

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №1
по дисциплине «Электротехника, электроника, схемотехника»
Часть 1 «Электротехника»

Задание №1

Выбор варианта: номер студенческого 73180026

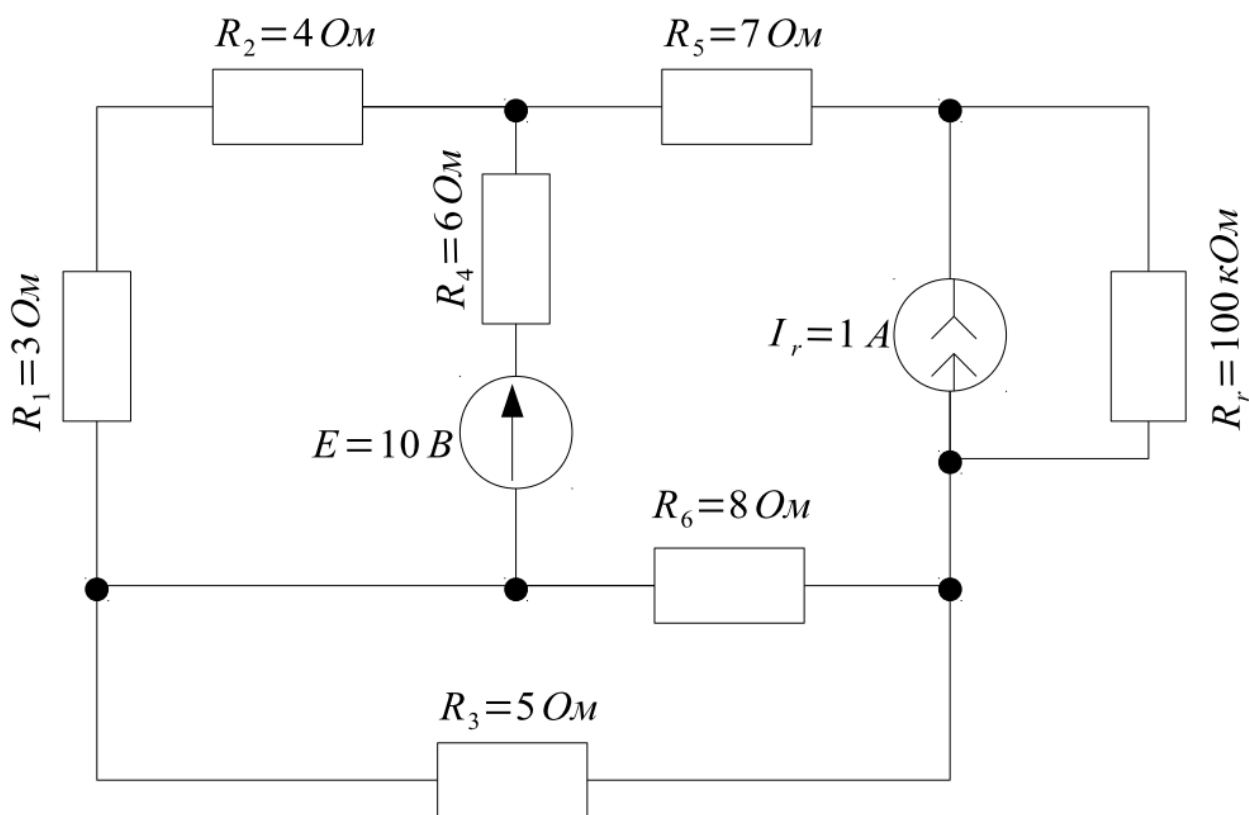
По таблице 3.1 варианту 26 соответствует схема №7

По таблице 3.2 варианту 26 соответствуют параметры:

$$E = 10 \text{ В} \quad I_r = 1 \text{ А} \quad R_1 = 3 \text{ Ом} \quad R_2 = 4 \text{ Ом} \quad R_3 = 5 \text{ Ом} \quad R_4 = 6 \text{ Ом} \quad R_5 = 7 \text{ Ом}$$

