

Formule déterminant le nombre de têtes d'une hydre.

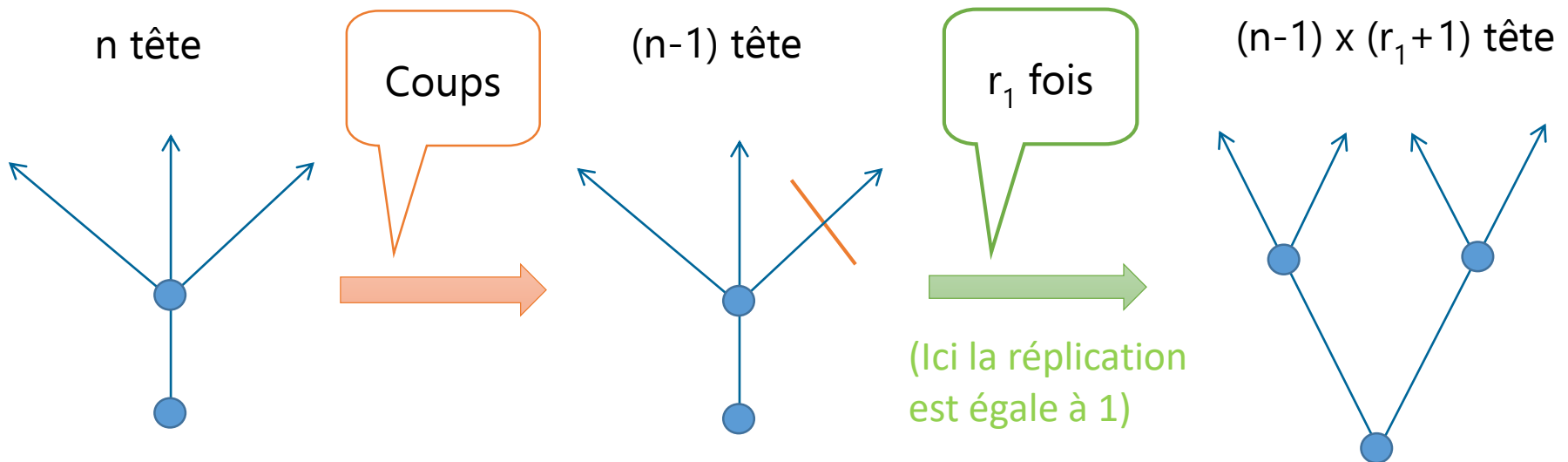
Introduction:

- En fonction du nombre de coups $\rightarrow k$
- En fonction de la réplication d'une branche coupée $\rightarrow r_k$
- En sachant que « n » est le nombre de têtes initial
- Pour un certain type d'hydre

Recherche à partir d'un exemple :

Hydre initiale : hauteur 2 et taille 5

(Principe hauteur 2, 2 nœuds, nombre de têtes variable)



$$U_k = (U_{k-1} - 1) (1 + r_k)$$

Exemples avec des valeurs :

$$n = 1$$

Nombre de coups nécessaire pour tuer cette hydre est $2 + r_1$

$$n = 2$$

Premier coups

$$(n - 1) = 1$$

Réplication $r_1 = 1$

$$(n - 1) \times (r_1 + 1) = 2$$

Deuxième coups

$$[(n - 1) \times (r_1 + 1)] - 1 = 1$$

Réplication $r_2 = 1$

$$([(n - 1) \times (r_1 + 1)] - 1) \times (r_2 + 1) = 2 + 3$$

$$n = 3$$

Premier coups

$$(n - 1) = 2$$

Réplication $r_1 = 1$

$$(n - 1) \times (r_1 + 1) = 4$$

Deuxième coups

$$[(n - 1) \times (r_1 + 1)] - 1 = 3$$

Réplication $r_2 = 1$

$$([(n - 1) \times (r_1 + 1)] - 1) \times (r_2 + 1) = 6 + 4$$

$$n = 4$$

Premier coups

$$(n - 1) = 3$$

Réplication $r_1 = 1$

$$(n - 1) \times (r_1 + 1) = 6$$

Deuxième coups

$$[(n - 1) \times (r_1 + 1)] - 1 = 5$$

Réplication $r_2 = 1$

$$([(n - 1) \times (r_1 + 1)] - 1) \times (r_2 + 1) = 10 + 10$$

Nombre de têtes au rang k

Formule pour la première étape (1ère attaque)

$$\bullet U_k = (U_{k-1} - 1) (1 + r_k) \Rightarrow U_1 = (U_0 - 1)(1 + r_1)$$

$$\bullet U_0 = n$$

Nombre de têtes au rang k

Formule pour la deuxième étape (2ème attaque)

$$\bullet U_0 = n$$

$$\bullet U_1 = (U_0 - 1)(1 + r_1)$$

$$\bullet U_2 = (U_1 - 1) + r_2(n - 2) \Rightarrow U_k = (U_{k-1} - 1) + r_k(n - k)$$

$$\bullet \forall r_k \in \mathbb{N}$$

$\bullet n > k$: IMPOSSIBLE

Conclusion

- Pas de formule avec de l'arithmétique classique
- Variables qui peut être l'infini => utilisation de nombres transfinis
- A retenir : Simulation -> perd en hauteur = meurt au bout d'un certain temps