單機排程問題

第一組

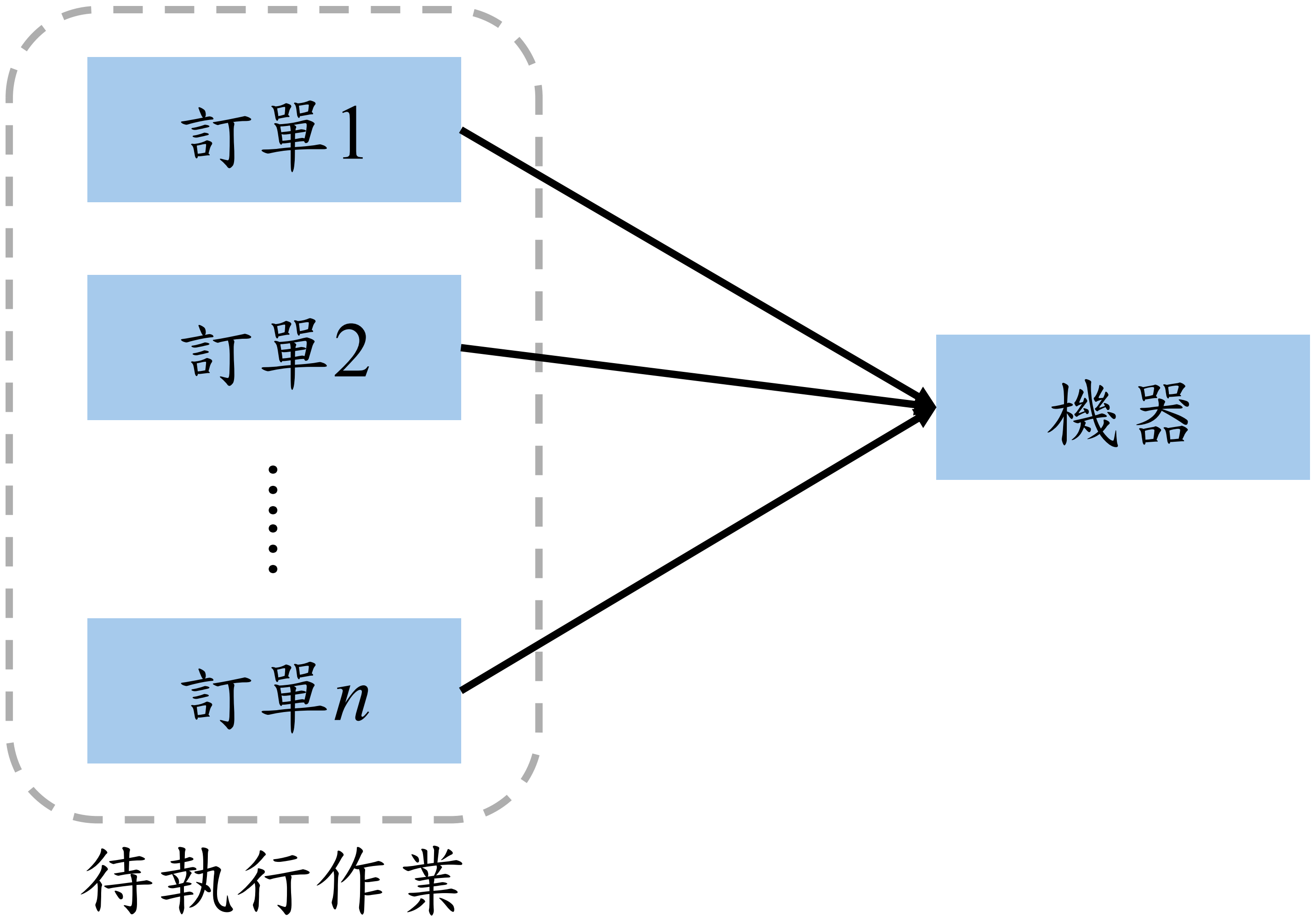
10822142 曾可欣、11024323 廖家廣、11024325 余尚晉、
11024327 莊子毅、11024333 邱寶樟