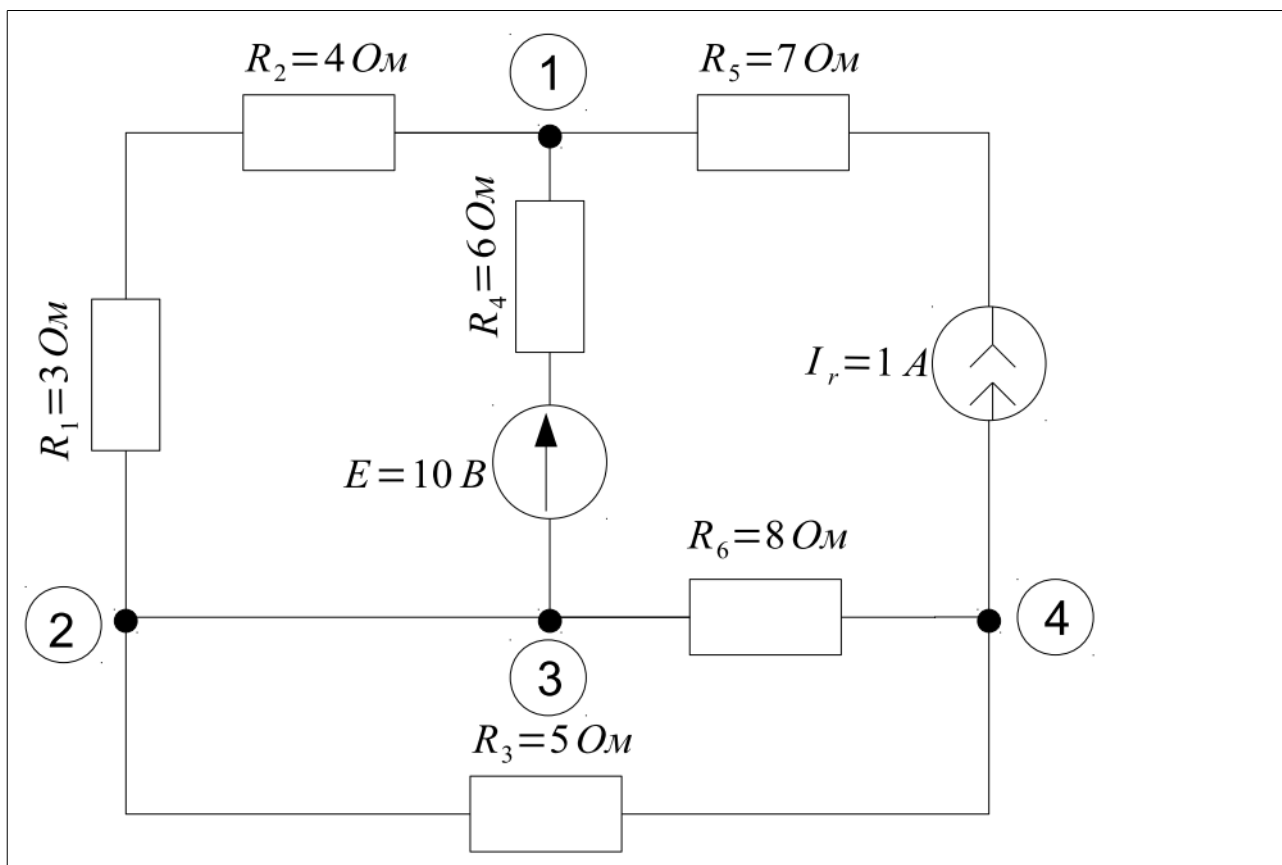
$$R_6 = 8 \text{ Ом} \quad R_r = 100 \text{ кОм}$$

1. Перерисуйте схему своего варианта:



Проведём анализ исходных данных:

Внутреннее сопротивление источника тока I_r — $R_r = 100 \text{ кОм}$ что много больше остальных сопротивлений схемы, поэтому оно практически не будет влиять на распределение токов в цепи и им можно пренебречь. Тогда схема может быть заменена эквивалентной, более удобной для расчётов. Обозначим на схеме номера узлов.



2. Составить систему уравнений электрического равновесия цепи.

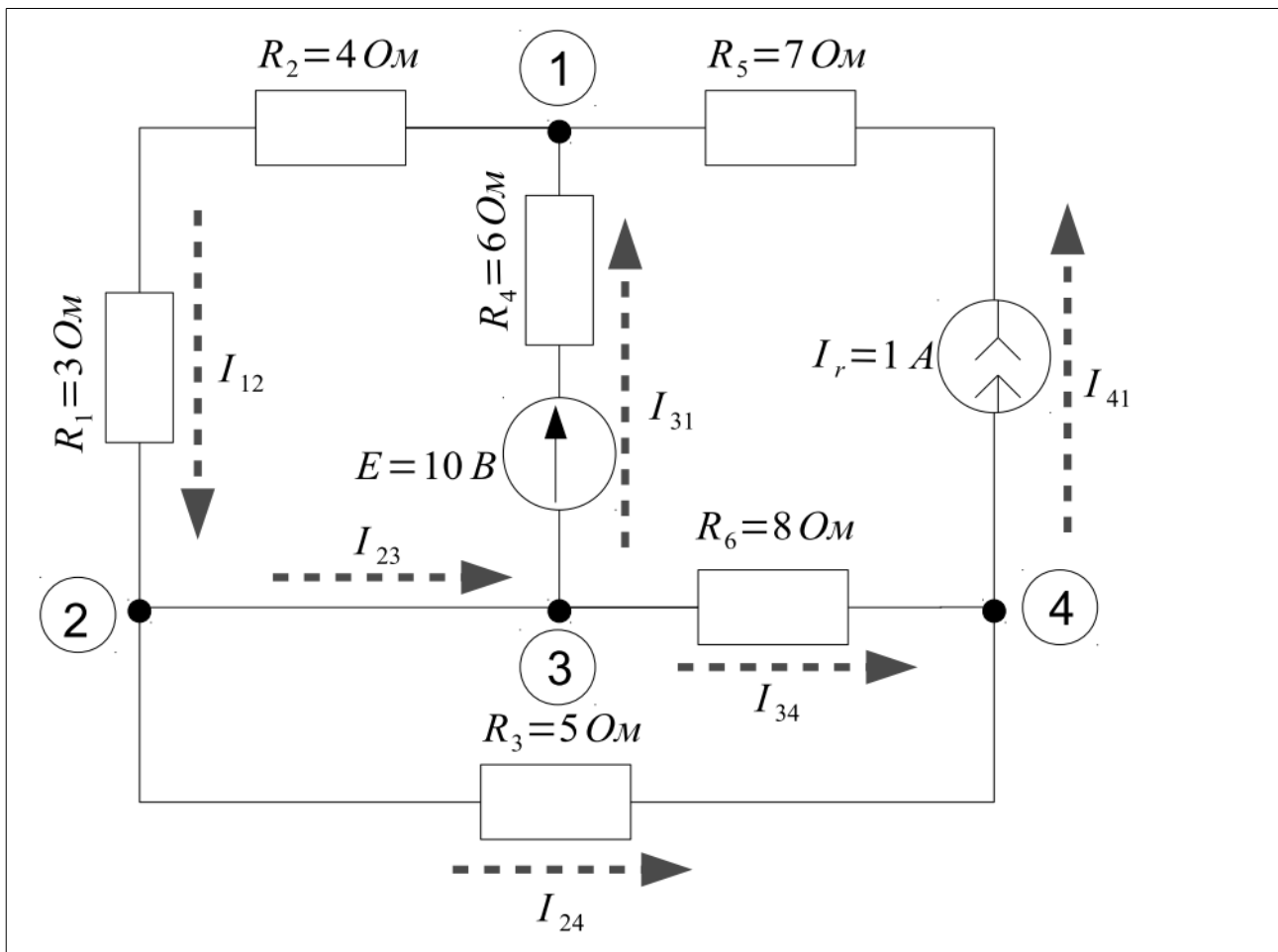
Электрическая цепь имеет 4 узла, 1, 2, 3, 4. 6 ветвей (1-4, 4-3, 2-1, 4-3, 2-3, 3-1), 3 контура: 1-1-2-3, 1-3-4, 2-4-3.

