



IE325K 作業研究(上)

# 生產排程問題

第十組

10957260 蘇慧誼、11024303 許家騰、

11024333 邱寶樟、11024360 陳倬恩、11039104 張如葳

# 目錄

- 1 生產排程問題
- 2 數學規劃模型
- 3 敏感度分析
- 4 心得與結論
- 5 參考文獻

	1	2	3		4	5	6
M	-						-
T	-	-					-
W						-	-
T					-	-	-
F	-	-	-				

# 生產排程問題

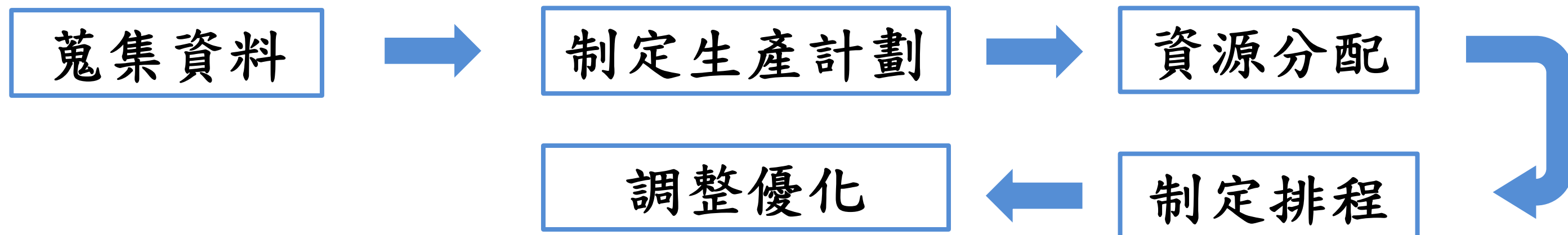
## 定義

安排生產活動和資源，確保按時完成，並在最有效率的情況下運作

## 目的

有效地管理生產過程，藉由工作順序及機台分配達到效率，並在有限資源中降低生產成本，提高企業的經濟效益和競爭力。

## 流程





# 論文1

## 排班問題

- 情境混合流線式生產
  - 等效平行機台(identical parallel machines)
  - 等比率平行機台(uniform/proportional parallel machines)
  - 不相關平行機台(unrelated parallel machines)
- 以時間為基礎的具中斷點學習效應

## 目標式

- 最小化總延遲(Total Tardiness)時間



## 論文2

### 排班問題

- $n$  項獨立工件在兩階段或單階段流程環境中加工
- 加工環境為  $m$  台等效平行機台

### 目標式

- 最小化總完工時間(Makespan)

