

# Péndulo Físico Interactivo

Cremades, Pablo\*; Portillo, Gustavo; Rim, Daniela; Bonesso, Agustina; Quiroga, Juan

Facultad de Ciencias Exactas y Naturales, Universidad Nacional de Cuyo, Mendoza.

## Introducción

El péndulo simple constituye un ejemplo clásico utilizado para ilustrar el movimiento armónico simple. Generalmente, se aborda el tema desde una perspectiva teórica partiendo de un modelo matemático y el análisis concluye en la determinación del período de oscilación como una función de los parámetros físicos del péndulo. Sin embargo, resulta útil en el proceso de enseñanza permitir a los estudiantes descubrir de manera práctica, cuáles son los parámetros que determinan el período. El trabajo resulta tedioso dado que la manera convencional para determinar el período implica medir el tiempo que tarda el péndulo en realizar un número determinado de oscilaciones completas, y esto debería repetirse para distintos juegos de parámetros (distintas masas, longitudes y ángulo inicial).

Un aspecto importante del estudio de un péndulo es la variación de la posición con respecto al tiempo. Con un péndulo tradicional construido con un hilo y una masa concentrada sujeta a un extremo, es difícil mostrar a los estudiantes que la posición del péndulo queda definida por una función trigonométrica, del mismo modo que la velocidad instantánea y la fuerza de restitución en todo momento.

En vista de estas limitaciones encontradas en el enfoque tradicional que se da al estudio del péndulo, se pensó en desarrollar un equipo que fuera capaz de mostrar de manera didáctica como se comporta este sistema físico, y que permitiera modificar de manera simple y rápida los parámetros físicos para ver cómo cambia la respuesta del sistema.

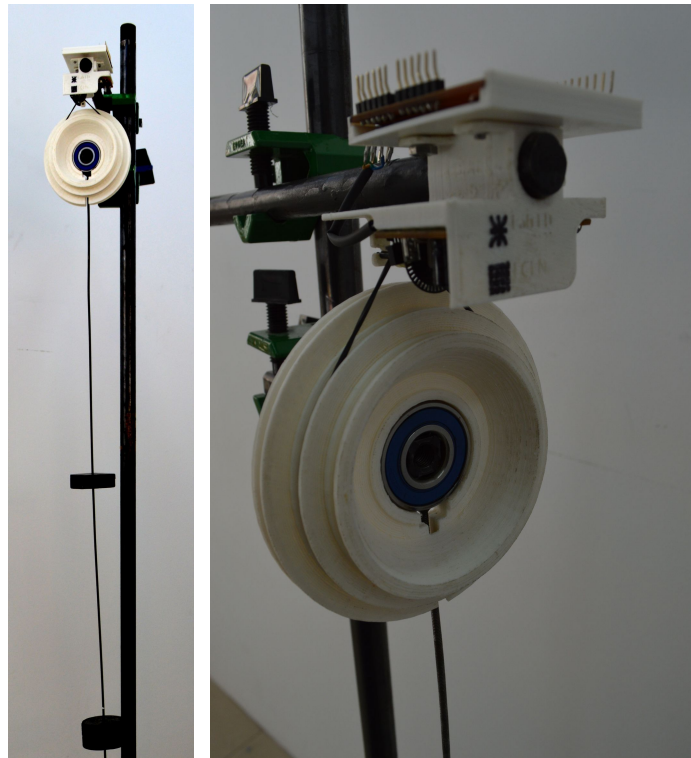
El péndulo físico interactivo posee un sistema electrónico de registro que permite visualizar en una PC la posición instantánea del sistema en tiempo real. Además, indica de manera instantánea el período de oscilación. Es posible cambiar la distribución de la masa para obtener distintos momentos de inercia y estudiar el comportamiento del sistema con distintas configuraciones.

