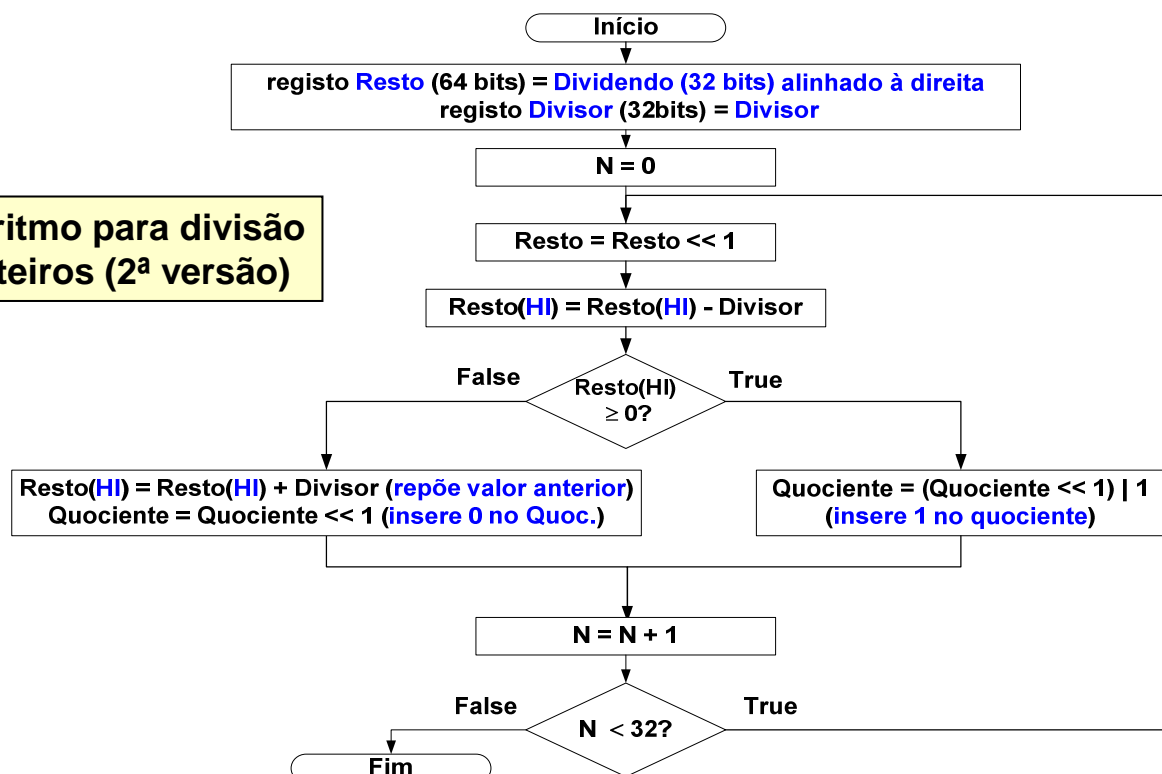
1 0 1 1 | 0 0 1 1

0 0 0 0 | 1 0 1 1 Dividendo  
0 0 1 1 | Divisor

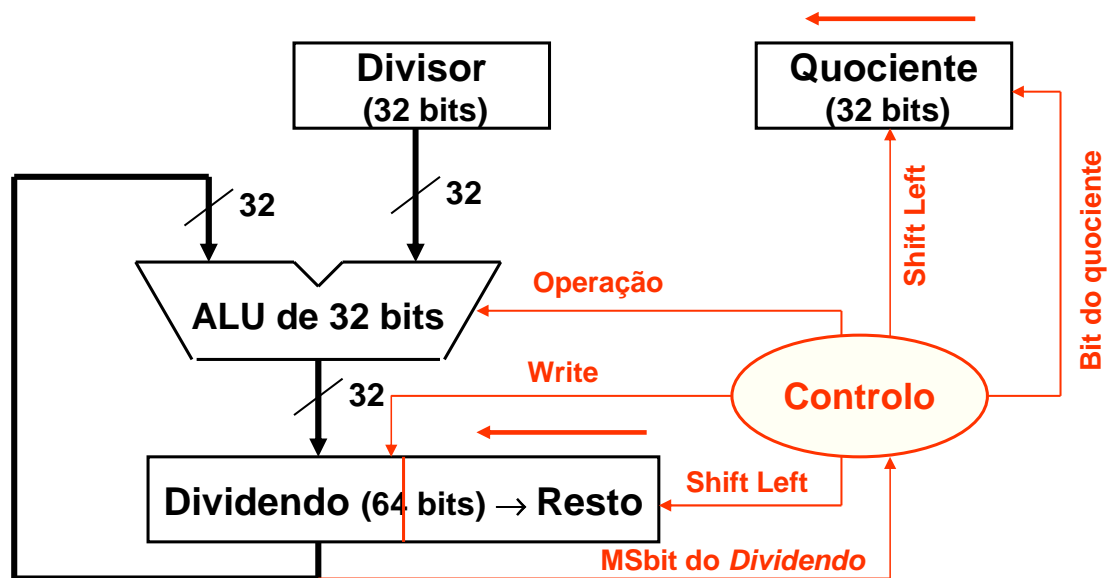
- O movimento relativo do **Dividendo/Resto** e do **Divisor** mantém-se fixando o **Divisor** e **deslocando** para a **esquerda** o **Dividendo/Resto**
- O registo **Divisor** mantém assim a dimensão original (4 bits no exemplo)
- A **subtração** (entre dividendo e divisor) pode também ser feita apenas com **4 bits**, reduzindo-se para metade a dimensão da ALU.



