
1 Introducción

En este trabajo se pretende mostrar con algunos ejemplos la potencia de la diversificación basada en la teoría moderna de portafolios. Dicha teoría fue desarrollada por el economista Harry Markowitz a través de su artículo *Portfolio Selection* en el periódico *The Journal of Finance* en 1952. Dicha tesis supuso una revolución en el enfoque de las inversiones financieras y aunque ya existían los conceptos de riesgo, retorno y diversificación, Markowitz desarrolló un algoritmo matemático de forma que para cada nivel de riesgo existiera un portafolio único con el máximo retorno. Todos estos portafolios únicos para cada nivel de riesgo dibujan la frontera eficiente. Markowitz ganó el premio nobel de economía en 1990 por su teoría moderna de portafolios, conocida en inglés con el nombre de *Modern Portfolio Theory (MPT)*.

Se va a comparar tanto la relación retorno/riesgo de diez activos como la relación retorno/riesgo para diferentes combinaciones de dichos activos. Los activos escogidos son, el *BTC/USD*, la onza de oro *US\$OZ*, un *Exchange Trade Fund (ETF)* del Nasdaq-100 con ticker *NDX*, otro *ETF* de energía *EXL*, un último *ETF* de inmuebles tipo *Real Estate Investment Trust (REIT)* con ticker *USRT*, la acción de Berkshire Hathaway class B *BRK-B* y el resto de activos hasta completar la decena se escogerán aleatoriamente del Dow Jones. Para la selección de estos cuatro activos se tiene un fichero *.csv* con los 30 activos que componen el índice y se escogen 4 aleatoriamente. Para poder realizar siempre la misma simulación se establece una semilla al principio del código.

2 Analizar la rentabilidad y riesgo de los títulos, y la relación entre ellos

Para el rango de históricos se ha escogido un rango desde el 1 de enero de 2017 hasta el 30 de abril de 2022. Los cuatro activos que se han escogido de forma aleatoria del Dow Jones son West UnitedHealth Group Inc con ticker *UNH*, Caterpillar Inc con ticker *CAT*, DuPont de Nemours Inc con ticker *DD* y por último American Express Company con ticker *AXP*. Si calculamos las correlaciones entre los diferentes activos tenemos el siguiente mapa de calor.

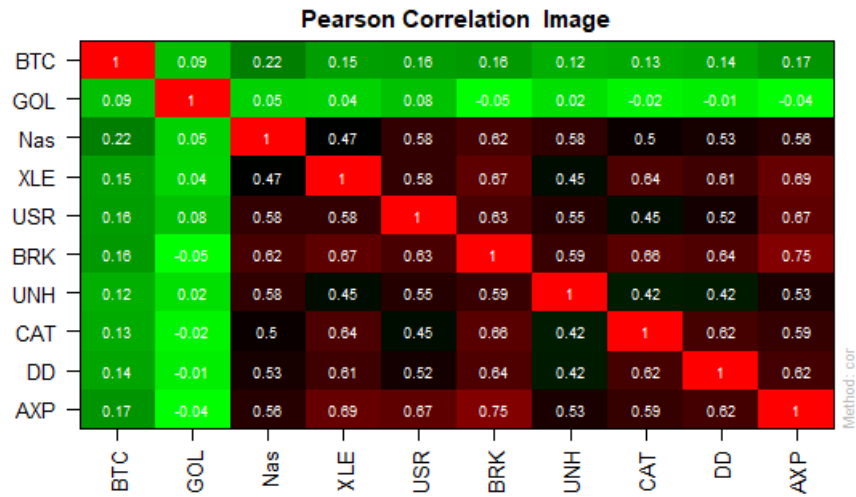


Figure 1: Mapa de calor de las correlaciones entre los activos

Por un lado, apenas hay correlaciones negativas, lo cual no es muy ventajoso a la hora de construir una cartera con estos activos. Por otro lado, vemos como el oro y el *BTC-USD* tienen correlaciones muy bajas con todos los títulos. Sin embargo, entre los demás títulos si presentan unas correlaciones altas, situándose dichos valores en un rango desde 0.47 hasta 0.75. De esta forma la correlación más alta es para el par *BRK-B-AXP*. A continuación, veamos el retorno y riesgo diario para estos activos.