El péndulo físico interactivo ha sido desarrollado bajo los términos de licencias libres, por lo que el equipo puede replicarse, modificarse y adaptarse sin restricción alguna, siempre que se respete la autoría del trabajo. Los planos constructivos y el software están disponibles en <http://fcen.uncuyo.edu.ar/fisica-interactiva>.

## Materiales y métodos

El péndulo físico interactivo (figura 1) consiste en un eje rígido solidario a un rodamiento de tipo rulemán. Sobre este eje pueden colocarse una o varias masas con una distribución arbitraria para conseguir distintos momentos de inercia.

\*[pcremades@fcen.uncu.edu.ar](mailto:pcremades@fcen.uncu.edu.ar)  
+542615993587

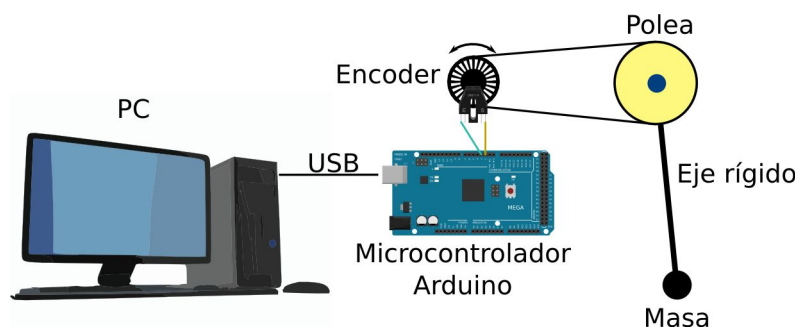


**Figura 1:** fotos del péndulo interactivo. A la izquierda: el péndulo con 2 masas distribuidas sobre el eje. A la derecha: el cabezal con el sistema de poleas y el encoder rotativo.

El rodamiento se conecta mediante un sistema de polea a un encoder rotativo del tipo que se encuentra en cualquier mouse mecánico (mouse a bola). De manera que el diseño de este instrumento didáctico reutiliza un elemento que ha caído en desuso y que se considera residuo electrónico y que por lo tanto puede conseguirse con facilidad.

El sistema cuenta con 3 poleas de distinto diámetro para conseguir distintas resoluciones para determinar la posición.

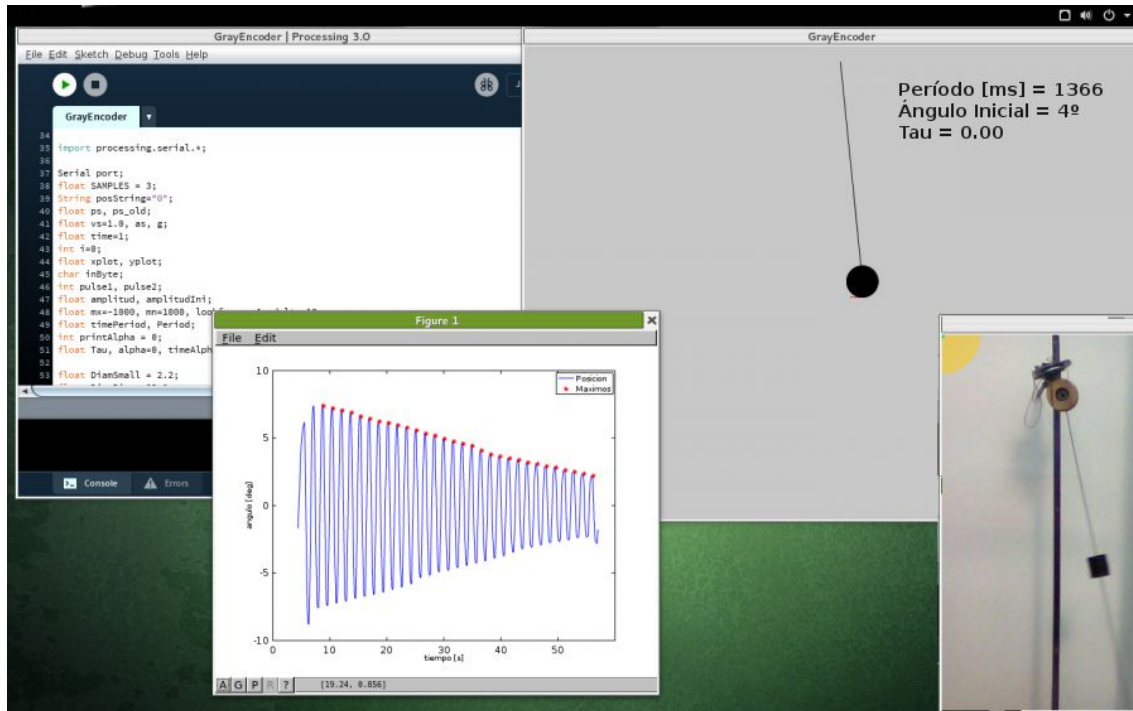
El encoder rotativo genera una señal eléctrica que es recogida por un microcontrolador. En este caso se optó por una placa para prototipado electrónico Arduino, dada su disponibilidad y facilidad de uso. El microcontrolador envía un mensaje a la PC cada vez que el encoder avanza un paso como consecuencia del movimiento del péndulo. En mensaje indica el sentido del movimiento, de manera que la aplicación en la PC puede determinar la posición instantánea del péndulo. La figura 2 muestra un diagrama ilustrativo del sistema.



