

# Redes Bayesianas

Jose Luis Bugarin /Carlos Flores

[pcsijbug@upc.edu.pe](mailto:pcsijbug@upc.edu.pe)

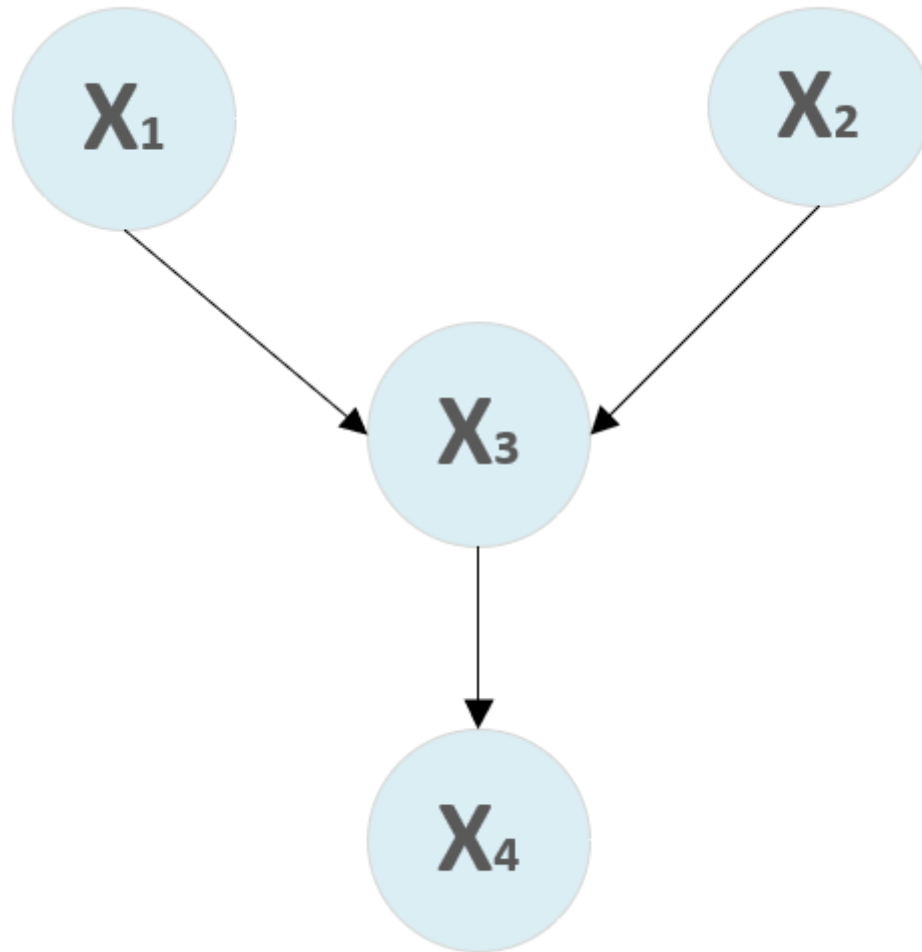
Inteligencia Artificial

@jlbugarin – [jbugarin@iluminatic.com](mailto:jbugarin@iluminatic.com)

