

第22章 构建静态利率期限结构模型

清华大学经管学院 朱世武

Zhushw@sem.tsinghua.edu.cn

Resdat样本数据: www.resset.cn

SAS论坛: www.resset.cn

22.1 银行间债券利率期限结构拟合

计算环境

- 2005年1月31日作为计算时点指标。
- 从2005年1月31日之前发行、2005年1月31日之后到期的固定利率政策性金融债券中选择样本，拟合政策性金融债券利率期限结构。
- 计算数据集：2005年1月31日固定利率金融债样本债券 ResDat.SampFbd050131。数据集的变量说明如下页。

ResDat.SampFbd050131变量说明

变量名	中文全称
Date	日期
Bondcls	债券种类
Bdid	债券标识
Bdcd	债券代码
Resbdid	锐思债券标识
Price	债券价格（收盘全价）
Par	债券面值

Intmd	计息方式
Couprt	票面利率
Freq	年付息频率
Intdt	起息日
Matdt	到期日
Maturity	到期期限
Modifdur	修正久期
Yrstmat	剩余期限
Yield	到期收益率

The Power to Know.

```

/* 产生样本债券SampFbd050131未来现金流与对应的时刻 */
data SampFbd050131;
set ResDat.SampFbd050131;
if freq=0 then _t=Yrstmat+1e-12;
else _t=mod(yrdif(date,matdt,'act/act'),1/Freq); /* _t为当前日到下一个付息的时间 */
if mod(_t,1)=0 then do;
_t=_t+1e-12; /* 正好付息日时，因为_t为整数时，包含_t的函数没有结果 */
end;
run;
data tbond_info;
set SampFbd050131;
if freq=0 then do;
    t=_t;
    output;
end;
else do t=_t to Yrstmat by 1/freq; /* 产生现金流对应的时刻 */
output;
end;
proc sort;
by resbdid;

```



```

data tbond_info;
set tbond_info;
if Intmd=2 and last.resbdid=0 then CF=couprt*par/freq; /*到期日
前付息债产生的现金流*/
if Intmd=2 and last.resbdid=1 then CF=couprt*par/freq+par; /*到
期日付息债产生的现金流*/
if Intmd=0 and last.resbdid=0 then CF=0; /*到期日前贴现债现金
流*/
if Intmd=0 and last.resbdid=1 then CF=par; /*到期日贴现债现金
流*/
if Intmd=1 and last.resbdid=0 then CF=0; /*到期日前零息票债现
金流*/
if Intmd=1 and last.resbdid=1 then CF=par+couprt*par*maturity;
/*到期日贴现债现金流*/
by resbdid;
run;

```

/* 数据集tbond_info增加了3个变量:

_t为当前日到下一个付息的时间

t: 现金流发生时间

CF: 现金流量 */

The Power to Know.

多项式样条法

采用上一章得到的简化模型：

$$D(t) = \begin{cases} D_0(t) = 1 + b_1 t + c_1 t^2 + d_1 t^3 & t \in [0, 5] \\ D_5(t) = 1 + b_1 t + c_1 t^2 + d_1 [t^3 - (t-5)^3] + d_2 (t-5)^3 & t \in [5, 10] \\ D_{10}(t) = 1 + b_1 t + c_1 t^2 + d_1 [t^3 - (t-5)^3] + \\ \quad d_2 [(t-5)^3 - (t-10)^3] + d_3 (t-10)^3 & t \in [10, 30] \end{cases}$$

```

/* 多项式样条法 */
data tbond_info1;
set tbond_info;
p1=CF;
pb1=CF*t;
pc1=CF*t**2;
pd1=CF*((0<=t<=5)*t**3+(5<t<=30)*(t**3-(t-5)**3));
pd2=CF*((5<t<=10)*(t-5)**3+(10<t<=30)*((t-5)**3-(t-10)**3));
pd3=CF*((10<t<=30)*(t-10)**3);
run;
proc means noprint;
by resbdid;
var p1 pb1 pc1 pd1 pd2 pd3;
output out=Psplines2 sum=p1 pb1 pc1 pd1 pd2 pd3;
data Psplines2(drop=_TYPE_);
set Psplines2;
run;
proc sort data= tbond_info out=x;
by resbdid;

```

```

data Psplines2;
merge Psplines2 x;
by resbdid;
if p1^=.;
reg_prc=price-p1; /* 现价减去常数，这样回归时不要截距项 */
weight1=(1/Modifdur)**2;
run;
proc reg data=Psplines2 outest=Psplines2 noprint;
model reg_prc=pb1 pc1 pd1 pd2 pd3 /noint; /* noint为不要截距项 */
weight weight1;
run;
data Psplines3(keep=t R);
set Psplines2;
do t=0.1 to 30 by 0.1;
if 0<=t<=5 then D=1+pb1*t+pc1*t**2+pd1*t**3;
if 5<t<=10 then D=1+pb1*t+pc1*t**2+pd1*(t**3-(t-5)**3)+pd2*(t-5)**3;
if 10<t<=30 then
D=1+pb1*t+pc1*t**2+pd1*(t**3-(t-5)**3)+pd2*((t-5)**3-(t-10)**3)+pd3*(t-
10)**3;
R=-log(D)/t; /* 连续复利即期利率 */
output;
end;
run;

```



```
/*画图*/
data Psplines4 (keep=R t maturity yield);
set Psplines3 tbond_info; /* 将Yrstmat和yield的图一起迭加
到由模型得到的期限结构图中，这里，用set语句比用merge
语句得到的数据集，更方便作图时的控制 */
run;
ods listing close;
ods html path='d:\'(url=none) body='31jan2005.html ';
options reset=global gunit=pct border cback=white
colors=(black red) ftitle=swissb ftext=swiss htitle=4 htext=3;
proc gplot data=Psplines4;
plot yield*maturity=1 R*t=2 /overlay;
symbol1 color=red value=star i=none;
symbol2 color=black i=j; /**/
run;
quit;
ods html close;
ods listing;
```

