



Redes de distribución de flujo

Métodos Numéricos en la Ingeniería
M.C. Santiago Leonel Pérez García

Manuel Corona Escamilla A01282533
Paulina Vázquez Contreras A01282691
Marlenne Atta Delgado A00822030
Pablo César Ruíz A01197044

Introducción	3
Objetivos	7
Procedimiento de programación	8
Conclusiones	12
Bibliografía	13

Introducción

El estudio del flujo en sistemas de tuberías es una de las aplicaciones más comunes de la mecánica de fluidos, esto ya que en la mayoría de las actividades humanas se ha hecho común el uso de sistemas de tuberías. Por ejemplo la distribución de agua y de gas en las viviendas, el flujo de refrigerante en neveras y sistemas de refrigeración, el flujo de aire por ductos de refrigeración, flujo de gasolina, aceite, y refrigerante en automóviles, flujo de aceite en los sistemas hidráulicos de maquinarias, el flujo de gas y petróleo en la industria petrolera, flujo de aire comprimido y otros fluidos que la mayoría de las industrias requieren para su funcionamiento, ya sean líquidos o gases.¹

Las redes de distribución de flujo tienen diversos usos y por ende es importante que su diseño sea adecuado según el caso para diversas industrias. Al diseñar una red de distribución de flujo se deben de considerar varios aspectos como el flujo, el fluido que se transporta, el material y diámetro de la tubería y la caída de presión que se pueda dar (esto debido a que el fluido generalmente se mueve a través de un cambio en presiones).

El modelado de uno de estos sistemas se puede realizar a través de la ecuación de energía mecánica que incluye elementos de todos los aspectos antes mencionados, planteada en dimensiones de energía por unidad de masa.

Ecuación de la energía mecánica (EEM) :

$$\frac{\Delta P}{\rho} + \left(\frac{v_2^2}{2\alpha_2 g_c} - \frac{v_1^2}{2\alpha_1 g_c} \right) + \frac{g\Delta z}{g_c} = -\hat{W}_s - \hat{h}_f$$

3

en dónde,

$$\frac{\Delta P}{\rho}$$

representa la caída de presión en el sistema entre dos puntos

$$\left(\frac{v_2^2}{2\alpha_2 g_c} - \frac{v_1^2}{2\alpha_1 g_c} \right)$$

representa el cambio de energía cinética entre dos puntos

$$\frac{g\Delta z}{g_c}$$

representa el cambio de energía potencial entre dos puntos

$-\hat{W}_s$ representa el trabajo hecho del sistema a los alrededores (bombas y turbinas)

$-\hat{h}_f$ representa el coeficiente de pérdidas por fricción

Esta ecuación se puede aplicar para encontrar cualquiera de los elementos en ella, es importante recalcar que en flujos ramificados se aplica una EEM en cada rama. La ecuación deriva de una deducción a partir de la ecuación de Bernoulli y la conservación de la energía en un sistema.

Para encontrar el término de energía cinética entre dos puntos se tiene que considerar un factor de corrección de energía cinética (α) que depende de el número de Reynolds.

El número de Reynolds es un número adimensional que indica la pérdida de energía causada por efectos de viscosidad. De esta forma, el número de Reynolds define el tipo de flujo que se encuentra dentro del sistema.

Si,

Re > 4000 el flujo es turbulento

Re < 2100 el flujo es laminar

2100 < Re < 4000 el flujo es de transición

Para calcular el número de Reynolds la ecuación necesaria es la siguiente:

$$Re = \frac{\rho V D}{\mu}$$

3

En donde se considera la densidad, velocidad y viscosidad dinámica del fluido a cierta temperatura y el diámetro de la tubería por la que se traslada el fluido.

Por otro lado el término del coeficiente de pérdidas por fricción depende de varios factores como la estructura del sistema de tuberías, accesorios como codos, válvulas, salidas y entradas de tanques etc. Todos éstos motivos por los cuales se podría disipar energía del sistema a los alrededores, generalmente en forma de calor.

Éste se calcula:

para tramos rectos:

$$h_f = \frac{f v^2}{2g_c} \left(\frac{L}{D} \right) \quad 3$$

para accesorios:

$$h_f = \frac{k v^2}{2g_c} \quad 3$$

Para algunos accesorios se requiere k y en otros existe un L/D equivalente, que son una razón entre las dimensiones de las tuberías (largo, diámetro, curvatura, etc...).