Universidad Peruana de Ciencias Aplicadas - UPC

# Introducción

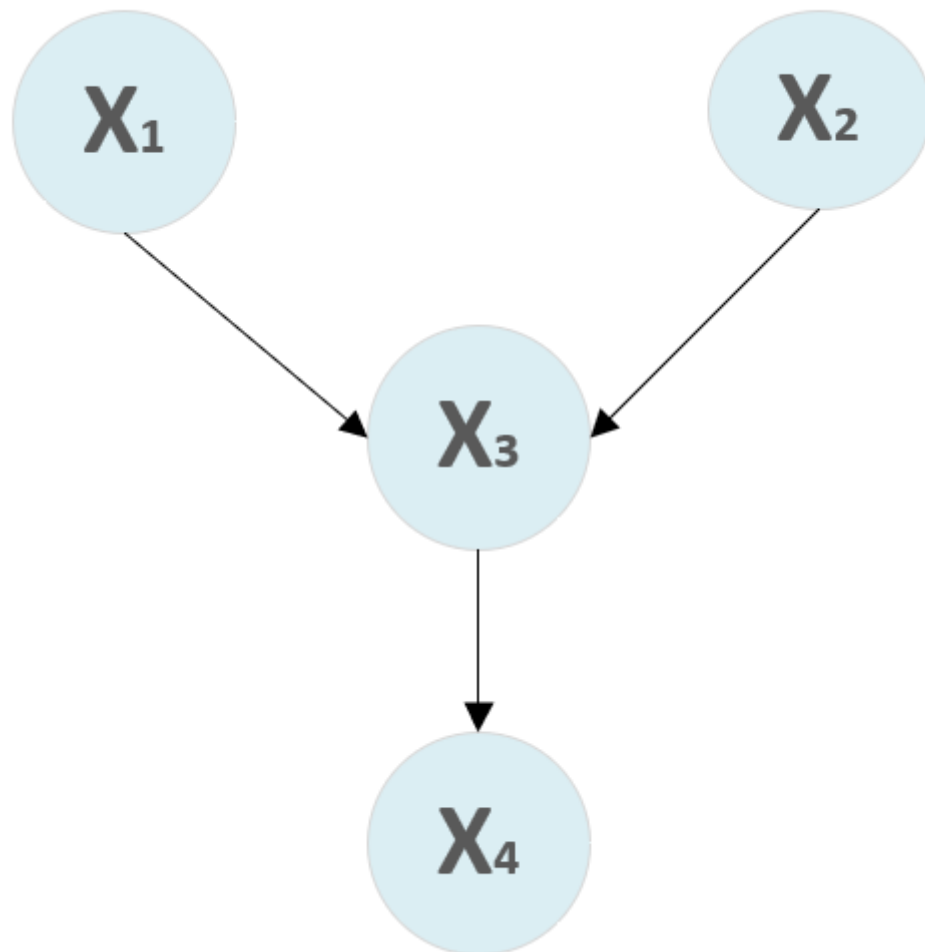
- La **red Bayes** es un tipo de modelo gráfico probabilístico que se puede utilizar para construir modelos para abordar problemas comerciales. Las aplicaciones de esto son bastante amplias. Por ejemplo, se puede utilizar en la detección de anomalías, modelos predictivos, diagnósticos, información automatizada y muchas otras aplicaciones.



## Redes Bayesianas

- Una red bayesiana es un modelo probabilístico representado por un gráfico acíclico directo  $G = \{V, E\}$ , donde los vértices son variables aleatorias  $X_i$ , y los bordes determinan una dependencia condicional entre ellos. En el siguiente diagrama, hay un ejemplo de redes bayesianas simples con cuatro variables

