

Modèle relationnel

Définition générale du modèle
L'algèbre relationnelle

Objectifs

- Utiliser des structures de données simples issues de la vie courante (tables)
- Proposer des langages de haut niveau (4ème génération) utilisés par des programmeurs et des gestionnaires
- Proposer une indépendance entre les données et les traitements
- Permettre des vues « utilisateur » différentes des relations implantées.

Définition d'une relation (table)

Attributs (rubriques, champs, propriétés)

PRODUIT

Nom relation

Occurrences (n-uplets)

NUMERO PRODUIT	NOM PRODUIT	QUANTITE STOCKEE
24	Chaise	65
38	Table	15
76	Fauteuil	34
47	Canapé	12
...

Relation

- Nombre de lignes = cardinalité de la relation
- Le nom des attributs est unique
- L'ordre des lignes et des colonnes est indifférent
- Degré = nombre de colonnes

Domaine d'un attribut

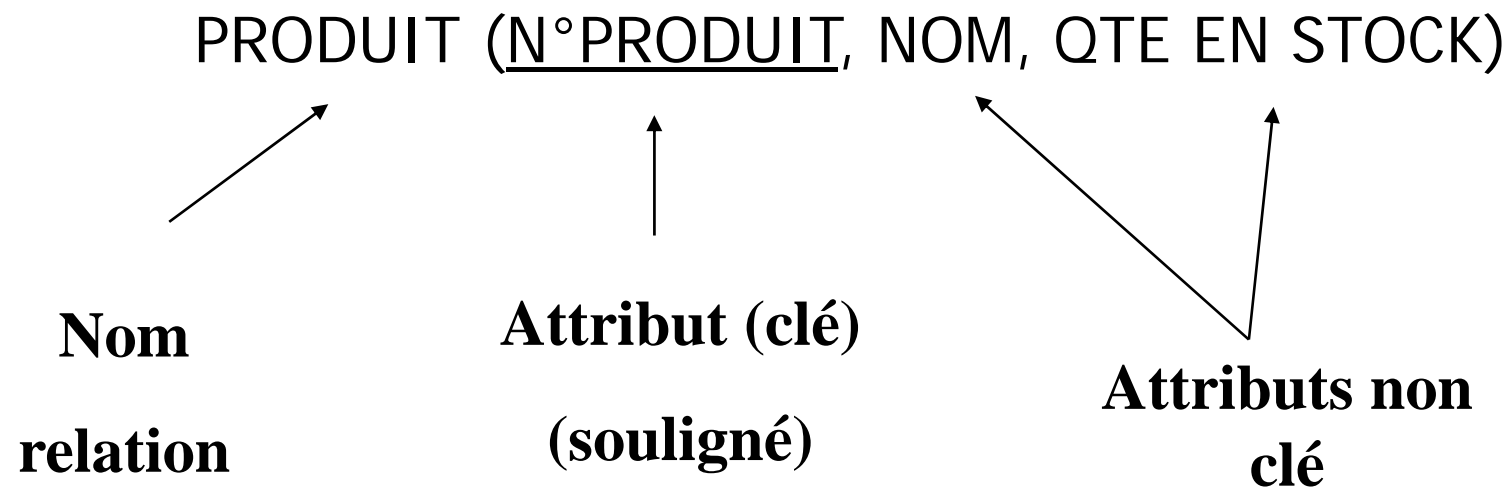
- Le domaine d'un attribut est l'ensemble des valeurs prises par un attribut
- Le domaine se définit :
 - Soit en extension
 - Couleur des yeux = {bleu, vert, noir, marron}
 - Soit en compréhension
 - Poids bébé = {1,5 ; 5,2}

Clé d'une relation

- Il s'agit d'un attribut (ou d'un ensemble d'attributs) dont deux occurrences différentes ne prennent pas la même valeur.
- Il s'agit donc d'un identifiant des occurrences
- Exemple : Dans une relation VOITURE, le numéro minéralogique est une clé.

Schéma de relations

Il s'agit de la représentation symbolique de la relation par **ses attributs**.



Définition de l'algèbre relationnelle

- Elle définit des opérations sur les relations
- Dans la plupart des systèmes relationnels, la réponse à une requête s'obtient par l'utilisation d'un ou plusieurs opérateurs relationnels

Opérateurs relationnels

- L'algèbre relationnelle utilise des opérateurs qui se divisent en deux grandes classes :
 - les opérateurs unaires qui portent sur UNE relation
 - les opérateurs binaires qui portent sur DEUX relations

Opérateurs relationnels

- Opérateurs unaires :

- sélection
- complément
- projection

- Opérateurs binaires :

- l'union
- l'intersection
- la différence
- la division
- les produits

} Théorie des ensembles

Les opérateurs unaires

Sélection (ou restriction)

Consiste à supprimer des occurrences de la relation qui ne satisfont pas à une condition donnée.

