

第20章 可转换债券定价

清华大学经管学院 朱世武

Zhushw@sem.tsinghua.edu.cn

Resdat样本数据: www.resset.cn

SAS论坛: www.resset.cn

The Power to Know.

可转换债券的概念

可转换公司债券，简称可转换债券，是一种可以在特定时间、按特定条件转换为普通股股票的特殊企业债券。可转换债券的几个相关要素如下。

面值(Par Value): 我国可转债面值是100元，最小交易单位是1000元。

票面利率(Coupon Rate): 与普通债券一样，可转债也提供票面利率。不过可转债的票面利率比普通债券要低

转股价格(Conversion Price): 转股价格是指可转债转换成每股所需支付的价格。

转换比率(Conversion Ratio): 转换比率是指一个单位可转债转换成的股票数量。数学表达式为：转换比率 = 面值 / 转股价格。

转换价值(Conversion Value): 可转债按照标的股时价转换的价格，一般就是标的股即期价格。

转换期限(**Conversion Period**): 转换期限指可以将债券转换成股票的时间范围, 时间段包括从债券发行日至到期日。

可转换债券兼具有债券和股票的特性, 含有以下三个特点。

债权性: 与其他债券一样, 可转换债券也有规定的利率和期限。投资者可以选择持有债券到期, 收取本金和利息。

股权性: 可转换债券在转换成股票之前是纯粹的债券, 但在转换成股票之后, 原债券持有人就由债权人变成了公司的股东, 可参与企业的经营决策和红利分配。

可转换性: 可转换性是可转换债券的重要标志, 债券持有者可以按约定的条件将债券转换成股票。

公司通过可转债融资有以下几点好处

1. 可转债相对于普通债券和银行贷款，提供的利率更低，是一条低成本融资的有效渠道。
2. 可转债相对于普通股票发行，可获资金更多。
3. 可转债相对于企业其它的资本扩充方法（如配股、增发）来说，具有减缓发行人股东权益稀释速度的效果。
4. 可转债发行相对普通债和股票发行受到限制更少。
5. 可转债发行量大，期限长，适应项目融资。

可转换债券定价

传统的可转债定价理论认为，可转债是兼有债权性和期权性的一种复合金融产品。其债权性体现在债转股前，可转债持有人是企业的债权人，享有定期获得利息和到期获得本金的权利。可转债的期权性体现他赋予持有人在未来时间内,以一定的价格买进相应量股票的权力。这种期权实际上是一种投资者购买的买入期权。当可转债对应的股票不支付或者支付很少的红利时，可转债不会被提前转股，所以其价格可以看成纯债券价值和欧式买入期权之和。

假设债券价值为 S_v ，以转股价 K 为执行价的买入期权价格为 C ，则可转债的价格 V 应该满足，

$$V = S_v + \frac{100}{K} C \quad (20.1)$$

其中， K 可为转股价格， $100/K$ 为转股比例。

纯债券价值等于可转债未来现金流量的现值。现金流量包括每年一次支付的利息和期末偿还的本金。所以用一般的贴现现金流法就可以计算出 S_v

$$S_v = \sum_{t=0}^n \frac{D_{N-n+t}}{(1+r)^{t+h}} + \frac{Par}{(1+r)^{n+h}}$$

其中， r 表示市场贴现率， Par 是本金， N 表示债券的期限， n 表示从现在起至到期日的剩余年限的整数年， h 表示从现在起至下一次付息日的小数年数； $n+h$ 表示从现在开始至到期日剩余年限； t 表示从现在起第 $t+1$ 次付息日所支付的票面利息。

The Power to Know.

二叉树定价模型

$$C = S\{\phi[p', n, n] - \phi[p', n, a - 1]\} - Kr^{-n}\{\phi[p, n, n] - \phi[p, n, a - 1]\}$$

其中,
$$\sum_{j=0}^k \left(\frac{n!}{j!(n-j)!} \right) p^j (1-p)^{n-j} = \phi[p, n, k]$$

a 为大于 $\ln(K/Sd^n)/\ln(u/d)$ 的最小整数,

K 为执行价, S 为标的物当前价格

每一个时间段内标的物当前价格从开始 S 的运动到两个新值 uS 和 dS 中的一个, 概率分别是 p 和 $1-p$ 。

$$p' = (u/r)p \quad p = \frac{r-d}{u-d}$$

B-S定价模型

Black-Scholes随机微分方程,

$$\frac{\partial f}{\partial t} + r_f S \frac{\partial f}{\partial S} + \frac{1}{2} \sigma^2 S^2 \frac{\partial^2 f}{\partial S^2} = r_f f$$

买权对应的公式为, $c = S_0 N(d_1) - X e^{-r_f(T-t)} N(d_2)$

$$\text{其中: } d_1 = \frac{\log(S_0 / X) + (r_f + \sigma^2 / 2)(T - t)}{\sigma \sqrt{T - t}}$$

$$d_2 = d_1 - \sigma \sqrt{T - t}$$

卖权对应公式为, $p = X e^{-r_f(T-t)} N(-d_2) - S_0 N(-d_1)$

The Power to Know.