El factor de fricción en tramos rectos se puede obtener a través del diagrama de Moody, que relaciona el número de Reynolds con el factor ε/D (ε siendo a rugosidad del material de la tubería) y a través de ecuaciones según el tipo de flujo que se presente.

Cuando el flujo es laminar:

$$f = \frac{64}{Re} \quad 3$$

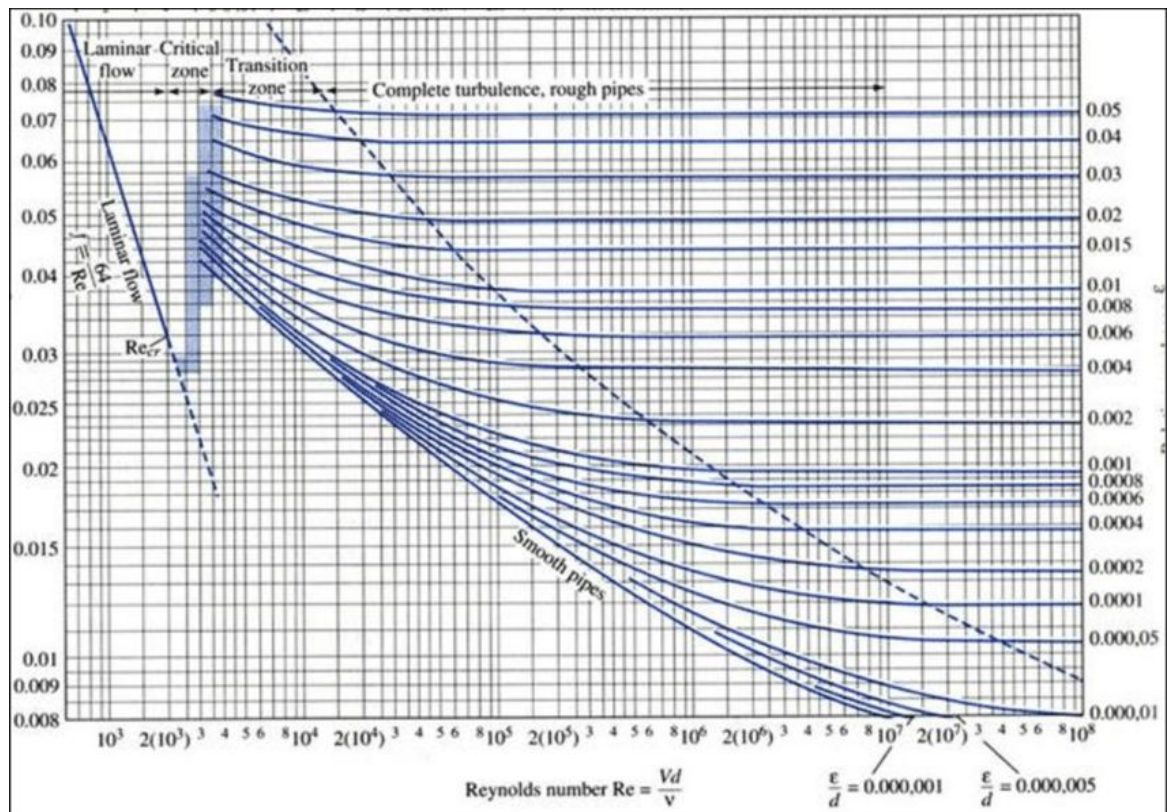
Para un flujo turbulento, el factor de fricción se deduce a partir de la ecuación de Colebrook. Para resolver esta ecuación, se debe recurrir a un método iterativo que realiza una aproximación de este factor según su número de Reynolds, diámetro y rugosidad.

$$f = \left(\frac{1}{\frac{\varepsilon}{D} - 2 \log \left(\frac{D}{3.7} + \frac{2.51}{Re \sqrt{f}} \right)} \right)^2 \quad 3$$

Para flujos de transición no hay una ecuación que modele esto de manera adecuada. Debido a que el fluido se mueve como un perfil de vectores y no uno en sí, es muy difícil generalizar un modelo que funcione para este rango de propiedades inconsistentes en el flujo. Existen alternativas para ciertos grados de rugosidad, pero finalmente se han publicado diversas aproximaciones en la última década. Aún así, establecer un modelo gobernante queda pendiente, pero todas las aproximaciones publicadas recurren a alguna especie de método iterativo.

