Electromagnétisme

C. Lacpatia

Aug 03, 2023

CONTENTS

CHAPTER

ONE

CHAMP MAGNÉTIQUE. INTRODUCTION

1.1 Observation expérimentale

1.1.1 Observations (en ligne)

1.1.2 Interprétation en terme de champ magnétique

Important 1.1

Champ magnétique
Soit une particule chargé de charge q en un point M possédant une vitesse $\vec{v}$. L'action, appelée force de Lorentz, d'un circuit parcouru par un courant ou d'un aimant peut-être modélisée par une force dont l'expression mathématique est:

$$\overrightarrow{F} = q\vec{v} \wedge \overrightarrow{B}(M)$$

où $\overrightarrow{B}(M)$ est un champ vectoriel dont les caractéristiques ne dépendent que du circuit ou de l'aimant. On l'appelle champ magnétique et son unité est le Tesla (T). M est le point où se trouve la particule de charge q.

1.2 Cartes de champ magnétiques

1.2.1 Lignes de champ. Caractérisation expérimentale

Important 1.2

Ligne de champ magnétique
Une ligne de champ magnétique est une courbe avec laquelle le champ magnétique est colinéaire en tout point de la-dite courbe.

1.1: Exemple : Bobine infinie (à connaitre)

On peut montrer que le champ magnétique est nulle à l'extérieur du solenoïde et uniforme à l'intérieur:

$$\overrightarrow{B} = \mu_0 n I \overrightarrow{e_z}$$

où n est le nombre de spire par unité de longuer, I l'intensité qui parcourt les spires et $\overrightarrow{e_z}$ le vecteur axial **orienté en cohérence** avec I.

