



IE325K 作業研究(上)

人員排班問題

第十組

10957260 蘇慧誼、11024303 許家騰、

11024333 邱寶樟、11024360 陳倬恩、11039104 張如葳

目錄

- 1 人員排班問題
- 2 三種人員排班問題
- 3 階段一排班
- 4 階段二排班
- 5 心得與感想
- 6 參考文獻

	1	2	3		4	5	6
M	-						-
T	-	-					-
W						-	-
T					-	-	-
F	-	-	-				

人員排班問題

定義

特定的時間內，如何有效安排人力來滿足問題的需求

限制

工作時間的安排、人員班次的分配

目的

以確保企業或是組織能有效運用人力資源

三種人員排班問題



醫護人員



排班問題

- 指派工作班別或休假給予護理人員
- 滿足各班別人員需求及限制

目標式

- 考量護理人員與病床的關係，不考慮病人的狀況
- 考量病人的住院狀況後決定是否調整第一階段所求出的月班表

限制式

- 硬限制為必須滿足的
- 軟限制為盡可能滿足

三種人員排班問題



銀行人員

排班問題

- 符合勞動法規的基本工時及加班要求
- 考量每位員工所長安排部門及執勤內容，否則為無效排班

目標式

- 最小化成本

限制式

- 指派工作是否符合人員專長、顧客等待之時間、員工無法如願休假之人力成本
- 執勤人數加上可休假人數必須等於員工總數



三種人員排班問題



警察人員



排班問題

- 目前仍以人工方式排班
- 雖然可以確保正確性，但可能有失系統性及公平性

目標式

- 以工作負荷量及休息時間為主，最小化工作負荷差異

限制式

- 滿足上班員警之數量限制
- 每人每一時段至多一種勤務、不可排連續兩個時段的班，跨時段上班都須滿足休息時段。

數學符號說明

參數定義

d ：排班天數

b ：班別代碼

n ：人員代碼

$Y_{dn} = 1$ ：代表第 d 天、第 n 位人員值班；若無則為0。

$I_{dn} = 1$ ：代表第 d 天(星期六)、第 n 位人員值 I 班；若無則為0。

決策變數

$w_{dbn} = 1$ ：代表第 d 天、第 b 班，由第 n 位人員值該班；若無則為0。

$r_{dn} = 1$ ：代表第 d 天、第 n 位人員休息；若無則為0。

階段一排班

目標式

最小化一週排班人員

$$\text{Min} \sum_{d=1}^7 \sum_{b=1}^9 \sum_{n=1}^7 w_{dbn} \quad (1.1)$$

限制式

限制式(1.2)：每人週六值班或休息

$$I_{6n} + r_{6n} = 1 \quad \forall n \quad (1.2)$$

限制式(1.3)：週六上 I 班的人員。

$$w_{69n} = I_{6n} \quad \forall n \quad (1.3)$$

限制式(1.4)：週六沒有人員上除了 I 班以外的班別。

$$w_{6bn} = 0 \quad \forall b, b \neq 9, \forall n \quad (1.4)$$

限制式(1.5)：週日所有人員都休息。

$$r_{7n} = 1 \quad \forall n \quad (1.5)$$

限制式(1.6)：週日沒有人員上班。

$$w_{7bn} = 0 \quad \forall b, n \quad (1.6)$$

限制式(1.7)：週一至週五，每人每天只會上一種班別。

$$\sum_{n=1}^7 w_{dbn} = 1 \quad \forall d, d \neq 6, 7, \forall b, b \neq 3, 6, 9 \quad (1.7)$$

限制式(1.8)：週一至週五，沒有人上 I 班。

$$\sum_{n=1}^7 w_{dn} = 0 \quad \forall d, d \neq 6, 7 \quad (1.8)$$

限制式(1.9)：週一至週五，每天有一人休息。

$$\sum_{n=1}^7 r_{dn} = 1 \quad \forall d, d \neq 6, 7 \quad (1.9)$$

限制式(1.10)：週一至週五，每人每天上班或休假。

$$\left(\sum_{\substack{b=1 \\ b \neq 3, 6, 9}}^9 w_{dbn} \right) + r_{dn} = 1 \quad \forall d, d \neq 6, 7, \forall n \quad (1.10)$$