Exemple : Considérons la relation Commande

N° Commande	Date	Montant
28	Octobre	1986
29	Octobre	2024
30	Novembre	1610
52	Décembre	512

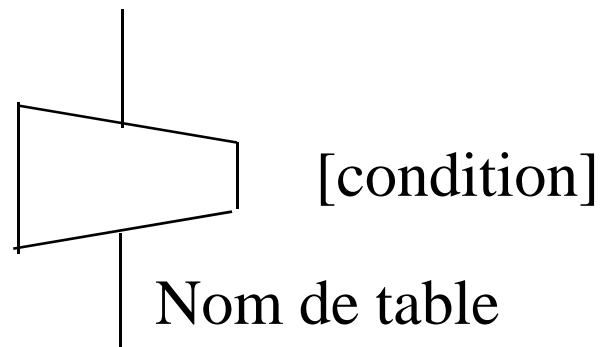
Sélection (ou restriction)

La sélection permet de répondre à la question : Donnez les commandes passées après le mois d'octobre

N° Commande	Date	Montant
30	Novembre	1610
52	Décembre	512

Sélection (ou restriction)

- La condition peut contenir plusieurs critères
- Représentation graphique



Sélection (ou restriction)

- Prédicats

- Simples : = égal, != ou <> différent, > supérieur, >= supérieur ou égal, < inférieur, <= inférieur ou égal, between (exp_1 *between* exp_2 *and* exp_3), in (exp_1 *in*), like (exp *like* chaîne où chaîne contient des caractères de substitution (_ pour un seul caractère ou % pour une chaîne de caractère))
- Nulle : Valeur non définie : Is [not] null

Sélection (ou restriction)

- **Prédicats**

- composés : constitué de plusieurs prédicats simples ou composés ; reliés par les opérateurs logiques : and, or ou not
- Not placé devant un prédicat en inverse le sens
- And est prioritaire devant or

Sélection

- Notation : $\sigma_{(E)}R$ ou Select (R,E) où E représente l'expression de la sélection et R la relation sur laquelle porte la sélection
- Exemples :
 - $\sigma_{(Date > \text{octobre})}(\text{Commande})$
 - $\sigma_{(Date > \text{octobre} \wedge \text{montant} \leq 1500)}(\text{Commande})$

Rappels algèbre booléenne

AND

Table de la loi ET		
b/a	0	1
0	0	0
1	0	1

a ET b est VRAI si et seulement si a est VRAI et b est VRAI

OR

Table de la loi OU		
b/a	0	1
0	0	1
1	1	1

a OU b est VRAI si et seulement si a est VRAI ou b est VRAI (ou inclusif) → l'un ou l'autre ou les 2

XOR

Table de la loi OU		
b/a	0	1
0	0	1
1	1	0

a OU b est VRAI si et seulement si a est VRAI ou b est VRAI (ou exclusif) → l'un ou l'autre mais pas les 2

Complément

Consiste à construire la relation qui contient toutes les Occurrences qui n'existent pas (c'est la relation qui exprime le FAUX)

Soit la relation R :

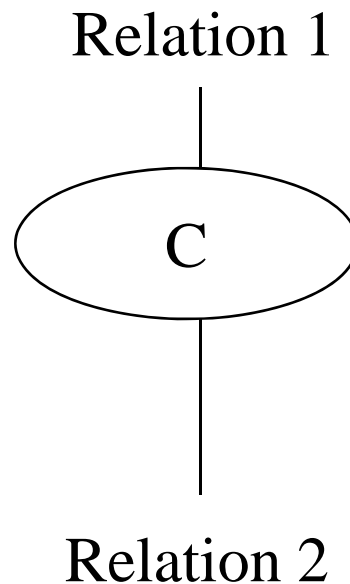
Professeur	Elève
Pierre	Toto
Pierre	Loulou
Pierre	Babette
Alice	Toto
Alice	Babette
Alice	Loulou
Alice	Riri
Paul	Loulou
Paul	Babette
Paul	Riri

Le complément de R sera :

Professeur	Elève
Pierre	Riri
Paul	Toto

Complément

- Représentation graphique



- En général, non implanté dans les SGBD-R

Projection

Consiste à supprimer les colonnes d'une relation

Soit la relation ETUDIANT :

Num_étu	Nom_étu	Nom_départ	Adr_départ
521	Loulou	Informatique	Lyon
632	Babette	Mathématique	Marseille
569	Fifi	Informatique	Lille
451	Loulou	Informatique	Lille

La projection sur nom_étu,
nom_départ donne :