目錄

1. 單機排程問題介紹
2. 數學規劃模型
3. 派工法則介紹
4. 派工法則數學規劃模型
5. 心得
6. 參考文獻

單機排程問題介紹

- 定義：一台機器上對一組作業進行排程



簡介

作者 (年份)	研究目的	求解方法
林家賢 (2011)	最大化權重排程問題	啟發式演算法、 混合整數規劃、 分枝界限法
張旭翔 (2013)	最小化總加權完工時間	礦工基因演算法 、 基因演算法
陳晁誠 (2016)	最小化平均延誤時間、 最小化最大延遲時間、 最小化總流程時間、 最小化平均延遲時間	多項式時間演算法

數學規劃模型

- **參數**

  P_t：第 t 個順序之加工時間，$t = 1, 2, \ldots, N$。
  W_t：第 t 個順序之權重，$t = 1, 2, \ldots, N$。
  J：工作，$j = 1, 2, \ldots, N$。
  T：加工順序，$t = 1, 2, \ldots, N$。
  N：工作的數量。
  M：極大值。

- **決策變數**

  x_{jt}：第 j 項工作在第 t 個順序是否進行加工，有則為1；若無則為0。
  c_{jt}：第 j 項工作在第 t 個順序之完工時間。
  f_j：第 j 項工作之完工時間。
  s_j：第 j 項工作之開始時間。

數學規劃模型－最小化平均完工時間

- **目標式**

式(1)最小化平均完工時間。

$$\text{Minimize} \quad \frac{\sum_{j=1}^{N}\sum_{t=1}^{N} c_{jt}}{N} \tag{1}$$

- **限制式**

式(2)每項工作在每個順序之完工時間 。

$$c_{jt} \geq f_j + M\times(x_{jt} - 1) \qquad \forall\, j \in J, t \in T \tag{2}$$

式(3)每項工作之完工時間。

$$f_j \geq s_j + \sum_{t=1}^{N} (P_t \times x_{jt}) \qquad \forall\, j \in J \qquad (3)$$

式(4)與式(5)為開始加工之限制式。

$$s_0 = 0 \qquad (4)$$

$$s_{j+1} \geq s_j + \sum_{t=1}^{N} (P_t \times x_{jt}) \qquad \forall\, j \in (J-1) \qquad (5)$$

式(6)與式(7)為加工的限制條件。

$$\sum_{t=1}^{N} x_{jt} = 1 \qquad \forall\, j \in J \tag{6}$$

$$\sum_{j=1}^{N} x_{jt} = 1 \qquad \forall\, t \in T \tag{7}$$

式(8)與式(9)為非負限制式；式(10)則為二元限制式。

$$c_{jt} \geq 0 \qquad \forall\, j \in J, t \in T \tag{8}$$

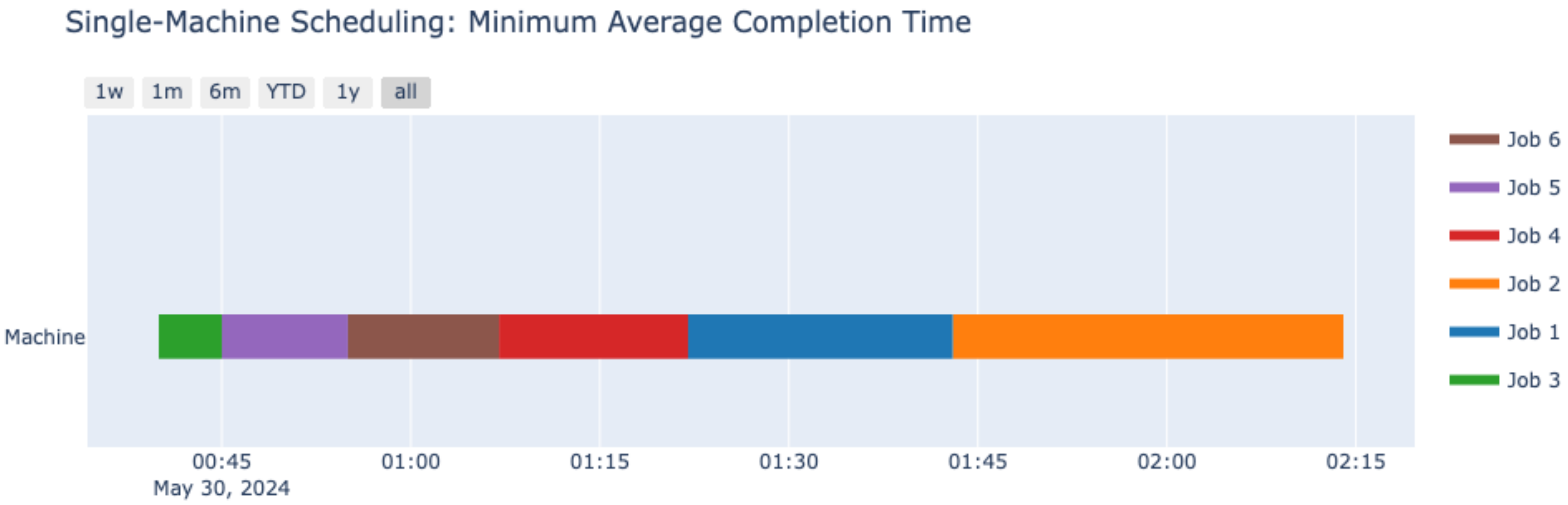
$$f_j, s_j \geq 0 \qquad \forall\, j \in J \tag{9}$$