限制式(1.11)：週一至週四，值班隔天則需上 N 班。

$$w_{d+1,7n} = Y_{dn} \quad \forall d, d \neq 5, 6, 7, \forall n \quad (1.11)$$

限制式(1.12)：週一至週五，人員 7 只上 $M3$ 班。

$$w_{d87} + r_{d7} = 1 \quad \forall d, d \neq 6, 7 \quad (1.12)$$

限制式(1.13)：週一至週五，人員 2 皆為休假。

$$r_{d2} = 1 \quad \forall d, d \neq 6, 7 \quad (1.13)$$

限制式(1.14)：週一人員 5 上 N 班。

$$w_{175} = 1 \quad (1.14)$$

限制式(1.15)：每天人員 1 若不休假或不上 N 班，則上 A 班。

$$w_{d11} + w_{d71} + r_{d1} = 1 \quad \forall d, d \neq 6, 7 \quad (1.15)$$

限制式(1.16)：每天人員 2 若不休假或不上 N 班，則上 $M1$ 班。

$$w_{d22} + w_{d72} + r_{d2} = 1 \quad \forall d, d \neq 6, 7 \quad (1.16)$$

限制式(1.17)：每天人員 4 若不休假或不上 N 班，則上 H 班。

$$w_{d44} + w_{d74} + r_{d4} = 1 \quad \forall d, d \neq 6, 7 \quad (1.17)$$

限制式(1.18)：每天人員 5 若不休假或不上 N 班，則上 G 班。

$$w_{d55} + w_{d75} + r_{d5} = 1 \quad \forall d, d \neq 6, 7 \quad (1.18)$$

限制式(1.19)至(1.22)代表人員 6 上 $C2$ 班，代替當週上 N 班該人之班別。

$$w_{175} = w_{156} \quad (1.19)$$

$$w_{271} = w_{216} \quad (1.20)$$

$$w_{373} = w_{326} \quad (1.21)$$

$$w_{573} = w_{526} \quad (1.22)$$

求解結果

Gurobi Optimizer version 10.0.2 build v10.0.2rc0 (mac64[arm])

CPU model: Apple M1

Thread count: 8 physical cores, 8 logical processors, using up to 8 threads

Optimize a model with 278 rows, 490 columns and 777 nonzeros

Model fingerprint: 0x0a96426f

Variable types: 0 continuous, 490 integer (490 binary)

Coefficient statistics:

Matrix range [1e+00, 1e+00]

Objective range [1e+00, 1e+00]

Bounds range [1e+00, 1e+00]

RHS range [1e+00, 1e+00]

Presolve removed 278 rows and 490 columns

Presolve time: 0.00s

Presolve: All rows and columns removed

Explored 0 nodes (0 simplex iterations) in 0.01 seconds (0.00 work units)

Thread count was 1 (of 8 available processors)

Solution count 1: 32

Optimal solution found (tolerance 1.00e-04)

Best objective 3.200000000000e+01, best bound 3.200000000000e+01, gap 0.0000%

Optimal solution found!

Numbers of variables: 490

Numbers of constraints: 278

Objective value: 32.0

電腦規格

CPU : Apple M1

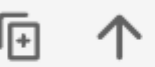
Memory : 8GB

作業環境 : macOS Sonoma 14.0

Gurobi版本 : 10.0.2

排班結果

```
[8]: # 印出班表的數值設定
On_Duty = model.getAttr("x", w)
Day_Off = model.getAttr("x", r)
days_of_week = ["Mon.", "Tue.", "Wed.", "Thu.", "Fri.", "Sat.", "Sun."]
shift_names = ["A", "M1", "C1", "H", "G", "C2", "N", "M3", "I"]
```



印出星期的欄位

```
for day in days_of_week:
    print(day.ljust(8), end=" ")
print("\n")
```

印出班表

```
for n in range(N):
    for d in range(D):
        for b in range(B):
            for i, shift_name in enumerate(shift_names):
                if b == i and On_Duty[d, b, n] == 1:
                    print(shift_name.ljust(8), end=" ")
            if Day_Off[d, n] == 1:
                print("X".ljust(8), end=" ")
        print("\n")
```

Mon.	Tue.	Wed.	Thu.	Fri.	Sat.	Sun.
A	N	A	A	A	X	X
X	X	X	X	X	X	X
M1	M1	N	M1	N	X	X
H	H	H	H	H	I	X
N	G	G	G	G	X	X
G	A	M1	N	M1	X	X
M3	M3	M3	M3	M3	I	X

階段二排班

目標式

最小化兩週排班人員

限制式

- 修改：每週一至週五、每週六、日限制式天數
- 新增：第二週排班條件
 - 休假
 - 輪班
 - 代班

求解結果

Gurobi Optimizer version 10.0.2 build v10.0.2rc0 (mac64[arm])