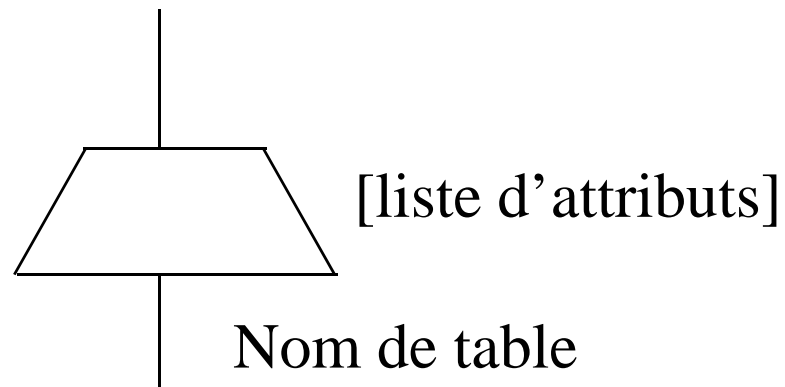
Nom_étu	Nom_départ
Loulou	Informatique
Babette	Mathématique
Fifi	Informatique

La projection sur nom_départ,
adr_départ donne :

Nom_départ	Adr_départ
Informatique	Lyon
Mathématique	Marseille
Informatique	Lille

Projection

- Représentation graphique



Projection

- Notation : $\pi_Y(R)$ ou $\text{Proj}_Y(R)$ où Y représente un sous-ensemble d'attributs de la relation R .
- Exemples :
 - $\pi_{\text{nom_etu}}(\text{Etudiant})$
 - $\pi_{\text{nom_depart}, \text{adr_depart}}(\text{Etudiant})$
 - $\pi_{\text{nom_etu}}(\sigma_{\text{nom_depart}=\text{informatique}}(\text{Etudiant}))$
 - Équivalent à : $\sigma_{\text{nom_depart}=\text{informatique}}(\pi_{\text{nom_etu}}(\text{Etudiant}))$

Les opérateurs binaires

Union

Permet de fusionner deux relations en une seule.

Cette opération n'est possible que sur des relations ayant les mêmes attributs.

Soit la relation OUVRIER

Num_empl	Nom_empl
15	Loulou
17	Fifi
56	Babette

Soit la relation CADRE

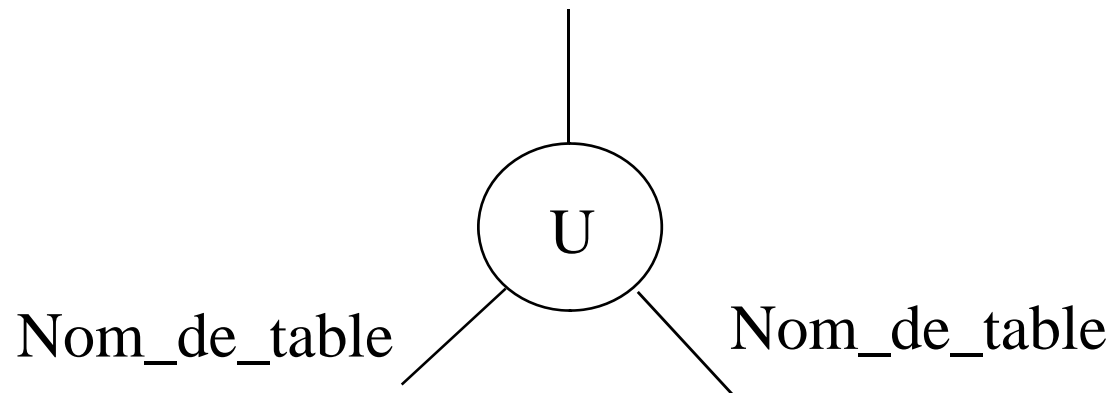
Num_empl	Nom_empl
3	Jojo
21	Sophie

L'union permet de construire la relation EMPLOYE

Num_empl	Nom_empl
3	Jojo
21	Sophie
15	Loulou
17	Fifi
56	Babette

Union

- Représentation graphique



Union

- Notation : $T(X) = R(X) \cup S(X)$ où R et S sont deux relations ayant les mêmes attributs.
- $T(X) = \{ \langle x \rangle / \langle x \rangle \in R \vee \langle x \rangle \in S \}$

Intersection

Permet de fournir des occurrences présente dans l'une et l'autre des relations. Cette opération n'est possible que sur des relations ayant les mêmes attributs.