Данная цепь относится к сложным, так как содержит несколько источников энергии в разных ветвях.. В сложной цепи направление токов в ветвях до расчёта токов указать нельзя, поэтому сначала направления токов выбираются произвольно. Обозначим произвольно выбранные направления пунктирными стрелками.

Число токов в электрической цепи равно числу её ветвей. Ветвь это участок цепи с последовательным соединением одного или большего количества элементов (через все элементы ветви течёт один и тот же ток). Токи обозначим $I_{12}, I_{24}, I_{23}, I_{34}, I_{31}, I_{41}$.

Число ветвей с источниками тока: 1. Это ветвь 41.

Число узлов: $n_y=4$, Число ветвей: $n_e=6$; число ветвей с источниками тока: 1.
 $n_m=1$;



Число независимых уравнений по первому закону Кирхгофа, на 1 меньше числа узлов. Для данной схемы это 3 уравнения, так как узлов 4.

Первый закон Кирхгофа формулируется так: Алгебраическая сумма токов в узле электрической цепи равна нулю.

Выпишем уравнения для первого закона Кирхгофа.

$$(1) \quad I_{31} - I_{12} + I_{41} = 0$$

$$(2) \quad I_{12} - I_{23} - I_{24} = 0$$

$$(3) \quad I_{23} - I_{31} - I_{34} = 0$$

$$(4) \quad I_{34} + I_{24} - I_{41} = 0$$

Использовать можно лишь 3 из данных уравнений, так как четвёртое линейно зависимо от остальных трёх.

Всего уравнений должно быть столько, сколько существует неизвестных токов, для нашего всего неизвестно 5 токов, так как ток $I_{41} = I_r = 1 \text{ A}$ поэтому остальные 2 уравнения получим с помощью второго закона Кирхгофа для независимых контуров.

Учтём что в контур нельзя включать ветвь с источником тока, если неизвестно напряжение на его зажимах.

Рассматриваем контуры 123 и 243 (порядок рассмотрения — против часовой стрелки).

Составляем систему уравнений:

$$(1) \quad I_{31} - I_{12} + I_{41} = 0$$

$$(2) \quad I_{12} - I_{23} - I_{24} = 0$$

$$(3) \quad I_{34} + I_{24} - I_{41} = 0$$

$$[1] \quad (R_1 + R_2) \cdot I_{12} + R_4 \cdot I_{31} = E$$

$$[2] \quad R_3 \cdot I_{24} - R_6 \cdot I_{34} = 0$$

В этой системе, неизвестны величины: $I_{31}, I_{12}, I_{23}, I_{24}, I_{34}$, ток $I_{41} = I_r = 1 \text{ A}$, $E = 10 \text{ B}$.

Зададим соответствующую систему уравнений в математическом программном комплексе Maple, затем решим её относительно неизвестных величин:

$$\begin{aligned} \text{sys} &:= \{-I_{12} + I_{31} = -1, I_{12} - I_{23} - I_{24} = 0, I_{24} + I_{34} = 1, 7 \cdot I_{12} \\ &\quad + 6 \cdot I_{31} = 10, 5 \cdot I_{24} - 8 \cdot I_{34} = 0\} \\ \{ &-I_{12} + I_{31} = -1, 7 I_{12} + 6 I_{31} = 10, I_{24} + I_{34} = 1, 5 I_{24} \\ &\quad - 8 I_{34} = 0, I_{12} - I_{23} - I_{24} = 0\} \quad (1) \\ \text{solve}(\text{sys}, \{I_{12}, I_{23}, I_{24}, I_{31}, I_{34}\}); \\ \{ &I_{12} = \frac{16}{13}, I_{23} = \frac{8}{13}, I_{24} = \frac{8}{13}, I_{31} = \frac{3}{13}, I_{34} = \frac{5}{13} \} \quad (2) \end{aligned}$$

Проверка подстановкой (например в первое уравнение системы), $\frac{3}{13} - \frac{16}{13} + 1 = 0$ показывает что решение системы найдено верно.