### Algoritmo para divisão de inteiros (2ª versão)



## Arquitectura de um Divisor (2ª versão)



Nesta 2ª versão do divisor, a **ALU** e o registo **Divisor** operam com 32 bits.

1 0 1 1 | 0 0 1 1

0 0 0 0 1 0 1 1 Dividendo

0 0 0 1 | 0 1 1 0 Dividendo após << 1  
 0 0 1 1 | Divisor

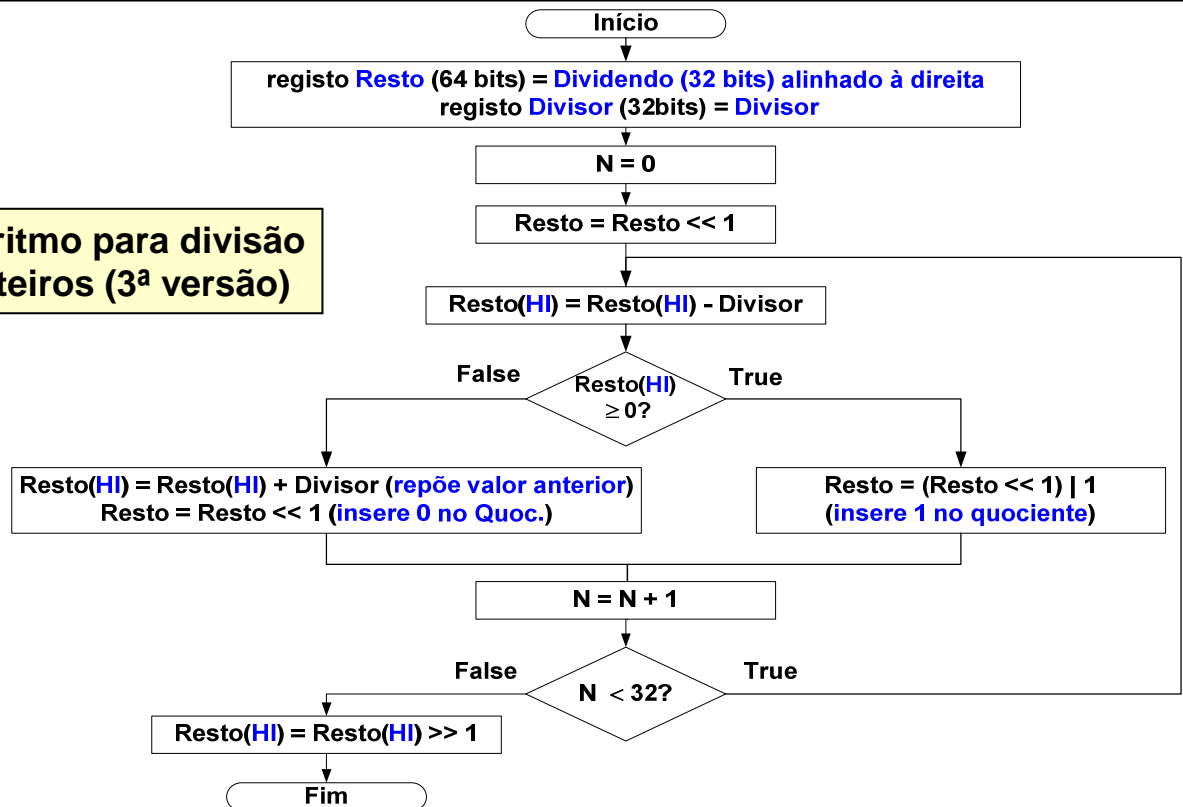
- Pode verificar-se que o deslocamento à esquerda do conteúdo do *Dividendo*, é acompanhado por um deslocamento idêntico do *Quociente*
- Em cada deslocamento à esquerda do *Dividendo* é introduzido um zero (não útil) no bit menos significativo
- **Esse espaço pode ser aproveitado para guardar o próximo bit do quociente**
- Desta forma poupa-se ainda o espaço que seria necessário para armazenar esse quociente

