

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №1
по дисциплине «Электротехника, электроника, схемотехника»
Часть 1 «Электротехника»

Задание №1

Выбор варианта: номер студенческого 73180026

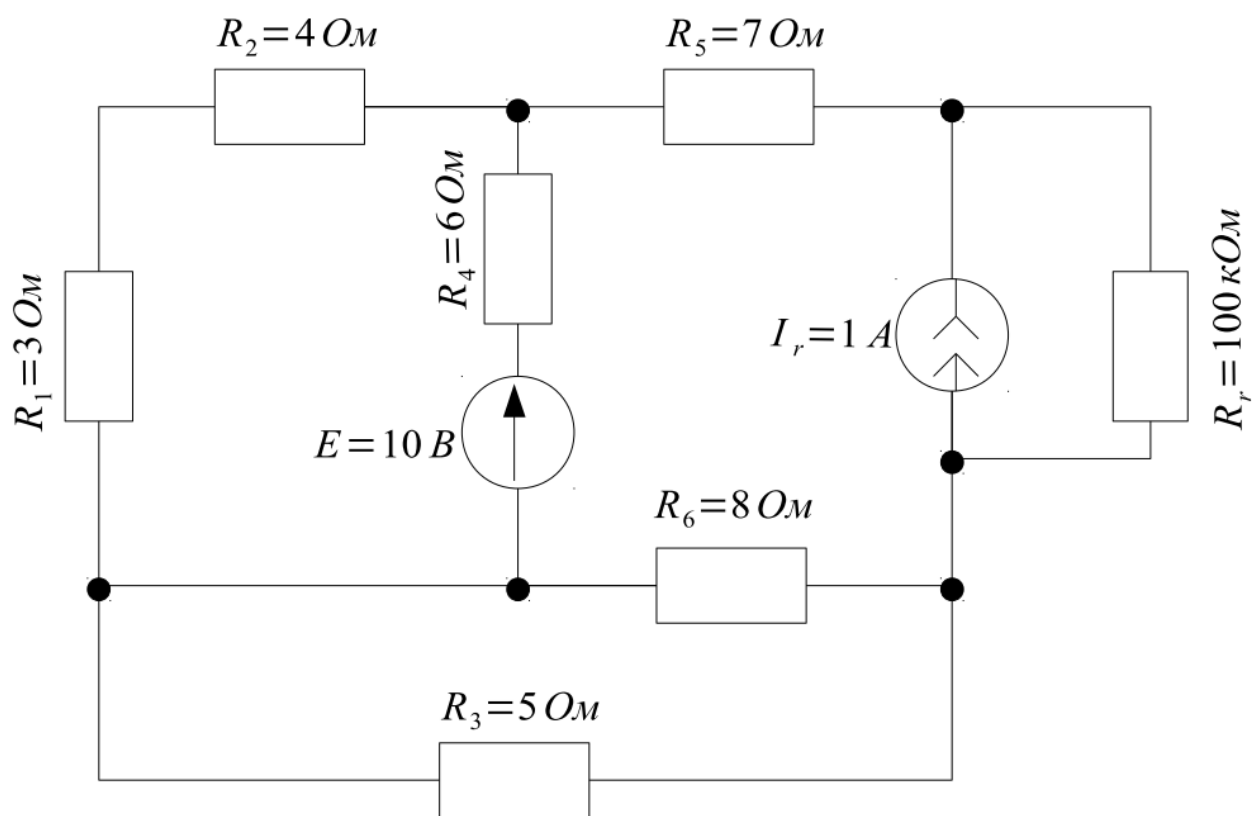
По таблице 3.1 варианту 26 соответствует схема №7

По таблице 3.2 варианту 26 соответствуют параметры:

$$E = 10 \text{ В} \quad I_r = 1 \text{ А} \quad R_1 = 3 \text{ Ом} \quad R_2 = 4 \text{ Ом} \quad R_3 = 5 \text{ Ом} \quad R_4 = 6 \text{ Ом} \quad R_5 = 7 \text{ Ом} \quad R_6 = 8 \text{ Ом} \quad R_r = 100 \text{ кОм}$$

