



IE325K 作業研究(上)

生產排程問題

第十組

10957260 蘇慧誼、11024303 許家騰、

11024333 邱寶樟、11024360 陳倬恩、11039104 張如葳

目錄

- 1 生產排程問題
- 2 數學規劃模型
- 3 敏感度分析
- 4 心得與結論
- 5 參考文獻

	1	2	3		4	5	6
M	-						-
T	-	-					-
W						-	-
T					-	-	-
F	-	-	-				

生產排程問題

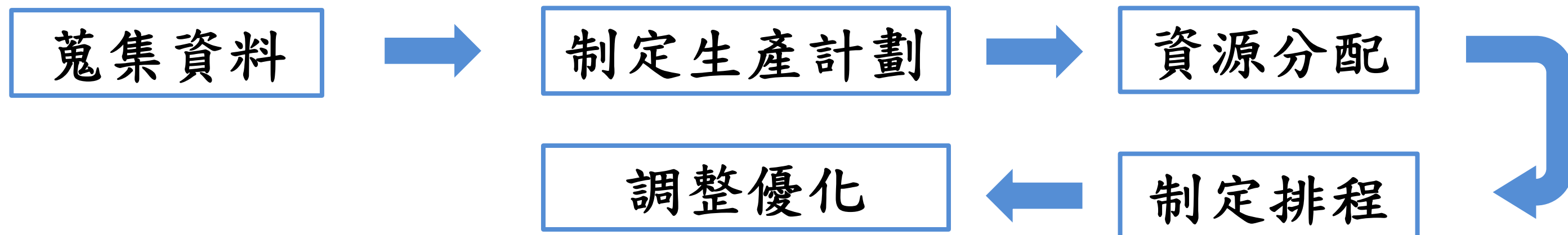
定義

安排生產活動和資源，確保按時完成，並在最有效率的情況下運作

目的

有效地管理生產過程，藉由工作順序及機台分配達到效率，並在有限資源中降低生產成本，提高企業的經濟效益和競爭力。

流程





論文1

排程問題

- 情境混合流線式生產
 - 等效平行機台(identical parallel machines)
 - 等比率平行機台(uniform/proportional parallel machines)
 - 不相關平行機台(unrelated parallel machines)
- 以時間為基礎的具中斷點學習效應

目標式

- 最小化總延遲(Total Tardiness)時間



論文2

排程問題

- n 項獨立工件在兩階段或單階段流程環境中加工
- 加工環境為 m 台等效平行機台

目標式

- 最小化總完工時間(Makespan)

限制式

- 每項作業只能安排在一台機台上操作
- 當作業有兩項操作時，不得在同一時間被操作

數學符號說明

參數定義

l ：產線

p ：產品

d ：生產天數

PD ：生產週期內，可生產的天數

PC_{pl} ：產品 p 在產線 l 之生產成本

SC_{pl} ：產品 p 在產線 l 之設置成本

EC_{pl} ：產品 p 在產線 l 之加班人事成本

PU_{pl} ：產品 p 在產線 l 之生產上限

PL_{pl} ：產品 p 在產線 l 之生產下限

WU_{pl} ：產品 p 在產線 l 之加班生產上限

H_{pl} ：產品 p 在產線 l 生產時所需之人力數

Q_{pl} ：產品 p 在產線 l 之產品需求量

E ：每天最多可執行生產的人力數上限

M ：極大值

N ：產品與產線之集合

決策變數

w_{dpl} ：代表第 d 天、產線 l 是否生產產品 p ，有則為1；若無則為0。

x_{dpl} ：代表第 d 天、產線 l 是否加班生產產品 p ，有則為1；若無則為0。

y_{dpl} ：代表第 d 天、產線 l 生產產品 p 之產量。

z_{dpl} ：代表第 d 天、產線 l 加班生產產品 p 之產量。

數學規劃模型

目標式

目標式(1)：最小化總生產成本

➤ 開線設置成本、生產成本、加班人事成本與加班生產成本

$$\begin{aligned} \text{Min} \quad & \sum_{d \in D} \sum_{(p,l) \in N} SC_{pl} \times w_{dpl} + \sum_{d \in D} \sum_{(p,l) \in N} PC_{pl} \times y_{dpl} \\ & + \sum_{d \in D} \sum_{(p,l) \in N} EC_{pl} \times x_{dpl} + \sum_{d \in D} \sum_{(p,l) \in N} PC_{pl} \times z_{dpl} \end{aligned} \quad (1)$$