### 限制式

- 每項作業只能安排在一台機台上操作
- 當作業有兩項操作時，不得在同一時間被操作

# 數學符號說明

## 參數定義

$l$ ：產線

$p$ ：產品

$d$ ：生產天數

$PD$ ：生產週期內，可生產的天數

$PC_{pl}$ ：產品 $p$ 在產線 $l$ 之生產成本

$SC_{pl}$ ：產品 $p$ 在產線 $l$ 之設置成本

$EC_{pl}$ ：產品 $p$ 在產線 $l$ 之加班人事成本

$PU_{pl}$ ：產品 $p$ 在產線 $l$ 之生產上限

$PL_{pl}$ ：產品 $p$ 在產線 $l$ 之生產下限

$WU_{pl}$ ：產品 $p$ 在產線 $l$ 之加班生產上限

$H_{pl}$ ：產品 $p$ 在產線 $l$ 生產時所需之人力數

$Q_{pl}$ ：產品 $p$ 在產線 $l$ 之產品需求量

$E$ ：每天最多可執行生產的人力數上限

$M$ ：極大值

$N$ ：產品與產線之集合

## 決策變數

$w_{dpl}$ ：代表第 $d$ 天、產線 $l$ 是否生產產品 $p$ ，有則為1；若無則為0。

$x_{dpl}$ ：代表第 $d$ 天、產線 $l$ 是否加班生產產品 $p$ ，有則為1；若無則為0。

$y_{dpl}$ ：代表第 $d$ 天、產線 $l$ 生產產品 $p$ 之產量。

$z_{dpl}$ ：代表第 $d$ 天、產線 $l$ 加班生產產品 $p$ 之產量。

# 數學規劃模型

## 目標式

目標式(1)：最小化總生產成本

➤ 開線設置成本、生產成本、加班人事成本與加班生產成本

$$\begin{aligned} \text{Min} \quad & \sum_{d \in D} \sum_{(p,l) \in N} SC_{pl} \times w_{dpl} + \sum_{d \in D} \sum_{(p,l) \in N} PC_{pl} \times y_{dpl} \\ & + \sum_{d \in D} \sum_{(p,l) \in N} EC_{pl} \times x_{dpl} + \sum_{d \in D} \sum_{(p,l) \in N} PC_{pl} \times z_{dpl} \end{aligned} \quad (1)$$



## 限制式

限制式(2)：產線需開線才能執行生產

$$y_{dpl} \leq M \times w_{dpl} \quad \forall d, \forall (p, l) \in N \quad (2)$$

限制式(3)：產線需開線才能執行加班生產

$$z_{dpl} \leq M \times w_{dpl} \quad \forall d, \forall (p, l) \in N \quad (3)$$

限制式(4)：產品需於可執行生產的天數上限內完成生產

$$\sum_{d \in D} w_{dpl} \leq PD \quad \forall (p, l) \in N \quad (4)$$

限制式(5)：每日執行生產之人力需小於每日可用人力之上限

$$\sum_{(p,l) \in N} H_{pl} \times w_{dpl} \leq E \quad \forall d \quad (5)$$

限制式(6.1)、(6.2)：  $L2$ 產線內，若更換生產之產品則需停線一天

$$w_{pld} + \sum_{p' \in P3} w_{p'l(d+1)} \leq 1 \quad \forall (p, l) \in (L2, P2), \forall d = 1, \dots, D - 1 \quad (6.1)$$

$$\sum_{p' \in P2} w_{p'l(d+1)} + w_{pld} \leq 1 \quad \forall (p, l) \in (L2, P3), \forall d = 1, \dots, D - 1 \quad (6.2)$$

限制式(7)：  $L2$ 產線每日僅能生產一種產品

$$\sum_{(p,l) \in (L2,P2),(L2P3)} w_{dpl} \leq 1 \quad \forall d \quad (7)$$

限制式(8)：產品每日的加班產量需小於或等於加班產量下限

$$\sum_{d \in D} (y_{dpl} + z_{dpl}) \leq Q_{pl} \quad \forall (p, l) \in N \quad (8)$$

限制式(9)：產品每日的加班產量需小於或等於加班產量下限

$$y_{dpl} \leq PU_{pl} \times w_{dpl} \quad \forall d, \forall (p, l) \in N \quad (9)$$

限制式(10)：產品每日的加班產量需小於或等於加班產量下限

$$z_{dpl} \leq WU_{pl} \times x_{dpl} \quad \forall d, \forall (p, l) \in N \quad (10)$$

限制式(11)：產品每日的加班產量需小於或等於加班產量下限

$$y_{dpl} \geq PL_{pl} \times w_{dpl} \quad \forall d, \forall (p, l) \in N \quad (11)$$

限制式(12)：產品每日的加班產量需小於或等於加班產量下限

$$z_{dpl} \geq PL_{pl} \times x_{dpl} \quad \forall d, \forall (p, l) \in N \quad (12)$$

限制式(13)：須先生產才能加班生產

$$x_{dpl} \leq w_{dpl} \quad \forall d, \forall (p, l) \in N \quad (13)$$

限制式(14)：二元限制式

$$w_{dpl}, x_{dpl} \in \{0,1\} \quad \forall d, \forall (p, l) \in N \quad (14)$$

限制式(15)：非負限制式

$$y_{dpl}, z_{dpl} \geq 0 \quad \forall d, \forall (p, l) \in N \quad (15)$$

# 求解結果

Optimize a model with 283 rows, 136 columns and 792 nonzeros

Model fingerprint: 0x6d965fa1

Variable types: 66 continuous, 70 integer (66 binary)

Coefficient statistics:

Matrix range [1e+00, 1e+06]