$$x_{jt} \in \{0, 1\} \qquad \forall\, j \in J, t \in T \tag{10}$$

求解結果－最小化平均完工時間

```
Explored 1 nodes (114 simplex iterations) in 0.02 seconds (0.00 work units)
Thread count was 8 (of 8 available processors)

Solution count 4: 41 44.5 47.8333 63.6667

Optimal solution found (tolerance 1.00e-04)
Best objective 4.100000000000e+01, best bound 4.100000000000e+01, gap 0.0000%
Number of variables:  84 (integer: 48, continuous: 0, binary: 36)
Number of constraints:  60
Objective value:  41.0
```

排程結果－最小化平均完工時間



數學規劃模型－最小化平均加權完工時間

- **目標式**

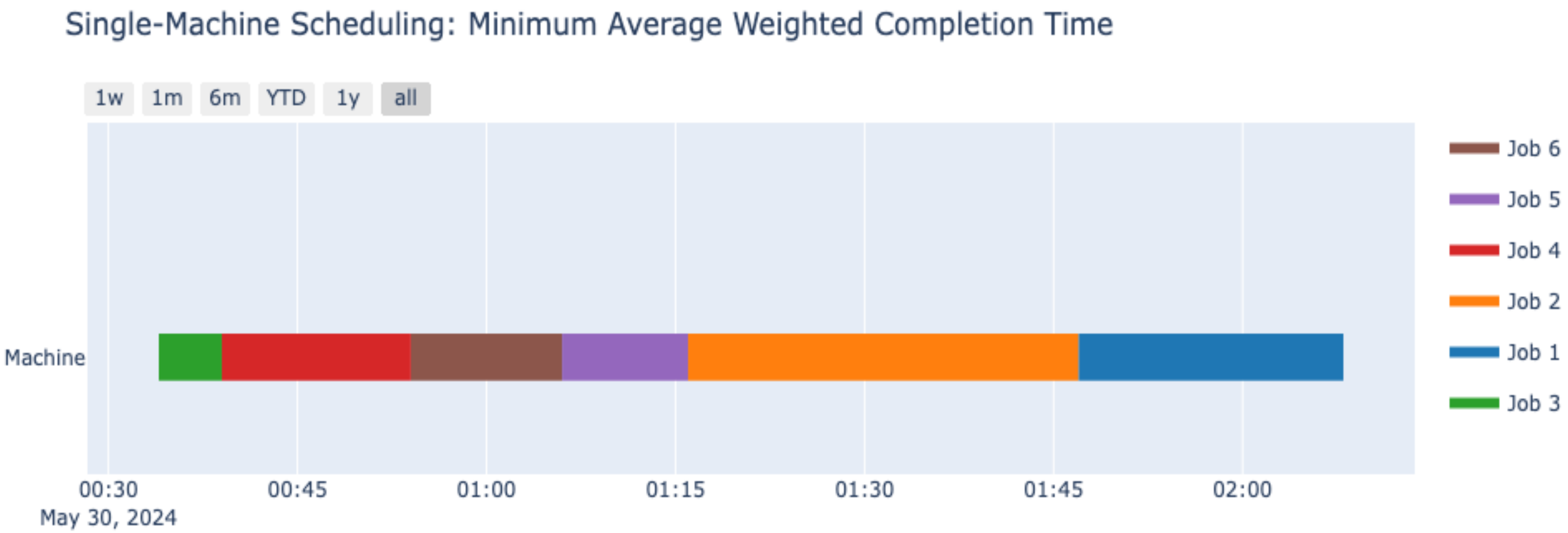
式(11)最小化平均加權完工時間。

$$\text{Minimize} \quad \frac{\sum_{j=1}^{N}\sum_{t=1}^{N}(W_t \times c_{jt})}{N} \tag{11}$$

求解結果－最小化平均加權完工時間

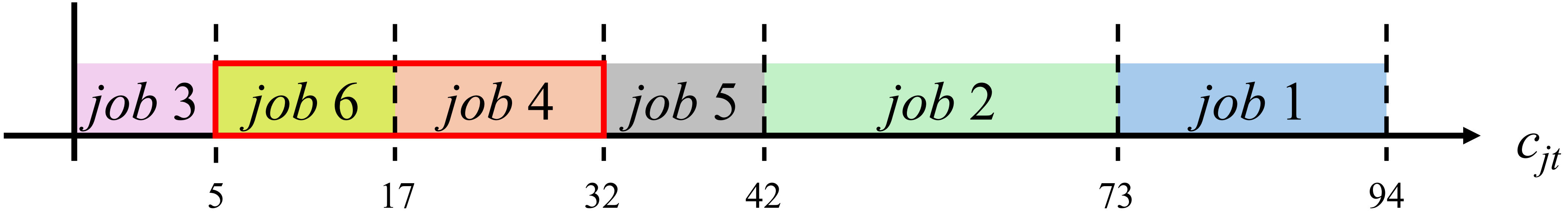