限制式

限制式(2)：產線需開線才能執行生產

$$y_{dpl} \leq M \times w_{dpl} \quad \forall d, \forall (p, l) \in N \quad (2)$$

限制式(3)：產線需開線才能執行加班生產

$$z_{dpl} \leq M \times w_{dpl} \quad \forall d, \forall (p, l) \in N \quad (3)$$

限制式(4)：產品需於可執行生產的天數上限內完成生產

$$\sum_{d \in D} w_{dpl} \leq PD \quad \forall (p, l) \in N \quad (4)$$

限制式(5)：每日執行生產之人力需小於每日可用人力之上限

$$\sum_{(p,l) \in N} H_{pl} \times w_{dpl} \leq E \quad \forall d \quad (5)$$

限制式(6.1)、(6.2)： $L2$ 產線內，若更換生產之產品則需停線一天

$$w_{pld} + \sum_{p' \in P3} w_{p'l(d+1)} \leq 1 \quad \forall (p, l) \in (L2, P2), \forall d = 1, \dots, D - 1 \quad (6.1)$$

$$\sum_{p' \in P2} w_{p'l(d+1)} + w_{pld} \leq 1 \quad \forall (p, l) \in (L2, P3), \forall d = 1, \dots, D - 1 \quad (6.2)$$

限制式(7)： $L2$ 產線每日僅能生產一種產品

$$\sum_{(p,l) \in (L2,P2),(L2P3)} w_{dpl} \leq 1 \quad \forall d \quad (7)$$

限制式(8)：產品每日的加班產量需小於或等於加班產量下限

$$\sum_{d \in D} (y_{dpl} + z_{dpl}) \leq Q_{pl} \quad \forall (p, l) \in N \quad (8)$$

限制式(9)：產品每日的加班產量需小於或等於加班產量下限

$$y_{dpl} \leq PU_{pl} \times w_{dpl} \quad \forall d, \forall (p, l) \in N \quad (9)$$

限制式(10)：產品每日的加班產量需小於或等於加班產量下限

$$z_{dpl} \leq WU_{pl} \times x_{dpl} \quad \forall d, \forall (p, l) \in N \quad (10)$$

限制式(11)：產品每日的加班產量需小於或等於加班產量下限

$$y_{dpl} \geq PL_{pl} \times w_{dpl} \quad \forall d, \forall (p, l) \in N \quad (11)$$

限制式(12)：產品每日的加班產量需小於或等於加班產量下限

$$z_{dpl} \geq PL_{pl} \times x_{dpl} \quad \forall d, \forall (p, l) \in N \quad (12)$$

限制式(13)：須先生產才能加班生產

$$x_{dpl} \leq w_{dpl} \quad \forall d, \forall (p, l) \in N \quad (13)$$

限制式(14)：二元限制式

$$w_{dpl}, x_{dpl} \in \{0,1\} \quad \forall d, \forall (p, l) \in N \quad (14)$$

限制式(15)：非負限制式

$$y_{dpl}, z_{dpl} \geq 0 \quad \forall d, \forall (p, l) \in N \quad (15)$$

求解結果

Optimize a model with 283 rows, 136 columns and 792 nonzeros

Model fingerprint: 0x6d965fa1

Variable types: 66 continuous, 70 integer (66 binary)

Coefficient statistics:

Matrix range [1e+00, 1e+06]

Objective range [1e+01, 4e+03]

Bounds range [1e+00, 1e+01]

RHS range [1e+00, 2e+04]

Presolve removed 33 rows and 2 columns

Presolve time: 0.00s

Presolved: 250 rows, 134 columns, 713 nonzeros

Variable types: 66 continuous, 68 integer (66 binary)

Explored 1 nodes (279 simplex iterations) in 0.01 seconds (0.01 work units)

Thread count was 8 (of 8 available processors)

Solution count 2: 1.3525e+06 1.35631e+06

Optimal solution found (tolerance 1.00e-04)

Best objective 1.352495000000e+06, best bound 1.352495000000e+06, gap 0.0000%

Optimal solution found!