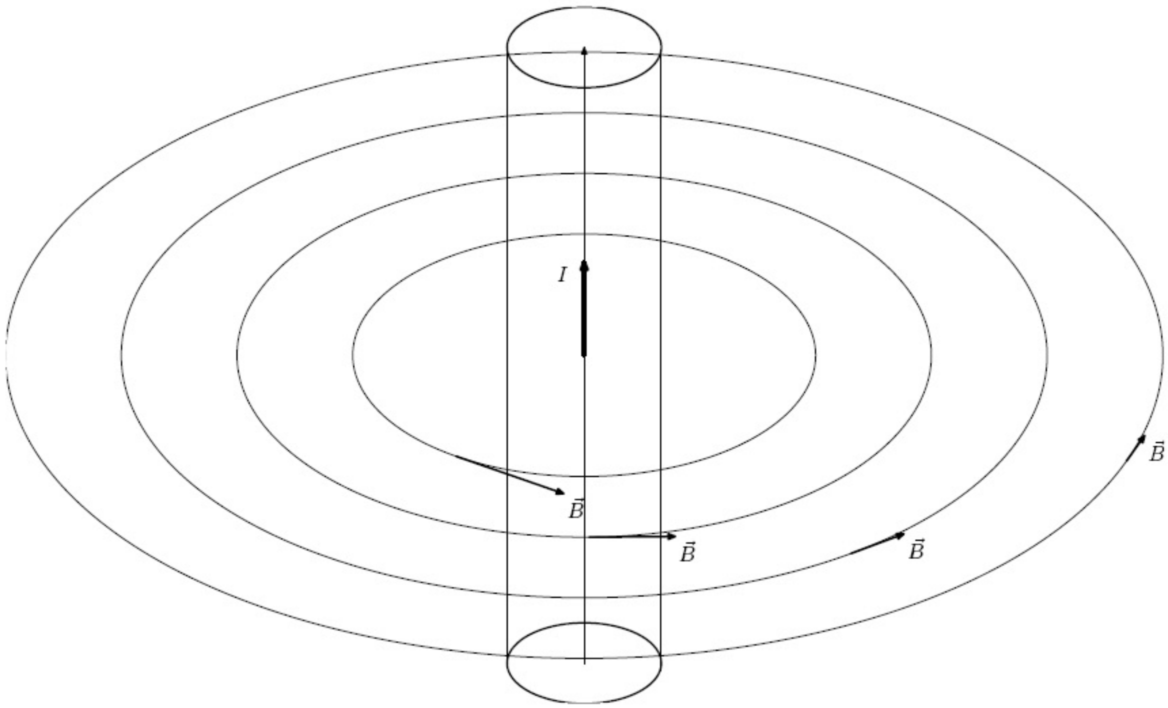


Fig. 1.1: Exemple : Carte de champ pour un fil infini

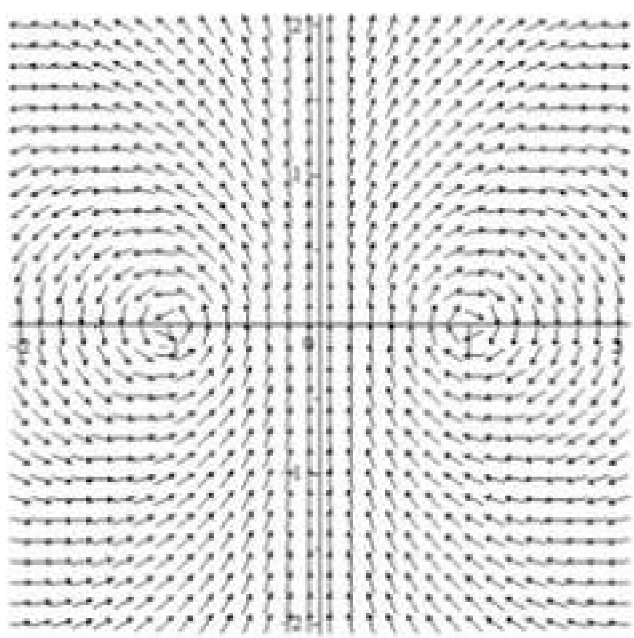


Fig. 1.2: Exemple : Carte de champ de deux fils. L'intensité est identique dans les deux fils mais n'est pas dans le même sens: elle sort de la feuille pour le fil de gauche et entre dans la feuille pour le fil de droite