The diagram illustrates the long division of 10010110 by 1001. It shows the following steps:

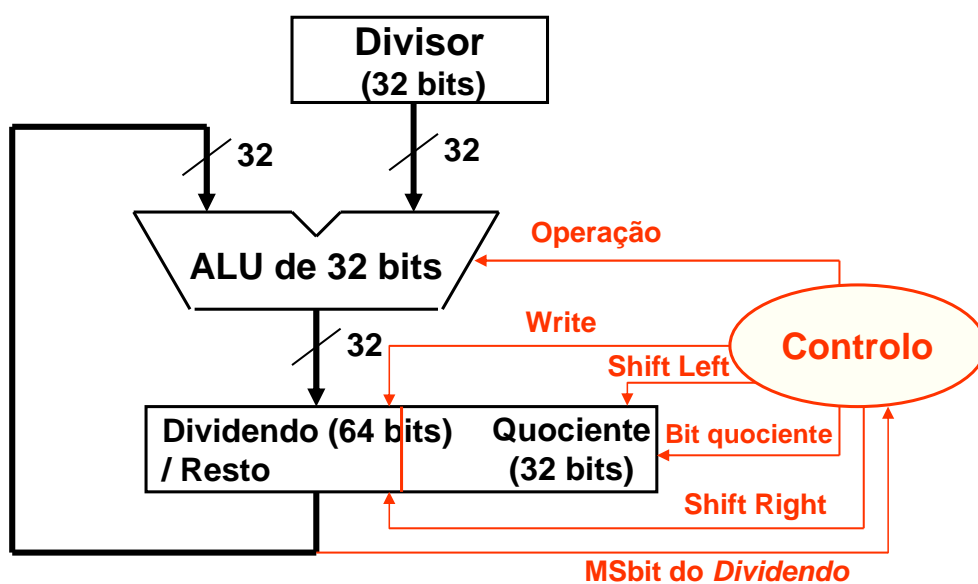
- Step 1: 10010110 - 1001 = 0010110. The remainder 0010110 is less than the divisor 1001, so the divisor is shifted one position to the right.
- Step 2: 0010110 - 01001 = 0001000. The remainder 0001000 is less than the divisor 01001, so the divisor is shifted one position to the right.
- Step 3: 0001000 - 00100 = 0000000. The remainder 0000000 is less than the divisor 00100, so the divisor is shifted one position to the right.
- Step 4: 0000000 - 00010 = 0000000. The remainder 0000000 is less than the divisor 00010, so the divisor is shifted one position to the right.
- Step 5: 0000000 - 00001 = 0000000. The remainder 0000000 is less than the divisor 00001, so the divisor is shifted one position to the right.
- Step 6: 0000000 - 00000 = 0000000. The remainder 0000000 is less than the divisor 00000, so the divisor is shifted one position to the right.
- Step 7: 0000000 - 00000 = 0000000. The remainder 0000000 is less than the divisor 00000, so the divisor is shifted one position to the right.
- Step 8: 0000000 - 00000 = 0000000. The remainder 0000000 is less than the divisor 00000, so the divisor is shifted one position to the right.
- Step 9: 0000000 - 00000 = 0000000. The remainder 0000000 is less than the divisor 00000, so the divisor is shifted one position to the right.
- Step 10: 0000000 - 00000 = 0000000. The remainder 0000000 is less than the divisor 00000, so the divisor is shifted one position to the right.

The final result is a quotient of 1001 and a remainder of 0010.

