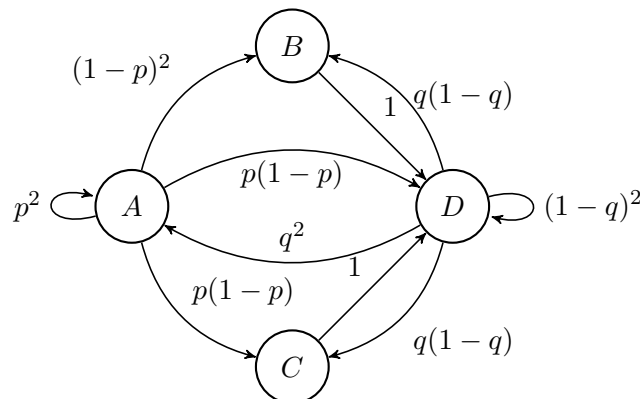


Palavras-chave: Cadeias de Markov, matriz de transição, múltiplas transições, estado estacionário.

Nota: Adopte a a definição da matriz de transição em que o elemento  $t_{ij}$  da matriz corresponde à probabilidade de transição do estado  $j$  para o estado  $i$ .

1. Considere o seguinte diagrama representativo de uma Cadeia de Markov:



- (a) Defina, em Matlab, a matriz de transição T. Assuma  $p = 0,4$  e  $q = 0,6$ ;
- (b) Qual a probabilidade de o sistema chegar ao estado B após 10 transições adicionais caso inicialmente se encontre no estado A? E de chegar a cada um dos outros estados para as mesmas condições?
- (c) Visualize o comportamento desta cadeia usando o Markov chain “playground”, disponível em <http://setosa.io/markov/index.html>.
2. Suponha que observa o estado do tempo uma vez por dia (por exemplo, de manhã às 11:00) e que considera três possíveis estados: sol, nuvens e chuva. Assumindo que o tempo no dia  $n + 1$  apenas depende do tempo no dia  $n$  e que as probabilidades de transição são as da tabela seguinte, responda às questões abaixo:

dia $n \setminus$ dia $n + 1 \rightarrow$	sol	nuvens	chuva
sol	0,7	0,2	0,1
nuvens	0,2	0,3	0,5
chuva	0,3	0,3	0,4

- (a) Defina, em Matlab, a correspondente matriz de transição;
- (b) Assumindo que a observação inicial (digamos no dia 0) é que o dia é de sol, qual a probabilidade do dia 2 ser de chuva?
- (c) Calcule as  $n$  primeiras potências de T ( $n=20$ ) e apresente num gráfico a evolução dos vários elementos da matriz em função de  $n$ ;
- (d) Repita o processo da alínea anterior parando-o assim que o máximo da diferença entre os valores dos elementos da matriz em duas iterações consecutivas não exceda  $10^{-4}$ ;
- (e) \*\* TPC \*\* Visualize o comportamento desta cadeia usando o Markov chain “playground”, disponível em <http://setosa.io/markov/index.html>.

3. Crie uma matriz de transição para uma cadeia de 20 estados gerando os elementos dessa matriz com a ajuda da função `rand()`. Com base nessa matriz:
- (a) Qual a probabilidade de o sistema fazer uma transição entre o primeiro e o último estado em 20 transições ? E em 40 ? E em 100 ?