拟合结果

$$b_1 = -0.022525827 \quad c_1 = -0.00875463$$

$$d_1 = 0.0010189845 \quad d_2 = -0.000969773 \quad d_3 = 0.001418045$$

根据贴现因子与连续复利即期利率的转换公式， $D(0, t) = \exp[-tR(0, t)]$

得到连续复利即期利率的时间函数。

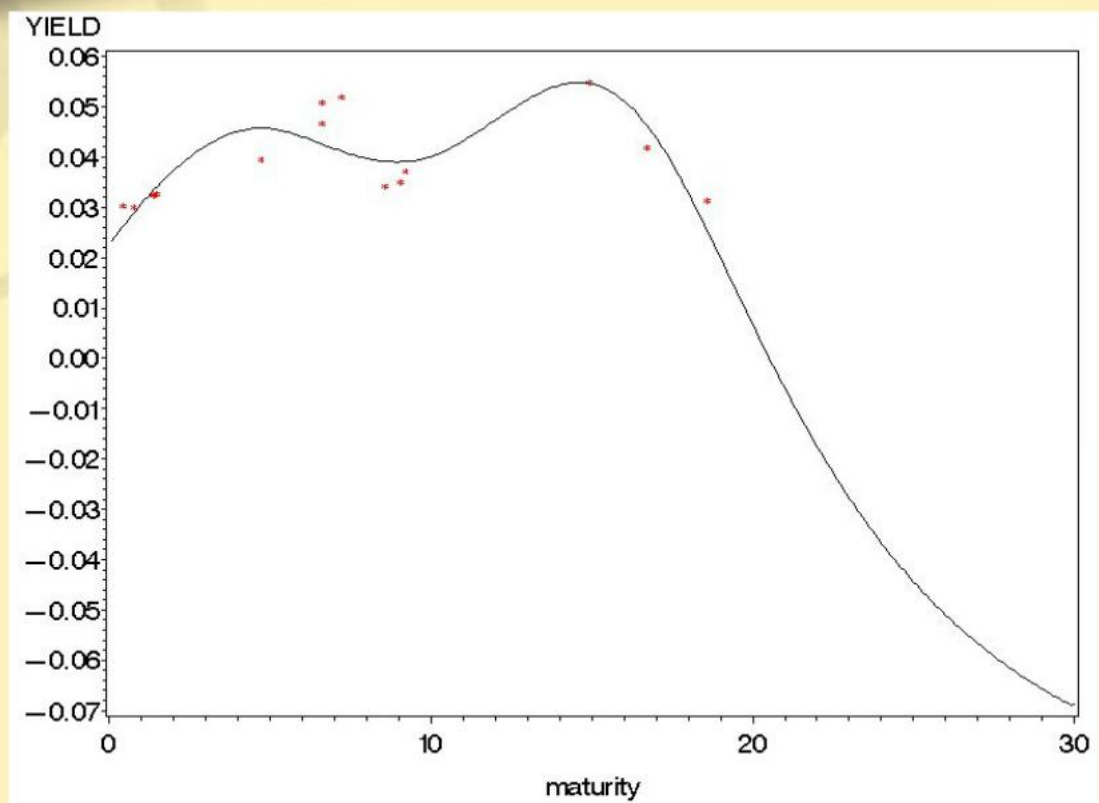


图22.1 多项式样条法拟合的即期利率曲线

指数样条法

采用上一章得到的简化模型：

$$D(s) = \begin{cases} D_0(s) = d_0 + c_0 e^{-us} + b_0 e^{-2us} + a_0 e^{-3us} & s \in [0, 5] \\ D_5(s) = d_0 + c_0 e^{-us} + b_0 e^{-2us} + a_0 [e^{-3us} - (e^{-us} - e^{-5u})^3] + a_1 (e^{-us} - e^{-5u})^3 & s \in [5, 10] \\ D_{10}(s) = d_0 + c_0 e^{-us} + b_0 e^{-2us} + a_0 [e^{-3us} - (e^{-us} - e^{-5u})^3] + \\ a_1 [(e^{-us} - e^{-5u})^3 - (e^{-us} - e^{-10u})^3] + a_2 (e^{-us} - e^{-10u})^3 & s \in [10, 30] \end{cases}$$

拟合结果

$$d_0 = 1357.4194684 \quad c_0 = -4208.533298 \quad b_0 = 4346.8440472$$

$$a_0 = -1494.736502 \quad a_1 = 1379.114065 \quad a_2 = -2101.039939 \quad u = 0.0102794795$$

根据这些参数，得到连续复利即期利率的时间函数。

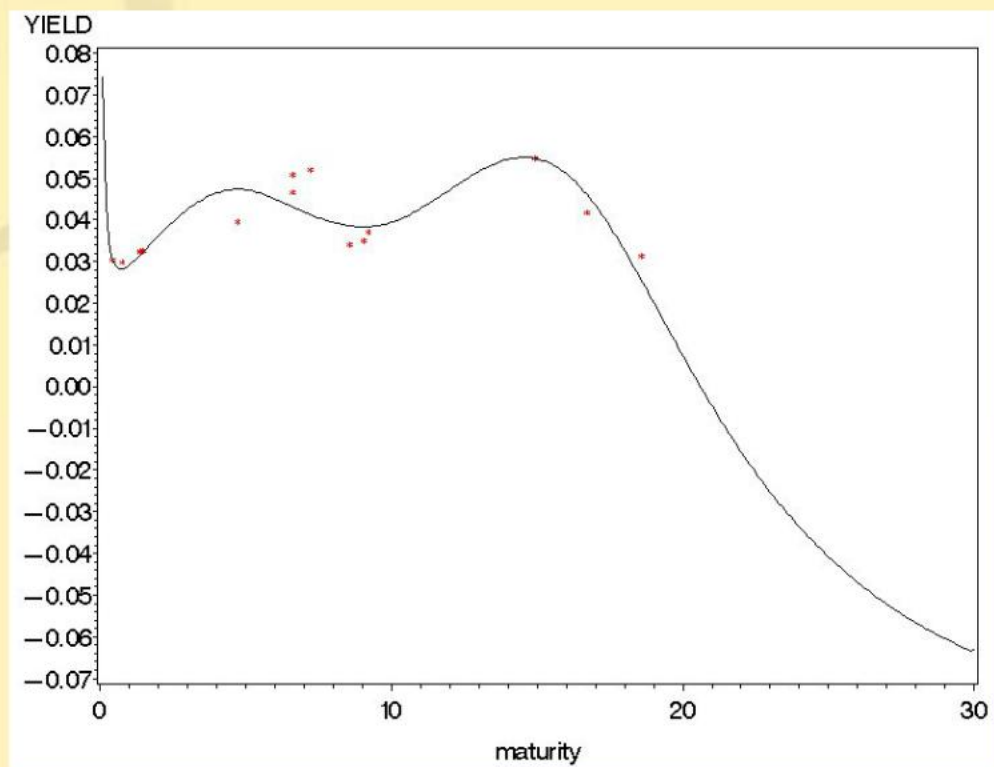


图22.2 指数样条法拟合的即期利率曲线

22.1.4 Nelson-Siegel Svensson 扩展模型

Nelson-Siegel Svensson 扩展模型:

$$f(0, \theta) = \beta_0 + \beta_1 \exp\left(-\frac{\theta}{\tau_1}\right) + \beta_2 \left(\frac{\theta}{\tau_1}\right) \exp\left(-\frac{\theta}{\tau_1}\right) + \beta_3 \left(\frac{\theta}{\tau_2}\right) \exp\left(-\frac{\theta}{\tau_2}\right)$$

$$R(0, \theta) = \beta_0 + \beta_1 \left[\frac{1 - \exp\left(-\frac{\theta}{\tau_1}\right)}{\frac{\theta}{\tau_1}} \right] + \beta_2 \left[\frac{1 - \exp\left(-\frac{\theta}{\tau_1}\right)}{\frac{\theta}{\tau_1}} - \exp\left(-\frac{\theta}{\tau_1}\right) \right] +$$
$$\beta_3 \left[\frac{1 - \exp\left(-\frac{\theta}{\tau_2}\right)}{\frac{\theta}{\tau_2}} - \exp\left(-\frac{\theta}{\tau_2}\right) \right]$$

The Power to Know.