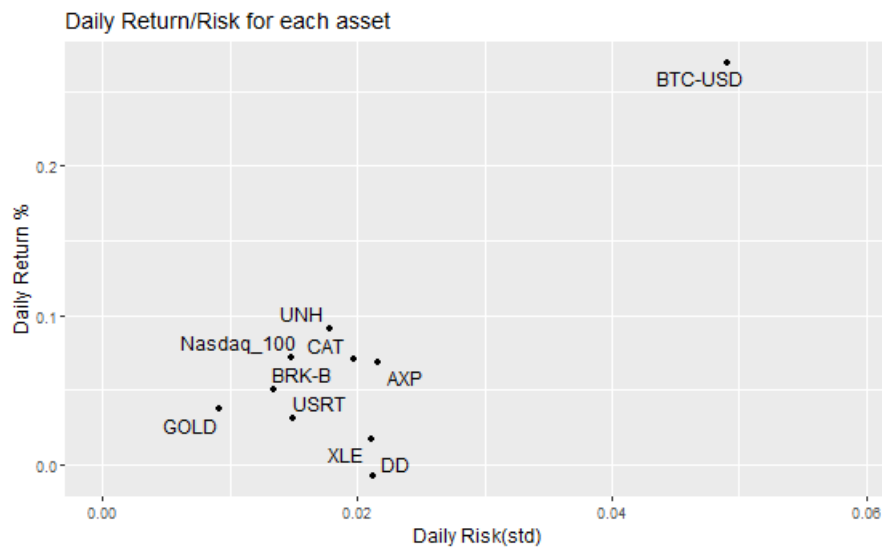


Figure 2: Retorno/Riesgo para los activos a analizar

Aquí podemos ver como el activo *BTC-USD* queda muy alejado de los demás distorsionando un poco el gráfico. Este activo ofrece una alta rentabilidad diaria pero con un alto riesgo en comparación a los otros valores. También se puede empezar a interpretar que algunos activos no van a aportar nada a la cartera, por ejemplo Caterpillar y American

Express ofrecen un retorno algo más bajo que el ETF del *Nasdaq-100* y con un riesgo mayor. De acuerdo con las hipótesis de partida del Modelo De Markowitz, dichos activos serán descartados para la construcción de cualquier cartera eficiente, puesto que aportan un mayor riesgo con un menor retorno.

3 Analizar la formación de una cartera formada a partes iguales por todos los títulos

En este apartado se va a calcular la cartera formada de forma equitativa por los 10 títulos seleccionados. Dicha cartera recibe el nombre en inglés de *Equally Weighted Portfolio (EWP)*. En la siguiente gráfica se puede observar donde se sitúa dicha cartera con respecto a los activos sobre los que ha sido calculada.

