

噪声方差对卡尔曼滤波结果影响分析

郭应时, 王 畅, 张亚岐

(长安大学 汽车学院, 陕西 西安 710064)

摘 要: 为降低随机选取 Kalman 滤波器中系统噪声方差和测量噪声方差所带来的估计误差, 提出利用遗传算法对 Kalman 滤波器中系统噪声方差和测量噪声方差进行优化, 降低其对初始值的敏感度。以线性二自由度车辆仿真模型算例分析不同方差组合对 Kalman 滤波器的影响, 确定出两个方差值对滤波器效能的影响程度, 将影响程度的大小作为遗传算法的适应度函数, 在此基础上利用遗传算法对系统噪声方差和测量噪声方差进行了优化, 通过优化确定出最佳的方差组合, 再将优化后的方差组合输入 Kalman 滤波器, 从而提高 Kalman 模型的广泛适用性。利用优化后的 Kalman 滤波器对车辆仿真数据进行滤波处理, 对比分析结果表明, 优化后的 Kalman 模型对方差的随机性输入敏感度明显降低, 能够准确逼近仿真模型的真实值。

关键词: 卡尔曼滤波; 系统噪声; 测量噪声; 遗传算法; 优化

中图法分类号: TP206 **文献标识号:** A **文章编号:** 1000-7024 (2014) 02-0641-05

Analysis of noise variance's effect on Kalman filter result

GUO Ying-shi, WANG Chang, ZHANG Ya-qi

(School of Automobile, Chang'an University, Xi'an 710064, China)

Abstract: To reduce the estimation error caused by random selection of the system noise variance and measurement noise variance in Kalman filter, optimizing the system noise covariance and measurement noise variance by using the genetic algorithm is proposed so as to reduce its sensitivity to the initial value. Firstly, the linear two degrees freedom vehicle simulation model is taken as example to analyse the different variance combinations influence on Kalman filter. In addition, the influence on the filter efficiency is determined and the influence is as the fitness function of genetic algorithm. On the basis of that, genetic algorithm is adopted to optimize system noise and measurement noise variance. Through the optimization, the best variance combination is achieved and the optimized combination of variance is as the input of Kalman filter, which improves the applicability of Kalman. Finally, the optimized Kalman filter is adopted to filter the vehicle simulation data. By comparative analysis, the optimized Kalman can significantly reduce the sensitivity of the random input of variance and the simulation model can accurately approximate the real value.

Key words: Kalman filtering; minimum variance estimation; noise variance; genetic algorithm; optimization

0 引 言

Kalman 能够对时域内的信号以线性最小方差估计方法给出信号的最优估计值, 然而, 在滤波器的应用过程中涉及到滤波器参数的设定, 在系统确定的情况下, 最难确定的就是系统噪声和测量系统噪声, 二者对滤波器的估计效能具有重要影响, 一般情况下是根据经验来选取系统噪声

方差和测量噪声方差, 这在一定程度上存在盲目性, 为提高 kalman 滤波器的应用范围和增强 kalman 滤波器的估计性能, 国内外学者做了大量相关研究。国外, Rafael Tole-do-Moreo^[1]认为对道路车辆换道行为进行有效预测对避免交通冲突极有帮助, 利用扩展 Kalman 滤波器和交互式多模型对高速公路上换道行为进行预测。King Hann Lim^[2]利用 Kalman 滤波器对车道线进行检测, 通过对采集到的图像进

收稿日期: 2013-05-09; 修订日期: 2013-07-17

基金项目: 教育部长江学者与创新团队支持计划基金项目 (IRT1286); 国家自然科学基金项目 (51178053); 中央高校基本科研业务费专项基金项目 (2013G1221024)