Todas estas ecuaciones son para obtener factores más exactos de los que se pueden obtener por vista a través del diagrama de Moody, que al igual que la ecuación de Colebrook relaciona el número de Reynolds con el coeficiente de la rugosidad relativa y el diámetro.

Diagrama de Moody:



4

Objetivos

El objetivo de este proyecto es aplicar alguno de los métodos numéricos vistos en clase para determinar el factor de fricción para casos en donde el flujo sea laminar o turbulento. También se tiene como meta que el programa devuelva al usuario el número de Reynolds para las condiciones que el usuario ingresó y el tipo de flujo. Se decidió utilizar el método de bisección para realizar esto.

Procedimiento de programación

Se desarrolló un programa en C++ para procesar los datos necesarios para calcular el factor de fricción y el número de Reynolds dados ciertos datos de entrada.

Para determinar el factor de fricción para cualquier combinación de Número de Reynolds (Re) y rugosidad relativa (ϵ/D) se programaron una serie de instrucciones utilizando el método de bisección. Se escogió este método a raíz de la naturaleza ingenieril de aproximar datos a través de heurísticas y reglas de dedo. También, el método permite resolver ecuaciones no analíticas y requiere de la especificación de un rango. Esto resulta conveniente dado que, al tratarse de categorías regidas por un rango numérico del Re , es más sencillo hacer una primer estimación.

Este programa pide como datos de entrada la densidad del fluido (kg/m^3); viscosidad dinámica (kg/m-s); diámetro interno de la tubería (m); rugosidad de la tubería (m); y flujo volumétrico (m^3/s); y despliega como resultado el número de Reynolds, régimen de flujo y factor de fricción

Código en C++

```
//uso de librerias
#include <math.h>
#include <iostream>
#include <fstream>
//declaracion de macros
#define sync ios_base::sync_with_stdio(false); cin.tie(NULL);
cout.tie(NULL)
#define PI 3.1415926535897
using namespace std;
ofstream fout("file.txt");

//declaracion de las variables
double density, viscosity, rugosity, volumetricFlux,
internalTubeDiameter, reynolds, velocity;
int cuenta = 0;

//funcion igualada a 0 para obtener el factor de friccion con biseccion
double frictionFactor(double f){
```

```

    return -2.0*log10((rugosity/internalTubeDiameter)/(3.7) +
2.51/(reynolds*sqrt(f))) - 1/sqrt(f);
}

//funcion de biseccion como vimos en clase, algoritmo simple y
optimizado en tiempo y memoria
void bisection(double a, double b, double error){
    if (frictionFactor(a) * frictionFactor(b) >= 0) { //parameters
missing,.... function must be expressed somehow else
        cout << "non existant with this bounds";
        fout<< "non existant with this bounds";
        return;
    }
    double c = a;
    while ((b-a) >= error) {
        c = (a+b)/2;
        if(cuenta == 0)cout<<endl;
        cout<<" iteration #"<< cuenta++<<" of c: "<<c<<endl;
        fout<<" iteration #"<< cuenta<<" of c: "<<c<<endl;
        if (frictionFactor(c) == 0.0) break;
        else if (frictionFactor(c)*frictionFactor(a) < 0)
            b = c;
        else
            a = c;
    }
    cout << " friction factor = " << c;
    fout << " friction factor = " << c;
}

int main(){
sync;//se llama al macro sync para leer datos en menor tiempo que la
entrada comun, se busca optimizar el tiempo de ejecución del código
cout<<"enter density "<<endl;
cin>>density;
cout<<"enter tube diameter "<<endl;
cin>>internalTubeDiameter;
cout<<"enter dynamic viscosity "<<endl;
cin>>viscosity;
cout<<"enter rugosity "<<endl;