Objective range [1e+01, 4e+03]

Bounds range [1e+00, 1e+01]

RHS range [1e+00, 2e+04]

Presolve removed 33 rows and 2 columns

Presolve time: 0.00s

Presolved: 250 rows, 134 columns, 713 nonzeros

Variable types: 66 continuous, 68 integer (66 binary)

Explored 1 nodes (279 simplex iterations) in 0.01 seconds (0.01 work units)

Thread count was 8 (of 8 available processors)

Solution count 2: 1.3525e+06 1.35631e+06

Optimal solution found (tolerance 1.00e-04)

Best objective 1.352495000000e+06, best bound 1.352495000000e+06, gap 0.0000%

Optimal solution found!

Number of variables: 136

Number of constraints: 283

Objective value: 1352495.0

## 電腦規格

CPU : Apple M1

Memory : 8GB

作業環境 : macOS Sonoma 14.0

Gurobi版本 : 10.0.2

# 排程結果

- 每日生產排程與各項生產成本

Day	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
L1P1						X0	X	X	X	X	
L2P2							X	X	X	X	X
L2P3	X	X	X	X	X						
Workers	17	17	17	17	17	14	27	27	27	27	13
Production cost: 1319000.0											
Setup cost: 28500.0											
Over time production cost: 3000.0											
Over time personnel cost: 1995.0											

- 每日生產數量

Day	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
L1P1						4400,300	4300	4400	4400	4400	
L2P2							3500	3500	3500	3500	3500
L2P3	2300	2300	2300	2300	2300						
Workers	17	17	17	17	17	14	27	27	27	27	13

# 敏感度分析

## 假設情境

- 一天工作八小時
- 機台正常運作
- 不考慮重工(Rework)

## 每小時產量

產品	<i>P1</i>	<i>P2</i>	<i>P3</i>
每日產量上限	4,400	3,500	2,300
每小時產量	550	437.5	287.5



# 分析結果

- 逐漸增加常日生產時數

時數 (hr)	總成本 (NTD)	生產成本 (NTD)	設置成本 (NTD)	加班生產成本 (NTD)	加班人事成本 (NTD)
8	1,352,495	1,319,000	28,500	3,000	1,995
9	1,352,096	1,317,500	28,500	4,500	1,596
10	1,346,795	1,319,000	22,800	3,000	1,995
11	1,346,396	1,317,500	22,800	4,500	1,596
12	1,346,396	1,317,500	22,800	4,500	1,596