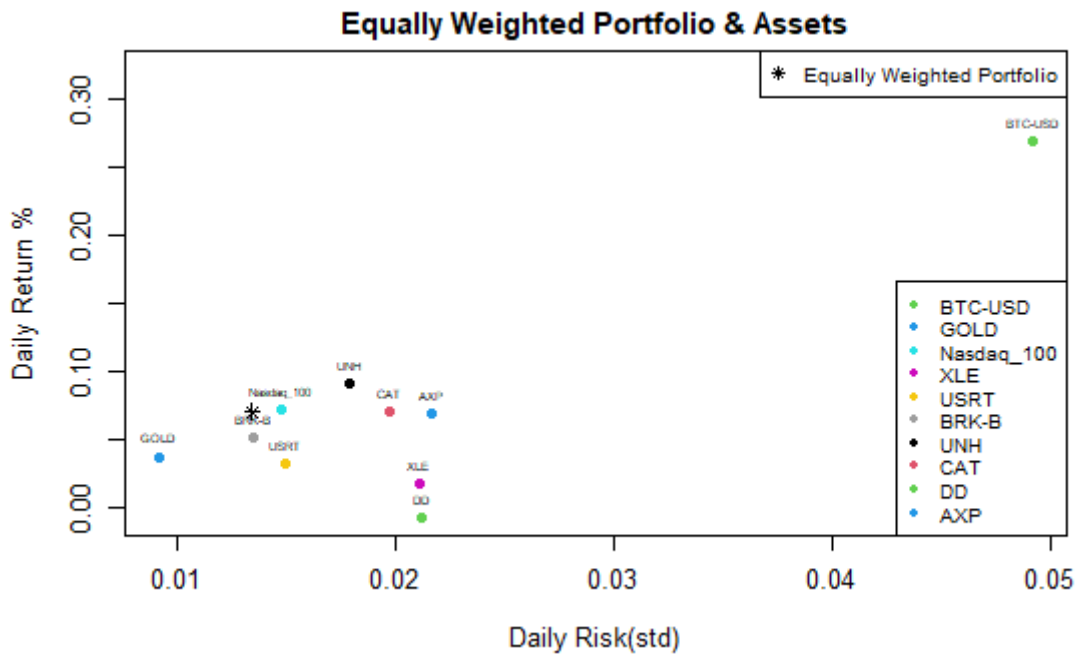


Figure 3: Retorno/Riesgo para los activos y la cartera EWP

Se puede observar como el porfolio *EWP* a pesar de su grosera construcción por estar construido de forma equitativa sin ningún tipo de optimización, mejora a muchos activos. Este porfolio mejora a todos los activos que ofrecen un igual o menor retorno a mucho más riesgo. Es decir, todos los activos salvo la onza de oro, el ticker *UNH* y el *BTC-USD*. Aquí ya se pueden empezar a ver las ventajas de la diversificación, incluso en este caso donde el porfolio no es óptimo, ya que todavía no ha sido calculada la frontera eficiente.

En el siguiente gráfico podemos observar el riesgo que aporta cada activo,

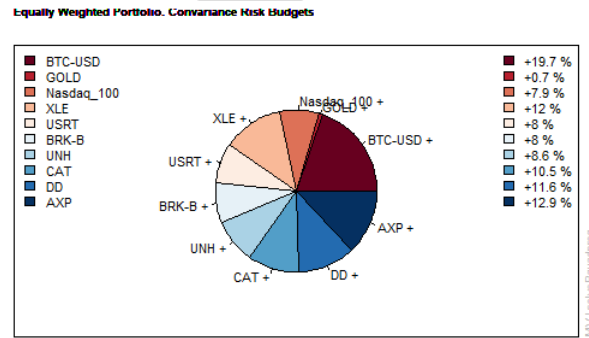


Figure 4: Riesgo que aporta cada activo a la cartera EWP

Como era de esperar, el activo que más riesgo aporta es bitcoin. Esto es debido a que bitcoin es un activo muy volátil con un alto riesgo como se ve en la gráfica 1. Después los activos que más riesgo aportan de una forma parecida son los 4 stocks elegidos aleatoriamente y el ETF de energía.

4 Dibujar la frontera eficiente y compararla con los títulos individuales y con la cartera del apartado anterior

En este apartado se va a calcular la frontera eficiente y se la va a comparar con los valores anteriormente calculados. La frontera eficiente no es más que la línea que une los puntos óptimos de retorno y riesgo, es decir, para cada nivel de riesgo se calculan todas las posibles combinaciones de activos posibles y se selecciona la distribución que tiene un mayor nivel de retorno.

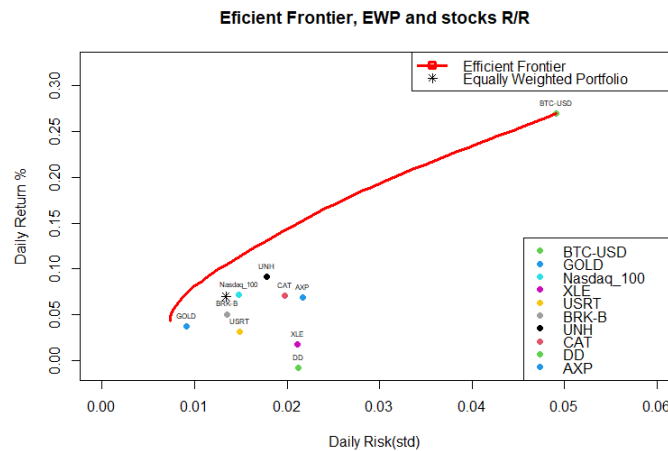


Figure 5: Retorno/Riesgo para frontera eficiente, EWP y assets

Como era de esperar, el porfolio igualmente distribuido está alejado de la frontera eficiente. El resto de activos, salvo el *BTC-USD* quedan por debajo de la frontera eficiente. El bitcoin se encuentra en la parte alta a la derecha de la frontera eficiente, aportando el máximo retorno por el menor riesgo puesto que se encuentra en la frontera. Los