拟合结果

$$\beta_0 = 0 \quad \beta_1 = 0.0277300886 \quad \beta_2 = 1 \quad \beta_3 = -0.890741461$$

$$\tau_1 = 6.3300221844 \quad \tau_2 = 6.0731627741$$

根据这些参数，可以得到连续复利即期利率的时间函数。

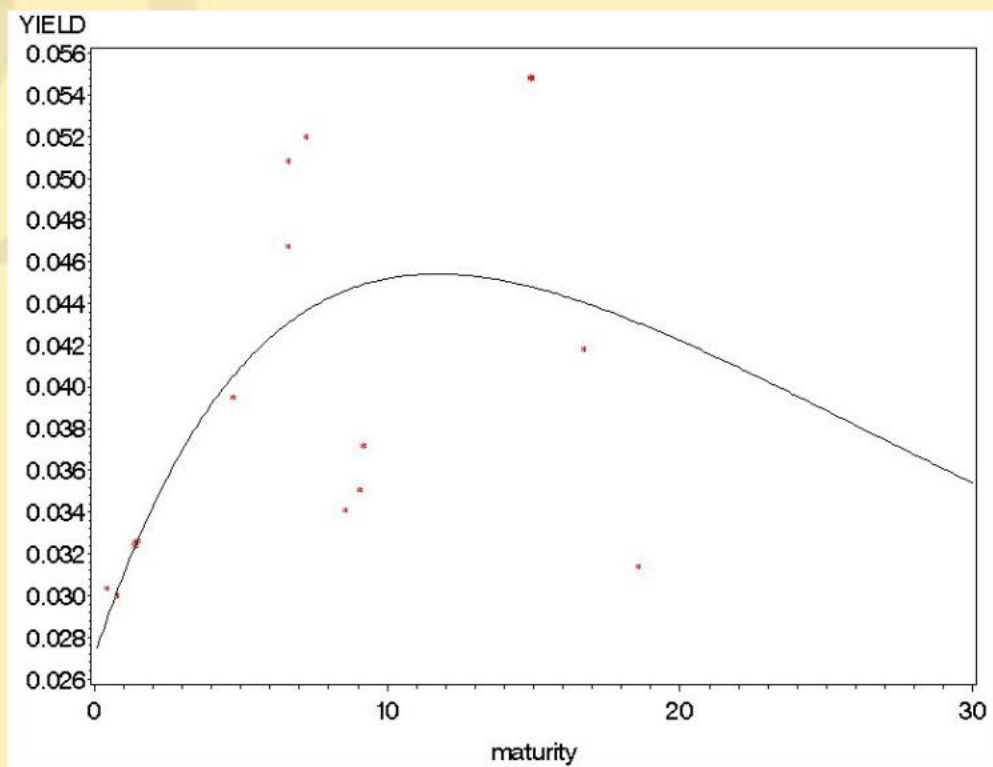


图22.3 Nelson-Siegel Svensson扩展模型拟合的即期利率曲线

将上面三个图合并：

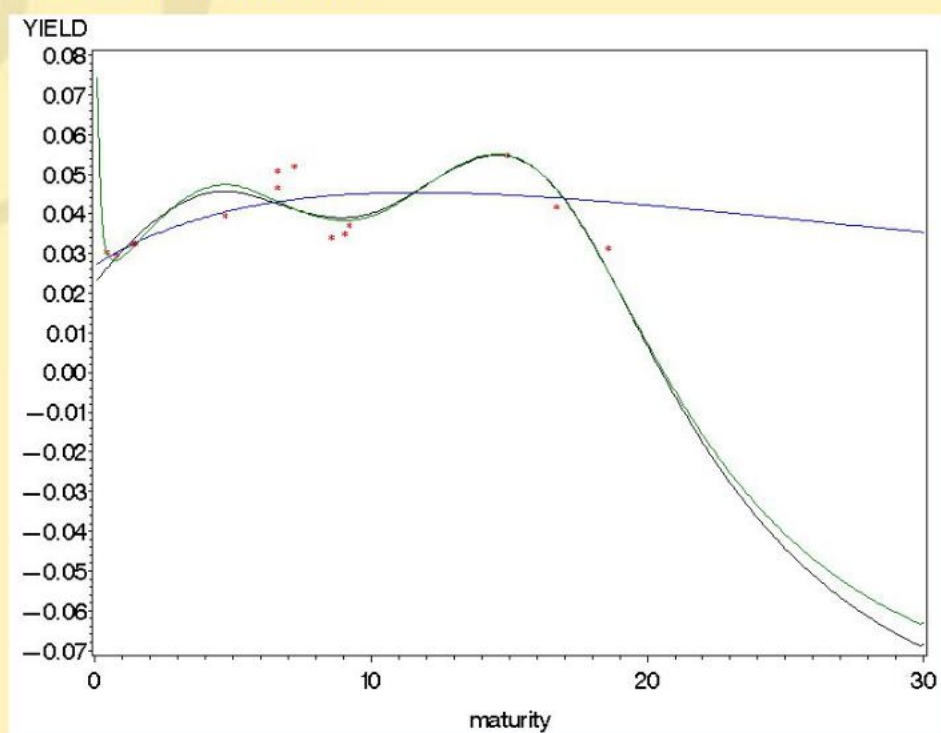


图22.4 不同静态模型拟合的即期利率曲线

（绿色：多项式样条法，黑色：指数样条法，蓝色：Nelson-Siegel Svensson模型）

The Power to Know.

在图22.4中，多项式样条法和指数样条法拟合出来的即期利率曲线却明显地存在以下不合理之处：短期利率上翘；利率曲线不够平滑，呈现出过多的波浪式起伏；在远端呈幂级数下降，特别是，当期限大于20年时，即期利率甚至出现了小于0的情况。

22.2 银行间与交易所国债利率期限结构比较

我国债券交易主要有两个市场，一个是交易所市场，另一个是银行间交易市场。然而，这两个市场实际上是两个分割的市场，对于国债，它们应当有各自的利率期限结构。

沿用上一节的方法及三种期限结构模型，分别得到银行间与交易所国债2005年1月5日的利率期限结构。[图22.5](#)——[图22.8](#)为2005年1月5日的各静态模型对应的银行间国债即期利率曲线。[图22.9](#)——[图22.12](#)为2005年1月5日的各静态模型对应的交易所国债即期利率曲线。显然，同一天的银行间国债利率期限结构与交易所国债利率期限结构差别很大。

多项式样条法拟合的即期利率曲线 (2005年1月5日)