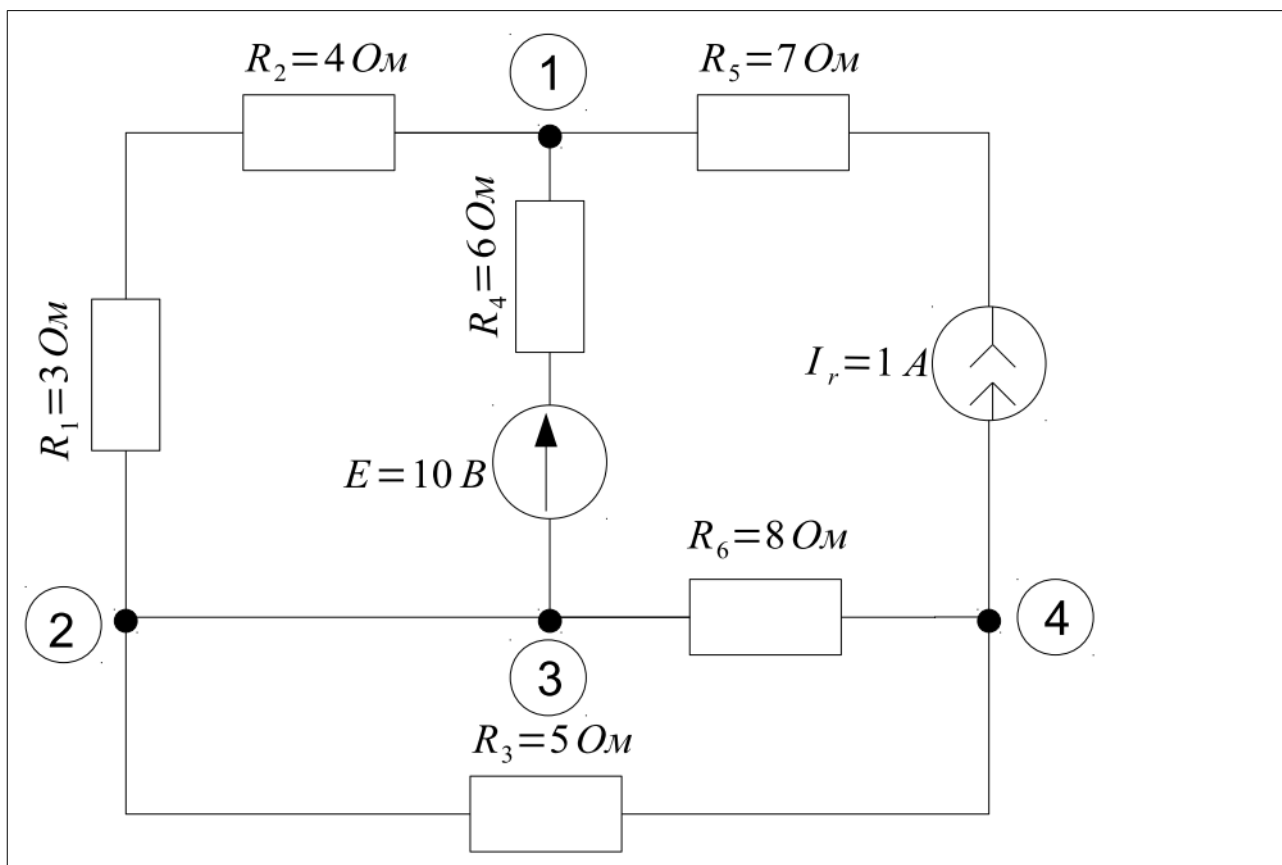
$$R_6 = 8 \text{ Ом} \quad R_r = 100 \text{ кОм}$$

1. Перерисуйте схему своего варианта:



Проведём анализ исходных данных:

Внутреннее сопротивление источника тока I_r — $R_r = 100 \text{ кОм}$ что много больше остальных сопротивлений схемы, поэтому оно практически не будет влиять на распределение токов в цепи и им можно пренебречь. Тогда схема может быть заменена эквивалентной, более удобной для расчётов. Обозначим на схеме номера узлов.



2. Составить систему уравнений электрического равновесия цепи.