## Redes Bayesianas

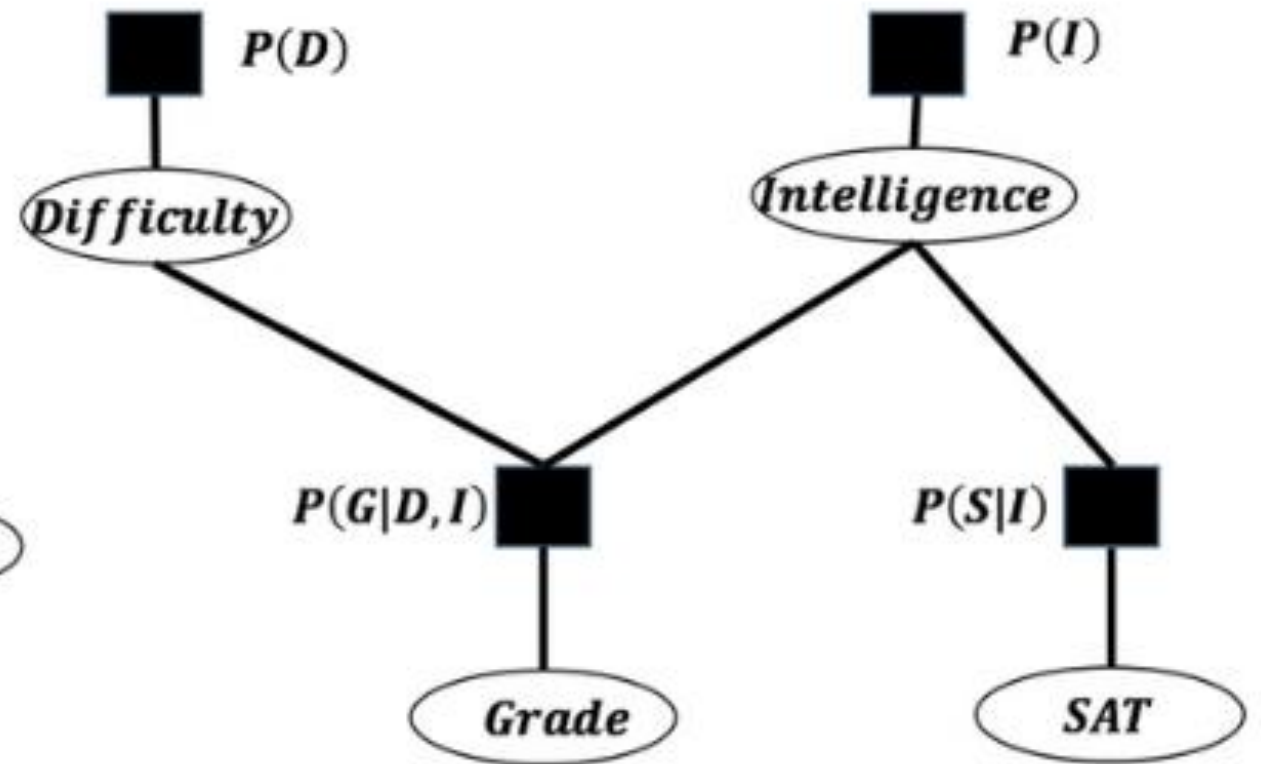


- La variable  $x_4$  depende de  $x_3$ , que depende de  $x_1$  y  $x_2$ . Para describir la red, necesitamos las probabilidades marginales  $P(x_1)$  y  $P(x_2)$  y las probabilidades condicionales  $P(x_3 | x_1, x_2)$ ,  $P(x_4 | x_3)$ . De hecho, utilizando **la regla de la cadena**, podemos derivar la **probabilidad conjunta** completa como:


$$P(x_1, x_2, x_3, x_4) = P(x_4 | x_3) P(x_3 | x_1, x_2) P(x_2) P(x_1)$$

Cada nodo tiene asociado una probabilidad

Si **G** es independiente de **S** dado **I**



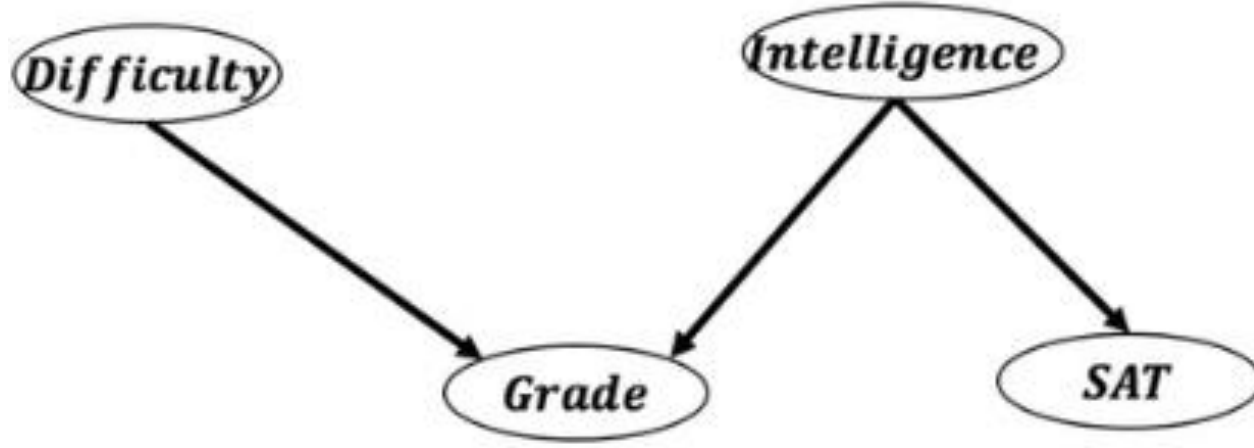
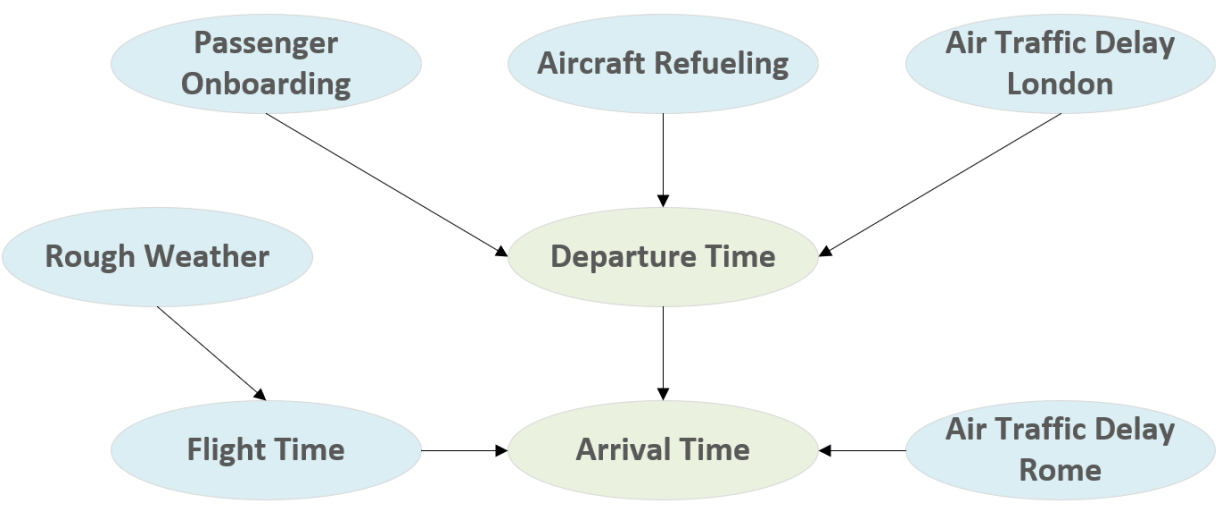
$$P(I, D, S, G) = P(I) P(D) P(S|I) P(G|S, I, D) \rightarrow \mathbf{P(I) P(D) P(S | I) P(G | I, D)} \text{ (S ya no es necesario para G)}$$

- 
- Una red bayesiana (BN) es un gráfico acíclico dirigido (DAG) cuyos nodos son variables aleatorias en un dominio dado y cuyos bordes corresponden intuitivamente a una influencia directa de un nodo a otro. Un BN proporciona el esqueleto para representar una distribución de probabilidad conjunta (JPD) de una manera factorizada (más simple). BN es una representación compacta de un conjunto de supuestos de independencia condicional sobre una distribución.

# Redes Bayesianas

- La expresión anterior muestra un concepto importante: como el gráfico es directo y acíclico, cada variable es condicionalmente independiente de todas las demás variables que no son sucesores dados sus predecesores. Para formalizar este concepto, podemos definir la función Predecesores ( $x_i$ ), que devuelve el conjunto de nodos que influyen directamente en  $x_i$ , por ejemplo, Predecesores ( $x_3$ ) = { $x_1$ ,  $x_2$ } (estamos usando letras minúsculas, pero estamos considerando la variable aleatoria, no una muestra). Con esta función, es posible escribir una expresión general para la probabilidad conjunta total de una red bayesiana con  $N$  nodos:

$$P(x_1, x_2, \dots, x_N) = \prod_{i=1}^N P(x_i | \text{Predecessors}(x_i))$$

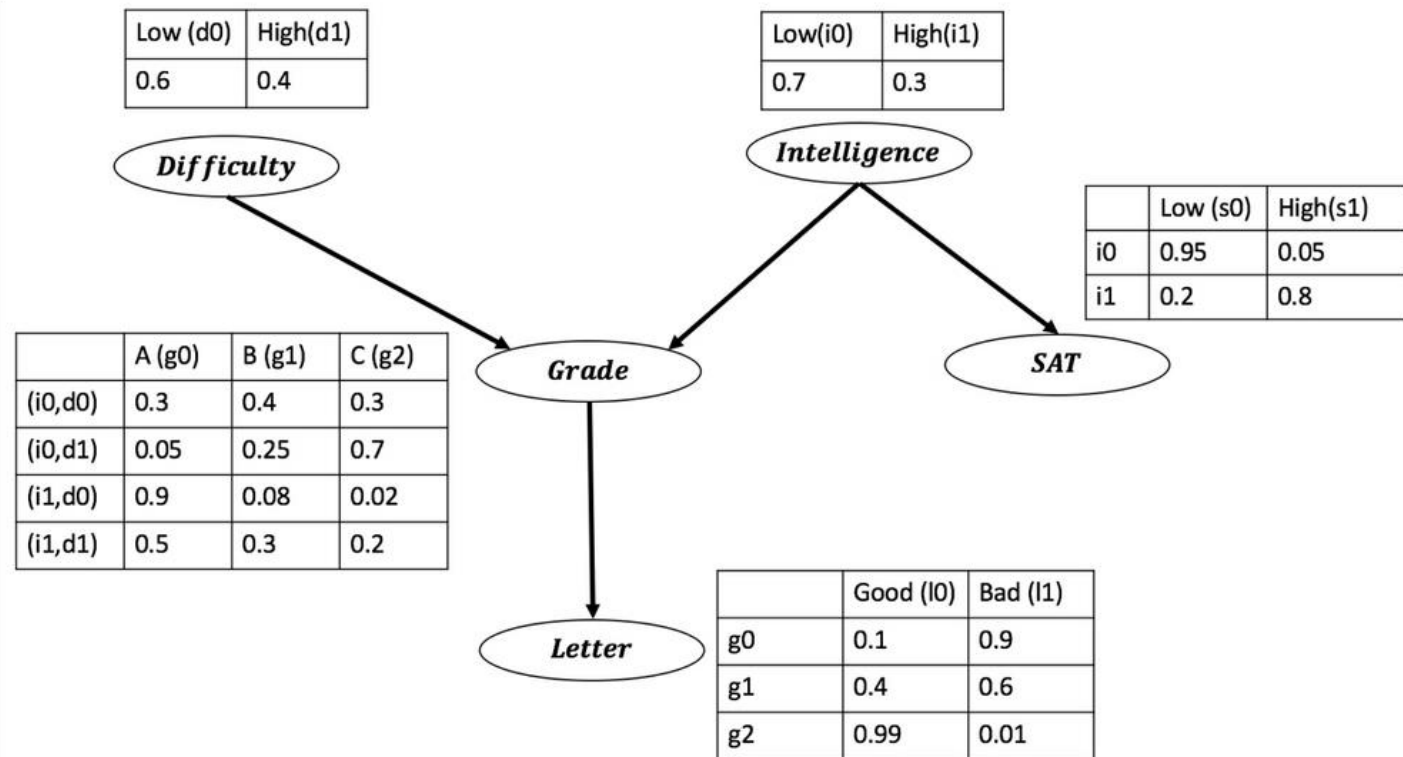


*Bayes Network*

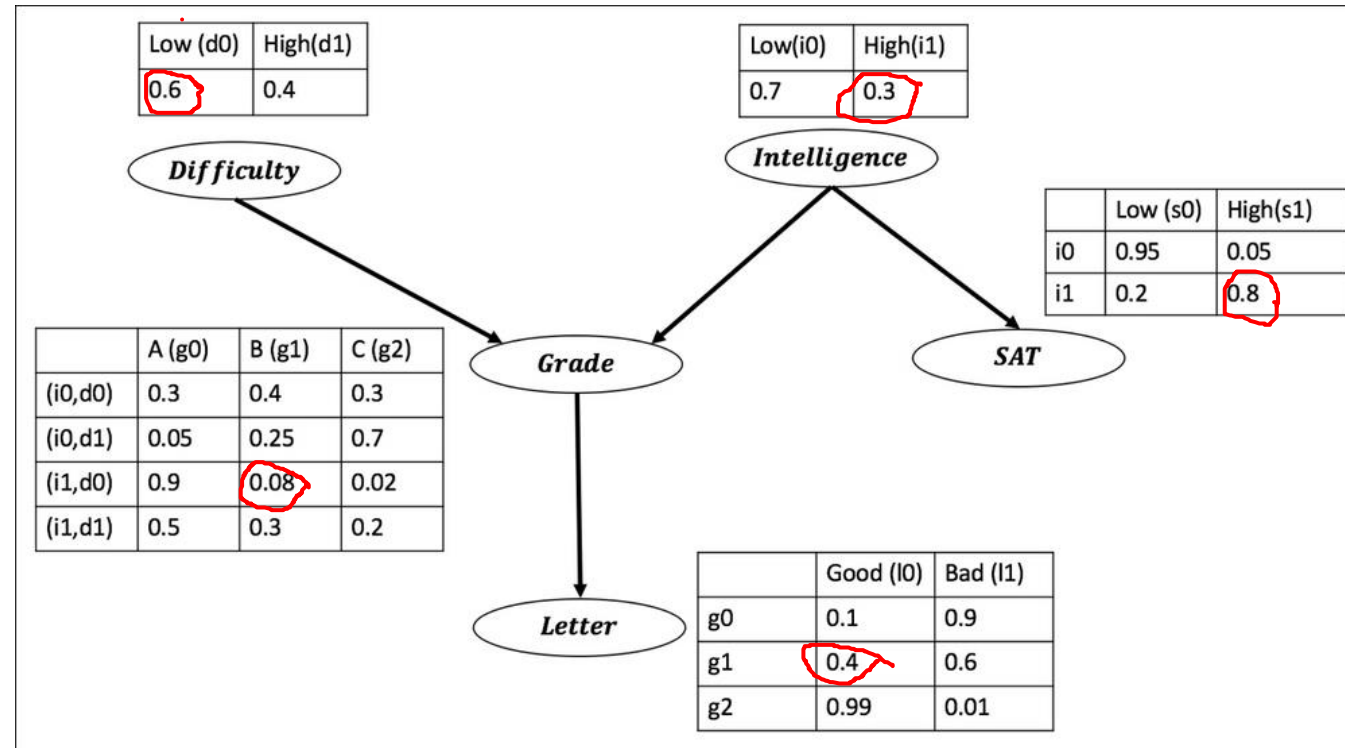
Apariencia de una Red Bayesiana



# Probabilidades en una Red Bayesiana



Dado la anterior red bayesiana, se pide calcular: la probabilidad de que el estudiante sea inteligente; la probabilidad de que el curso sea fácil; la probabilidad de que un estudiante inteligente obtenga una B en una clase fácil; la probabilidad de que un estudiante inteligente obtenga un puntaje alto en su SAT; y la probabilidad de que un estudiante que obtuvo una B en la clase obtenga una letra débil (Good).



$$P(I,D,G,S,L) = P(I) P(D) P(G/I,D) P(S/I) P(L/G)$$

$$P(i1,d0,g2,s1,i0) = P(i1) P(d0) P(g1/i1,d0) P(s1/i1) P(l0/g1) = 0.3*0.6*0.08*0.8*0.4$$

$$P(i1,d0,g2,s1,i0) = 0.004608$$

## Teorema de Bayes - Propuesto

En las elecciones de un país hay 2 candidatos a la presidencia, el candidato A y el candidato B, y en los resultados de las selecciones de este país se sabe que un 75% de la población es de clase media o baja y un 25% es de clase alta, si por el candidato A votó un 90% de la clase alta y un 5% de la clase media y baja, y se elige una persona al azar de los que votaron por el candidato A ¿Cuál es la probabilidad que este sea de la clase media o baja?