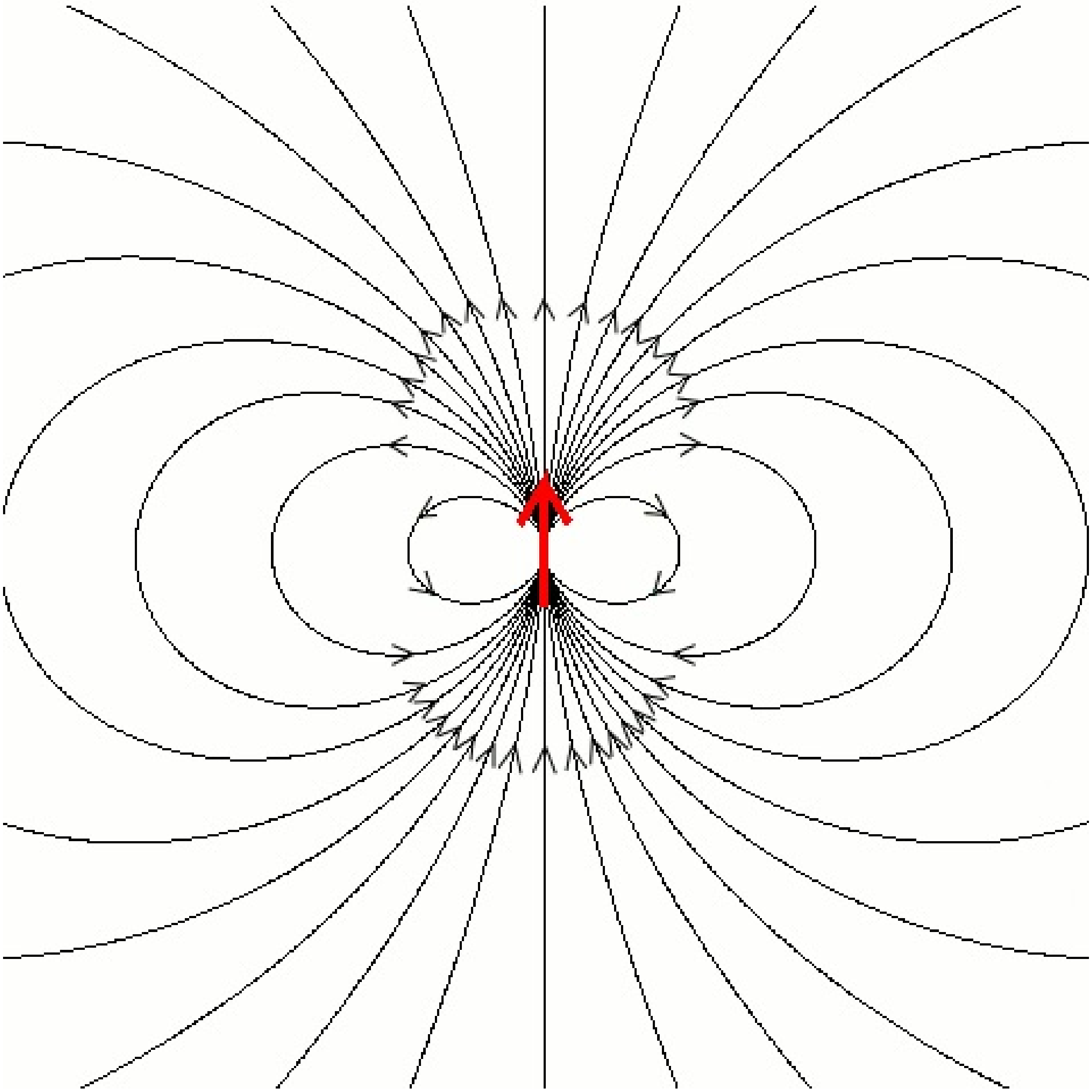


Fig. 1.3: Exemple : Carte de champ pour un petit aimant droit

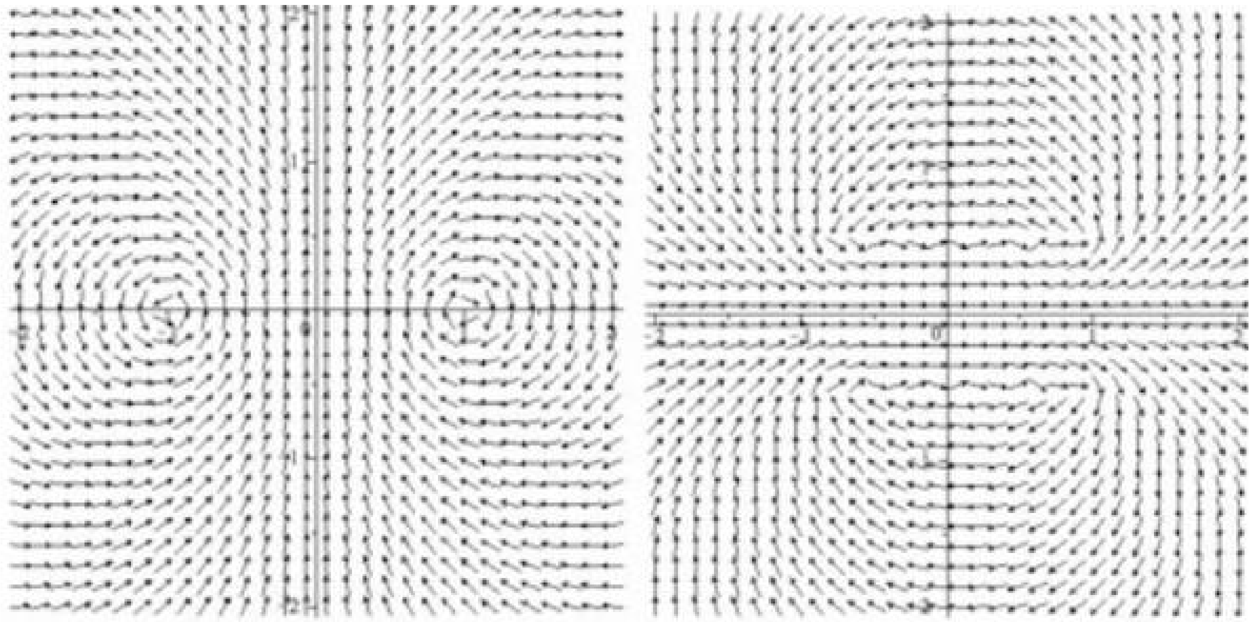


Fig. 1.4: Champ magnétique pour une spire circulaire et une bobine longue.