Soit la relation **INGENIEUR**

Num_empl	Nom_empl
3	Jojo
21	Sophie
15	Loulou
56	Babette

Soit la relation **CHEF DE SERVICE**

Num_empl	Nom_empl
3	Jojo
15	Loulou
28	Riri

Intersection

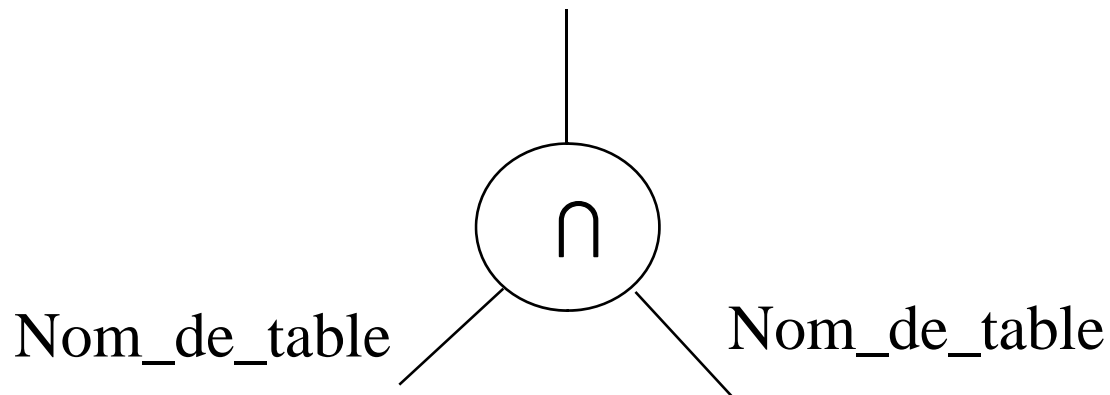
La question : Donnez les numéros et noms des chefs de service qui sont ingénieurs

L'intersection permet de construire la relation suivante

Num_empl	Nom_empl
3	Jojo
15	Loulou

Intersection

- Représentation graphique



- Notation : $T(X) = R(X) \cap S(X)$ où R et S sont des relations ayant les mêmes attributs

Différence

Permet d'obtenir les occurrences de la relation 1 qui n'appartiennent pas à la relation 2. Les deux relations doivent avoir les mêmes attributs.

Cette opération n'est pas commutative.

Soit la relation INSCRITS

Nom_etu	Nom_UV
Toto	Maths
Jojo	Maths
Toto	Physique
Babette	Chimie
Jojo	Chimie

Soit la relation RECUS

Nom_etu	Nom_UV
Toto	Maths
Jojo	Maths
Babette	Chimie

Différence

Notation : (Relation 1) – (Relation 2)

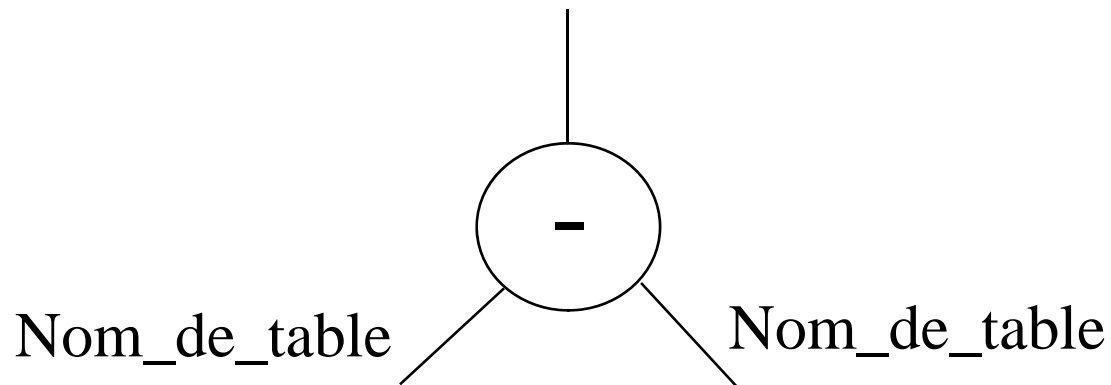
Question : Donnez le nom des étudiants qui sont collés à une UV : (inscrits)-(reçus)

La différence permet de construire la relation suivante

Nom_etu	Nom_UV
Toto	Physique
Jojo	Chimie

Différence

- Représentation graphique



- Notation : La différence de deux relations $R(X)$ et $S(X)$, notée $R \setminus S$ ou $\text{Moins}(R, S)$ est une relation $T(X)$ constituée des n-uplets présents dans R mais pas dans S

Division

Permet d'obtenir les occurrences de la relation 1 qui sont associées à toutes les occurrences de la relation 2. Une relation est donc divisée par une autre relation contenant exclusivement des attributs de la première relation.

Soit la relation suivante

Nom_etu	Nom_prof
Toto	Paul
Fifi	Pierre
Loulou	Paul
Riri	Jacques
Toto	Pierre
Fifi	Paul
Loulou	Jacques