```



```

cin>>rugosity;
cout<<"enter volumetric flux "<<endl;
cin>>volumetricFlux;

//se calcula la velocidad con base en el area y el flujo
velocity =
volumetricFlux/(PI*internalTubeDiameter*internalTubeDiameter/4);

//se calcula el numero de reynolds
reynolds = internalTubeDiameter*velocity*density/viscosity;

int fluxType; //0 para turbulento, 1 para laminar, 2 para transicion

//se decide que tipo de flujo es
if(reynolds>4000){
    fluxType = 0;
}else if(reynolds<2100){
    fluxType = 1;
}else{
    fluxType = 2;
}

cout<<"Reynolds number is = "<<reynolds<<endl;

fout<<"Reynolds number is = "<<reynolds<<endl;
//se decide como calcular el factor de friccion dependiendo del tipo de
flujo
if(fluxType == 1){
    cout<<"Reynolds number represents a laminar fluid which friction
factor is= " << 64/reynolds<<endl;
    fout<<"Reynolds number represents a laminar fluid which friction
factor is= " << 64/reynolds; fout<<endl;
}else if(fluxType == 2){
    cout<<"Reynolds number of this fluid represents a transition flux
which friction factor can't be calculated"<<endl;
    fout<<"Reynolds number of this fluid represents a transition flux
which friction factor can't be calculated"; fout<<endl;
}else if(fluxType == 0){
    cout<<"Reynolds factor represents a turbulent flux, the friction
factor of this flux is "; cout<<endl;
}

```

```
fout<<"Reynolds factor represents a turbulent flux, the friction  
factor of this flux is "; fout<<endl;  
    bisection(0.008,1,0.001);//se llama a la biseccion con los limites  
0.008 y 1, se busca una presicion de 0.001  
    cout<<endl;  
    fout<<endl;  
}  
return 0;  
}
```

Ejemplos de ejecución (entradas y salidas)

Entrada 1:

enter density

62

enter tube diameter

0.17225

enter dynamic viscosity

0.000671

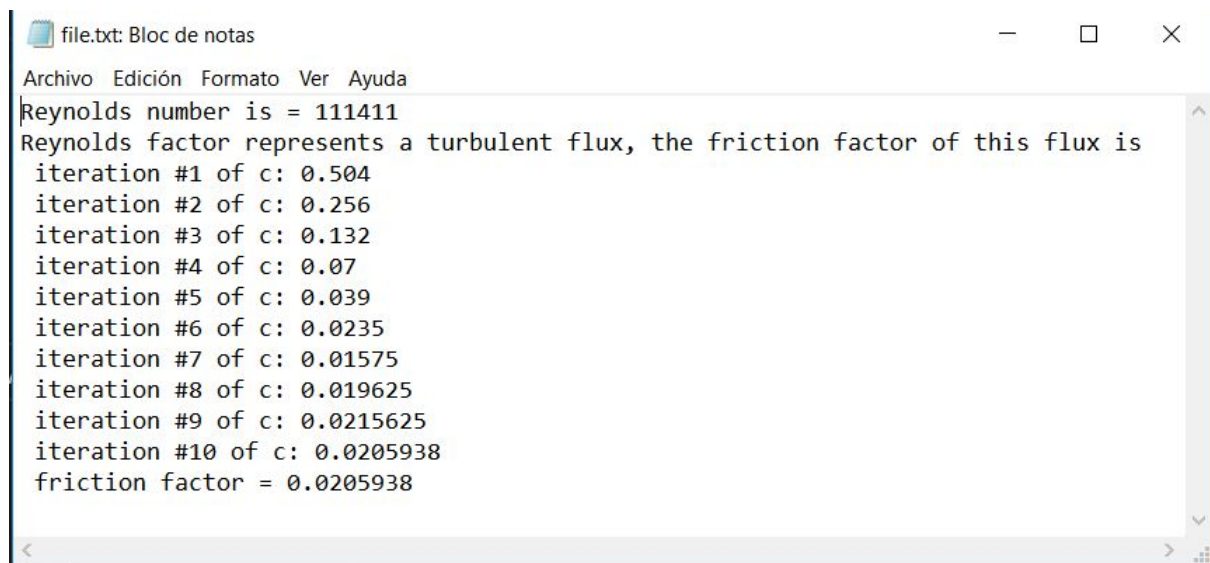
enter rugosity

0.00015

enter volumetric flux

0.16312

Salida 1:



```
file.txt: Bloc de notas
Archivo Edición Formato Ver Ayuda
Reynolds number is = 111411
Reynolds factor represents a turbulent flux, the friction factor of this flux is
iteration #1 of c: 0.504
iteration #2 of c: 0.256
iteration #3 of c: 0.132
iteration #4 of c: 0.07
iteration #5 of c: 0.039
iteration #6 of c: 0.0235
iteration #7 of c: 0.01575
iteration #8 of c: 0.019625
iteration #9 of c: 0.0215625
iteration #10 of c: 0.0205938
friction factor = 0.0205938
```