1.2.2 Caractéristiques générales

- Principe de symétrie (cf. suite)
- Orientation du champ proche du circuit: règle du tire-bouchon basé sur l'intensité.
- Le champ en un point donné sera proportionnelle à l'intensité I qui circule dans le circuit.
- En un point où deux lignes se croisent, le champ est nécessairement nul.
- Une ligne de champ qui boucle sur elle-même enlace nécessairement des courants. Le sens total de parcours des courants enlacés (calculés comme une somme algébrique) peut-être déterminé par la règle du tire-bouchon.

1.2.3 Conservation du flux du champ magnétique

Important 1.3

Flux du champ magnétique
Soit un champ vectoriel $\overrightarrow{B}(M)$ définit en tout point M de l'espace et une surface Σ quelconque orientée décomposée en un ensemble de surface plane infinitésimale $\overrightarrow{dS}$. On définit le flux du (pseudo-)vecteur $\overrightarrow{B}$ à travers Σ comme l'intégrale:

$$\Phi = \int_{M\in\Sigma} \overrightarrow{B}(M) \cdot \overrightarrow{dS}(M)$$

Important 1.4

Conservation du flux du champ magnétique Le flux du champ magnétique est conservé, c'est-à-dire qu'il est toujours nul à travers une surface fermée.

Important 1.5

Cas d'un tube de champ
Un tube de champ est une surface fermée, orientée de l'intérieur vers l'extérieur, constituée d'une surface latérale (S_L) uniquement formée de lignes de champ et de deux surfaces quelconques (S_1) et (S_2) la fermant à ses extrémités.