CPU model: Apple M1

Thread count: 8 physical cores, 8 logical processors, using up to 8 threads

Optimize a model with 562 rows, 980 columns and 1560 nonzeros

Model fingerprint: 0x9d763c14

Variable types: 0 continuous, 980 integer (980 binary)

Coefficient statistics:

Matrix range [1e+00, 1e+00]

Objective range [1e+00, 1e+00]

Bounds range [1e+00, 1e+00]

RHS range [1e+00, 1e+00]

Presolve removed 562 rows and 980 columns

Presolve time: 0.00s

Presolve: All rows and columns removed

Explored 0 nodes (0 simplex iterations) in 0.01 seconds (0.00 work units)

Thread count was 1 (of 8 available processors)

Solution count 1: 64

Optimal solution found (tolerance 1.00e-04)

Best objective 6.400000000000e+01, best bound 6.400000000000e+01, gap 0.0000%

Optimal solution found!

Numbers of variables: 980

Numbers of constraints: 562

Objective value: 64.0

排班結果

Week 1

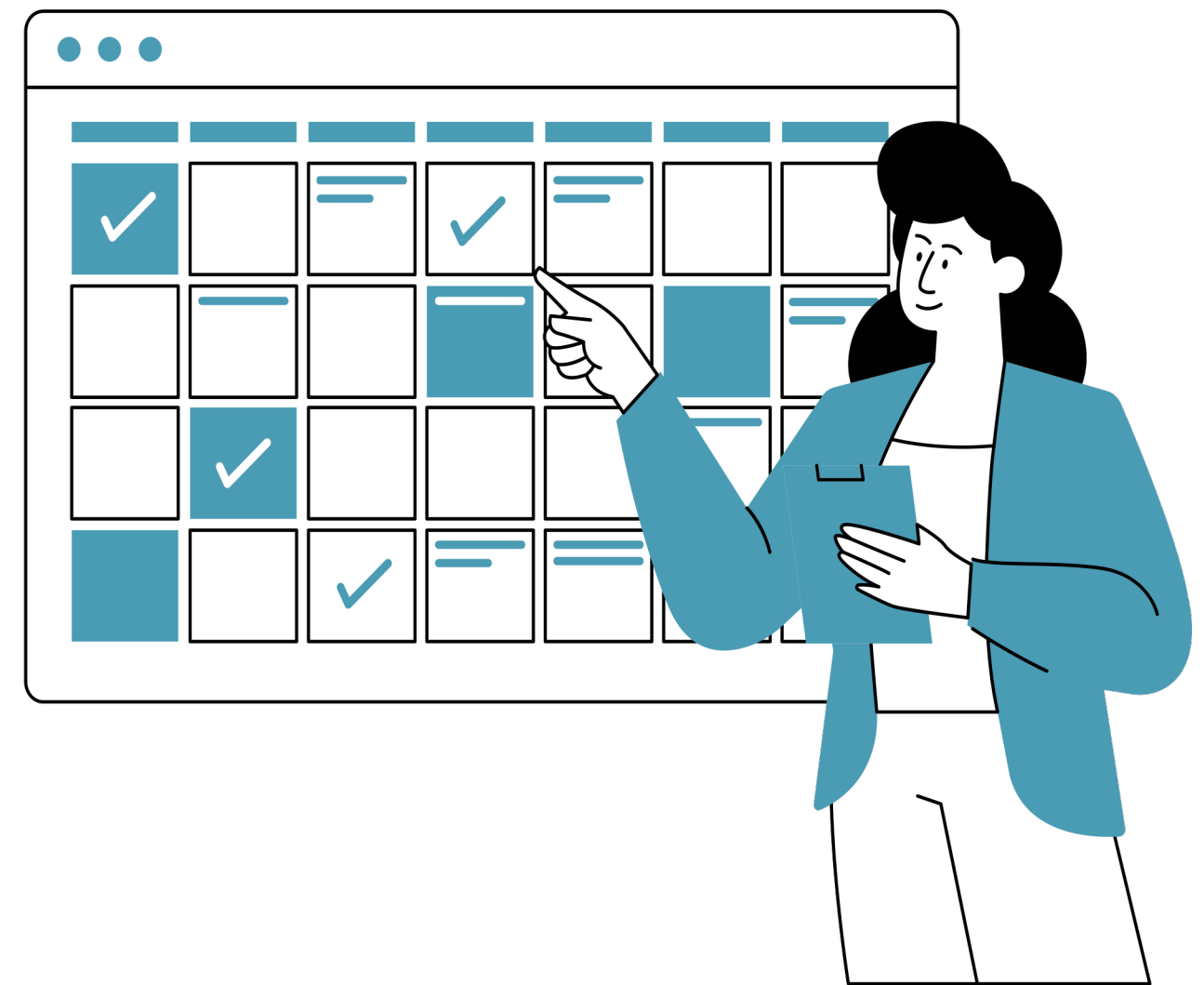
Mon.	Tue.	Wed.	Thu.	Fri.	Sat.	Sun.
A	N	A	A	A	X	X
X	X	X	X	X	X	X
M1	M1	N	M1	N	X	X
H	H	H	H	H	I	X
N	G	G	G	G	X	X
G	A	M1	N	M1	X	X
M3	M3	M3	M3	M3	I	X