Entrada 2:

enter density

98

enter tube diameter

100

enter dynamic viscosity

200

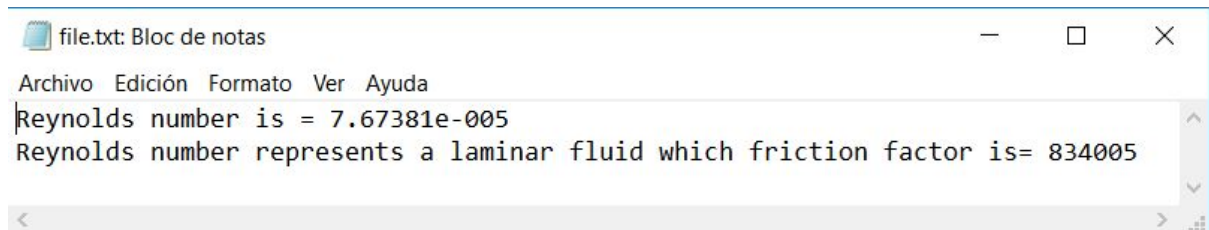
enter rugosity

0.0005

enter volumetric flux

.0123

Salida 2:



```
file.txt: Bloc de notas
Archivo Edición Formato Ver Ayuda
Reynolds number is = 7.67381e-005
Reynolds number represents a laminar fluid which friction factor is= 834005
```

Entrada 3:

enter density

10

enter tube diameter

9.793

enter dynamic viscosity

0.000006

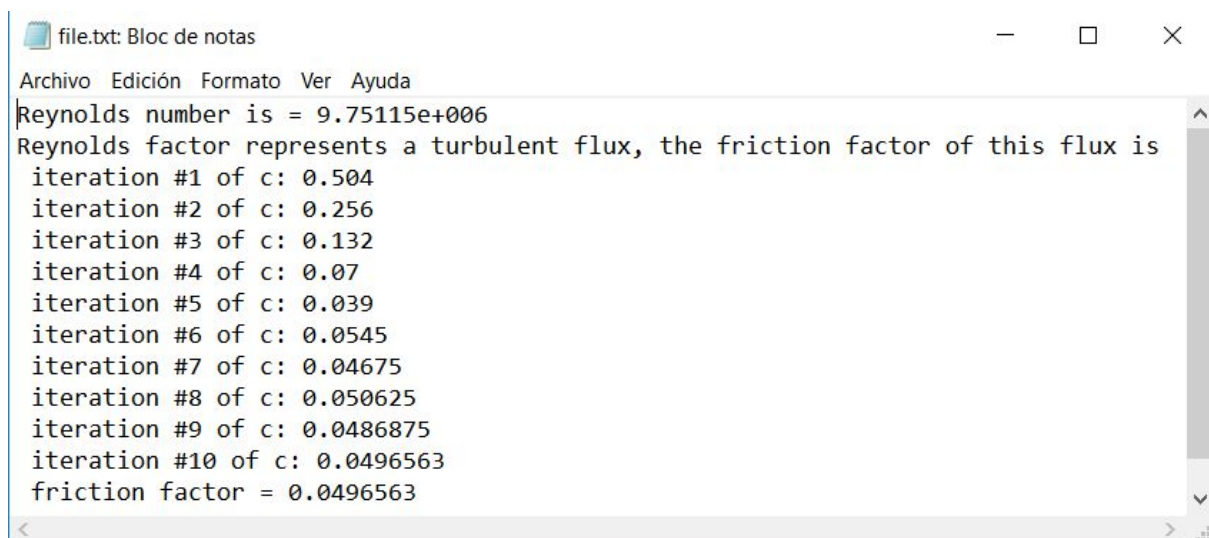
enter rugosity

.20

enter volumetric flux

45

Salida 3:



```
file.txt: Bloc de notas
Archivo Edición Formato Ver Ayuda
Reynolds number is = 9.75115e+006
Reynolds factor represents a turbulent flux, the friction factor of this flux is
iteration #1 of c: 0.504
iteration #2 of c: 0.256
iteration #3 of c: 0.132
iteration #4 of c: 0.07
iteration #5 of c: 0.039
iteration #6 of c: 0.0545
iteration #7 of c: 0.04675
iteration #8 of c: 0.050625
iteration #9 of c: 0.0486875
iteration #10 of c: 0.0496563
friction factor = 0.0496563
```