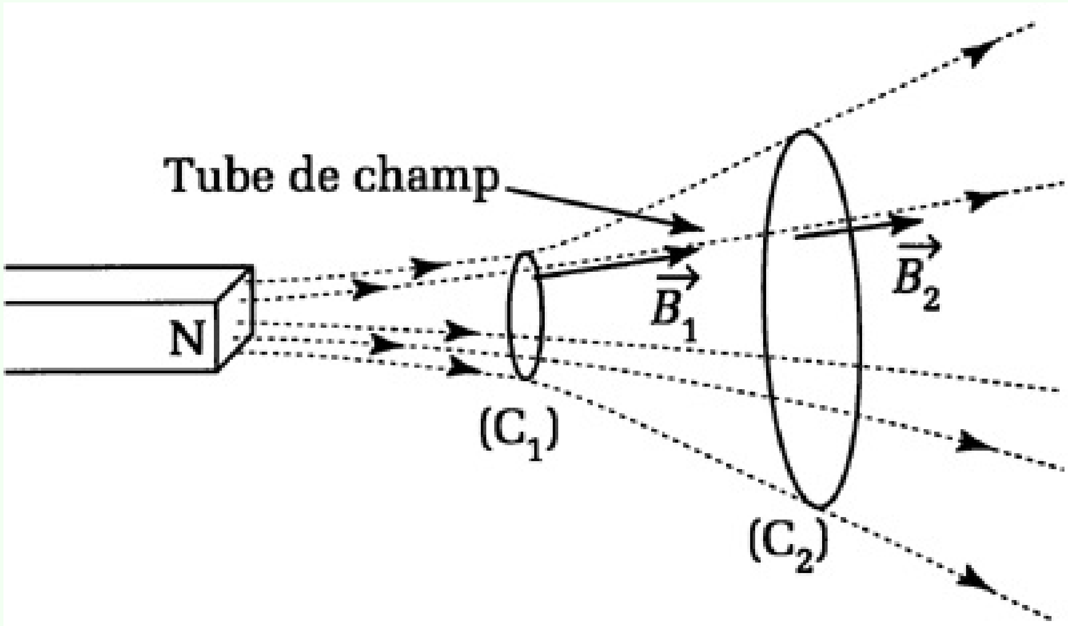


Fig. 1.5: Tube de champ magnétique

Le flux du champ magnétique à travers un tube de champ se ramène au seul flux à traversd la surface (C_1) et la surface (C_2) (car $\overrightarrow{dS} estperpendiculaireauxlignesdechampsurlasurfacelatrale).Laconservationdufluxduchampmagntiquess$
sont orientés dans le même sens):

$$\iint_{M\in C_1} \overrightarrow{B}_1(M)\cdot\overrightarrow{dS_1} = \iint_{M\in C_2} \overrightarrow{B}_2(M)\cdot\overrightarrow{dS_2}$$

Important 1.6

Conséquence de la conservation du flux

- Lorsque les lignes de champ magnétique se resserrent, l'intensité du champ magnétique augmente.
- Lorsque les lignes de champ magnétique s'écartent, l'intensité du champ magnétique diminue.
- Si les lignes de champ forme un tube de section constant, alors le champ est uniforme.

1.2.4 Créer un champ magnétique uniforme (en ligne)

1.3 Symétrie des champs magnétiques

1.3.1 Les distributions de courant

On a vu que les courants sont responsables du champ magnétiques. Il faut donc pouvoir décrire une **distribution de courant** dans l'espace pour ensuite pouvoir déterminer le champ magnétique en tout point.

On a 3 types de description des courants :

- une description linéique : cela correspond à la vision des courant électrique déjà utilisé en électrocinétique. On considère que la conduction électrique a lieu sur des lignes et on décrit les courant par l'intensité électrique et le sens de l'intensité. **Cela revient à négliger la section des fils électriques.**
- une description volumique : A l'image du fil électrique, les charges se déplacent en réalité dans des volumes et non des lignes. On peut alors découper ces volumes en des volumes $d\tau_M$ infinitésimaux autour de chaque point M. Dans ces volumes, on peut considérer que les charges mobiles ont une concentration uniforme $\rho(M)$ (principe du calcul différentiel) et vitesse $\vec{v}(M)$ identique. On décrit alors la distribution de courant par **la densité volmumique de charge** : $\overrightarrow{j_v}(M) = \rho(M)\vec{v}(M)$.
- une description surfacique : Il arrive qu'une des deux dimensions du fil soit négligeable devant l'autre (cas des nappes de courant), les charges se déplacent presque dans des surfaces et non des lignes. On peut alors découper ces surfaces en des surfaces $d\Sigma_M$ infinitésimales autour de chaque point M de la surfaces où il y a du courant. Dans ces surfaces, on peut considérer que les charges mobiles ont une concentration *surfacique* uniforme $\sigma(M)$ (principe du calcul différentiel) et vitesse $\vec{v}(M)$ identique. On décrit alors la distribution de courant par **la densité surfacique de charge** : $\overrightarrow{j_s}(M) = \sigma(M)\vec{v}(M)$.

Attention

$\overrightarrow{j_s}$ et $\overrightarrow{j_v}$ n'ont PAS la même unité.

1.3.1.1 Exemples de distribution (en ligne)

1.3.2 Notions de symétries et d'invariance

1.3.2.1 Invariance

Important 1.7

Invariance
Soit une transformation de l'espace $\mathcal{T}$. On dit qu'elle laisse invariante un champ scalaire $C(M)$ si et seulement si pour tout point M' image des points M de l'espace, $C(M) = C(M')$.

On distingue principalement les invariances par translation et par rotation.