**Figura 2:** diagrama esquemático del sistema que registra los datos del péndulo.

Las piezas que conforman el cabezal del sistema (poleas y soporte para el encoder) están construidas en una impresora 3D a partir de modelos digitales que están disponibles en la página de la universidad. Dichas piezas fueron diseñadas en colaboración con la Facultad Regional Mendoza, Universidad Tecnológica Nacional.

La aplicación (figura 3) en la PC ha sido desarrollada en Processing, un lenguaje de programación creado para reducir la curva de aprendizaje y acercar a un público diverso al mundo de la programación. Esta aplicación recibe los datos de Arduino y determina la posición instantánea del péndulo y produce una representación gráfica del péndulo y la posición como función del tiempo. Además, determina el período de oscilación.



**Figura 3:** Captura de pantalla de la aplicación funcionando en tiempo real.

La aplicación calcula también la constante de amortiguamiento utilizando un modelo de decaimiento exponencial de la amplitud del péndulo (ecuación 1). La constante de amortiguamiento permite realizar estudios del coeficiente de rozamiento del rodamiento como una función del momento de inercia del péndulo físico.

$$\theta(t) = e^{-\tau t} \sin(\omega t + \varphi) \quad (1)$$

## Resultados

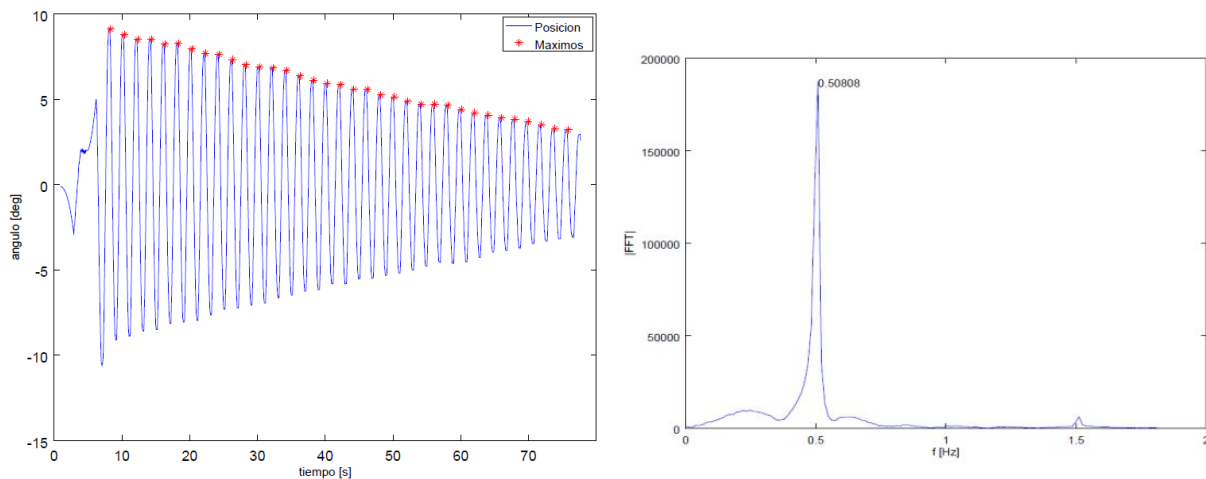
Estudiantes de la facultad estudiaron el comportamiento del péndulo interactivo con dos distribuciones de masa distintas. El primer caso corresponde a un péndulo simple en el que se colocó una única masa (0.150kg) ubicada a 1.0m del centro de rotación. En el segundo caso se colocaron 3 masas de 0.147kg, 0.150kg y 0.254kg, ubicadas a 0.33m, 0.59m y 1.0m respectivamente.