05JAN2005

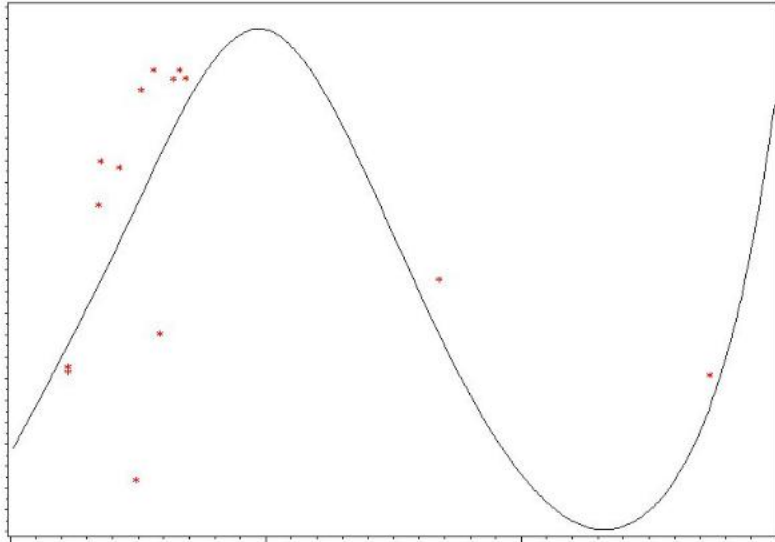


图22.5 银行间

05JAN2005

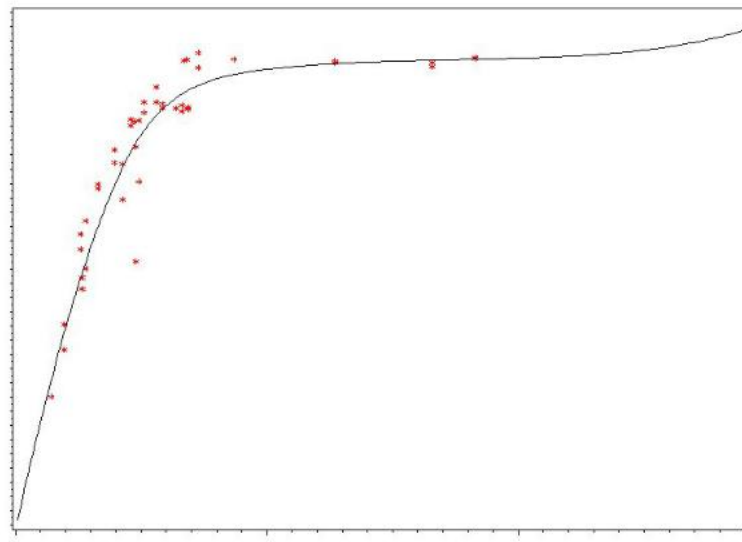


图22.9 交易所

The Power to Know.

指数样条法拟合的即期利率曲线 (2005年1月5日)

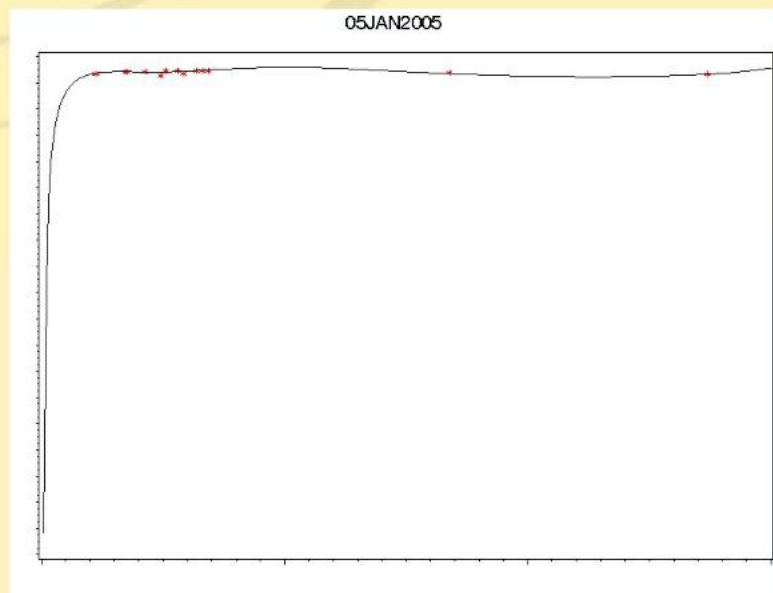


图22.6 银行间

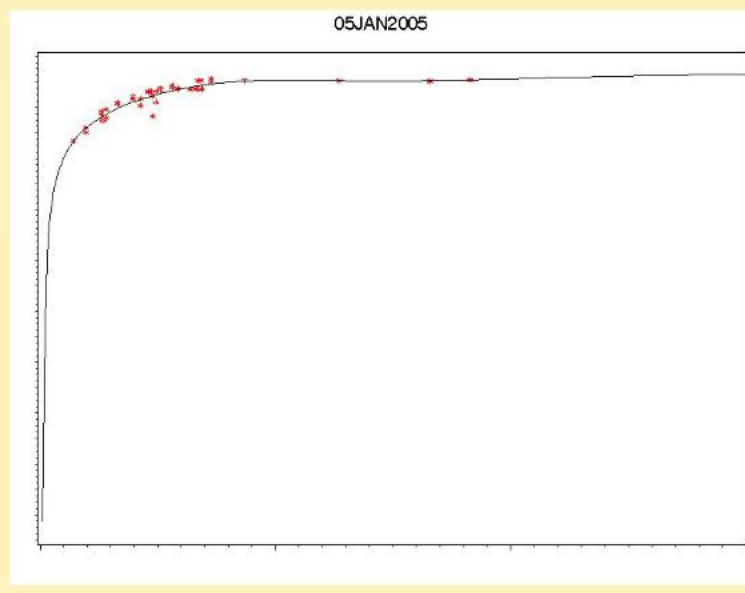


图22.10 交易所

Nelson-Siegel Svensson模型拟合的即期利率曲线 (2005年1月5日)

