

Solutions to Joseph Rotman's
An Introduction to Homological Algebra

Patrick Borse

ABSTRACT. This document contains solutions to the exercises of Joseph Rotman's *An Introduction to Homological Algebra*.

Contents

Chapter 1. Introduction	5
3. Singular Homology	5
Chapter 2. Hom and Tensor	6
1. Modules	6
2. Tensor Products	7
Chapter 3. Special Modules	8
1. Projective Modules	8
2. Injective Modules	8
3. Flat Modules	9
Chapter 5. Setting the Stage	10
1. Categorical Constructions	10
2. Limits	10
3. Adjoint Functor Theorem for Modules	11
4. Sheaves	11
5. Abelian Categories	12
Chapter 6. Homology	13
1. Homology Functors	13
2. Derived Functors	13
Chapter 7. Tor and Ext	14
1. Tor	14
2. Ext	14
Chapter 8. Homology and Rings	16
1. Dimension of Rings	16
3. Stably Free Modules	16
Chapter 9. Homology and Groups	17
1. Group Extension	17
4. Group Homology	17
6. Transfer	18
9. Cohomological Dimension	18
10. Division Rings and Brauer Groups	18
Chapter 10. Spectral Sequences	19

1. Bicomplexes	19
2. Filtrations and Exact Couples	19
4. Homology of the Total Complex	19
5. Cartan-Eilenberg Resolutions	19

CHAPTER 1

Introduction

3. Singular Homology

- 3.1.
- 3.2.
- 3.3.
- 3.4.
- 3.5.
- 3.6.
- 3.7.
- 3.8.
- 3.9.
- 3.10.
- 3.11.
- 3.12.
- 3.13.
- 3.14.
- 3.15.
- 3.16.
- 3.17.
- 3.18.
- 3.19.
- 3.20.

CHAPTER 2

Hom and Tensor

1. Modules

- 1.1.
- 1.2.
- 1.3.
- 1.4.
- 1.5.
- 1.6.
- 1.7.
- 1.8.
- 1.9.
- 1.10.
- 1.11.
- 1.12.
- 1.13.
- 1.14.
- 1.15.
- 1.16.
- 1.17.
- 1.18.
- 1.19.
- 1.20.
- 1.21.
- 1.22.
- 1.23.
- 1.24.
- 1.25.
- 1.26.

2. Tensor Products**2.1.****2.2.****2.3.****2.4.****2.5.****2.6.****2.7.****2.8.****2.9.****2.10.****2.11.****2.12.**

CHAPTER 3

Special Modules

1. Projective Modules

- 1.1.
- 1.2.
- 1.3.
- 1.4.
- 1.5.
- 1.6.
- 1.7.
- 1.8.
- 1.9.
- 1.10.
- 1.11.
- 1.12.
- 1.13.

2. Injective Modules

- 2.1.
- 2.2.
- 2.3.
- 2.4.
- 2.5.
- 2.6.
- 2.7.
- 2.8.
- 2.9.
- 2.10.
- 2.11.
- 2.12.
- 2.13.

3. Flat Modules**3.1.****3.2.****3.3.****3.4.****3.5.****3.6.****3.7.****3.8.****3.9.****3.10.****3.11.****3.12.****3.13.****3.14.****3.15.****3.16.****3.17.****3.18.****3.19.**

CHAPTER 5

Setting the Stage

1. Categorical Constructions

- 1.1.
- 1.2.
- 1.3.
- 1.4.
- 1.5.
- 1.6.
- 1.7.
- 1.8.
- 1.9.
- 1.10.
- 1.11.
- 1.12.
- 1.13.
- 1.14.
- 1.15.
- 1.16.

2. Limits

- 2.1.
- 2.2.
- 2.3.
- 2.4.
- 2.5.
- 2.6.
- 2.7.

2.8.

2.9.

2.10.

2.11.

2.12.

3. Adjoint Functor Theorem for Modules

3.1.

3.2.

3.3.

3.4.

3.5.

3.6.

3.7.

3.8.

3.9.

4. Sheaves

4.1.

4.2.

4.3.

4.4.

4.5.

4.6.

4.7.

4.8.

4.9.

4.10.

4.11.

4.12.

4.13.

5. Abelian Categories**5.1.****5.2.****5.3.****5.4.****5.5.****5.6.****5.7.****5.8.****5.9.****5.10.****5.11.****5.12.****5.13.****5.14.****5.15.****5.16.****5.17.**

CHAPTER 6

Homology

1. Homology Functors

- 1.1.
- 1.2.
- 1.3.
- 1.4.
- 1.5.
- 1.6.
- 1.7.
- 1.8.
- 1.9.
- 1.10.
- 1.11.
- 1.12.

2. Derived Functors

- 2.1.
- 2.2.
- 2.3.
- 2.4.
- 2.5.
- 2.6.
- 2.7.
- 2.8.
- 2.9.
- 2.10.

CHAPTER 7

Tor and Ext

1. Tor

- 1.1.
- 1.2.
- 1.3.
- 1.4.
- 1.5.
- 1.6.
- 1.7.

2. Ext

- 2.1.
- 2.2.
- 2.3.
- 2.4.
- 2.5.
- 2.6.
- 2.7.
- 2.8.
- 2.9.
- 2.10.
- 2.11.
- 2.12.
- 2.13.
- 2.14.
- 2.15.
- 2.16.

2.17.

2.18.

2.19.

CHAPTER 8

Homology and Rings

1. Dimension of Rings

- 1.1.
- 1.2.
- 1.3.
- 1.4.
- 1.5.
- 1.6.
- 1.7.
- 1.8.
- 1.9.
- 1.10.
- 1.11.
- 1.12.
- 1.13.

3. Stably Free Modules

- 3.1.
- 3.2.
- 3.3.
- 3.4.

CHAPTER 9

Homology and Groups

1. Group Extension

- 1.1.
- 1.2.
- 1.3.
- 1.4.
- 1.5.
- 1.6.
- 1.7.
- 1.8.
- 1.9.
- 1.10.
- 1.11.
- 1.12.
- 1.13.
- 1.14.
- 1.15.
- 1.16.
- 1.17.

4. Group Homology

- 4.1.
- 4.2.
- 4.3.
- 4.4.
- 4.5.
- 4.6.

4.7.

4.8.

4.9.

4.10.

4.11.

4.12.

4.13.

6. Transfer

6.1.

6.2.

9. Cohomological Dimension

9.1.

9.2.

9.3.

9.4.

10. Division Rings and Brauer Groups

10.1.

10.2.

10.3.

10.4.

10.5.

10.6.

10.7.

10.8.

10.9.

10.10.

10.11.

10.12.

CHAPTER 10

Spectral Sequences

1. Bicomplexes

1.1.

1.2.

2. Filtrations and Exact Couples

2.1.

2.2.

2.3.

4. Homology of the Total Complex

4.1.

4.2.

4.3.

4.4.

4.5.

4.6.

5. Cartan-Eilenberg Resolutions

5.1.

5.2.

5.3.

5.4.

5.5.

5.6.

5.7.