Number of variables: 136

Number of constraints: 283

Objective value: 1352495.0

電腦規格

CPU : Apple M1

Memory : 8GB

作業環境 : macOS Sonoma 14.0

Gurobi版本 : 10.0.2

排程結果

- 每日生產排程與各項生產成本

Day	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
L1P1						X0	X	X	X	X	
L2P2							X	X	X	X	X
L2P3	X	X	X	X	X						
Workers	17	17	17	17	17	14	27	27	27	27	13
Production cost: 1319000.0											
Setup cost: 28500.0											
Over time production cost: 3000.0											
Over time personnel cost: 1995.0											

- 每日生產數量

Day	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
L1P1						4400,300	4300	4400	4400	4400	
L2P2							3500	3500	3500	3500	3500
L2P3	2300	2300	2300	2300	2300						
Workers	17	17	17	17	17	14	27	27	27	27	13

敏感度分析

假設情境

- 一天工作八小時
- 機台正常運作
- 不考慮重工(Rework)

每小時產量

產品	<i>P1</i>	<i>P2</i>	<i>P3</i>
每日產量上限	4,400	3,500	2,300
每小時產量	550	437.5	287.5

分析結果

- 逐漸增加常日生產時數

時數 (hr)	總成本 (NTD)	生產成本 (NTD)	設置成本 (NTD)	加班生產成本 (NTD)	加班人事成本 (NTD)
8	1,352,495	1,319,000	28,500	3,000	1,995
9	1,352,096	1,317,500	28,500	4,500	1,596
10	1,346,795	1,319,000	22,800	3,000	1,995
11	1,346,396	1,317,500	22,800	4,500	1,596
12	1,346,396	1,317,500	22,800	4,500	1,596