Далее рассчитаем падения напряжений на всех резисторах по закону Ома:

$$\begin{aligned} U_{R1} &= R_1 \cdot I_{12} = 3 \cdot \frac{16}{13} = \frac{48}{13} \text{ B} \\ U_{R2} &= R_2 \cdot I_{12} = 4 \cdot \frac{16}{13} = \frac{64}{13} \text{ B} \\ U_{R3} &= R_3 \cdot I_{24} = 5 \cdot \frac{8}{13} = \frac{40}{13} \text{ B} \\ U_{R4} &= R_4 \cdot I_{31} = 6 \cdot \frac{3}{13} = \frac{18}{13} \text{ B} \\ U_{R5} &= R_5 \cdot I_{41} = 7 \cdot 1 = 7 \text{ B} \\ U_{R6} &= R_6 \cdot I_{34} = 8 \cdot \frac{5}{13} = \frac{40}{13} \text{ B} \end{aligned}$$

3. Проведём проверку баланса мощностей.

При составлении баланса учитываем что мощности, потребляемые сопротивлениями всегда положительны, а отдаваемые источниками энергии, определяются алгебраическими суммами. Если направление напряжения на зажимах источника и направление тока противоположны, то мощность источника положительна, если направление напряжения и тока совпадают, то отрицательна.

Исходя из сказанного, баланс мощностей для схемы определяется выражением:

$$R_1 \cdot I_{12}^2 + R_2 \cdot I_{12}^2 + R_3 \cdot I_{24}^2 + R_4 \cdot I_{31}^2 + R_5 \cdot I_{41}^2 + R_6 \cdot I_{34}^2 = U_r \cdot I_r + E \cdot I_{31}$$

Здесь U_r — напряжение на зажимах источника тока. Его можно найти если выделить контур с элементами: I_r, R_5, R_4, E, R_6 , и составить для него уравнение (рассматривая контур против часовой стрелки):

$$U_r - R_5 \cdot I_r + R_4 \cdot I_{31} - R_6 \cdot I_{34} - 10 = 0$$

Откуда
$$U_r = 7 - \frac{18}{13} + \frac{40}{13} + 10 = 243/13$$

Посчитаем левую часть выражения баланса мощности, используя найденные значения напряжений и токов $I_{12}, I_{24}, I_{31}, I_{41}, I_{34}$:

$$48/13 \cdot 16/13 + 64/13 \cdot 16/13 + 40/13 \cdot 8/13 + 18/13 \cdot 3/13 + 7 + 40/13 \cdot 5/13 = 21 \text{ Вт}$$

Тогда правая часть выражения баланса мощности, с учётом найденного U_r будет

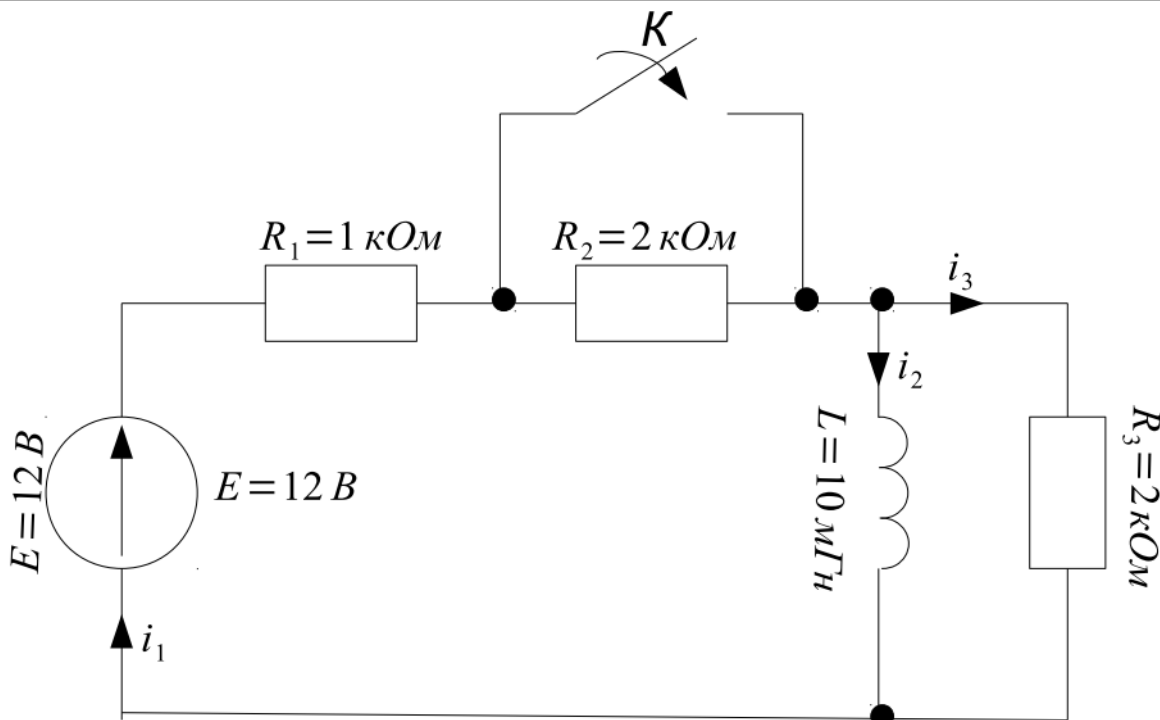
$$\frac{243}{13} + \frac{30}{13} = \frac{273}{13} = 21 \text{ Вт}, \text{ что отличается от левой части на } 0\%.$$

Ответ: Все пункты задания выполнены.

