La Physique
Autour de la notion de fréquence

I TP1 : La corde de Melde

Manipulation 1: Forme de la corde. Correction

On observe que la corde a une forme sinusoïdale. On a donc une forme identique à celle présentée avant **mais dépendant de l'espace et non du temps** car on décrit ici la forme d'une corde, donc une dépendance spatiale :

$$y(x) = y_m \sin(2\pi k x + \phi) \tag{1}$$

La fréquence est noté k car elle n'a pas la même unité que f. C'est une fréquence **spatiale** et son inverse est la période spatiale de la corde appelée **longueur d'onde.** soit :

$$y(x) = y_m \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda} x + \phi\right) \tag{2}$$

Pour aller plus loin : La forme donnée ici est la forme à un instant t (comme une photographie de la corde). En réalité, cette forme reste varie dans le temps mais la corde garde une forme sinusoïdale, c'est l'amplitude y_m qui dépend du temps : $y_m(t)$ et la fonction devient une fonction de deux variables :

$$y(x,t) = y_m(t)\sin(2\pi k x + \phi) = y_0 \sin(2\pi f t + \psi)\sin(2\pi k x + \phi) \tag{3}$$

Ce genre d'expression sera utilisé en classe prépa (plutôt en 2ème année).
*On peut remarquer néanmoins que les points où $y(x) = 0$ ne vibrent jamais, on les appelle des **noeuds**. Les point où la vibration est maximum sont aussi toujours les mêmes, on les appelle de ventres.*

Manipulation 2: Phénomène de résonance

On observe que pour certaines fréquences, l'amplitude de vibration devient maximale [a]. C'est le phénomène de **résonance** : l'existence, pour certaines fréquences, d'un maximum de vibration d'un système.
On le rencontre dans de nombreux cas : vibrations d'un transport (voiture, métro, train), d'une molécule (spectroscopie), d'un circuit électrique (radio, expérimentation)...
Si l'on veut étudier un phénomène de résonance, on va devoir mesurer, pour chaque résonance :

— **Fréquence de résonance** : le(les) fréquence(s) pour laquelle(lesquelles) on observe un phénomène de résonance.

— **L'amplitude** de vibration à la résonance

Pour aller plus loin : On observe ici que les fréquences de résonance sont toutes des multiples de la fréquence de résonance la plus basse f_0 qu'on appelle le fondamental. Les suivantes : $f_n = n f_0$ avec $n \in \mathbb{N}$ sont appelées les harmoniques.

a. extremum local

Exercice 1: Interprétation théorique sur un cas plus simple

1. $y(x) = y_m \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda}x + \phi\right)$. y_m, ϕ et donc λ sont des inconnues a priori.
2. $y(x=0) = y(x=L) = 0$
3. (a) L'amplitude n'est pas contrainte.
   (b) La longueur d'onde est contrainte, on observe que la longueur L doit être un nombre

entier de longueur d'onde ou un demi-entier de longueur d'onde soit :

$$L = \frac{n}{2}\lambda \tag{4}$$

avec $n \in \mathbb{N}$

4. Il vient :

$$f = \frac{c}{\lambda} = \frac{nc}{2L} \tag{5}$$

On retrouve des fréquences multiples du fondamental.

Pour aller plus loin : *On peut retrouver le résultat précédent par une étude mathématique de la fonction $y(x)$. En effet, les conditions aux limites s'écrivent :*

$$\begin{aligned}
&\begin{cases} y(x=0) & = y_m \sin\phi = 0 \\ y(x=L) & = y_m \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda}L + \phi\right) = 0 \end{cases} \\
\Longrightarrow &\begin{cases} \phi & = 0 \ \textit{ou} \ \pi \\ y_m \sin\frac{2\pi}{\lambda}L & = 0 \end{cases} \\
\Longrightarrow &\frac{2\pi}{\lambda}L = n\pi
\end{aligned}$$

avec $n \in \mathbb{N}$. On retrouve la même condition sur λ.

II TP2 : La résonance en électrocinétique. Correction

Manipulation 3: Etudier un signal sinusoïdal

On observe que la tension aux bornes de la résistance est aussi sinusoïdale et de même fréquence que la tension que l'on a choisi sur le générateur. Le circuit est donc "forcé" à évoluer de manière sinusoïdale à la même fréquence que l'entrée. D'où le nom.
Pour aller plus loin : L'existence d'un tel régime dépend de caractéristique que doit avoir le circuit. En classes préparatoires, on verra que le circuit doit être **linéaire et stable** [a].

[a] On n'entre pas ici dans les définitions de ces termes.

Manipulation 4: Phénomène de résonance

On observe que pour une fréquence, l'amplitude de vibration devient maximale [a]. C'est le phénomène de **résonance** : l'existence, pour certaines fréquences, d'un maximum de vibration d'un système. On le rencontre dans de nombreux cas : vibrations d'un transport (voiture, métro, train), d'une molécule (spectroscopie), d'un circuit électrique (radio, expérimentation)...
Si l'on veut étudier un phénomène de résonance, on va devoir mesurer, pour chaque résonance :

- **Fréquence de résonance** : le(les) fréquence(s) pour laquelle(lesquelles) on observe un phénomène de résonance.
- **L'amplitude** de vibration à la résonance

Pour aller plus loin : Ici on pourrait observer que la fréquence de résonance vaut $f_0 = \sqrt{1/(LC)}$ avec L et C des valeurs des composants.

[a] extremum local

Exercice 2: Etude théorique

1. $s_m = \dfrac{e_m}{\sqrt{1+Q^2\left(\frac{f}{f_0}-\frac{f_0}{f}\right)^2}}$
2. Il faut minimiser le dénominateur soit annuler le terme entre parenthèse soit $f = f_0$.
   Pour aller plus loin : On devrait remarquer que cela correspond à la fréquence trouvée expérimentalement si l'on avait l'expression de f_0. Mais une telle comparaison théorie-expérience nécessite un calcul d'incertitude sur la valeur mesurée de f_0. C'est une pratique qui sera faite en TP.