Week 2

Mon.	Tue.	Wed.	Thu.	Fri.	Sat.	Sun.
M1	M1	M1	N	N	I	X
H	M3	N	G	A	X	X
X	H	H	H	H	I	X
N	G	G	X	G	X	X
G	N	M3	M1	M1	X	X
A	A	A	A	X	X	X
M3	X	X	M3	M3	X	X

心得

- 排班問題的複雜性
- 陣列的便捷性



工作分配

組員	查找 文獻	撰寫 程式	程式 驗證	文書 製作	簡報 製作	口頭 報告
蘇慧誼 10957260	◎			◎		
許家騰 11024303	◎				◎	◎
邱寶樟 11024333		◎	◎	◎	◎	◎
陳倬恩 11024360				◎	◎	◎
張如葳 11039104	◎			◎		

參考文獻

[1] 林釗如. (2016). 考慮連續性照護之加護病房護理人員排班問題研究.

<https://hdl.handle.net/11296/wsy5fn>

[2] 張婉婷. (2016). 銀行業人員排班問題之研究.

<https://hdl.handle.net/11296/5399rj>

[3] 范筱曼. (2016). 考慮勤務負荷量下警察人員排班問題最佳化.

<https://hdl.handle.net/11296/wb5tp>

感謝聆聽

附錄

班別代號

班別	<i>A</i>	<i>M1</i>	<i>C1</i>	<i>H</i>	<i>G</i>	<i>C2</i>	<i>N</i>	<i>M3</i>	<i>I</i>
代碼	1	2	3	4	5	6	7	8	9

第一週輪班順序

班別	<i>A</i>	<i>M1</i>	<i>C1</i>	<i>H</i>	<i>G</i>	<i>C2</i>
人員	1	2	3	4	5	6

第二週輪班順序

班別	<i>A</i>	<i>M1</i>	<i>C1</i>	<i>H</i>	<i>G</i>	<i>C2</i>
人員	6	1	2	3	4	5

附錄

目標式(2.1)：最小化兩週所需的排班人員數。

$$\text{Min} \sum_{d=1}^{14} \sum_{b=1}^9 \sum_{n=1}^7 w_{dbn} \quad (2.1)$$

限制式(2.2)：每週每人週六值班或休息。

$$I_{dn} + r_{dn} = 1 \quad \forall d = 6, 13, \forall n \quad (2.2)$$

限制式(2.3)：每週週六上I班的人員。

$$w_{d9n} = I_{dn} \quad \forall d = 6, 13, \forall n \quad (2.3)$$

附錄

限制式(2.4)：每週週六沒有人員上除了 I 班以外的班別。

$$w_{dbn} = 0 \quad \forall d = 6, 13, \forall b, b \neq 9, \forall n \quad (2.4)$$

限制式(2.5)：每週週日所有人員都休息。

$$r_{dn} = 1 \quad \forall d = 7, 14, \forall n \quad (2.5)$$

限制式(2.6)：每週週日沒有人員上班。

$$w_{dbn} = 0 \quad \forall d = 7, 14, \forall b, n \quad (2.6)$$

限制式(2.7)：每週週一至週五，每人每天只會上一種班別。

$$\sum_{n=1}^7 w_{dbn} = 1 \quad \forall d, d \neq 6, 7, 13, 14, \forall b, b \neq 3, 6, 9 \quad (2.7)$$

附錄

限制式(2.8)：每週週一至週五，沒有人上 I 班。

$$\sum_{n=1}^7 w_{dn} = 0 \quad \forall d, d \neq 6, 7, 13, 14 \quad (2.8)$$

限制式(2.9)：每週週一至週五，每天有一人休息。

$$\sum_{n=1}^7 r_{dn} = 1 \quad \forall d, d \neq 6, 7, 13, 14 \quad (2.9)$$

限制式(2.10)：每週週一至週五，每人每天上班或休假。

$$\left(\sum_{\substack{b=1 \\ b \neq 3, 6, 9}}^9 w_{dbn} \right) + r_{dn} = 1 \quad \forall d, d \neq 6, 7, 13, 14, \forall n \quad (2.10)$$