activos que se encuentran más cerca de la frontera aparte del bitcoin son el ETF del *Nasdaq-100*, el stock *UNH* y la onza de oro. A primera vista se puede prever que será principalmente la combinación de estos activos la que construya la frontera.

5 Seleccionar una cartera eficiente y analizar sus resultados

Con los datos del gráfico anterior se va a escoger la cartera eficiente asociada al retorno del *Nasdaq-100*. Parece una cuestión interesante la posibilidad de construir una cartera con un retorno diario igual al del índice *Nasdaq-100* pero obteniendo un riesgo menor. Además, se ve en el gráfico anterior que el retorno diario del *Nasdaq-100* y el *EWP* es muy parecido. Por tanto, tendremos una cartera que, para dicho retorno, minimice el riesgo.

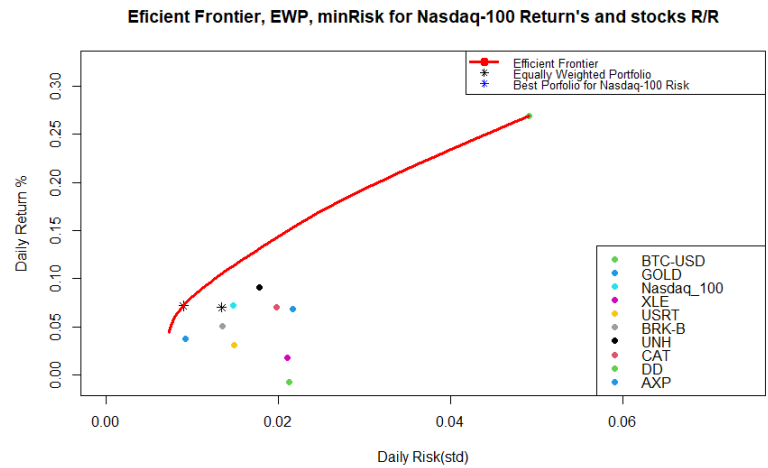


Figure 6: Retorno/Riesgo para frontera eficiente

Efectivamente, la cartera eficiente se encuentra en la frontera y tiene un retorno igual al ETF del *Nasdaq-100* con un riesgo menor. Analicemos esta cartera eficiente. Primero se presentan los pesos de cada activo

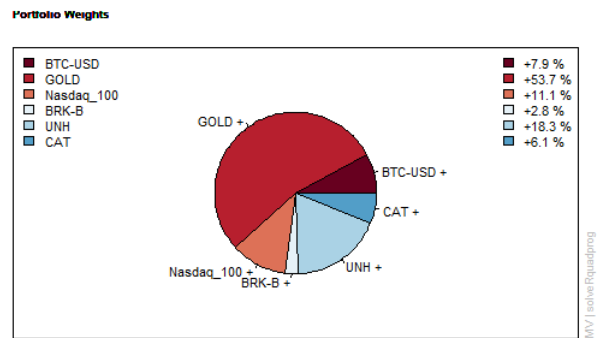


Figure 7: Composición de la cartera eficiente

Se puede observar como la mayoría de la cartera, el 53.7% concretamente está compuesta por la onza de oro, después un 18.3% por la empresa UnitedHealth Group Incorporated, un 11,1% por el ETF del *Nasdaq-100* y el resto está compuesto por el *BTC-USD*, la acción de Berkshire Hathaway Inc y Caterpillar. En consecuencia, los ETFs de

energía y REITs no son añadidos al portfolio, tampoco las acciones de American Express y DuPont de Nemours Inc. Esto es coherente con lo que se puede observar en la gráfica 1.