```
Explored 1 nodes (220 simplex iterations) in 0.04 seconds (0.01 work units)
Thread count was 8 (of 8 available processors)

Solution count 5: 103.167 104 113.833 ... 218.167

Optimal solution found (tolerance 1.00e-04)
Best objective 1.031666666667e+02, best bound 1.031666666667e+02, gap 0.0000%
Number of variables:  84 (integer: 48, continuous: 0, binary: 36)
Number of constraints:  60
Objective value:  103.17
```

排程結果－最小化平均加權完工時間



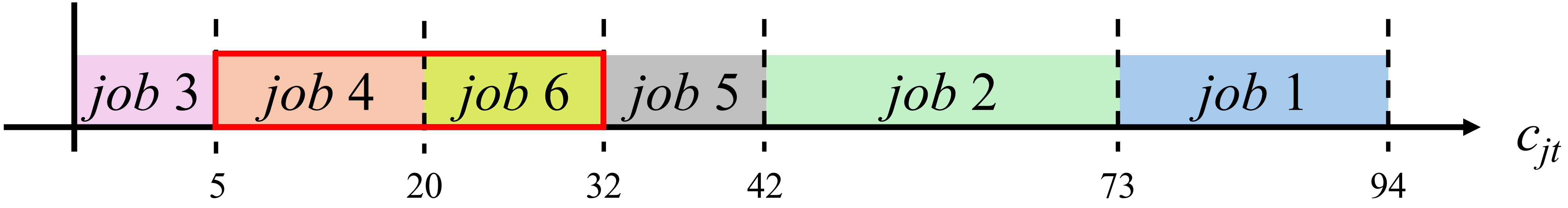
結果比較－最小化平均加權完工時間

- 範例表4-3：



$$\frac{1\times94+2\times73+5\times5+5\times\mathbf{32}+3\times42+4\times\mathbf{17}}{6}=103.17 \tag{12}$$

- 本研究：



$$\frac{1\times94+2\times73+5\times5+5\times\mathbf{20}+3\times42+4\times\mathbf{32}}{6}=103.17 \tag{13}$$