附錄

限制式(2.11)：每週週一至週四，值班隔天則需上 N 班。

$$w_{d+1,7n} = Y_{dn} \quad \forall d, d \neq 5, 6, 12, 13, 14, \forall n \quad (2.11)$$

限制式(2.12)：每週週一至週五，人員 7 只上 $M3$ 班。

$$w_{d87} + r_{d7} = 1 \quad \forall d, d \neq 6, 7, 13, 14 \quad (2.12)$$

限制式(2.13)：第一週週一至週五，人員 2 皆為休假。

$$r_{d2} = 1 \quad \forall d = 1, 2, \dots, 5 \quad (2.13)$$

限制式(2.14)：第二週週一，人員 3 休假。

$$r_{d3} = 1 \quad \forall d = 8 \quad (2.14)$$

附錄

限制式(2.15)：第二週週二，人員 7 休假。

$$r_{d7} = 1 \quad \forall d = 9 \quad (2.15)$$

限制式(2.16)：第二週週三，人員 7 休假。

$$r_{d7} = 1 \quad \forall d = 10 \quad (2.16)$$

限制式(2.17)：第二週週四，人員 4 休假。

$$r_{d4} = 1 \quad \forall d = 11 \quad (2.17)$$

限制式(2.18)：第二週週五，人員 6 休假。

$$r_{d6} = 1 \quad \forall d = 12 \quad (2.18)$$

附錄

限制式(2.19)：第一週週一人員 5 上 N 班。

$$w_{175} = 1 \quad (2.19)$$

限制式(2.20)：第一週，人員 1 每天若不休假或不上 N 班，則上 A 班。

$$w_{d11} + w_{d71} + r_{d1} = 1 \quad \forall d = 1, 2, \dots, 5 \quad (2.20)$$

限制式(2.21)：第一週，人員 2 每天若不休假或不上 N 班，則上 $M1$ 班。

$$w_{d22} + w_{d72} + r_{d2} = 1 \quad \forall d = 1, 2, \dots, 5 \quad (2.21)$$

限制式(2.22)：第一週，人員 4 每天若不休假或不上 N 班，則上 H 班。

$$w_{d44} + w_{d74} + r_{d4} = 1 \quad \forall d = 1, 2, \dots, 5 \quad (2.22)$$

附錄

限制式(2.23)：第一週，人員 5 每天若不休假或不上 N 班，則上 G 班。

$$w_{d55} + w_{d75} + r_{d5} = 1 \quad \forall d = 1, 2, \dots, 5 \quad (2.23)$$

限制式(2.24)：第二週，人員 1 每天若不休假或不上 N 班，則上 $M1$ 班。

$$w_{d21} + w_{d71} + r_{d1} = 1 \quad \forall d = 8, 9, \dots, 12 \quad (2.24)$$

限制式(2.25)：第二週，人員 3 每天若不休假或不上 N 班，則上 H 班。

$$w_{d43} + w_{d73} + r_{d3} = 1 \quad \forall d = 8, 9, \dots, 12 \quad (2.25)$$

限制式(2.26)：第二週，人員 4 每天若不休假或不上 N 班，則上 G 班。

$$w_{d54} + w_{d74} + r_{d4} = 1 \quad \forall d = 8, 9, \dots, 12 \quad (2.26)$$

附錄

限制式(2.27)：第二週，人員 6 每天若不休假或不上 N 班，則上 A 班。

$$w_{d16} + w_{d76} + r_{d6} = 1 \quad \forall d = 8, 9, \dots, 12 \quad (2.27)$$

限制式(2.28)至(2.31)：第一週人員 6 上 $C2$ 班，代替當週上 N 班該人之班別。

$$w_{175} = w_{156} \quad (2.28)$$

$$w_{271} = w_{216} \quad (2.29)$$

$$w_{373} = w_{326} \quad (2.30)$$

$$w_{573} = w_{526} \quad (2.31)$$

附錄

限制式(2.32)至(2.35)：第二週人員 5 上 C2 班，代替當週上 N 班該人之班別。

$$W_{874} = W_{855} \quad (2.32)$$

$$W_{10,72} = W_{10,85} \quad (2.33)$$

$$W_{11,71} = W_{11,25} \quad (2.34)$$

$$W_{12,71} = W_{12,25} \quad (2.35)$$