### Algoritmo para divisão de inteiros (3ª versão)



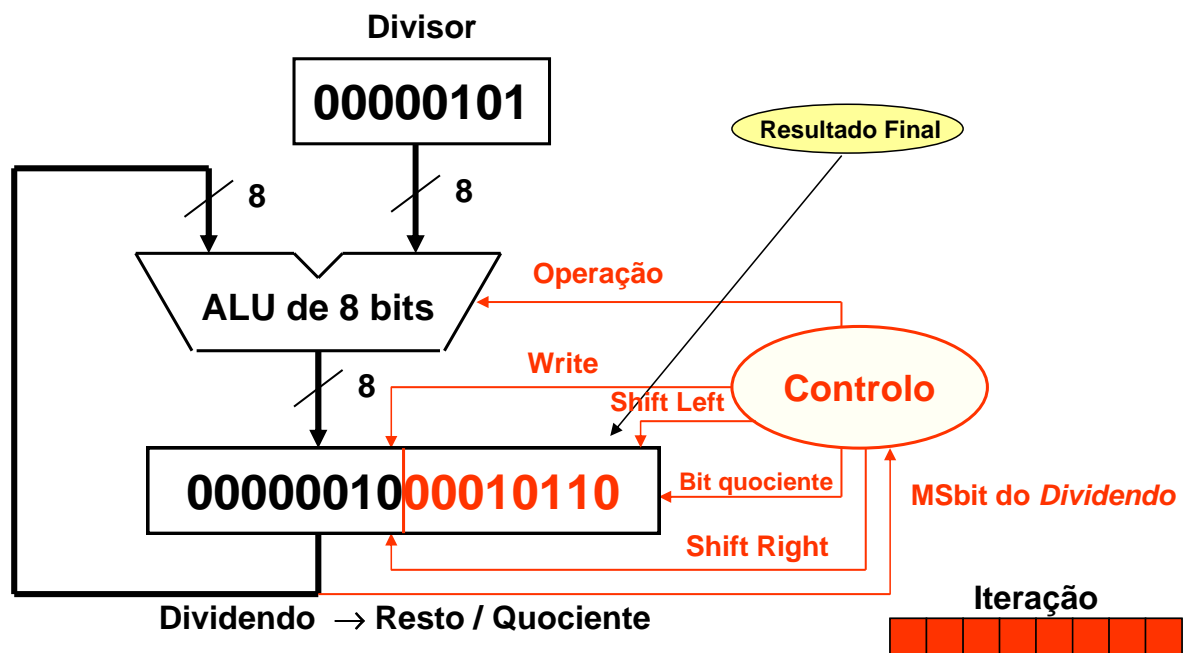
### Arquitectura de um Divisor (versão final)



Na versão final do divisor, o registo **Quociente** desaparece, sendo substituído pela parte menos significativa do registo **Dividendo/Resto**.

## Arquitectura de um Divisor (versão final)

(exemplo c/ operandos de 8 bits: **01110000** ÷ **00000101** = **00010110**, Resto = **10**)



## Divisão de inteiros com sinal

A **divisão de inteiros com sinal** faz-se em **sinal e módulo**

Nas **divisões com sinal** aplicam-se as seguintes **regras**:

- Dividem-se dividendo por divisor em módulo
- O quociente terá sinal negativo se os sinais de dividendo e divisor forem diferentes
- O resto terá o mesmo sinal que o dividendo

**Exemplos:**     **-7 / 3 = -2** c/ resto = **-1**

**7 / -3 = -2** c/ resto = **1**

$$\text{Dividendo} = \text{Divisor} * \text{Quociente} + \text{Resto}$$

## A Divisão de inteiros no MIPS

- No MIPS, a divisão é assegurada por uma arquitectura *hardware* semelhante à anteriormente descrita para a multiplicação (a unidade de controlo é que estabelece a diferença)
- Tal como acontecia na multiplicação, continua a existir a necessidade de um registo de 64 bits para armazenar o valor inicial do dividendo, e bem assim o resultado final na forma de um quociente e de um resto.
- Os mesmos registos, **HI** e **LO**, que tinham já sido apresentados para o caso da multiplicação, são igualmente utilizados para a divisão:
  - o registo **HI** armazena o **resto da divisão** inteira
  - o registo **LO** armazena o **quociente da divisão** inteira

## A Divisão de inteiros no MIPS

Em *Assembly*, a divisão é efectuada pela instrução

<b>div</b>	<b>\$reg1, \$reg2</b>	<b># Divide (signed)</b>
<b>divu</b>	<b>\$reg1, \$reg2</b>	<b># Divide unsigned</b>

em que \$reg1 é o dividendo e \$reg2 o divisor. O **resultado** fica armazenado nos registos **HI (resto)** e **LO (quociente)**.

A **transferência** de informação entre os registos **HI e LO** e os restantes **registos de uso geral** faz-se através das instruções:

<b>mfhi</b>	<b>\$reg</b>	<b># move from hi</b> - Copia HI para \$reg
<b>mflo</b>	<b>\$reg</b>	<b># move from lo</b> - Copia LO para \$reg
<b>mthi</b>	<b>\$reg</b>	<b># move to hi</b> - Copia \$reg para HI
<b>mtlo</b>	<b>\$reg</b>	<b># move to lo</b> - Copia \$reg para LO