Задание №2

1. Перерисуйте схему цепи.

Номер студенческого билета 73180026, соответствующий номеру вариант — 26. Этому варианту по таблице соответствует схема номер 7. Перерисуем её:



2. Выпишите числовые данные (уже указаны на схеме).

$$E = 12 \text{ В}, \quad R_1 = 1 \text{ кОм}, \quad R_2 = 2 \text{ кОм}, \quad R_3 = 2 \text{ кОм}, \quad L = 10 \text{ мГн}.$$

3. Рассчитайте все токи и напряжение на L в три момента времени:**а) $t=0_-$** **б) $t=0_+$** **в) $t=\infty$**

а) Момент $t=0_-$ соответствует стационарному состоянию цепи до коммутации. В этом состоянии резистор R_2 не закорочен ключом **К** и влияет на работу цепи. Схема в данный момент представляет собой цепь, в которой $U_L(0_-)=0$, а R_3 закорочен L поэтому она может быть рассчитана по следующим формулам:

$$i_1(0_-)=\frac{E}{R_1+R_2}=\frac{12\text{ В}}{3\text{ кОм}}=4\text{ мА}$$

$$i_2(0_-)=i_1(0_-)=4\text{ мА}$$

$$i_3(0_-)=0\text{ А}$$

б) Момент $t=0_+$ соответствует состоянию схемы сразу после коммутации, при замыкании ключа **К**. Согласно **первому закону коммутации**: ток в индуктивном элементе не может измениться скачком.

То есть $i_2(0_+)=i_2(0_-)=4\text{ мА}$

Остальные величины находим составляя систему уравнения по законам Кирхгофа.

$$(1) \quad i_2(0_+)+i_3(0_+)-i_1(0_+)=0\text{ А}$$

Рассматривая контуры по часовой стрелке по второму закону Кирхгофа получим уравнения:

$$(2) \quad R_1 \cdot i_1(0_+)+U_L(0_+)=E$$

$$(3) \quad R_3 \cdot i_3(0_+)-U_L(0_+)=0$$

Решая систему относительно трёх неизвестных величин, получаем:

$$i_3(0_+)=\frac{8}{3}\text{ мА} \quad , \quad i_1(0_+)=\frac{20}{3}\text{ мА} \quad , \quad U_L(0_+)=\frac{16}{3}\text{ В}$$

в) Момент $t=\infty$ соответствует стационарному состоянию схемы с замкнутым ключом **К** (соответственно с закороченным резистором R_2)

$$U_L(\infty)=0 \quad ; \quad i_1(\infty)=\frac{E}{R_1}=\frac{12\text{ В}}{1\text{ кОм}}=12\text{ мА} \quad ; \quad i_3(\infty)=0 \quad ; \quad i_2(\infty)=i_1(\infty)=12\text{ мА}$$

Ответ:

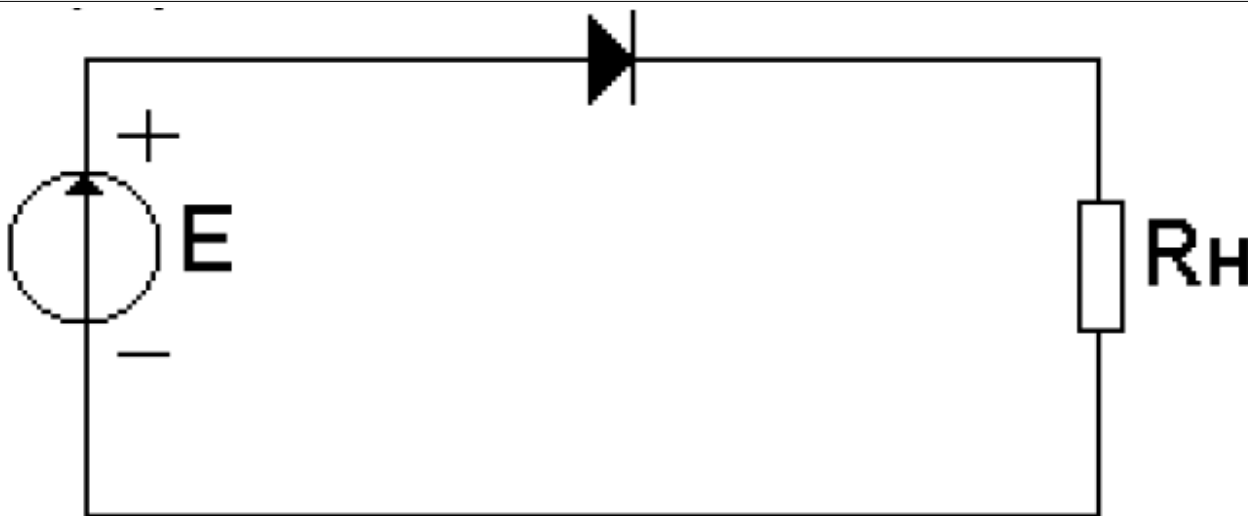
а) $i_1(0_-)=4\text{ мА}$, $i_2(0_-)=4\text{ мА}$, $i_3(0_-)=0\text{ А}$, $U_L(0_-)=0$;

б) $i_1(0_+)=\frac{20}{3}\text{ мА}$, $i_2(0_+)=4\text{ мА}$, $i_3(0_+)=\frac{8}{3}\text{ мА}$, $U_L(0_+)=\frac{16}{3}\text{ В}$;

в) $i_1(\infty)=12\text{ мА}$, $i_2(\infty)=12\text{ мА}$, $i_3(\infty)=0$, $U_L(\infty)=0$.