作者简介: 郭应时 (1964-), 男, 辽宁凌海人, 博士, 教授, 研究方向为驾驶行为与车辆安全技术; 王畅 (1984-), 男, 湖南岳阳人, 博士, 讲师, 研究方向为车辆安全技术; 张亚岐 (1986-), 男, 陕西岐山人, 硕士研究生, 研究方向为车辆主动安全及 ACC 自动巡航控制。
E-mail: guoys@chd.edu.cn

行水平检测将天空和路面分割开,利用 kalman 对车道线边缘检测的结果进行不断更新,从而达到跟踪的效果。在国内,孙书利等人^[3]给出了一种非增广分布式加权融合最优 Kalman 滤波器,其精度较高。宗长福^[4]将扩展 Kalman 滤波技术应用到车辆行驶状态估计当中,在某个时刻领域内对模型线性化从而达到将非线性模型线性化,这对若非线性系统的处理效果较好,但对强非线性系统处理结果并不佳,若模型参数设置不合理极有可能致使模型失效, Kalman 模型的参数主要包括噪声方差、初始状态、增益矩阵以及测量系统噪声方差,但系统噪声和测量系统噪声对计算结果影响最大,通常情况下,为了计算方便,一般认为二者均服从均值为 0 的正态分布,且在整个时间序列内恒定不变。在实际进行 Kalman 滤波时,状态系统噪声和测量系统噪声方差都是依靠经验来取值的,具有一定的随机性,而经过算例分析,不同的方差值的确对滤波结果影响较大,而系统的噪声无法彻底消除,只能尽量降低噪声干扰,而噪声方差值直接关系到噪声对 Kalman 滤波器滤波结果影响程度大小。因此,如何减小方差值选取对结果的影响,就必须对 Kalman 算法进行优化。本文以“3 σ 准则”为边界条件,利用遗传算法优化 Kalman 滤波器,通过仿真算例来验证该优化算法,力求提高滤波效果。

1 方差对 Kalman 滤波器的影响分析

1.1 Kalman 滤波器的计算原型

Kalman 滤波是一种实时递推算法^[5-7],它所处理的是随机信号,以所要估计值(状态或参数)作为滤波器的输出,根据系统方程和观测方程估计出所需要处理的信号,实质是一种最优估计方法。其数学模型如下:

设随机线性离散系统的状态方程和测量方程分别(不考虑控制作用)为

$$\begin{cases} X_k = \Phi_{k,k-1} X_{k-1} + \Gamma_{k,k-1} W_{k-1} \\ Z_k = H_k X_k + V_k \end{cases} \quad (1)$$

式中: X_k ——系统的状态向量, Z_k ——系统的观测序列, W_k ——系统过程中的随机噪声序列, V_k ——观测噪声序列, $\Phi_{k,k-1}$ ——系统的状态转移矩阵, $\Gamma_{k,k-1}$ ——噪声输入矩阵, H_k ——观测矩阵。

定义 $\hat{x}_k \in R^n$ (代表先验, $\hat{\cdot}$ 代表估计) 为在已知第 k 步以前状态情况下第 k 步的先验状态估计。定义 $\hat{x}_k \in R^n$ 为已知测量变量 z_k 时第 k 步的后验状态估计。由此定义先验估计误差和后验估计误差:

先验估计误差的协方差为

$$P_k = E[e_k e_k^T] \quad (2)$$

后验估计误差的协方差为

$$P_k = E[e_k e_k^T] \quad (3)$$

对先验估计 \hat{x}_k 进行校正

$$\hat{x}_k = \hat{x}_k + K(z_k - H \hat{x}_k) \quad (4)$$

式(4)中 $n \times m$ 阶矩阵 K 叫做残余的增益或混合因数,作用是使式(4)中的后验估计误差协方差最小, K 的表示形式为

$$K_k = P_k H^T (H P_k H^T + R)^{-1} = \frac{P_k H^T}{H P_k H^T + R} \quad (5)$$

增益矩阵 K_k 与初始化 P_0 、系统噪声方差阵 Q_{k-1} 、测量噪声方差阵 R_k 有关。 R_k 增加时,增益矩阵 K_k 减小,原因在于如果测量噪声增大将引起新信息里的误差比较大,从而滤波增益就应该取小,以弱化观测噪声对滤波值的影响。如果 P_0 变小, Q_{k-1} 也变小,则一步预测方差阵 $P_{k,k-1}$ 变小,那么最优滤波方差阵 P_k 也变小,从而增益矩阵 K_k 减小。因为 P_0 变小,表示初始估计较好, Q_{k-1} 变小,表示系统噪声较小,于是增益矩阵也应小些以便给予较小的修正。所以,增益矩阵 K_k 与 Q_{k-1} 称正比,与 R_k 称反比。由此可知, K 值反映了滤波值与真实值的接近程度, K 值越大,滤波值跟实际值的差别就越大,反之,越小。说明待测系统的稳定性较差。Kalman 的滤波过程如图 1 所示。

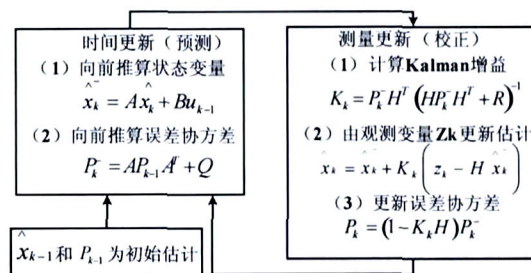


图 1 Kalman 滤波流程

1.2 方差对滤波器影响分析

Kalman 滤波器在系统确定的情况下,其状态方程和测量方程很容易确定,然而,现实中无法获知系统噪声和测量系统噪声,一般均按白噪声处理,其实,系统噪声和测量噪声是动态变化过程,为简化计算,一般将系统噪声和测量噪声方差当作常数处理,这就涉及到方差值的确定,通常是根据经验来确定二者的方差值的,但经验值存在一定的盲目性,且二者的方差对滤波效果影响较大,为此,论文首先分析系统噪声方差和测量噪声方差对滤波器滤波结果的影响,从而依据二者影响程度的大小来确定适应度函数。

本文利用线性二自由度车辆模型作为仿真算例, Kalman 滤波器在 simulink 下完成的。汽车模型的系统方程和量测方程如下

$$\dot{X} = \begin{bmatrix} \dot{\beta} \\ \dot{r} \end{bmatrix} = [A] \begin{bmatrix} \beta \\ r \end{bmatrix} + [\beta] Q \quad (6)$$

$$[Y] = \begin{bmatrix} a_y \\ r \end{bmatrix} = [C] \begin{bmatrix} \beta \\ r \end{bmatrix} + [D] R \quad (7)$$

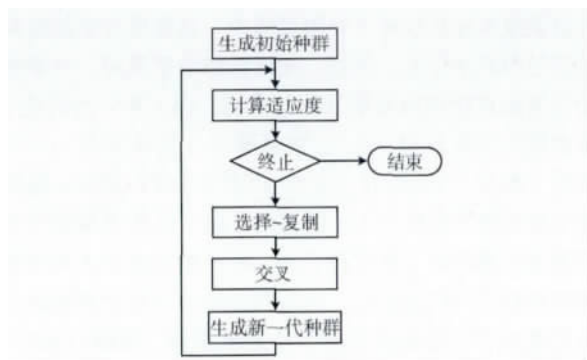


图5 遗传算法流程

选取初始种群为 20，最大迭代次数为 100， Q 的变化范围设定为 $0 \sim 20$ ， R 的变化范围也设定为 $0 \sim 20$ 。在进行遗传算法优化时，最关键的是如何确定适应度函数，本文将滤波值对真值的误差平方和的相反数作为适应度函数。