## Experiencia 1

En el caso del péndulo simple, el período  $T$  viene determinado por la ecuación 2:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{h}{g}} \quad (2)$$

donde  $h$  es la distancia de la masa al centro de rotación y  $g$  la constante de gravedad. El valor teórico es de 2.01s y el valor registrado por el instrumento fue de 1.97s. La figura 4 muestra la posición en función del tiempo y la transformada de discreta de Fourier.



**Figura 4:** A la izquierda, posición registrada por el sistema de adquisición de datos. A la derecha, transformada de Fourier de la posición.

La transformada de Fourier muestra un pico a 0.508Hz, resultado que coincide con el período obtenido experimentalmente.

## Experiencia 2

En el caso de un péndulo físico, el período viene dado por la ecuación 3:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mgh}} \quad (3)$$

donde  $I$  es el momento de inercia del péndulo,  $m$  la masa total y  $h$  el centro de masa de la distribución. El período teórico en este caso es 1.72s. El valor registrado por el sistema de adquisición de datos fue de 1.76s. De la misma manera que en el caso anterior se calculó la transformada de Fourier de la serie de datos de la posición como función del tiempo y se obtuvo una frecuencia de oscilación de 0.57Hz.

## Conclusiones

El péndulo interactivo permite identificar rápidamente y en forma didáctica cuáles son los parámetros que determinan el período de oscilación del sistema. Además, permite visualizar la posición angular del péndulo en función del

tiempo, como así también la velocidad y la fuerza de restitución. A partir de los datos registrado por el equipo, es posible aplicar herramientas analíticas más avanzadas, como la transformada de Fourier para determinar el período de oscilación.

El sistema creado permite estudiar el comportamiento de un péndulo con distribuciones arbitrarias de masas. También es posible analizar el comportamiento de la fuerza de rozamiento en función del momento de inercia del péndulo.

El péndulo interactivo ha sido desarrollado bajo los términos de licencias libres (OSH: Open Source Hardware; GNU-GPL: GNU General Public License) que permiten la reproducción total o parcial, con o sin modificaciones, sin ningún tipo de restricción, siempre que se respete la autoría original del material. Este paradigma facilita la transferencia de conocimiento a la comunidad. Particularmente, el péndulo físico ha sido replicado exitosamente por el departamento de física de la Facultad Regional Mendoza de la Universidad Tecnológica Nacional.

## **Agradecimientos**

A la Facultad de Ciencias Exactas y Naturales de la Universidad Nacional de Cuyo por apoyar la iniciativa de generar equipos didácticos para estudiar fenómenos físicos. A la Facultad Regional Mendoza de la Universidad Tecnológica Nacional por la colaboración en el diseño y fabricación del péndulo interactivo.