1.3.2.2 Symétrie et anti-symétrie planaire d'un vecteur

Important 1.8

Symétrie planaires Soit un plan Π. On dit que le champ vectoriel $\vec{j}(M))$ présente une symétrie par rapport à Π si et seulement si pour tout point M' image de M par rapport à Π, $\vec{j}(M')$ est symétrique de $\vec{j}(M)$ par rapport à Π

Important 1.9

Antisymétrie planaires
Soit un plan Π. On dit que le champ vectoriel $\vec{j}(M))$ présente une anti-symétrie par rapport à Π si et seulement si pour tout point M' image de M par rapport à Π, $\vec{j}(M')$ est l'antisymétrique de $\vec{j}(M)$ par rapport à Π, c'est-à-dire que $\vec{j}(M')$ est *l'opposé* du symétrique de $\vec{j}(M)$.

Important 1.10

Conséquence sur l'orientation du champ magnétique

- **En tout point M d'un plan de symétrie d'un champ de vecteur**, le vecteur est **contenu** dans le plan.
- **En tout point M d'un plan d'antisymétrie d'un champ de vecteur**, le vecteur est **perpendiculaire** au plan.

1.3.2.3 Symétrie et anti-symétrie planaire d'un pseudo-vecteur

Les pseudo-vecteur sont des éléments mathématiques possédant les mêmes caractéristiques que les vecteurs (direction, sens, norme ou possibilité de projection dans une base orthonormée) MAIS qui n'auront pas les mêmes propriétés de symétrie. C'est le cas du moment cinétique et surtout **du champ magnétique qui est un pseudo-vecteur.**

Important 1.11

Symétries et antisymétries planaires Pour un pseudo-vecteur, les plans de symétries et d'anti-symétrie sont inversés.

Important 1.12

Conséquence sur l'orientation du champ magnétique

- **En tout point M d'un plan de symétrie du champ magnétique**, le champ magnétique est **perpendiculaire** au plan.
- **En tout point M d'un plan d'antisymétrie du champ magnétique**, le champ magnétique est **contenu** dans le plan.

1.3.3 Principe de Curie

Important 1.13

Principe de Curie Lorsque certaines causes produisent certains effets, les éléments de symétrie des causes doivent se retrouver dans les effets produits.

1.4 Ordres de grandeurs de champs créés

1.4.1 Champ magnétique par un aimant droit

- Aimants néodyme: 0,3 à 1 T
- IRM (électro-aimant): 6T
- Champ magnétiue terrestre : $0.5 \times 10^{-5}\mathrm{T} = 0.5\mathrm{gauss}$

1.4.2 Champ créé par un circuit électrique (en ligne)

1.5 Principe du dipôle magnétique

1.5.1 Approximation dipolaire. Carte de champ magnétique

Important 1.14

Approximation dipolaire
Soit un champ magnétique créé par un dispositif particulier (aimant, circuit, phénomène microscopique…) situé autour d'un point O. On se place dans le cadre de l'approximation dipolaire si l'on considère que le point M où l'on calcule/étudie le champ magnétique est "loin" du dispositif, c'est-à-dire que la distance OM est grande devant la taille caractéristique L du dispositif.

1.5.1.1 Cas du dipôle magnétique.

Malgré la grande diversité des dipôles magnétiques, le champ magnétique créé **dans le cadre de l'approximation dipolaire** est toujours le même.

Important 1.15

Champ magnétique créé par un dipôle magnétique A un dipôle magnétique, on peut associer un **moment dipolaire magnétique** $\overrightarrow{M}$ tel que le champ magnétique créé en un point P par le dipôle situé au point O dans le cadre de l'approximation dipôlaire s'écrit:

$$\overrightarrow{B}(M) = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{3(\overrightarrow{M}\cdot\vec{r})\vec{r} - r^2\overrightarrow{M}}{r^5}$$

avec $\vec{r} = \overrightarrow{OP}$

La carte de champ fait apparaître deux lobes partant du point O où se trouve le dipôle et une orientation communes des lignes de champs. Le moment dipolaire $\overrightarrow{M}$ qu'on place généralement à l'endroit où se trouve le dipôle donne l'orientation des lignes de champ. Les lignes de champ partent du pôle nord magnétique et arrivent au pôle sud magnétique.