Entrada 4:

enter density

3456

enter tube diameter

0.254

enter dynamic viscosity

138000

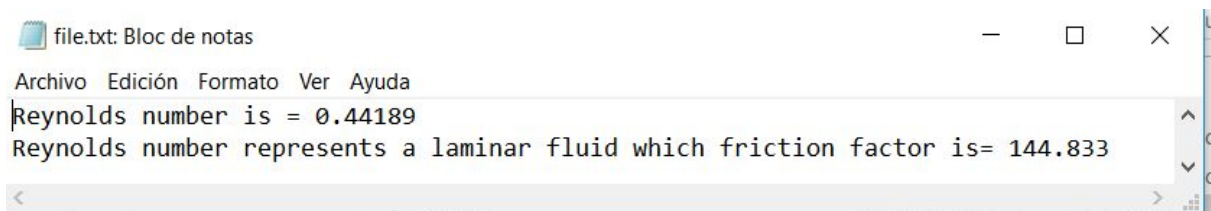
enter rugosity

9.8596

enter volumetric flux

3.52

Salida 4:



Entrada 5:

enter density

0.02

enter tube diameter

0.00003333

enter dynamic viscosity

0.5

enter rugosity

5040

enter volumetric flux

40

Salida 5:

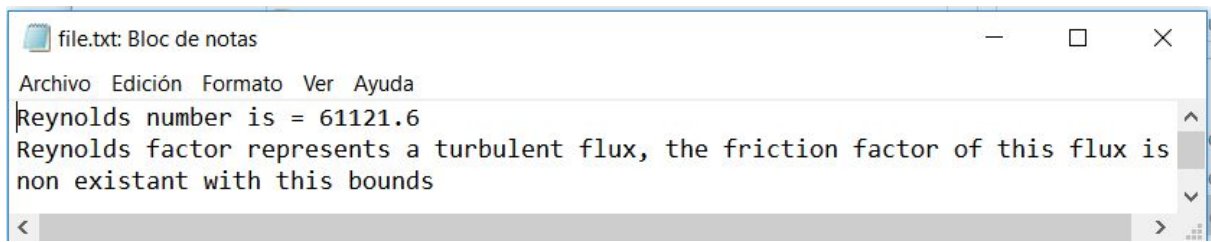
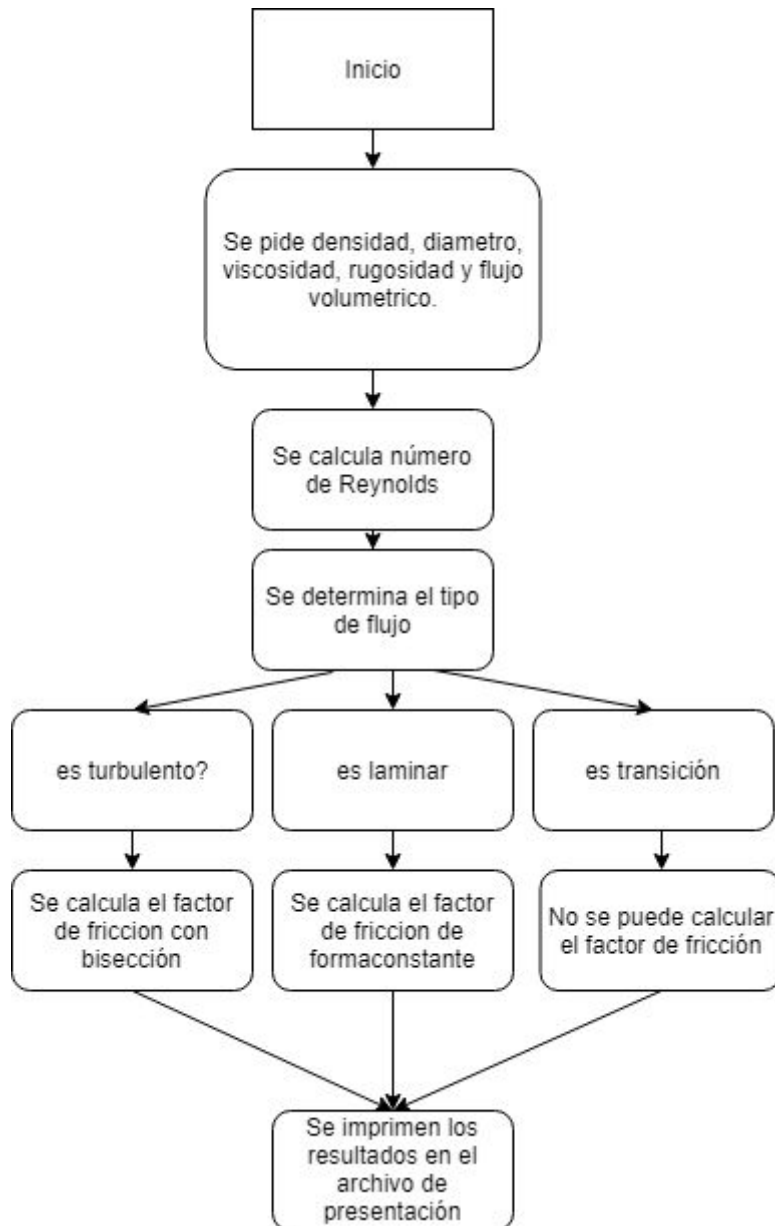