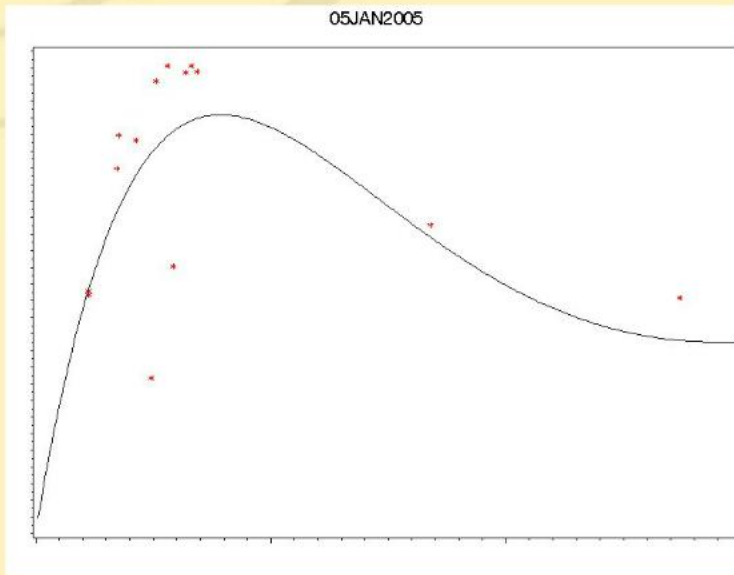


图22.7 银行间

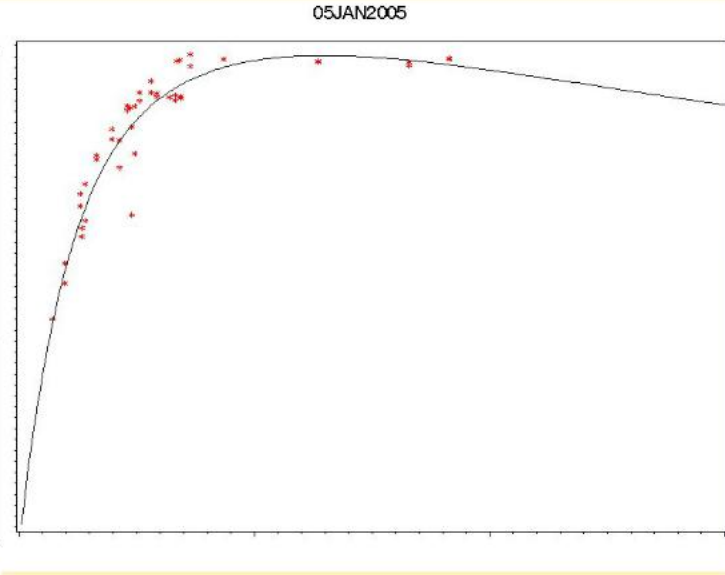


图22.11 交易所

22.3 合理利率期限结构的判断标准

标准1. 能正确反映债券市场短期、中期、长期利率的基本变化趋势；

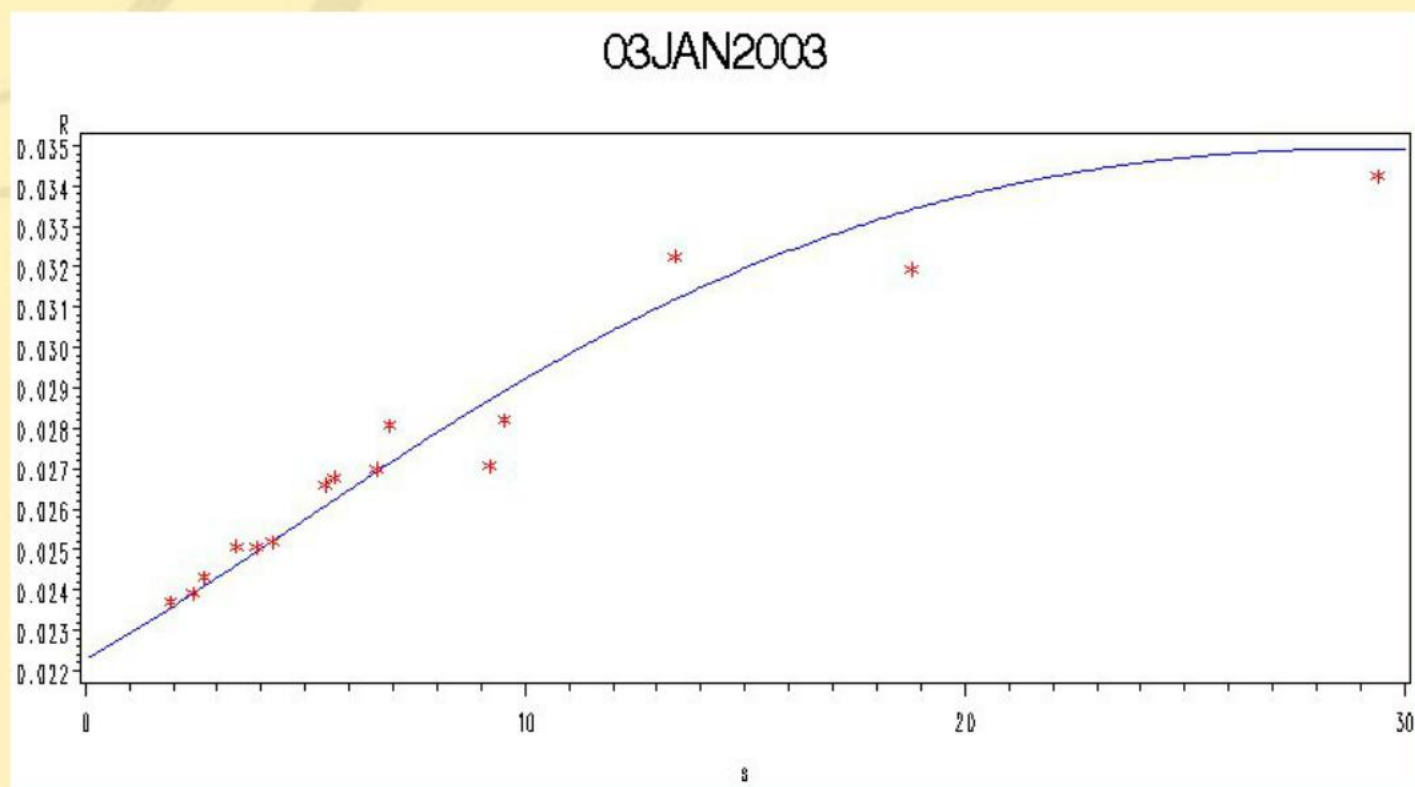
标准2. 能兼顾曲线的平滑性与债券定价的精确性；

标准3. 使用的期限结构模型稳定性好；

标准4. 能有效处理不完整数据；

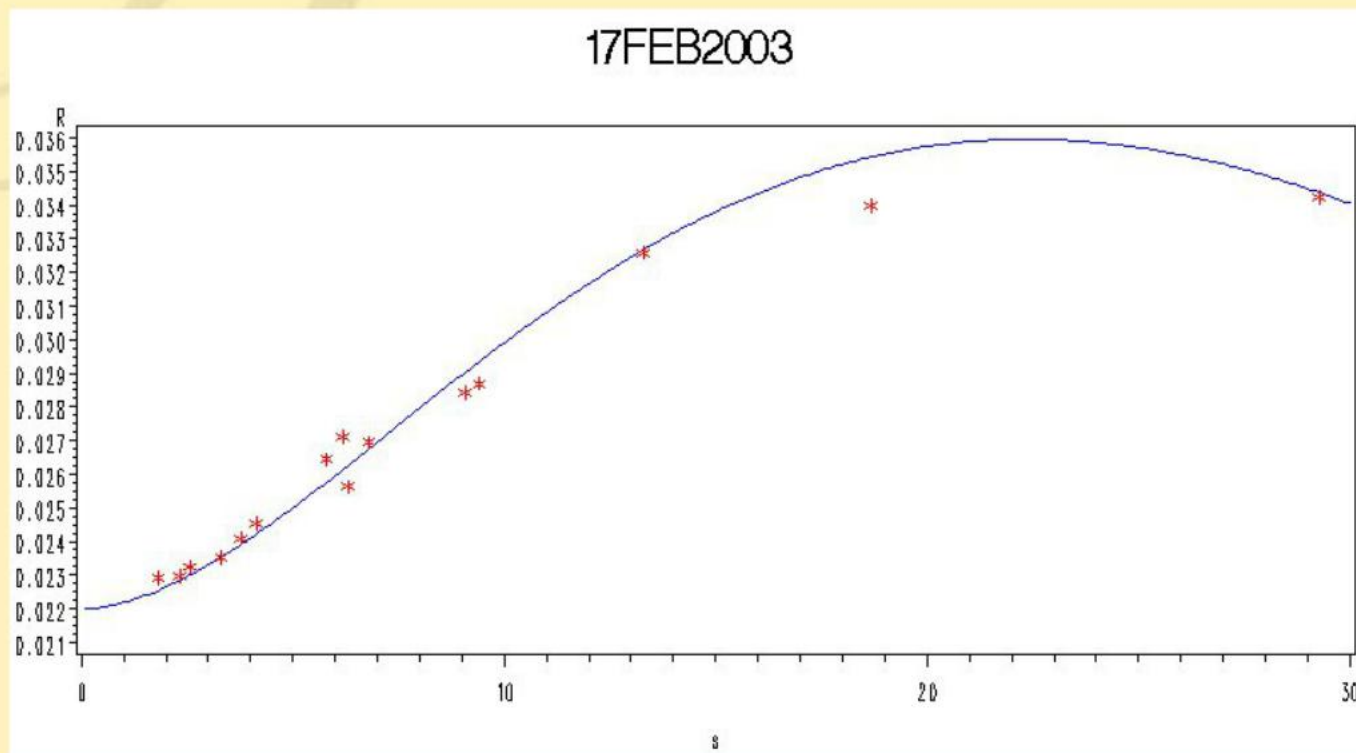