茂炼转债定价案例

茂炼转债条款

茂炼转债在上海证券交易所上市交易，代码为125302。中国石化茂名炼油化工股份有限公司于1999年7月28日上网定价发行1500万张茂炼转债，共计15亿元，每张面值100元，按面值发行，价格为每张发行价100元人民币。可转债期限为五年，由1999年7月28日起至2004年7月27日止。于99年7月28日起开始计息，2004年7月27日到期，第1年利率1.3%，第2年利率1.6%，第3年利率1.9%，第4年利率2.2%，第5年利率2.5%，每年付息，每年7月27日为付息登记日，已转为股票的可转债不再支付利息。发行的可转债由中国石油化工集团公司担保。2004年7月27日的赎回价格为118.5元/张。

由于茂炼转债上市时还没有发行股票，因此发行人赋予债券持有人回售权，即如果公司股票能够顺利上市，则按股票发行价格的一定比例化为转股价格，然后可进入二级市场上市流通。如果公司股票未能在2003年7月27日上市交易，持有人可将部分或全部回售给公司，回售价格为茂炼转债面值加上按年利率5.6%（单利）计算的4年利息，减去公司已经支付利息。

The Power to Know.

查看茂炼转债的票面利率变动历史：

```
Data mlCouprthist;  
set ResDat.Couprthist ;  
where bdcid='125302';  
run;
```

查看茂炼转债基本信息：

```
Data mlinfo;  
set ResDat.bdinfo;  
where bdcid='125302';  
run;
```

茂炼可转债转股条款

```
data mlConverprov;  
set ResDat.Converprov;  
where bdcid='125302';  
run;
```

茂炼可转债行情：

```
data mlqtn;  
set ResDat.exchbdqtn;  
where bdcid='125302';  
run;
```

茂炼转债定价分析

由于茂炼转债还没发行股票，因此严格上说还不是规范的可转换债券。但是茂炼股票是否能够上市的不确定性使得茂炼转债成为炙手可热的投资和投机品种。本章的分析是在2003年6月份。由于当时茂炼转债的股票发行正在受证监会审批，不少机构投资者对茂炼转债的股票能在到期之前上市表示乐观，因此争相持有茂炼转债。本章对茂炼转债进行定价也是基于这样一种市场背景，从而检验茂炼转债的投资价值。2003年6月12日，茂炼转债的市场价格是122.3302元。

查看茂炼转债2003年6月12日的市场价格：
data mlqttn030613;
set ResDat.exchbdqttn;
where bdcid='125302' and date='12jun2003'd;
put Clnetpr=;
run;

收盘全价Cldirpr=122.3302（元）；
收盘净价Clnetpr=120.41（元）。

下面先对茂炼转债的投资收益和风险进行分析。

从2003年6月的实际情况来看，茂炼转债的相应股票在2003年7月27日之前上市的可能性极小，因此投资者几乎肯定能获得回售权，能在2003年7月28日公司做出有关回售公告后10个工作日之内选择回售。但是对于投资者来说，最好的选择是等待债券到期，希望债券在到期之前公司能够发行股票，这样投资者能够获得超额收益。因此，行使回售权对投资者来说不是一个很明智的选择。

现在，需要判断的是股票在2003年7月27日到2004年7月27日之间上市的可能性有多大，分两种情况。

情况一，股票不能及时上市。

如果2004年7月27日前公司不能完成公开发行A股股票，茂名炼化公司将按《募集说明书》中约定的在发行可转债后第五年支付2.5%的利息，并在可转债到期后5个工作日内全部赎回茂炼转债。2004年7月27日的赎回价格为118.5元/张。2003年7月27日的赎回价格为，

$$100 \times (1 + 4 \times 0.056) - 100 \times (0.013 + 0.016 + 0.019 + 0.022) = 115.4$$

情况二，股票上市，持有者实行可转换权。

这种可能性所发生结果较为复杂，其影响因素主要有两个：公司股票发行价格和上市价格。由于转股价格受发行价影响，因此发行价格与上市价格二者之间的差距越大，持有茂炼转债的收益越可观。根据当时的市场发行情况，认为A股发行市盈率在15~20（ x_1 ）倍之间，即发行价格为（ $x_1 \times eps$ ）；而A股上市后市盈率在25~30（ x_2 ）倍之间，因此上市价格为（ $x_2 \times eps$ ）。