派工法則介紹

- 定義：如何將工作分配給各個工作站或工人的方法
- 常見的派工方法：

名稱	說明
最短加工時間法	最短處理時間的工作優先處理
最長加工時間法	優先處理時間最長的工作
最早到期日法則	工作到期日進行排序，到期日最早的工作優先處理
關鍵比值法	比值最低的工作優先處理

數學規劃模型－最短加工時間派工

- **新增變數及參數**

pt_t：經排序後，第 t 個順序之加工時間，$t = 1, 2, \ldots, N$。
SP_j：第 j 個工作經排序後之加工時間，$j = 1, 2, \ldots, N$。

- **新增計算式**

式(14)為經排序後的加工時間。

$$SP_j = pt_j \qquad \forall j \in J \qquad (14)$$

式(15)與式(16)分別為完工時間與開始加工之限制。

$$f_j \geq s_j + \sum_{t=1}^{N} (SP_j \times x_{jt}) \qquad \forall\, j \in J \qquad (15)$$

$$s_{j+1} \geq s_j + \sum_{t=1}^{N} (SP_j \times x_{jt}) \qquad \forall\, j \in (J-1) \qquad (16)$$

式(17)為每階段的加工時間，且式(18)令前項加工時間不大於後項。

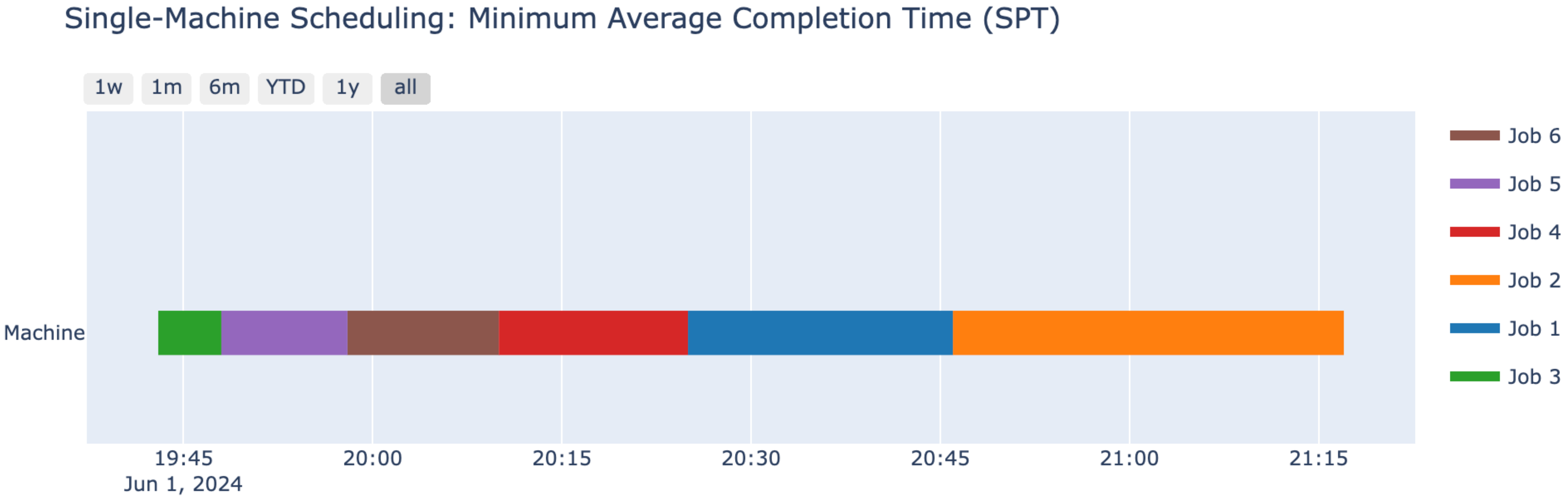
$$pt_t = \sum_{j=1}^{N} (P_j \times x_{jt}) \qquad \forall\, t \in T \qquad (17)$$

$$pt_t \leq pt_{t+1} \qquad \forall\, t \in (T-1) \qquad (18)$$

求解結果—最短加工時間派工

```
Explored 1 nodes (0 simplex iterations) in 0.01 seconds (0.00 work units)
Thread count was 8 (of 8 available processors)

Solution count 1: 41

Optimal solution found (tolerance 1.00e-04)
Best objective 4.100000000000e+01, best bound 4.100000000000e+01, gap 0.0000%
Number of variables:  90 (integer: 54, continuous: 0, binary: 36)
Number of constraints:  60
Objective value:  41.0
```