2.2 Kalman 滤波器参数的优化

Kalman 滤波是在已知系统状态的情况下进行的，既要保证过滤掉系统噪声对信号的干扰，又必须保证滤波信号不失真，且系统的噪声是不可能避免的， Q 和 R 的值不可能为 0。所以，必须尽最大限度的获取系统近似真值。系统真值一般很难获取，只能得到近似的真值，且是估计值。本文认为第 k 个近似真值是建立在前 $k-1$ 个滤波值的基础之上的，考虑到系统状态的连续性，认为第 k 个状态值不可能超出“ 3σ ”区间，即就是

$$x(k) \in [x(k-1) - 3\sigma, x(k-1) + 3\sigma] \quad (8)$$

在知道系统状态原始值的情况下，通过 3σ 区间确定出系统每隔时刻的近似真值，而后再在真值基础上进行优化，设系统初始状态为 $x(1)$ 拒绝滤波，遗传算法的适应度函数为

$$f(k) = \sum_{k=1}^n (\hat{x}(k) - \hat{x}_{ga}(k))^2 \quad (9)$$

式中： $\hat{x}(k)$ ——系统 k 时刻的近似状态真值， $\hat{x}_{ga}(k)$ ——遗传算法优化后系统的近似状态值。 n ——采样数。方向盘转角输入为正弦曲线，近似认为是一次换道过程，重新采样。则对应的二自由度车辆模型的横摆角速度的适应度函数的变化如图 6 所示。

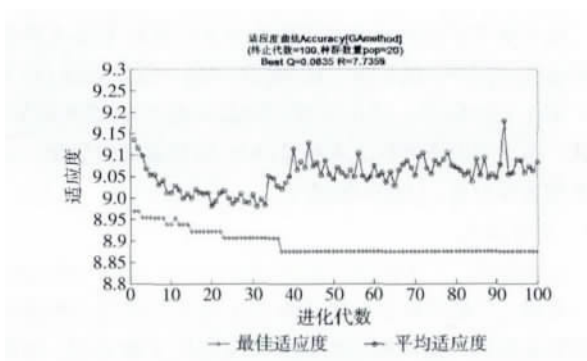


图6 遗传算法适应度曲线

其中， R 与 Q 的初始值均取 0.01。最终，误差的累积平方和为 8.8765，最佳方差组合为 $Q = 0.0835$ ， $R = 7.7359$ ，最佳滤波曲线如图 7 所示。

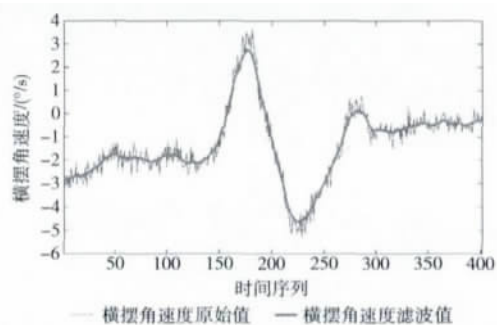


图7 最佳方差组合的滤波结果

从图 7 中可以看出，换道过程中车辆横摆角速度近似正弦变化，最佳的方差组合保证了滤波结果的真实性。综合利用 Kalman 滤波和遗传算法后，滤波器对方差值的敏感度明显降低， R 和 Q 的初始值基本不会对滤波结果产生较大影响。通过对试验中采集到 200 组数据进行分析，优化后的 Kalman 滤波器对 193 组数据表现出比一般模型更佳的滤波效果，有 5 组数据两种模型的滤波结果相近。

3 结束语

本文以二自由度的车辆模型为基础，在 simulink 环境中进行仿真，获取了不同时刻系统的横摆角速度值。通过调整测量噪声方差 R 和系统噪声方差 Q 值来分析噪声方差对 kalman 滤波器的影响，在 Q 不变的情况下， R 值越大，滤波结果更真实可信。在 R 值不变情况下， Q 值越小滤波效果越好。且通过理论进行深入分析，发现 K 值能够表征滤波值跟真值之间的差异性大小。为降低初始的 R ， Q 值对滤波的影响，以 3σ 准则获取系统近似状态值，利用遗传算法对 Kalman 滤波器进行优化，优化后 Kalman 滤波器对 Q 和 R 值敏感度明显降低。