Soit la relation suivante

Nom_etu
Toto
Fifi

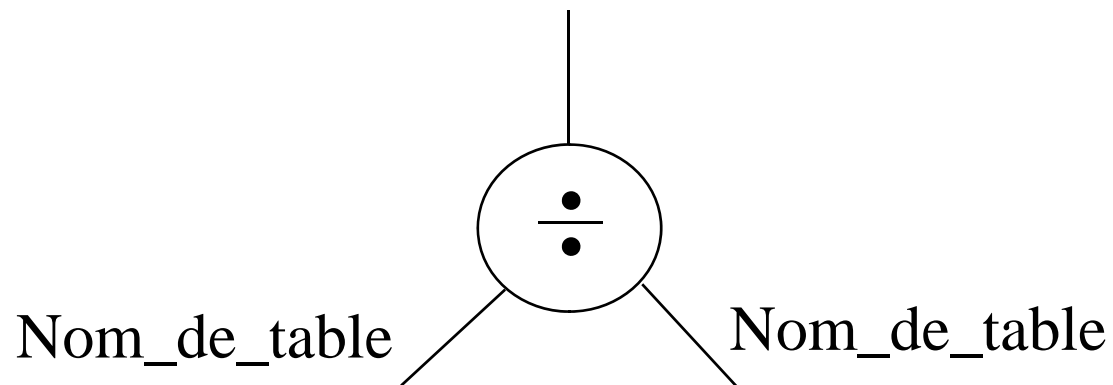
Division

La division permet de répondre à la question suivante :
Donnez le nom des profs qui enseignent conjointement aux élèves figurant dans la seconde relation.

La relation résultat est :

Nom_prof
Paul
Pierre

Représentation
graphique :



La division n'est pas implantée sous les SGBD-R

Division

- La division de $R(X,Y)$ par $S(Y)$ notée $R \div S$ ou $\text{Div}(R,S)$ est une relation $T(X)$ dont l'extension est composée de la projection de R sur X restreinte aux seuls n -uplets apparaissant dans R en liaison avec chacun des n -uplets de S .
- $\text{Prof_Etu} \div \text{Etu} = \{\text{Paul}, \text{Pierre}\}$

Les produits

Cette opération consiste à former une relation contenant les attributs des deux relations opérandes.

Produit cartésien

Le produit cartésien se construit en combinant toutes les possibilités.

Soit la relation LIVRE

Titre	Auteur
X	Toto
Y	Loulou

Soit la relation EDITION

Couleur	Edition
Rouge	Luxe
Blanc	Broché
Vert	Cartonné

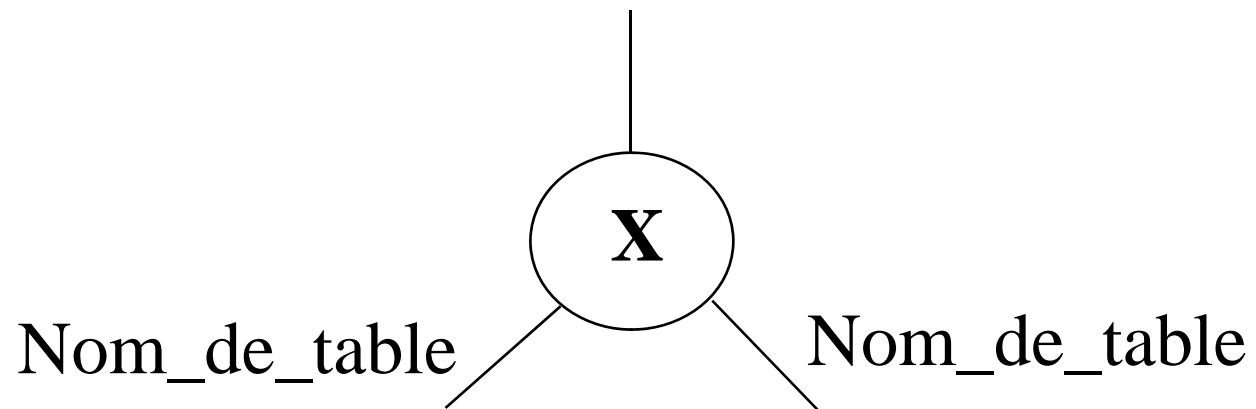
Produit cartésien

Le produit cartésien permet d'associer les titres, auteurs, couleur et édition

Titre	Auteur	Couleur	Edition
X	Toto	Rouge	Luxe
X	Toto	Blanc	Broché
X	Toto	Vert	Cartonné
Y	Loulou	Rouge	Luxe
Y	Loulou	Blanc	Broché
Y	Loulou	Vert	Cartonné

Produit cartésien

- Représentation graphique



Produit cartésien

- Notation : Soient $R(X)$ et $S(Y)$, deux relations où X et Y sont des ensembles disjoints. Le produit cartésien de $R(X)$ par $S(Y)$ noté $R \times S$ est une relation $T(X \cup Y)$ dont l'extension est constituée par l'ensemble des n -uplets obtenus en concaténant chaque n -uplet de R avec chaque n -uplet de S .