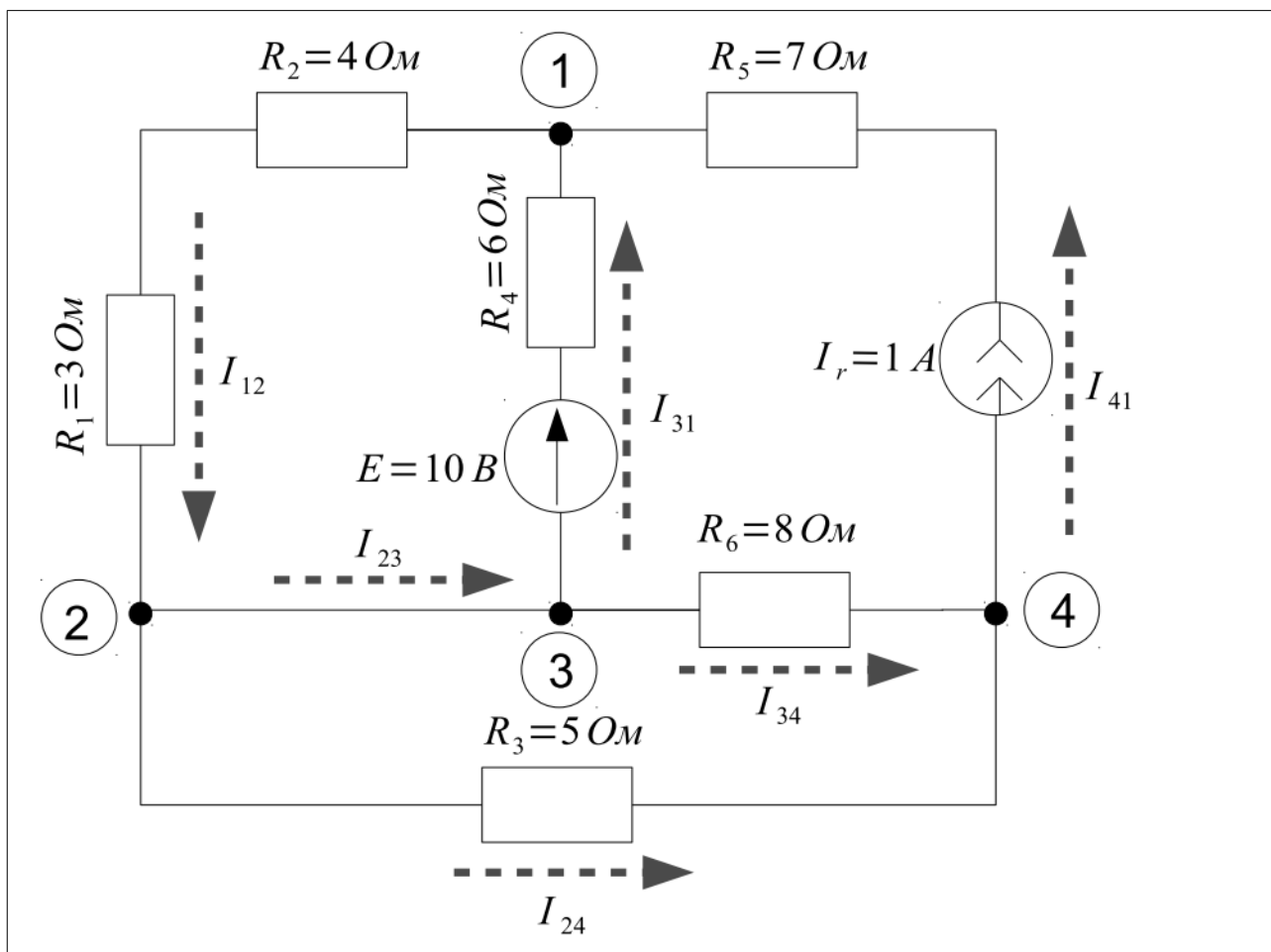
Электрическая цепь имеет 4 узла, 1, 2, 3, 4. 6 ветвей (1-4, 4-3, 2-1, 4-3, 2-3, 3-1), 3 контура: 1-1-2-3, 1-3-4, 2-4-3.

Данная цепь относится к сложным, так как содержит несколько источников энергии в разных ветвях.. В сложной цепи направление токов в ветвях до расчёта токов указать нельзя, поэтому сначала направления токов выбираются произвольно. Обозначим произвольно выбранные направления пунктирными стрелками.