标准5. 能有效剔除异常值。

标准1. 能正确反映债券市场短期、中期、长期利率的基本变化趋势



The Power to Know.

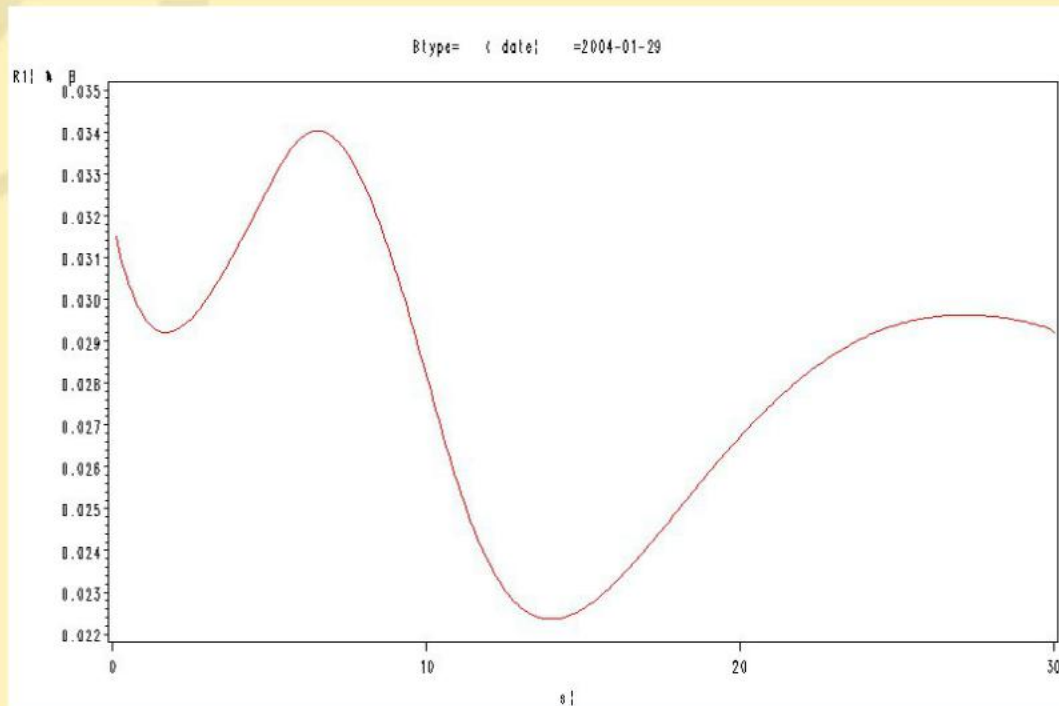
标准1. 能正确反映债券市场短期、中期、长期利率的基本变化趋势



The Power to Know.

标准2. 能兼顾曲线的平滑性与债券定价的精确性。

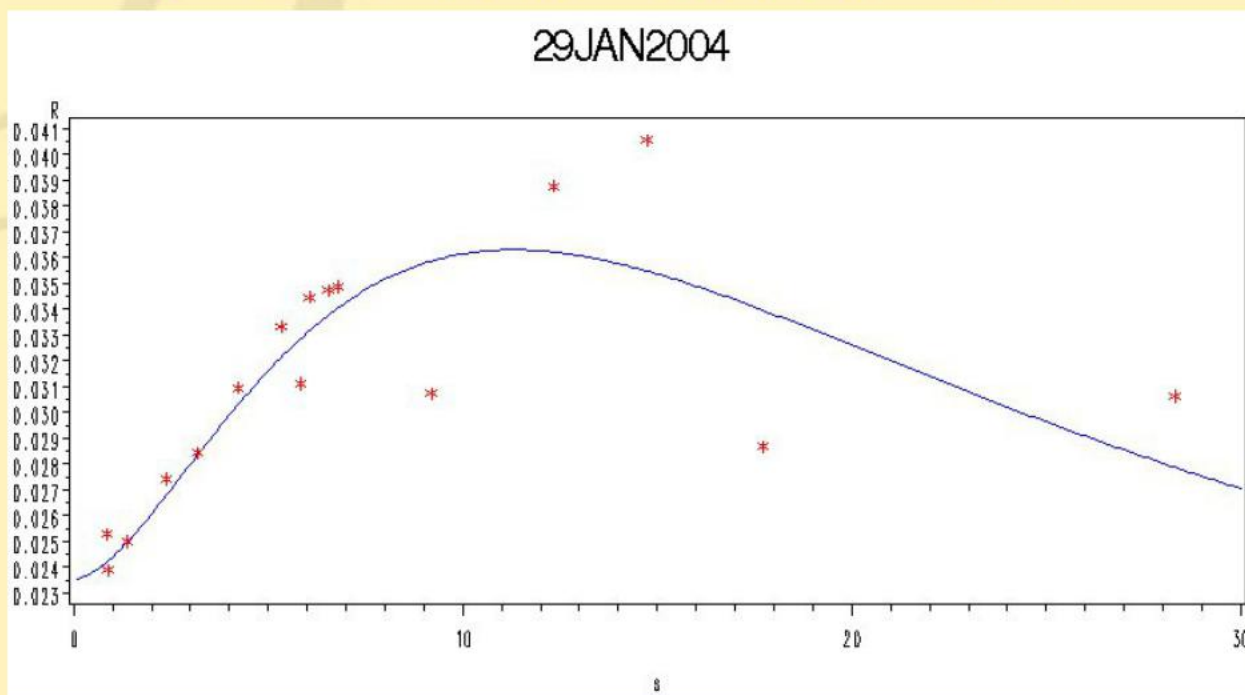
下面的期限结构不满足标准2



呈现出过多的波浪式起伏,特别是不应该有突然的起伏与转折, 定价虽然精确, 但这样的期限结构没有意义。

The Power to Know.