En la siguiente representación se observa el riesgo que aporta cada activo,

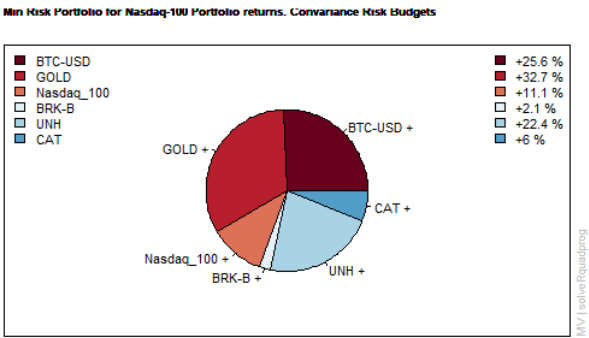


Figure 8: Riesgo aportado por cada activo a la cartera eficiente

El valor que más riesgo aporta es el oro, lo cual es acorde a los pesos vistos anteriormente. El siguiente activo que más riesgo aporta es el *BTC-USD* con un aporte parecido al anterior a pesar de que la cantidad de bitcoin en el porfolio es seis veces menor. Esta es otra forma de apreciar el riesgo que supone bitcoin en comparación con la onza de oro. El resto del riesgo es aportado por el *Nasdaq-100*, Caterpillar Inc y UnitedHealth Group Incorporated.

Otra forma de ver el concepto de retorno/riesgo es a través de su anualización. Esto permite comparar valores y carteras con otros activos tanto de renta variable como de renta fija. La siguiente representación corresponde con la gráfica 6, pero con los valores anualizados

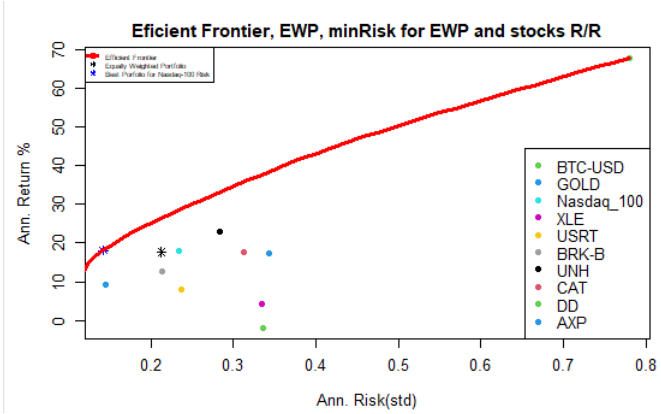


Figure 9: Riesgo aportado por cada activo a la cartera eficiente

Nuestra cartera eficiente ofrece un rendimiento anual del 18.08% a un riesgo anual de 0.1422431.

Durante todo el trabajo hemos hablado de riesgo como desviación típica de los rendimientos diarios. Sin embargo, hay otras medidas de riesgo como el *Value at Risk (VaR)* y el *Expected Shortfall (ES)*. Veamos una representación del retorno diario Vs. el *ES*. Para este caso el nivel de Alpha escogido es de 0.05.

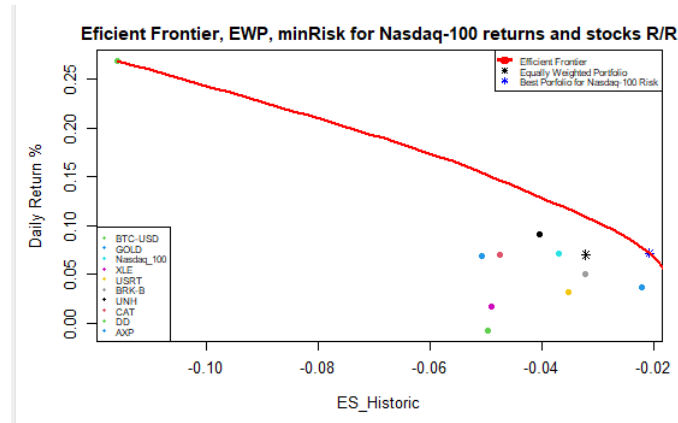


Figure 10: Riesgo aportado por cada activo a la cartera eficiente

Para el caso del *Expected Shortfall* tenemos cosas similares a lo analizado anteriormente. BTC-USD, y el portfolio optimizado se encuentran en la frontera. Sin embargo, el portfolio *EWP* se encuentra por debajo de la frontera al no ser una cartera eficiente y el resto de activos también. Por ejemplo, en el caso de bitcoin nos encontramos que su *VaR* es de -7.23% y su *ES* es de -11.601809% con un nivel de confianza del 95%. Esto quiere decir que la máxima pérdida esperada en un día, con una probabilidad del 95% es de 7.23% y en el caso de que se supere ese nivel, la pérdida media es del 11.6%. Esto es consistente con la volatilidad histórica de bitcoin. A cambio de este riesgo difícil de encontrar en otros activos, nos ofrece una rentabilidad diaria histórica muy alta, del 0.26%.