Число токов в электрической цепи равно числу её ветвей. Ветвь это участок цепи с последовательным соединением одного или большего количества элементов (через все элементы ветви течёт один и тот же ток). Токи обозначим $I_{12}, I_{24}, I_{23}, I_{34}, I_{31}, I_{41}$.

Число ветвей с источниками тока: 1. Это ветвь 41.

Число узлов: $n_y = 4$, Число ветвей: $n_e = 6$; число ветвей с источниками тока: 1.
 $n_m = 1$;



Число независимых уравнений по первому закону Кирхгофа, на 1 меньше числа узлов. Для данной схемы это 3 уравнения, так как узлов 4.

Первый закон Кирхгофа формулируется так: Алгебраическая сумма токов в узле электрической цепи равна нулю.

Выпишем уравнения для первого закона Кирхгофа.

$$(1) \quad I_{31} - I_{12} + I_{41} = 0$$

$$(2) \quad I_{12} - I_{23} - I_{24} = 0$$

$$(3) \quad I_{23} - I_{31} - I_{34} = 0$$

$$(4) \quad I_{34} + I_{24} - I_{41} = 0$$

Использовать можно лишь 3 из данных уравнений, так как четвёртое линейно зависимо от остальных трёх.

Всего уравнений должно быть столько, сколько существует неизвестных токов, для нашего всего неизвестно 5 токов, так как ток $I_{41} = I_r = 1 \text{ A}$ поэтому остальные 2 уравнения получим с помощью второго закона Кирхгофа для независимых контуров.

Учтём что в контур нельзя включать ветвь с источником тока, если неизвестно напряжение на его зажимах.

Рассматриваем контуры 123 и 243 (порядок рассмотрения — против часовой стрелки).

Составляем систему уравнений:

$$(1) \quad I_{31} - I_{12} + I_{41} = 0$$

$$(2) \quad I_{12} - I_{23} - I_{24} = 0$$

$$(3) \quad I_{34} + I_{24} - I_{41} = 0$$

$$[1] \quad (R_1 + R_2) \cdot I_{12} + R_4 \cdot I_{31} = E$$

$$[2] \quad R_3 \cdot I_{24} - R_6 \cdot I_{34} = 0$$

В этой системе, неизвестны величины: $I_{31}, I_{12}, I_{23}, I_{24}, I_{34}$, ток $I_{41} = I_r = 1 \text{ A}$, $E = 10 \text{ B}$.

Зададим соответствующую систему уравнений в математическом программном комплексе Maple, затем решим её относительно неизвестных величин:

$$\begin{aligned} \text{sys} &:= \{-I_{12} + I_{31} = -1, I_{12} - I_{23} - I_{24} = 0, I_{24} + I_{34} = 1, 7 \cdot I_{12} \\ &\quad + 6 \cdot I_{31} = 10, 5 \cdot I_{24} - 8 \cdot I_{34} = 0\} \\ \{ -I_{12} + I_{31} &= -1, 7 I_{12} + 6 I_{31} = 10, I_{24} + I_{34} = 1, 5 I_{24} \\ &\quad - 8 I_{34} = 0, I_{12} - I_{23} - I_{24} = 0 \} \quad (1) \\ \text{solve}(\text{sys}, \{I_{12}, I_{23}, I_{24}, I_{31}, I_{34}\}); \\ \left\{ I_{12} = \frac{16}{13}, I_{23} = \frac{8}{13}, I_{24} = \frac{8}{13}, I_{31} = \frac{3}{13}, I_{34} = \frac{5}{13} \right\} \quad (2) \end{aligned}$$

Проверка подстановкой (например в первое уравнение системы), $\frac{3}{13} - \frac{16}{13} + 1 = 0$ показывает что решение системы найдено верно.

Далее рассчитаем падения напряжений на всех резисторах по закону Ома:

$$\begin{aligned} U_{R1} &= R_1 \cdot I_{12} = 3 \cdot \frac{16}{13} = \frac{48}{13} \text{ B} \\ U_{R2} &= R_2 \cdot I_{12} = 4 \cdot \frac{16}{13} = \frac{64}{13} \text{ B} \\ U_{R3} &= R_3 \cdot I_{24} = 5 \cdot \frac{8}{13} = \frac{40}{13} \text{ B} \\ U_{R4} &= R_4 \cdot I_{31} = 6 \cdot \frac{3}{13} = \frac{18}{13} \text{ B} \\ U_{R5} &= R_5 \cdot I_{41} = 7 \cdot 1 = 7 \text{ B} \\ U_{R6} &= R_6 \cdot I_{34} = 8 \cdot \frac{5}{13} = \frac{40}{13} \text{ B} \end{aligned}$$

3. Проведём проверку баланса мощностей.