根据茂炼转债转股定价条款，初始转股价格为A股发行价格的一定折扣：2001年7月28日到2002年7月27日这段期间内折扣率为94%；2002年7月28日到2003年7月27日之内折扣率为93%；2003年7月28日到2004年7月27日最后一年的折扣额为92%。现在种种迹象表明，不可能期望在2003年7月28日之前发行A股，因此可以确定92%是转股价格折扣率。投资者可以通过转股获得超额收益。

转股后每股收益率为，

$$\frac{X_2 \times eps - X_1 \times eps}{X_1 \times eps}$$

债券转股数量为，

$$\frac{100}{X_1 \times eps \times 0.92}$$

因此，假设投资者投资I元，买入茂炼转债价格为p元，则投资者收益情况为：

$$\frac{I}{p} \times \frac{100}{X_1 \times eps \times 0.92} \times \frac{X_2 \times eps - X_1 \times eps}{X_1 \times eps} = \frac{I}{p} \times \frac{100}{0.92} \times \frac{X_2 - X_1}{X_1 \times X_1 \times eps}$$

综上所述，可以将茂炼转债分成3个部分：

第一个为不含权的普通债券；

第二部分为第一种情况下，债券回售权的价值，这是一个确定的欧式卖权，标的物为债券，执行价为118.5，到期日为2004年7月27日。

第三部分为一个不确定的欧式卖权。由于股票的发行市盈率和上市市盈率还不确定，因此执行价未定（但可以根据当时的市场情况作一定的假设），到期日为2004年7月27日。

最后，给出公司在2004年7月27日前发行股票概率的具体假设数据 p ，汇总上述三部分的价值，就可以计算茂炼转债的总市场价值，总市场价值=工具一的价格+ $(1-p)$ * 工具二的价格+ p * 工具三的价格。

计算步骤

将炼转债拆分为三个金融工具：

工具一，一个无风险的债券，今年收益为2.20%，下一年收益为2.5%；

工具二，一个确定的欧式期权，执行价为118.5，到期日为2004年7月27日；

工具三，一个不确定的欧式期权，执行价待定，到期日为2004年7月27日。

假设条件：

公司在2004年7月27日前发行股票的概率为 $p=0.5$ ；

如果公司上市，则上市的发行市盈率为 $X_1=15$ ，公司的上市市盈率为 $X_2=25$ ；

无风险收益率为2%；

当前茂炼转债价格为122.3302元。

工具一，不含权普通债券的价格（即回售价格）

$$=100*0.022/(1+0.002)^{0.12222}+100*(1+0.025)/(1+0.002)^{1.12222};$$
$$=104.46989(\text{元})$$

```
data a;
```

```
w=yrdif('13jun2003'd, '27jul2003'd,'30/360') ;
```

```
w1=yrdif('13jun2003'd, '27jul2004'd,'30/360'); ;
```

```
put w= w1=;
```

```
run;
```

```
w=0.1222222222 w1=1.1222222222
```

工具二，一个确定欧式卖权的价格
(1) 使用Black-Scholes期权定价模型

$$p = Xe^{-r_f(T-t)}N(-d_2) - S_0N(-d_1)$$

其中，

$$d_1 = \frac{\log(S_0 / X) + (r_f + \sigma^2 / 2)(T - t)}{\sigma \sqrt{T - t}}$$

$$d_2 = d_1 - \sigma \sqrt{T - t}$$

已知，
当前日期为2003年6月13日；
期权执行价X=118.5；
无风险收益率r=0.02；
标的物当前价格S=120.5；

还需计算波动率和距离到期日的时间T。

首先计算茂炼转债的波动率。

用到交易所债券行情数据集：ResDat.exchbdqtn。

数据从1999年5月到2003年6月，茂炼转债代码为125302。

```
data mlret;
set ResDat.exchbdqtn;
if Cldirpr<=0 then delete;
where bdccl='125302' and '01may1999'd<=date<='13jun2003'd;
ln_r=log(Cldirpr)-log(lag(Cldirpr)); /* Cldirpr为收盘全价 */
run;
/*去掉明显异常数值*/
data mlret;;
set mlret;;
if ln_r > 0.1 or ln_r < -0.1 then delete;
run;
/*计算茂炼转债的日波动率 */
proc means data= mlret;;
var ln_r;
output out=a stddev=stddev;
run;
/*日波动率转换为年波动率 */
data a;
set a;
stdyr=sqrt(250)*stddev;/*一年250个工作日*/
put stdyr=;
run;
```

结果显示，茂炼转债对数收益率的波动率为stdyr=0.1366276234。
stdyr=0.1366276234。所以为0.1366276234。

The Power to Know.