Nuestra cartera eficiente tiene un *VaR* de -1.25% y un *ES* de -2.06%. Por contra, nuestra cartera tiene una rentabilidad diaria de 0.0717%

6 El objetivo del trabajo es analizar la potencia que tiene la diversificación en la gestión de carteras. Para ello se deben analizar todos los resultados de rentabilidad y riesgo que permitan demostrar el efecto de esa diversificación

Durante el trabajo se han mostrado diferentes resultados que muestran el potencial de la diversificación. La diversificación basada en la Teoría Moderna del Portfolio permite combinar un conjunto de activos de forma que para cada nivel de riesgo se tenga la mejor combinación de dichos activos, maximizando el nivel de retorno.

Me gustaría analizar si se puede mejorar la frontera eficiente anteriormente calculada. Para ello voy a realizar el mismo proceso que antes, pero en vez de con solo 10 activos voy a crear una cesta de activos con los 6 activos que por defecto he añadido y los 505 títulos que componen el SP500. El objetivo es ver si es posible mejorar la frontera eficiente o si, por el contrario, su mejora es asintótica para un cierto número de valores.

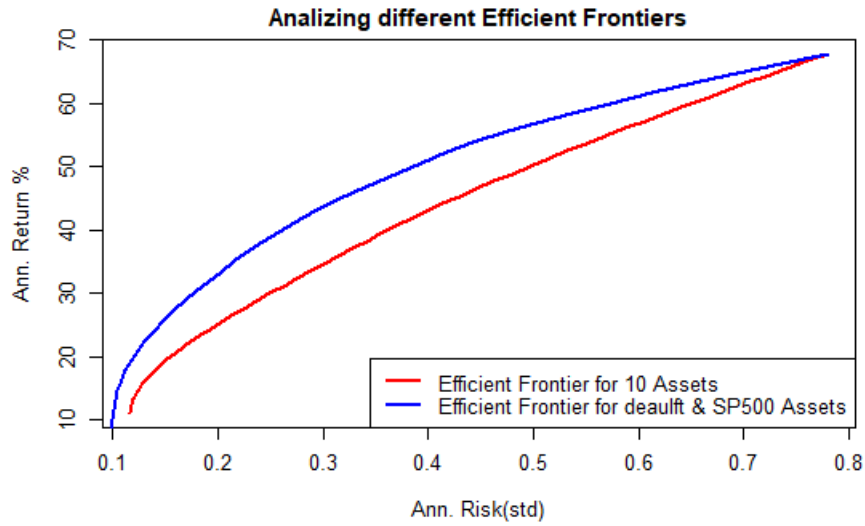


Figure 11: Comparando la frontera eficiente de los 6 valores por defecto y los 4 del DJ VS. la frontera eficiente de los 6 valores más todos los que componen el S&P500

El añadir activos sí que ha mejorado la frontera eficiente. Estamos considerando los 6 valores por defecto mencionados al principio del trabajo más las 500 empresas americanas más grandes. Muchas de estas empresas lo han hecho muy bien en el periodo que estamos analizando y en consecuencia están aportando mucha calidad a la cartera. Sin embargo, como es habitual, en el punto más alto de retorno/riesgo se sigue encontrando bitcoin y, por tanto, en esos valores ambas fronteras son iguales. Por otro lado, con esta nueva frontera también mejoraríamos nuestra cartera eficiente, puesto que para el nivel de retorno del 18.08% que tenía nuestra cartera tendríamos un nivel de riesgo anual de 0.1132095 en vez de 0.1422431, lo que significa disminuir el riesgo anual en un 20%.