# 排班結果

- 常日生產9小時生產排程與數量

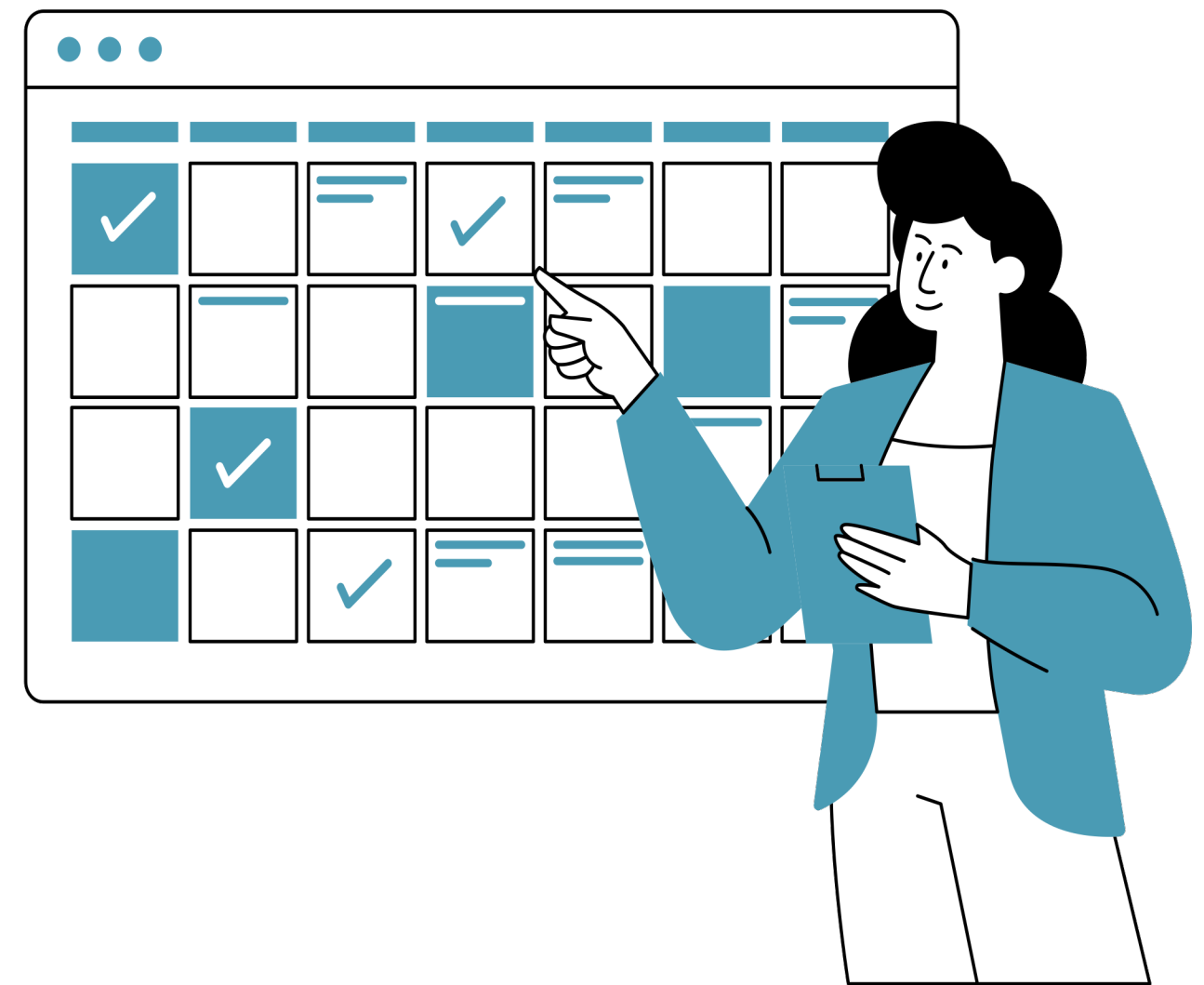
Day	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
L1P1	4950	4950	2400	4950	4950						
L2P2	3938,150	3938	3938	3938	1598						
L2P3							2588	2588	2588	1148	2588
Workers	27	27	27	27	27	0	17	17	17	17	17

- 常日生產12小時生產排程

Day	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
L1P1		X			X	X	X				
L2P2			X	X	X	X0					
L2P3	X							X		X	X
Workers	17	14	13	13	27	27	14	17	0	17	17

# 心得

- 產品與產線存在集合關係
- 敏感度分析



# 工作分配

組員	查找文獻	撰寫程式	程式驗證	敏感度 分析	文書製作	簡報製作	口頭報告
蘇慧誼 10957260	◎				◎		
許家騰 11024303							◎
邱寶樟 11024333		◎	◎	◎	◎	◎	◎
陳倬恩 11024360					◎		◎
張如葳 11039104	◎				◎		

# 參考文獻

[1] 林坤賢. (2020, July 22). 考量相依整備時間與部分迴流限制之等效平行機台生產排程問題.

<https://hdl.handle.net/11296/94p5e9>

[2] 林宸毅. (2016, June). 考慮具中斷點學習效應之混合流線式生產排程問題.

<https://hdl.handle.net/11296/ex53fk>

感謝聆聽

# 附錄

## 產品與產線之集合

產線	產品
L1	P1

產線	產品	
L2	P2	P3

# 產線與產品之集合

```
linename = ['L1', 'L2']
```

```
productname = ['P1', 'P2', 'P3']
```

```
LINK = gp.tuplelist([('L1', 'P1'), ('L2', 'P2'), ('L2', 'P3')])
```

```
LINK2 = gp.tuplelist([('L2', 'P2'), ('L2', 'P3')])
```

```
LINK2X = gp.tuplelist([('L2', 'P3')])
```

```
LINK3X = gp.tuplelist([('L2', 'P2')])
```