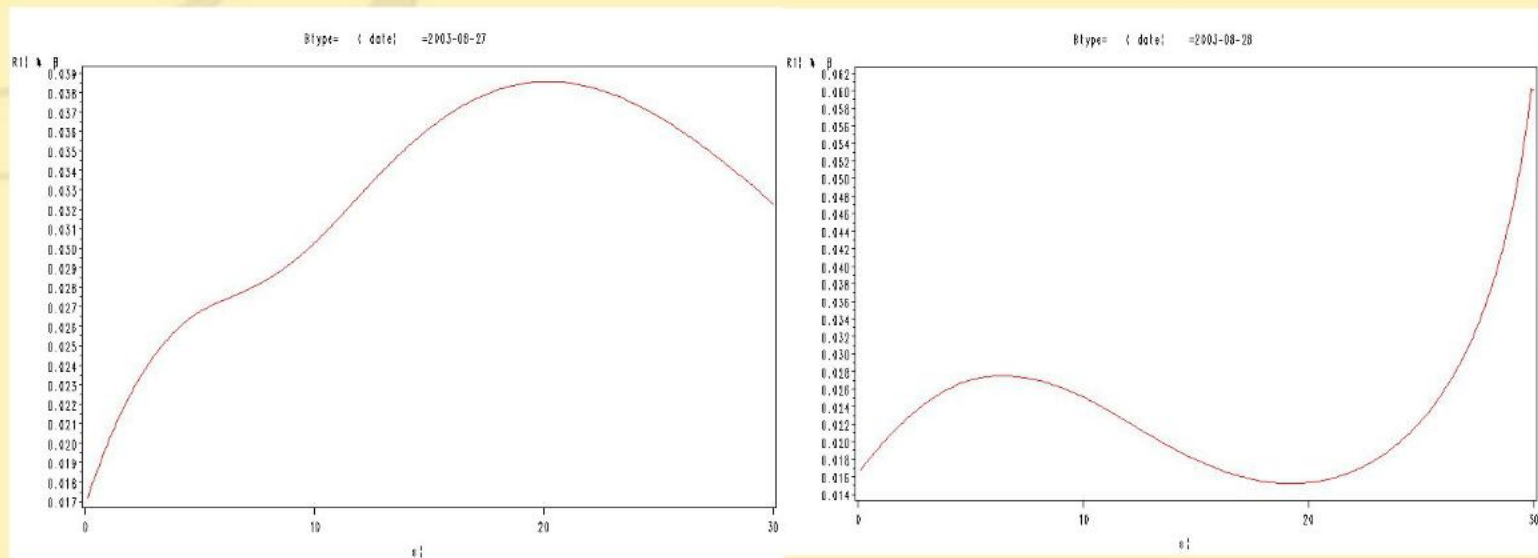
改进后的期限结构满足标准2



央行给出的收益率曲线既要精确拟合现实的交易价格、又要在市场失去理性时给出适合的引导。改进后期限结构。

The Power to Know.

标准3. 使用的期限结构模型稳定性好。下面的期限结构不满足标准3

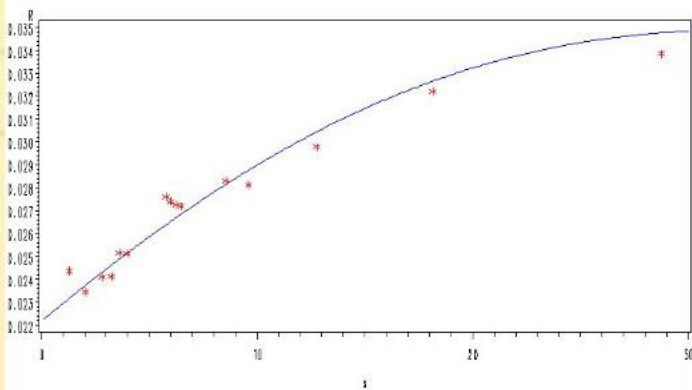


2003年8月27和28日两天的期限结构，显然，模型非常不稳定，仅相隔一天，形状却完全不一样。

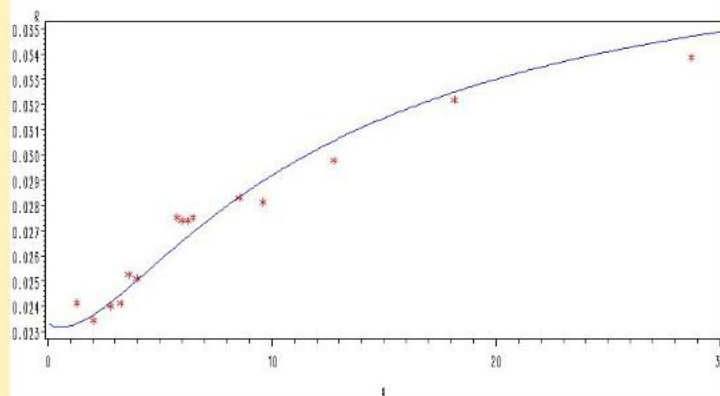
The Power to Know.