Thêta-produit (thêta-jointure)

Le thêta-produit consiste en un produit cartésien doublé d'une sélection. On ne retient que les occurrences qui vérifient une condition logique. Thêta prend les valeurs : <, <=, >, >=, != ou <>

Soit la relation EMPLOYE

Nom_emp	Salaire_emp
E1	2 000
E2	1 500
E3	1 000

Soit la relation CHEF

Nom_chef	Salaire_chef
Toto	2 500
Loulou	1 300

Thêta-produit (thêta-jointure)

Le thêta-produit permet de répondre à la question :
*Donnez le nom des employés qui gagnent plus
qu'un chef de service*

On effectue d'abord un produit cartésien puis une sélection
dont la condition est `salaire_emp > salaire_chef`

Thêta-produit (thêta-jointure)

Produit cartésien

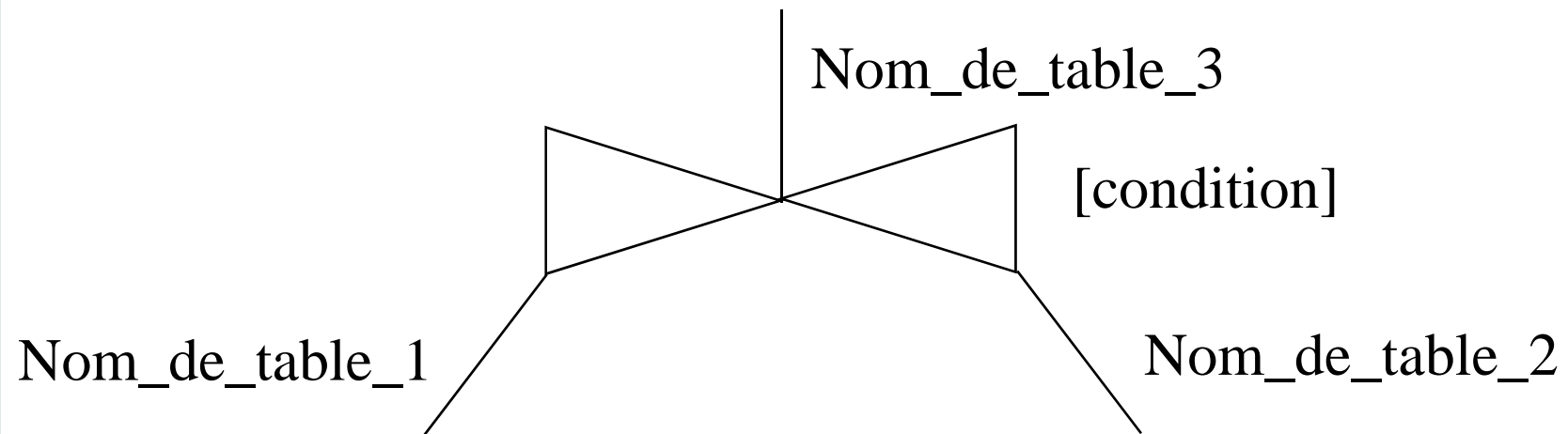
Nom_emp	Salaire_emp	Nom_chef	Salaire_chef
E1	2 000	Toto	2 500
E1	2 000	Loulou	1 300
E2	1 500	Toto	2 500
E2	1 500	Loulou	1 300
E3	1 000	Toto	2 500
E3	1 000	Loulou	1 300

Sélection

Nom_emp	Salaire_emp	Nom_chef	Salaire_chef
E1	2 000	Loulou	1 300
E2	1 500	Loulou	1 300

Thêta-produit (thêta-jointure)

- Représentation graphique



Thêta-produit

- Le thêta-produit (θ -produit) entre $R(X)$ et $S(Y)$ est noté de différentes façons :
 - $\text{Join}(\theta\text{-expression}) (R,S)$
 - Attributs de jointure
 - $\text{Join} (R, S, \theta\text{-expression})$
 - $R \bowtie_{(\theta\text{-expression})} S$
 - $\theta\text{-expression}$: utilise le prédicat d'égalité dans le cas de l'équijointure

Jointure naturelle (équijointure)

La jointure naturelle permet de réaliser une liaison logique entre deux tables. La condition de sélection est l'**égalité** entre les deux clés des deux relations.

C'est un thêta-produit qui prend la valeur ' $=$ ' entre des attributs identiques.

Soit la relation EMPLOYE

Num_emp	Nom_emp	Num_service
02	Toto	S1
10	Loulou	S8
72	Babette	S6
62	Riri	S1

Soit la relation SERVICE

Num_service	Nom_service
S1	Informatique
S6	Mathématiques
S8	Sociologie
S4	Anglais

Jointure naturelle

La jointure naturelle permet de répondre à la question : Donnez le nom des employés et le nom de leur service.