排程結果－最短加工時間派工



數學規劃模型－最長加工時間派工

- **限制式**

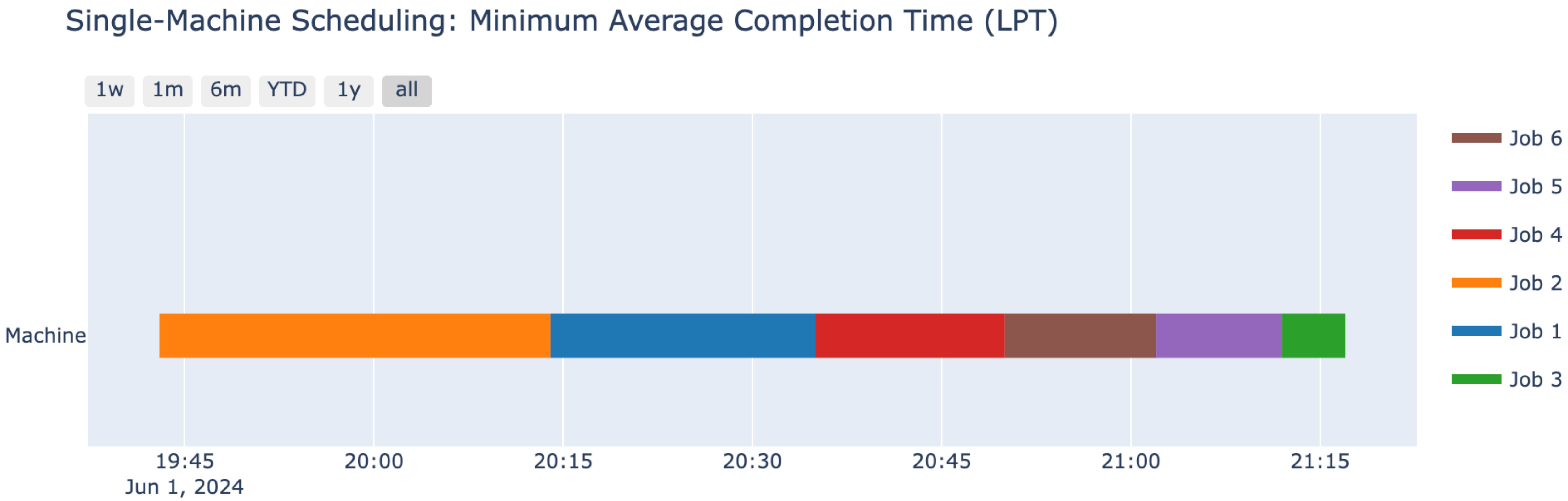
式(19)令前項加工時間不小於後項。

$$pt_t \geq pt_{t+1} \qquad \forall\, t \in (T-1) \qquad (19)$$

求解結果－最長加工時間派工

```
Explored 1 nodes (0 simplex iterations) in 0.01 seconds (0.00 work units)
Thread count was 8 (of 8 available processors)

Solution count 1: 68.6667

Optimal solution found (tolerance 1.00e-04)
Best objective 6.866666666667e+01, best bound 6.866666666667e+01, gap 0.0000%
Number of variables:  90 (integer: 54, continuous: 0, binary: 36)
Number of constraints:  60
Objective value:  68.67
```

排程結果－最長加工時間派工



心得

- 不同的派工法則之影響
- 甘特圖呈現生產排程的技巧

參考文獻

林家賢，2011，產出最大化之單機排程問題之研究，國立清華大學工業工程與工程管理學系。

陳晁誠，2018，具有變動維修單機排程問題之最佳解法，國立臺北科技大學工業工程與管理系。

張旭翔，2013，以礦工基因演算法求解單機排程問題，國立臺灣科技大學工業管理系。

賴湘文，2020，運用派工法則改善半導體封裝廠生產排程，國立中央大學工業管理研究所。

感謝聆聽