Определить:

1. Сопротивление диода постоянному току при заданном прямом напряжении и температуре t_1 градусов.
2. Сопротивление диода постоянному току при заданном обратном напряжении и температуре t_2 градусов.
3. Дифференциальное сопротивление диода при заданном прямом напряжении и температуре t_1 градусов.
4. Дифференциальное сопротивление диода при заданном обратном напряжении и температуре t_2 градусов.
5. Рассчитать ток и напряжение в нагрузке, и падение напряжения на диоде в схеме, приведённой ниже, при заданном напряжении источника E и сопротивлении нагрузки R_n . Построить нагрузочную прямую. Температура равна t_1 градусов.

**Выбор варианта:**

Номер студенческого билета 73180026. Номер варианта соответствует последней цифре кода студента. Берём параметры для варианта №6.

Диод: 2Д102а

Прямое напряжение: $U_{np} = 0,8 \text{ В}$

Обратное напряжение: $U_{обр} = 200 \text{ В}$

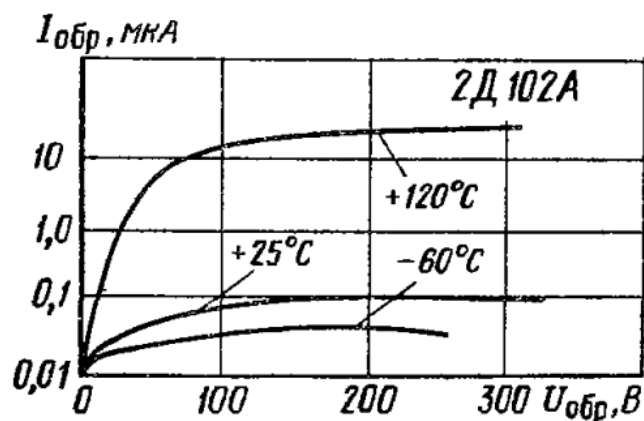
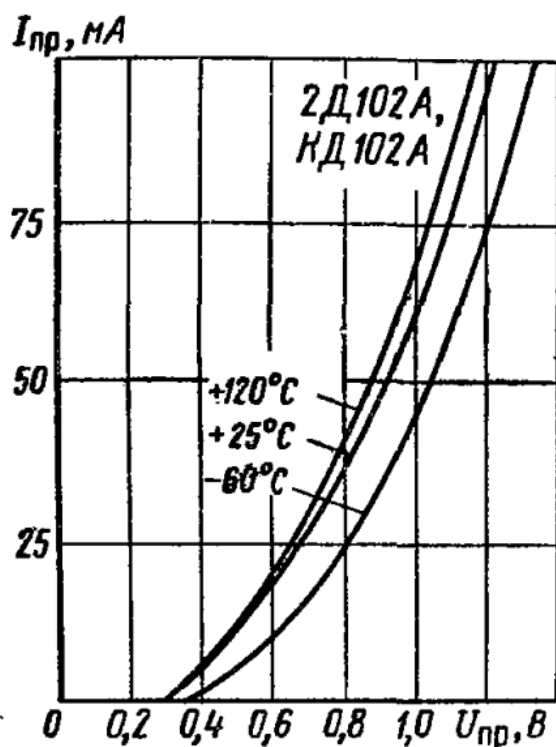
Напряжение источника: $E = 2 \text{ В}$

$R_n = 40 \text{ Ом}$

Температура $t_1 = 25$ градусов

Температура $t_2 = 120$ градусов

Рассмотрим зависимости прямого и обратного тока от напряжения для данного диода:



Зависимости обратного тока от напряжения

← Зависимости прямого тока от напряжения

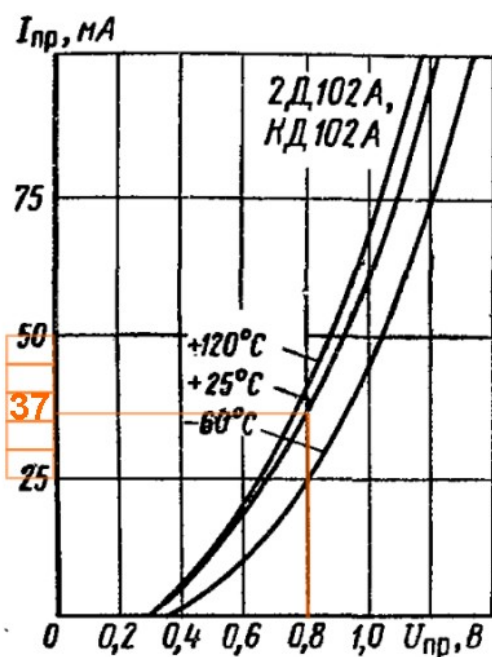
(1) Решаем первый пункт задачи: Определить сопротивление диода постоянному току при заданном прямом напряжении и температуре $t_1 = 25$ градусов.