Diagrama de flujo

Con el fin de aclarar el funcionamiento del código, se puede referir al siguiente diagrama de flujo.



Se inicia pidiendo los datos de diámetro, viscosidad, rugosidad y flujo volumétrico al usuario. Se procede a calcular el número de Reynolds y teniendo esto se determina que tipo de flujo se está manejando.

Si el flujo es laminar, se calcula en tiempo constante el valor del factor de fricción. $O(1)$

Si el flujo es de transición, no se puede calcular. $O(0)$

Si el flujo es de transición $O(-)$ no se puede definir con precisión por ser iterativo indefinido, sin embargo crece en la forma $O(n \cdot \log(n))$

Al final todos los datos se reportan en el archivo txt que se genera para acceder después.

Conclusiones

El uso de métodos numéricos para resolver las ecuaciones de redes de distribución de flujos facilitan en gran medida la obtención de los valores convirtiendo las complejas ecuaciones en operaciones aritméticas más simples y programables. Debido a que se trata de un recurso ingenieril, muchas de las veces resulta imposible obtener un “valor real” debido a la gran medida de pérdidas o inconsistencias en los modelos utilizados, creando una varianza considerable de la idealidad. Esto por supuesto, se resuelve a través de la aplicación de métodos numéricos, porque los mejores modelos matemáticos para describir estos escenarios se suelen plantear en términos multivariantes o incluso en función de la misma variable que se busca. Ya que en la práctica diversos parámetros están en constante cambio, es una operación que aritméticamente tomaría de mucho tiempo y habilidad mental resolver. La mayor ventaja de esta aplicación de métodos numéricos radica en la posibilidad de poder ganar tiempo con una aproximación lo suficientemente buena. Remitiéndonos a la heurística ingenieril, para muchas de las ocasiones no se requiere un valor de alta precisión, pero de una exactitud aceptable. Incrementar la precisión resulta en un mayor costo de producción para resultados, argumentativamente, similares.

Entonces, implementar estas técnicas nos permiten como ingenieros “cortar camino” y obtener un resultado funcional sin necesidad de tener que gastar desmesuradamente en recursos que nos darían un valor igual de útil. También es importante recalcar que con el uso de este método numérico en la ecuación de Colebrook podemos obtener un resultado más preciso que el que se podría obtener a simple vista del diagrama de Moody, de igual manera el programa realizado también se podría utilizar para verificar lecturas del diagrama y cálculos realizados. Sin embargo como podemos ver en la salida 5 no todos los métodos son compatibles con todas las ecuaciones creadas experimentalmente, ya que en este caso nosotros sabemos que sí existe para números de Reynolds tan altos, pero, por el método de bisección no se pudo calcular.

Bibliografía

1

McCabe, W., Smith, J., & Harriott, P. (2005). *Unit operations of Chemical Engineering*. New York: McGraw-Hill Higher Education.

2

Expresiones del factor de fricción. (2019). Recuperado de https://previa.uclm.es/area/ing_rural/Hidraulica/Temas/Tema7.pdf

3

Garza, Vicente. "Friction factor for flow in pipes". Adjunto. Operaciones de transferencia de momentum. (Dr.Vicente J. Garza)

4

Diagrama de Moody. (2019). Recuperado de

https://www.researchgate.net/figure/Figura-4-Diagrama-de-Moody-com-valores-aproximados-para-o-f-ator-de-atrito-considerando-a_fig2_321510018