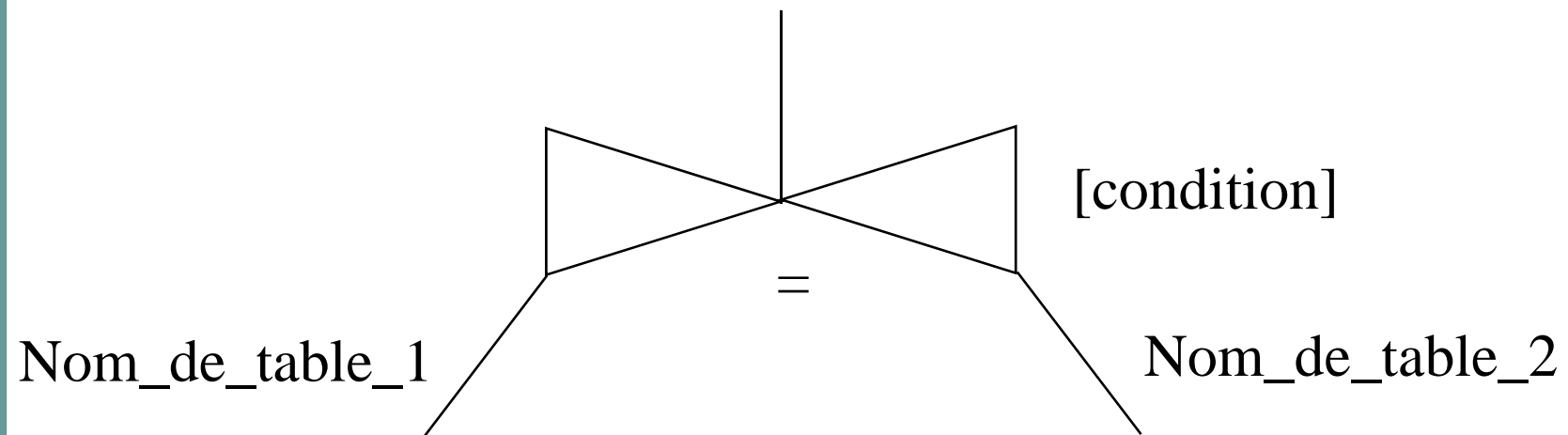
Num_emp	Nom_emp	Num_service	Nom_service
02	Toto	S1	Informatique
10	Loulou	S8	Sociologie
72	Babette	S6	Mathématiques
62	Riri	S1	Informatique

Rq : Le service S4 Anglais qui n'a pas « d'associé », n'est pas présent dans la jointure.

La jointure naturelle est l'une des opérations fondamentales de l'algèbre relationnelle.

Jointure naturelle

- Représentation graphique



Jointure extérieure

Il s'agit d'une jointure naturelle qui permet de faire figurer les occurrences qui n'ont pas « d'associé » dans l'autre relation. On leur associe alors la valeur nulle (symbole \perp).

Soit la relation EMPLOYE

Num_emp	Nom_emp	Num_service
02	Toto	S1
10	Loulou	S8
72	Babette	S6
62	Riri	S1
25	Fifi	S5

Soit la relation SERVICE

Num_service	Num_bâtiment
S1	B8
S6	B9
S8	B3
S4	B3
S2	B1

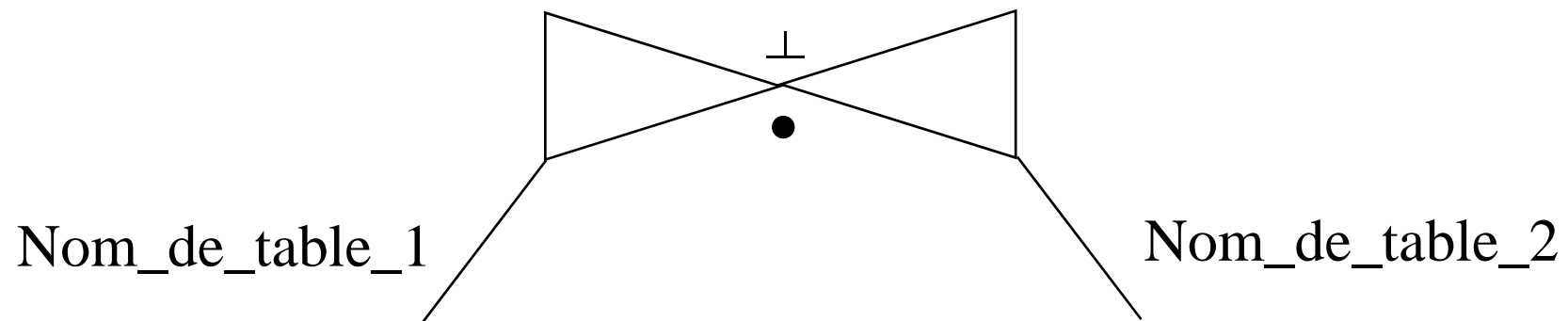
Jointure extérieure

La jointure extérieure conduit à la relation :

Num_emp	Nom_emp	Num_service	Num_bâtiment
02	Toto	S1	B8
10	Loulou	S8	B3
72	Babette	S6	B9
62	Riri	S1	B8
25	Fifi	S5	⊥
⊥	⊥	S4	B3
⊥	⊥	S2	B1

Jointure extérieure

- Représentation graphique



Semi-jointure

Cette opération binaire qui n'est pas commutative permet de faire apparaître en totalité les occurrences d'une des deux relations. On définira une semi-jointure gauche ou une semi-jointure droite.