R_0 — искомое сопротивление диода

$$U = U_{np} = 0,8 \text{ В}$$

$$t = t_1 = 25 \text{ градусов}$$

Смотрим вольт-амперную характеристику зависимости прямого тока от напряжения:



Для данного диода напряжению

$$U_{np} = 0,8 \text{ В} \text{ соответствует ток}$$

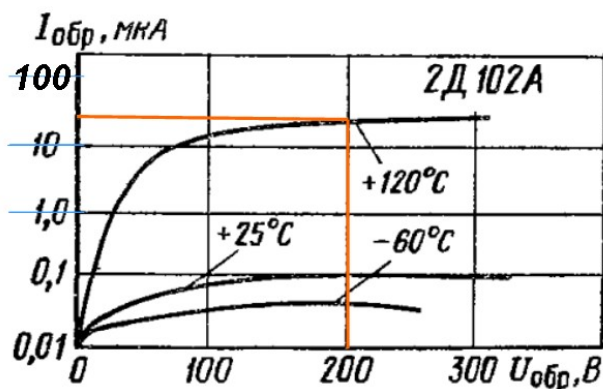
$$I_{np} = 37 \text{ мА} \text{ при температуре } t_1 = 25$$

градусов. Что показано оранжевыми линиями, пересекающими график.

Рассчитаем сопротивление $R_{0np} = \frac{U_{np}}{I_{np}} = \frac{0,8 \text{ В}}{37 \text{ мА}} = \frac{800}{37} \text{ Ом}$ приблизительно **21,6 Ом**

(2) Решаем второй пункт задачи: Сопротивление диода постоянному току при заданном обратном напряжении $U_{обр} = 200 \text{ В}$ и температуре $t_2 = 120$ градусов.

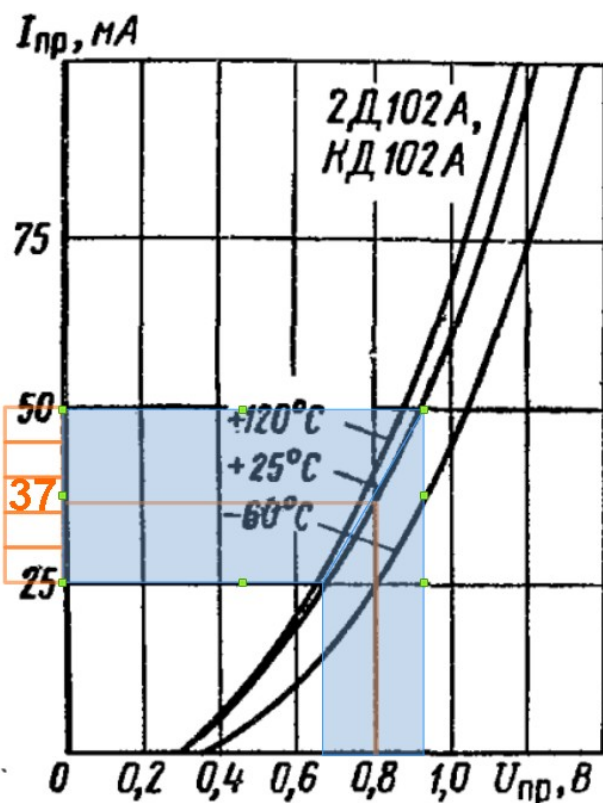
Смотрим ВАХ для зависимости тока от обратного напряжения для данного диода:



Учитывая что вертикальная шкала нелинейна, а соответствует поведению функции 10^x , где x условный номер горизонтального деления. То напряжению $U_{обр} = 200 \text{ В}$ и температуре $t_2 = 120$ градусов соответствует ток $I_{обр} = 25 \text{ мкА}$ (оценка приближённая). (считая деление $x = 1,4$)

Вычислим сопротивление: $R_{0обр} = \frac{U_{обр}}{I_{обр}} = \frac{200 \text{ В}}{25 \text{ мкА}} = 8 \text{ МОм}$

(3) Решаем третий пункт задачи: Дифференциальное сопротивление диода при заданном прямом напряжении $U_{np} = 0,8 \text{ В}$ и температуре $t_1 = 25$ градусов.



Рассмотрим окрестность точки $U_{np} = 0,8$:

Зададим приращение:

$$\Delta I_{np} = 50 - 25 = 25 \text{ мА}$$

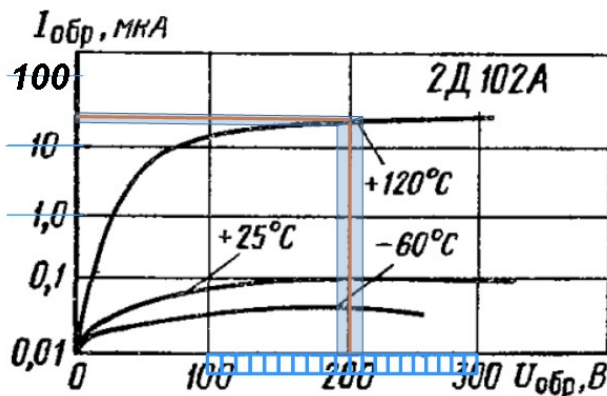
Этому соответствует приращение

$$\Delta U_{np} = 0,93 - 0,68 = 0,25 \text{ В}$$

Тогда дифференциальное сопротивление диода:

$$R_{\text{дифф. пр.}} = \frac{\Delta U_{np}}{\Delta I_{np}} = \frac{0,25 \text{ В}}{25 \text{ мА}} = 10 \text{ Ом}$$

(4) Решаем 4-й пункт задачи. Дифференциальное сопротивление диода при заданном обратном напряжении $U_{обр} = 200 \text{ В}$ и температуре $t_2 = 120$ градусов.