改进后的期限结构满足标准3

27AUG2003



28AUG2003



优化后的2003年8月27和28日两天的期限结构，满足标准3。

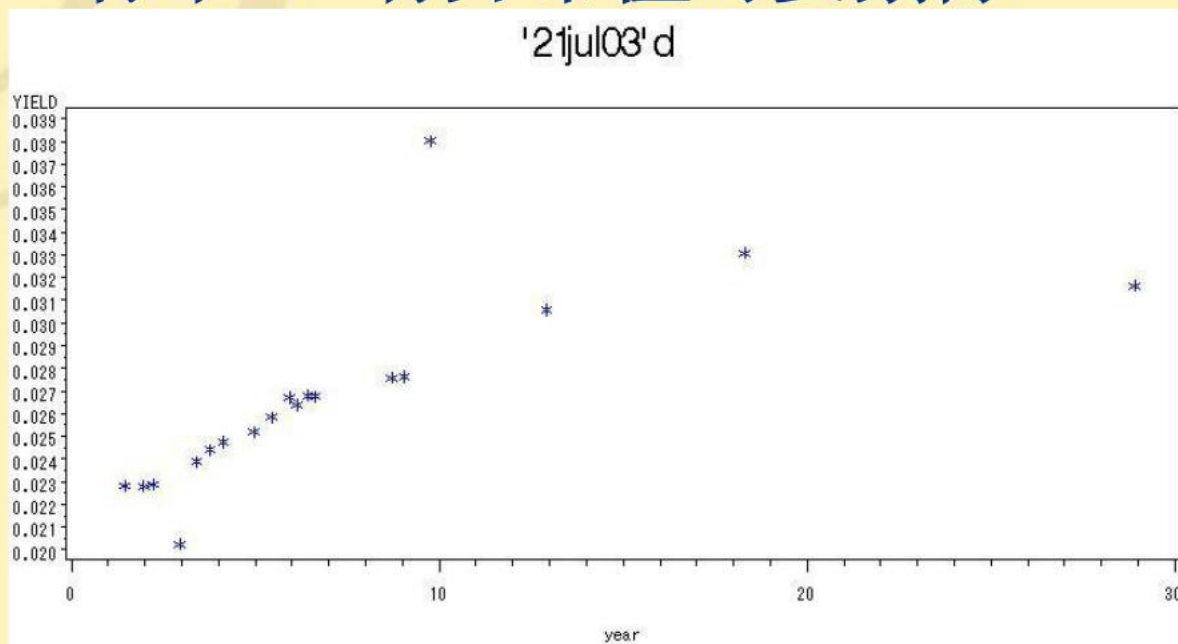
标准4. 能有效处理不完整数据

银行间市场的很多品种交易不活跃，经常出现不交易的债券；

在有缺失债券价格条件下建立的期限结构必须具有处理不完整数据的功能；

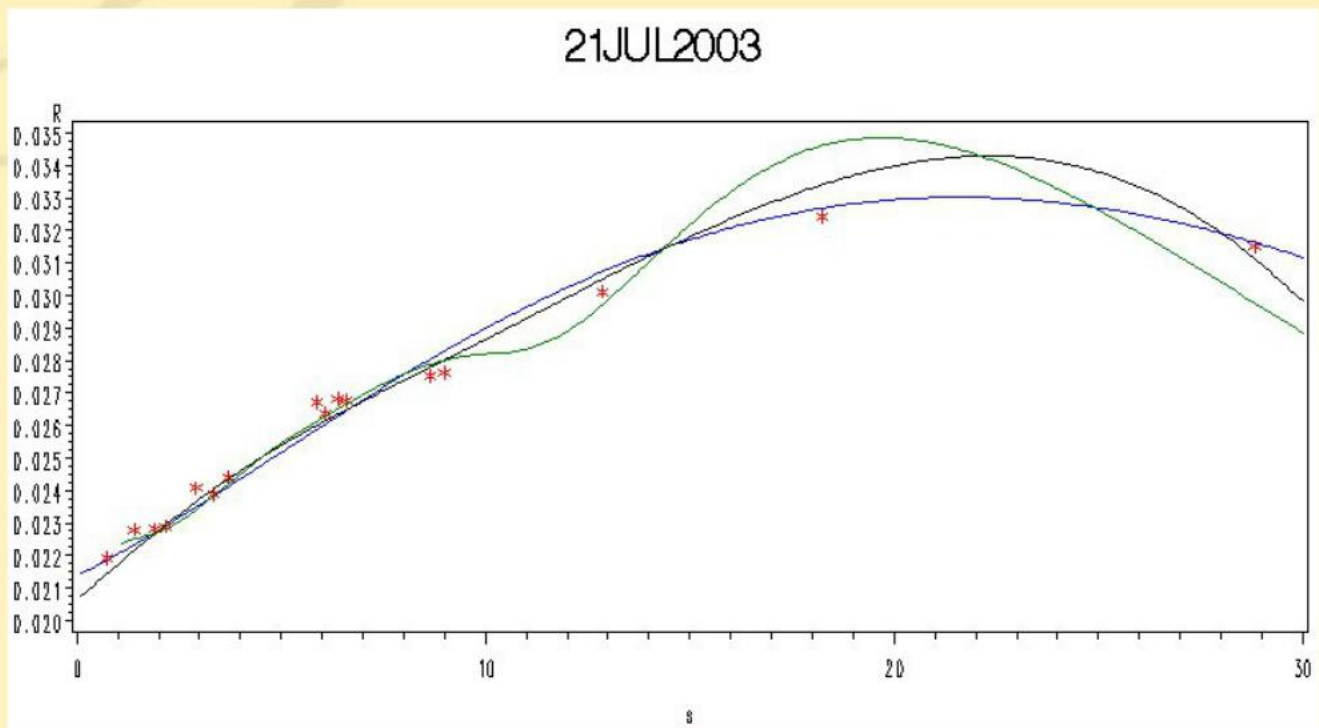
对不完整数据的处理也是关键的技术。

标准5：有异常值时要剔除



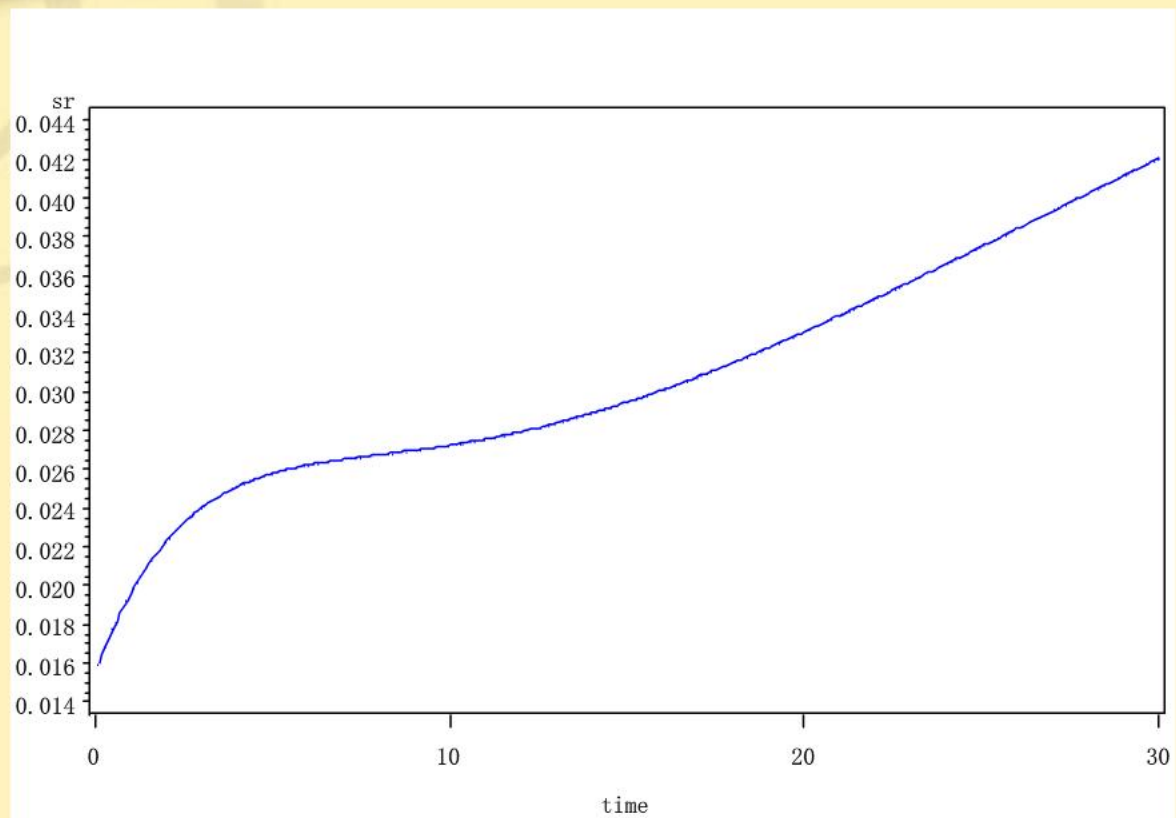
按照一定的标准选择2003年7月21日的国债样本，到期收益率散点图可以看到，在靠近3年和靠近10年的位置都出现了异常点，像这样的债券就应该从债券样本中予以剔除。

标准5：剔除异常值后得到合理的期限结构



22.4 NSS模型搜索算法

由于Nelsen-Siegel模型涉及到非线性最优化，实际应用起来比较麻烦。这里给出一种比较简单的近似算法—数据搜索算法。首先确定参数的范围，通过循环计算，最小化目标函数，确定出参数的估计值。由于在一定时期内，曲线形状不会发生很大变化，因此，可以确定相近日期的参数范围，从而减少计算量。



The Power to Know.