Exemple de semi-jointure droite :

Soit la relation EMPLOYE

Num_emp	Nom_emp	Num_service
02	Toto	S1
10	Loulou	S8
72	Babette	S6
62	Riri	S1
25	Fifi	S5

Soit la relation SERVICE

Num_service	Num_bâtiment
S1	B8
S6	B9
S8	B3
S4	B3
S2	B1

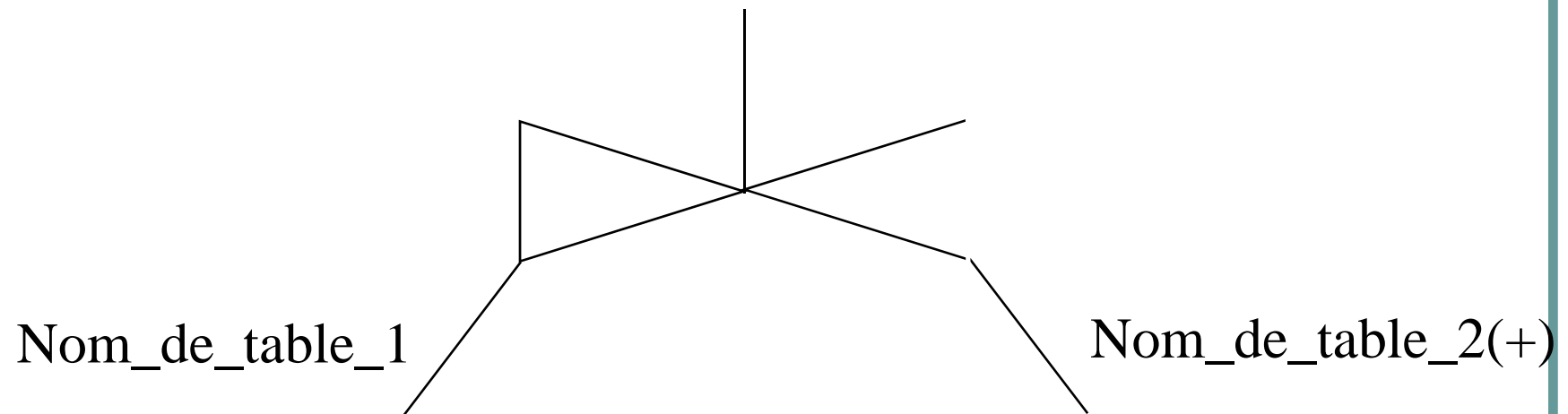
Semi-jointure

Le résultat de la semi-jointure droite donne le résultat suivant :

Num_emp	Nom_emp	Num_service	Num_bâtiment
02	Toto	S1	B8
10	Loulou	S8	B3
72	Babette	S6	B9
62	Riri	S1	B8
25	Fifi	S5	⊥

Semi-jointure

- Représentation graphique



Semi-jointure

- On peut procéder de la même manière pour la semi-jointure gauche.
- La jointure naturelle de deux semi-jointures opposées fournit comme résultat une jointure extérieure.

Auto-jointure

- C'est une jointure naturelle dans laquelle les deux relations initiales ne font qu'une.
- Soit la relation Enseignant

Num_ens	Nom_ens	Grade	Salaire
12	Toto	Assistant	1 500
56	Loulou	MDC	2 000
27	Babette	Assistant	2 100
43	Riri	MDC	2 300
51	Fifi	MDC	2 300

Auto-jointure

- L'autojointure permet de répondre à la question suivante : Donnez le nom des assistants qui gagnent plus qu'un MDC ?
- La relation résultat est :

Nom_ens
Babette

Contrainte d'intégrité référentielle

- Dans un schéma de relation, on peut être amené à utiliser une clé primaire d'une table A dans une autre table B. Dans ce cas, on parlera de clé étrangère.
- On devra vérifier dans ce cas que les données de la table B contenant la clé étrangère sont bien contenues (ou égales) à celles de la table A contenant la clé primaire.

Contrainte d'intégrité référentielle

- On définit donc des contraintes d'intégrité référentielle :
 - Clé étrangère(B) \subseteq clé primaire(A)
- Soit le schéma de relation suivant :
Employé (numEmp, nomEmp, adrEmp, numSer)
Service (numSer, libelléSEr, localisationSer)
 - numSer(Employé) \subseteq numSer(Service)

Exercice

- Soit le schéma de relation suivant :
Produit (Nprod, libelle, pu)
Depot (Ndep, adr, volume)
Stock (Nprod, Ndep, qte)
 1. Libellé et pu de tous les produits
 2. Libellé des produits dont le prix est supérieur à 150€
 3. Libellé et pu des produits stockés dans le dépôt 12
 4. Adresse et numéro des dépôts ayant des produits en rupture de stock
 5. Donner les contraintes d'intégrité référentielles