Аналогично предыдущему пункту задачи рассматриваем приращение напряжения:

$$\Delta U_{обр} = 210 - 190 = 20 \text{ В}$$

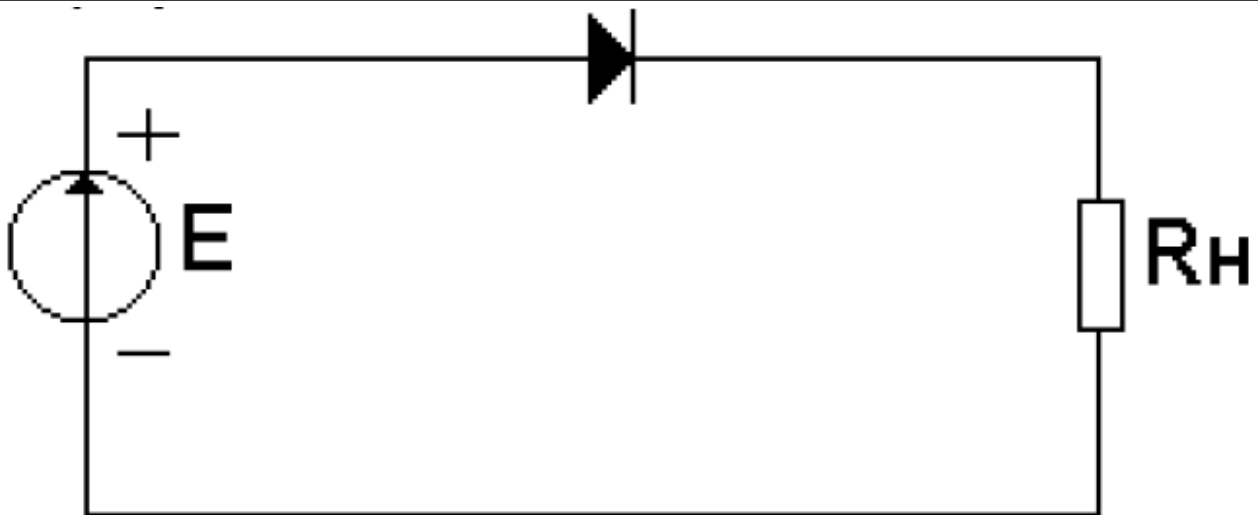
И соответствующее ему приращение обратного тока:

$$\Delta I_{обр} = 28 - 23 = 5 \text{ мкА}$$

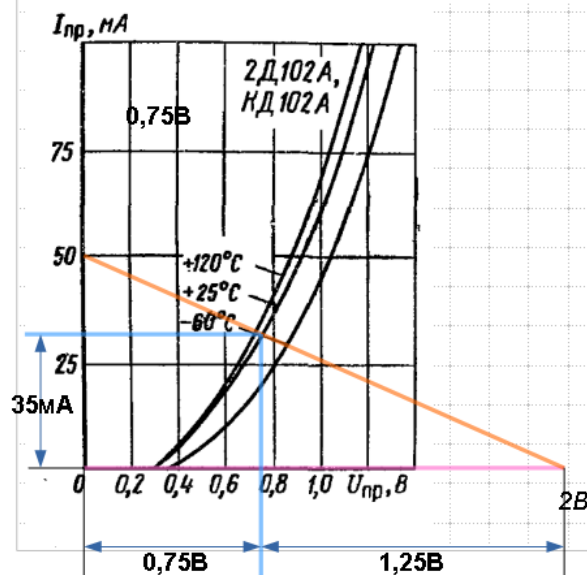
Тогда:

$$R_{\text{дифф.обр}} = \frac{\Delta U_{обр}}{\Delta I_{обр}} = \frac{20 \text{ В}}{5 \text{ мкА}} = 4 \text{ МОм}$$

(5) Решаем 5-й пункт задачи. Рассчитать ток и напряжение в нагрузке, и падение напряжения на диоде в схеме, приведённой ниже, при заданном напряжении источника $E = 2 \text{ В}$ и сопротивлении нагрузки $R_n = 40 \text{ Ом}$. Построить нагрузочную прямую. Температура равна $t_1 = 25$ градусов.



Строим нагрузочную прямую. Для этого на горизонтальной оси откладываем напряжение $E = 2 \text{ В}$, а на вертикальной оси ток, равный $\frac{E}{R_n} = 2 \frac{\text{В}}{40 \text{ Ом}} = 50 \text{ мА}$. Через эти точки проводим прямую (ниже на графике она обозначена оранжевым цветом). Это и есть нагрузочная прямая.



В соответствии с заданием, смотрим на точку пересечения нагрузочной прямой, с графиком при $t_1 = 25$ градусов.

Эта точка соответствует

$$U_{\text{диода}} = 0,75\text{ B}$$

И току:

$$I_{\text{нагр}} = 35\text{ mA}$$

Графически определяем:

$$U_{\text{нагр}} = 1,25\text{ B}$$