При составлении баланса учитываем что мощности, потребляемые сопротивлениями всегда положительны, а отдаваемые источниками энергии, определяются алгебраическими суммами. Если направление напряжения на зажимах источника и направление тока противоположны, то мощность источника положительна, если направление напряжения и тока совпадают, то отрицательна.

Исходя из сказанного, баланс мощностей для схемы определяется выражением:

$$R_1 \cdot I_{12}^2 + R_2 \cdot I_{12}^2 + R_3 \cdot I_{24}^2 + R_4 \cdot I_{31}^2 + R_5 \cdot I_{41}^2 + R_6 \cdot I_{34}^2 = U_r \cdot I_r + E \cdot I_{31}$$

Здесь U_r — напряжение на зажимах источника тока. Его можно найти если выделить контур с элементами: I_r, R_5, R_4, E, R_6 , и составить для него уравнение (рассматривая контур против часовой стрелки):

$$U_r - R_5 \cdot I_r + R_4 \cdot I_{31} - R_6 \cdot I_{34} - 10 = 0$$

Откуда $U_r = 7 - \frac{18}{13} + \frac{40}{13} + 10 = 243/13$

Посчитаем левую часть выражения баланса мощности, используя найденные значения напряжений и токов $I_{12}, I_{24}, I_{31}, I_{41}, I_{34}$:

$$48/13 \cdot 16/13 + 64/13 \cdot 16/13 + 40/13 \cdot 8/13 + 18/13 \cdot 3/13 + 7 + 40/13 \cdot 5/13 = 21 \text{ Вт}$$

Тогда правая часть выражения баланса мощности, с учётом найденного U_r будет

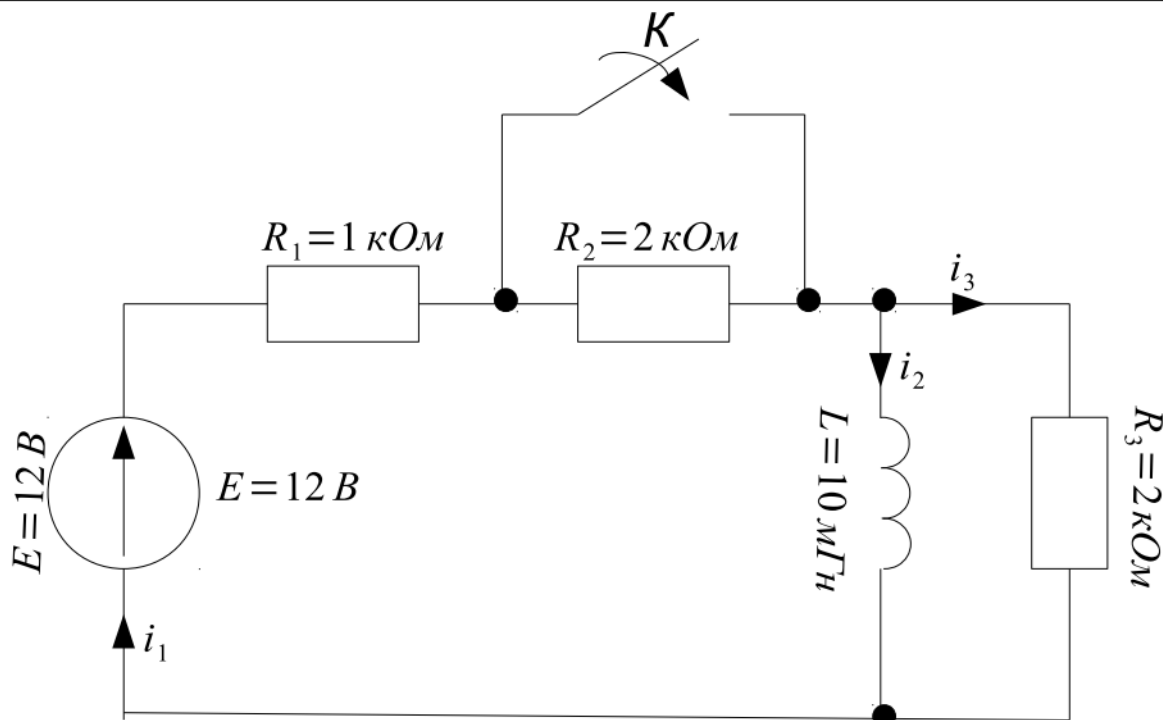
$$\frac{243}{13} + \frac{30}{13} = \frac{273}{13} = 21 \text{ Вт}, \text{ что отличается от левой части на } 0\%.$$