(2) 使用二叉树模型

令 $\Delta t = 0.01$ ，二叉树模型中 u, d 的确定：

引入股票收益率 $r_i = \frac{P_i - P_{i-1}}{P_{i-1}}$ ，则其标准差 $S = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (r_i - \bar{r})^2}$ ，

其中 $\bar{r} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n r_i, n = 250$ 。式中 P_i 表示可转债对应股票在 i 时期的

价格， \bar{r} 表示可转债对应股票的平均收益率。

年度标准差 $\sigma = \sqrt{\text{工作日}} S$ 。本章中，按照一年50个工作周，每周5天工作日计算，故 $\sigma = \sqrt{250} S$ 。所以在 Δt 段时间内，

$$u = e^{\sigma \sqrt{\Delta t}}, d = e^{-\sigma \sqrt{\Delta t}}$$

结果

Price= 10.552847852; Pricesecound= 4.1182740792。

确定欧式卖权价格为4.1182740792 (元)。即工具二价格为4.1182740792 (元)。

工具三，一个不确定欧式卖权的价格

(1)使用Black-Scholes期权定价模型

$$p = Xe^{-r_f(T-t)}N(-d_2) - S_0N(-d_1)$$

其中

$$d_1 = \frac{\log(S_0/X) + (r_f + \sigma^2/2)(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}}, \quad d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T-t}$$

计算执行价，

$$X = 100 \times X_2 / (X_1 \times 0.92) = 100 \times 25 / (15 \times 0.92) = 181.16 \quad (\text{元})。$$

已知，标的物价格（当前价格） $S = 122.3302$

据到期日时间 $t = 1.1222222222$

无风险收益率 $r = 0.02$ 转债的波动率为 $v = 0.1366276234$ ；

编程计算得， $\text{price}=54.844620553$ 。不确定欧式卖权价格为
54.844620553 (元)。即工具三的价格为54.844620553 (元)。

The Power to Know.

(2) 使用二叉树期权定价模型

结果显示, $\text{Price}=0.0336384308$
 $\text{pricesecund}=54.881933345$ 。

即工具三的价格为54.881933345 (元)。

假设公司在2004年7月27日前发行股票概率 $p=0.5$ ，根据公式：总市场价值=工具一的价格+ $(1-p)$ * 工具二的价格 + p * 工具三的价格。便得茂炼转债的无套利价格。

(1) B-S方法：转债的无套利价格为 $=104.46989 + (1-0.5)*4.1170944046 + 0.5*54.844620553 = 133.95.75(\text{元})$

(2) 二叉树方法：转债的无套利价格为 $=104.46989 + (1-0.5)*4.1182740792 + 0.5*54.881933345 = 133.96999(\text{元})$
从上面可以看出，二叉树方法和B-S方法所得出的可转债的价格基本上是一致的。

表20.1 多种情况下的期权价格（BS 模型）

上市市盈率	发行价市盈率	上市概率	工具三的执行价	工具二的价格	工具三的价格	可转债价格
25	15	0.25	181.16	3.49	14.19	120.19
25	15	0.50	181.16	2.33	28.39	133.21
25	15	0.75	181.16	1.16	42.58	146.24
25	16	0.25	169.84	3.49	11.48	117.47
25	16	0.50	169.84	2.33	22.96	127.79
.....						
30	19	0.50	171.62	2.33	23.81	128.64
30	19	0.75	171.62	1.16	35.71	139.38
30	20	0.25	163.04	3.49	9.88	115.87
30	20	0.50	163.04	2.33	19.76	124.59
30	20	0.75	163.04	1.16	29.64	133.31

结果显示，平均价值为 130.1635572 (元)。即可转债的平均价值应该在 130.1635572 (元)左右。

The Power to Know.

表20.2 多种情况下的期权价格（二叉树模型）

上市市盈率	发行价市盈率	上市概率	工具三的执行价	工具二的价格	price4	工具三的价格	可转债
25	15	0.25	181.16	3.49	56.80	14.20	120.19
25	15	0.50	181.16	2.32	56.80	28.40	133.23
25	15	0.75	181.16	1.16	56.80	42.60	146.27
25	16	0.25	169.84	3.49	45.94	11.49	117.47
25	16	0.50	169.84	2.32	45.94	22.97	127.79
.....							
30	19	0.50	171.62	2.32	47.65	23.82	128.65
30	19	0.75	171.62	1.16	47.65	35.73	139.40
30	20	0.25	163.04	3.49	39.54	9.88	115.87
30	20	0.50	163.04	2.32	39.54	19.77	124.59
30	20	0.75	163.04	1.16	39.54	29.65	133.32

结果显示，平均价值为130.1635572 (元)。即可转债的平均价值应该在130.1635572 (元)左右。

The Power to Know.