排程結果

- 常日生產9小時生產排程與數量

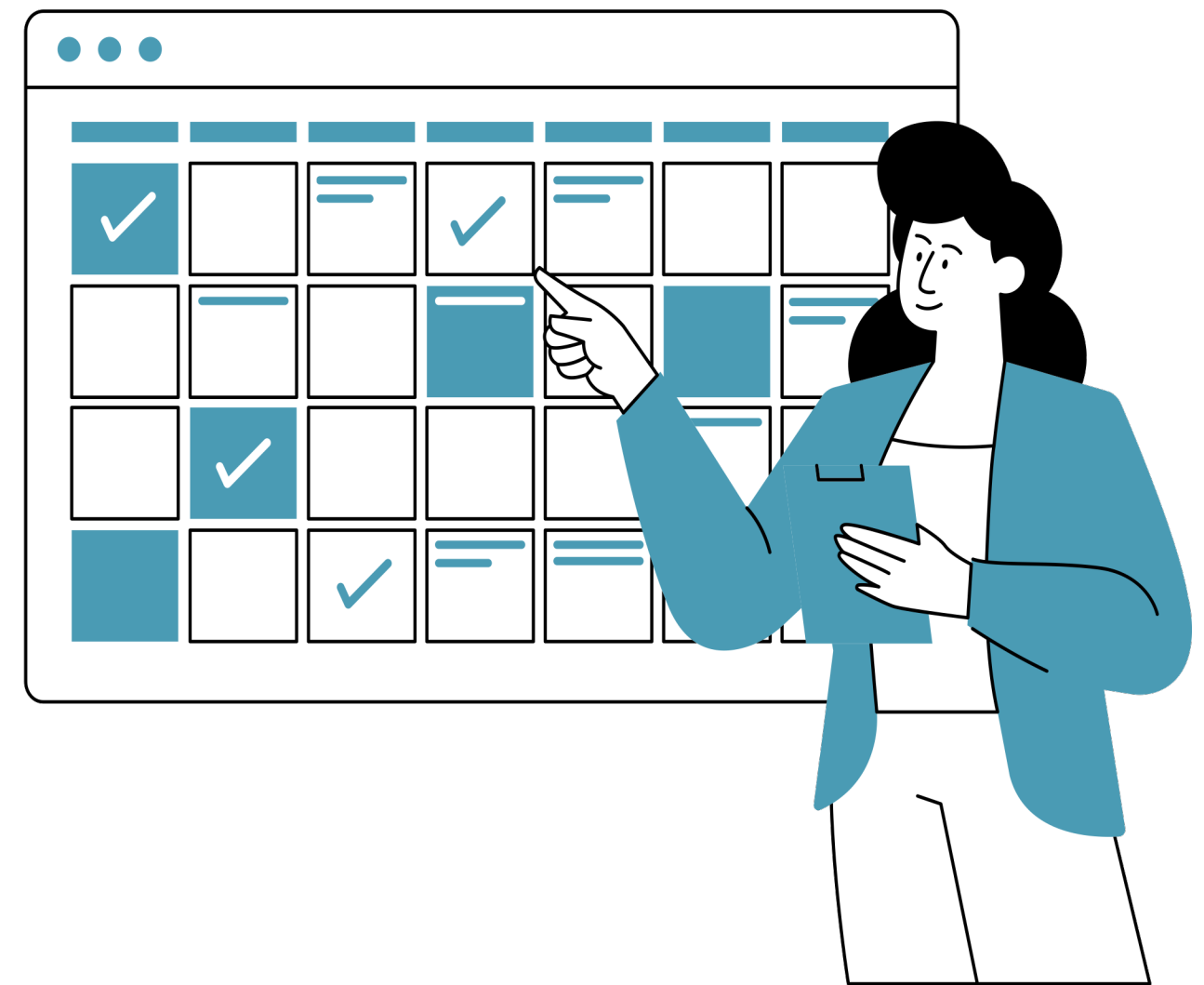
Day	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
L1P1	4950	4950	2400	4950	4950						
L2P2	3938,150	3938	3938	3938	1598						
L2P3							2588	2588	2588	1148	2588
Workers	27	27	27	27	27	0	17	17	17	17	17

- 常日生產12小時生產排程

Day	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
L1P1		X			X	X	X				
L2P2			X	X	X	X0					
L2P3	X							X		X	X
Workers	17	14	13	13	27	27	14	17	0	17	17

心得

- 產品與產線存在集合關係
- 敏感度分析



工作分配

組員	查找文獻	撰寫程式	程式驗證	敏感度 分析	文書製作	簡報製作	口頭報告
蘇慧誼 10957260	◎				◎		
許家騰 11024303							◎
邱寶樟 11024333		◎	◎	◎	◎	◎	◎
陳倬恩 11024360					◎		◎
張如葳 11039104	◎				◎		

參考文獻

[1] 林坤賢. (2020, July 22). 考量相依整備時間與部分迴流限制之等效平行機台生產排程問題.

<https://hdl.handle.net/11296/94p5e9>

[2] 林宸毅. (2016, June). 考慮具中斷點學習效應之混合流線式生產排程問題.

<https://hdl.handle.net/11296/ex53fk>

感謝聆聽

附錄

產品與產線之集合

產線	產品
L1	P1

產線	產品	
L2	P2	P3

產線與產品之集合

```
linename = ['L1', 'L2']
```

```
productname = ['P1', 'P2', 'P3']
```

```
LINK = gp.tuplelist([('L1', 'P1'), ('L2', 'P2'), ('L2', 'P3')])
```

```
LINK2 = gp.tuplelist([('L2', 'P2'), ('L2', 'P3')])
```

```
LINK2X = gp.tuplelist([('L2', 'P3')])
```

```
LINK3X = gp.tuplelist([('L2', 'P2')])
```