Ответ: Все пункты задания выполнены.

Задание №2

1. Перерисуйте схему цепи.

Номер студенческого билета 73180026, соответствующий номеру вариант — 26. Этому варианту по таблице соответствует схема номер 7. Перерисуем её:



2. Выпишите числовые данные (уже указаны на схеме).

$$E = 12 \text{ В}, \quad R_1 = 1 \text{ кОм}, \quad R_2 = 2 \text{ кОм}, \quad R_3 = 2 \text{ кОм}, \quad L = 10 \text{ мГн}.$$

3. Рассчитайте все токи и напряжение на L в три момента времени:**а)** $t=0_-$ **б)** $t=0_+$ **в)** $t=\infty$

а) Момент $t=0_-$ соответствует стационарному состоянию цепи до коммутации. В этом состоянии резистор R_2 не закорочен ключом **К** и влияет на работу цепи. Схема в данный момент представляет собой цепь, в которой $U_L(0_-)=0$, а R_3 закорочен L поэтому она может быть рассчитана по следующим формулам:

$$i_1(0_-)=\frac{E}{R_1+R_2}=\frac{12\text{ В}}{3\text{ кОм}}=4\text{ мА}$$

$$i_2(0_-)=i_1(0_-)=4\text{ мА}$$

$$i_3(0_-)=0\text{ А}$$

б) Момент $t=0_+$ соответствует состоянию схемы сразу после коммутации, при замыкании ключа **К**. Согласно **первому закону коммутации**: ток в индуктивном элементе не может измениться скачком.

То есть $i_2(0_+)=i_2(0_-)=4\text{ мА}$

Остальные величины находим составляя систему уравнения по законам Кирхгофа.

$$(1) \quad i_2(0_+)+i_3(0_+)-i_1(0_+)=0\text{ А}$$

Рассматривая контуры по часовой стрелке по второму закону Кирхгофа получим уравнения:

$$(2) \quad R_1 \cdot i_1(0_+)+U_L(0_+)=E$$

$$(3) \quad R_3 \cdot i_3(0_+)-U_L(0_+)=0$$

Решая систему относительно трёх неизвестных величин, получаем:

$$i_3(0_+)=\frac{8}{3}\text{ мА} \quad , \quad i_1(0_+)=\frac{20}{3}\text{ мА} \quad , \quad U_L(0_+)=\frac{16}{3}\text{ В}$$

в) Момент $t=\infty$ соответствует стационарному состоянию схемы с замкнутым ключом **К** (соответственно с закороченным резистором R_2)

$$U_L(\infty)=0 \quad ; \quad i_1(\infty)=\frac{E}{R_1}=\frac{12\text{ В}}{1\text{ кОм}}=12\text{ мА} \quad ; \quad i_3(\infty)=0 \quad ; \quad i_2(\infty)=i_1(\infty)=12\text{ мА}$$

Ответ:

а) $i_1(0_-)=4\text{ мА}$, $i_2(0_-)=4\text{ мА}$, $i_3(0_-)=0\text{ А}$, $U_L(0_-)=0$;

б) $i_1(0_+)=\frac{20}{3}\text{ мА}$, $i_2(0_+)=4\text{ мА}$, $i_3(0_+)=\frac{8}{3}\text{ мА}$, $U_L(0_+)=\frac{16}{3}\text{ В}$;

в) $i_1(\infty)=12\text{ мА}$, $i_2(\infty)=12\text{ мА}$, $i_3(\infty)=0$, $U_L(\infty)=0$.