参考文献：

- [1] Rafael Toledo Moreo. IMM-based lane-change prediction in highways with low-cost GPS/INS [J]. IEEE Transactions on Intelligent Transportation System, 2009, 10 (1): 180-185.
- [2] Nadra Ben Romdhane, Mohamed Hammami, Hanene Ben Abdallah. A lane detection and tracking method for driver assistance system [J]. Metrol Meas Syst, 2010, 17 (3): 311-322.
- [3] SUN Shuli, LV Nan, BAI Jinhua, et al. Multi-sensor information fusion optimal Kalman filter for time-delay systems [J]. Control Theory & Application, 2008, 25 (3): 23-25 (in Chinese). [孙书利, 吕楠, 白锦华, 等. 多传感器时滞系统信息融合最优 Kalman 滤波器 [J]. 控制理论与应用, 2008, 25 (3): 23-25.]

- [4] ZONG Changfu, HU Dan, YANG Xiao, et al. Vehicle driving state estimation based on extended Kalman filter [J]. Journal of Jilin University (Engineering and Technology Edition), 2009, 2009, 39 (1): 7-11 (in Chinese). [总长富, 胡丹, 杨肖, 等. 基于扩展 Kalman 滤波的汽车行驶状态估计 [J]. 吉林大学学报 (工学版), 2009, 39 (1): 7-11.]
- [5] FU Mengyin, DENG Zhihong, YAN Liping. Kalman filtering theory and its application in the navigation system [M]. Beijing: Science Press, 2010: 13-31 (in Chinese). [付梦印, 邓志红, 阎莉萍. Kalman 滤波理论及其在导航系统中的应用 [M]. 北京: 科学出版社, 2010: 13-31.]
- [6] YAN Tao, WANG Yuegang, YANG Bo, et al. Application of fuzzy adaptive Kalman filter algorithm to dead reckoning system [J]. Computer Measurement & Control, 2012, 20 (3): 774-776 (in Chinese). [严涛, 王跃钢, 杨波, 等. 模糊自适应卡尔曼滤波算法在航位推算系统中的应用 [J]. 计算机测量与控制, 2012, 20 (3): 774-776.]
- [7] GUAN Yongping, HU Xueping, YU Zhaoli, et al. Design and simulation of the Kalman filter based on Matlab 6. x [J]. Modern Electronics Technique, 2004, 27 (18): 69-71 (in Chinese). [关永平, 胡学平, 于召里, 等. 基于 Matlab 6. x 的 Kalman 滤波器的设计与仿真 [J]. 现代电子技术, 2004, 27 (18): 69-71.]
- [8] WANG Pingjun, HOU Bo, LI Yanbo, et al. Optimal fuzzy control based on genetic algorithm in actuator servo system [J]. Computer Measurement & Control, 2011, 19 (10): 2421-2423 (in Chinese). [王平军, 侯波, 李彦波, 等. 基于遗传算法优化的舵机伺服系统模糊控制 [J]. 计算机测量与控制, 2011, 19 (10): 2421-2423.]
- [9] JI Genlin. Review of research on genetic algorithm [J]. Computer Applications and Software, 2004, 21 (2): 69-73 (in Chinese). [吉根林. 遗传算法研究综述 [J]. 计算机应用与软件, 2004, 21 (2): 69-73.]
- [10] HAN Ruifeng, LI Juan. Research of self-adaptation mixed genetic algorithm based on BP operator [J]. Computer Engineering and Design, 2007, 28 (3): 651-652 (in Chinese). [韩瑞峰, 李娟. 基于 BP 算子的自适应混合遗传法研究 [J]. 计算机工程与设计, 2007, 28 (3): 651-652.]