Les dipôles magnétiques regroupent un ensemble de dispositifs très variés (matériau aimanté droit, circuit parcouru par un courant…) à différentes échelles (microscopiques ou macroscopiques) dont le champ magnétique créé à grande distance (approximation dipolaire) possèdent la même géométrie et dont l'intensité et l'orientation peut être définie simplement à l'aide d'une grandeur: le moment dipolaire (vectoriel).

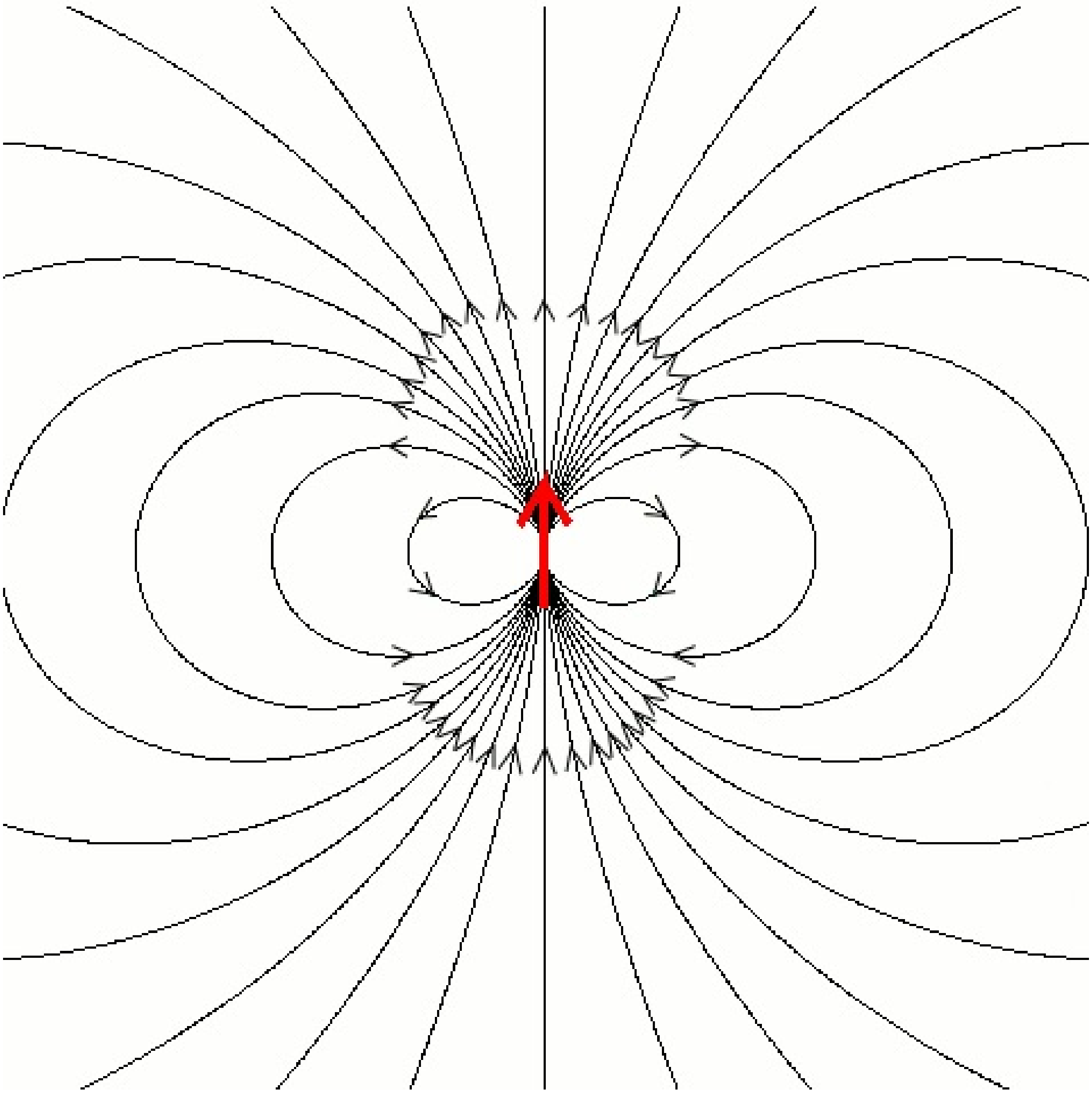


Fig. 1.6: Dipôle magnétostatique

1.2: Note:

Cas d'une spire circulaire
On considère une spire circulaire de rayon R parcourue par un courant I. A une distance $r >> R$ du centre de la spire, on peut considérer qu'on se place dans le cadre de l'approximation dipolaire. Le moment magnétique de la spire est: $\$\overrightarrow{M} = \pi R^2 I \vec{n}\$$
où $\vec{n}$ est le vecteur normal à la spire orienté en cohérence avec le sens de l'intensité I orientée dans le circuit. On peut réécrire cette expression sous la forme:

$$\overrightarrow{M} = I\vec{S}$$

où $\vec{S}$ est le vecteur surface associé à la spire (\ref{enc:enc_vecteur_surface_et_moment_dipolaire_d_un_circuit}).

Important 1.16

Spire plane de forme quelconque (Admise)
Soit une spire plane parcourue par une intensité I. On note $\vec{S}$ le vecteur surface orienté en cohérence avec l'intensité I. Le moment dipolaire magnétique de la spire dans le cadre de l'approximation dipolaire est:

$$\overrightarrow{M} = I\vec{S}$$

1.5.1.2 Cas d'un "multi-pôles" (HP - en ligne)

1.6 Champs magnétiques. Méthodes et exercices.

1.6.1 Méthodes

1.6.1.1 Lien entre distribution et intensité.

Il faut faire attention car le nom des distributions de courantpeut être trompeur.

Tip: Exercice On considère les deux exemples suivants :

1. fil infini de rayon R parcouru par une distribution axiale uniforme. Calculer l'intensité qui traverse une section transverse du cylindre (orientée suivant $+\overrightarrow{e_z}$).
2. nappe de courant de largeur L parcourue par une densité uniforme. Calculer l'intensité qui traverse la nappe suivant l'axe Oy.

1.6.1.2 Symétrie et coordonnées

Note : quand on exprime un champ vectoriel $\overrightarrow{j(M)}$ dans une base:

$$\overrightarrow{j(M)} = j_r(M)\vec{e}_r + j_\theta(M)\vec{e}_\theta + j_z(M)\vec{e}_z$$

alors les 3 composantes j_r, j_θ, j_z sont des champs scalaires.

Tip: Conséquence sur les coordonnées On considérons un vecteur $\vec{j}(M)$ qui possède comme plan de symétrie le plan xOy d'un repère cartésien $(0, \overrightarrow{e_x}, \overrightarrow{e_y}, \overrightarrow{e_z})$.

On note les composantes de $\vec{j}(M(x,y,z))$:

- $j_x(x,y,z)$
- $j_y(x,y,z)$
- $j_z(x,y,z)$

1. Préciser la parité des fonctions j_x, j_y, j_z en z.
2. Reprendre la même question en supposant que xOy est un plan d'anti-symétrie.
3. Reprendre les deux mêmes questions en pour si xOy et un plan de symétrie/d'antisymétrie d'un **pseudo-vecteur** $\overrightarrow{B}(M)$

Il est important de comprendre à travers cet exercice que le lien entre parité et symétrie n'est PAS intuitif et qu'il est différent pour vecteur et un pseudo-vecteur.

Tip: Pseudo-vecteur et plan de symétrie/anti-symétrie

On considére un pseudo-vecteur champ magnétique $\overrightarrow{B}(M)$ qui possède comme plan de de symétrie le plan Π_S.

1. Justifier (à retenir) que le pseudo-vecteur champ magnétique en tout point M_0 du plan Π_S est contenu dans le plan Π_S.

On considére un pseudo-vecteur champ magnétique $\overrightarrow{B}(M)$ qui possède comme plan de d'antisymétrie le plan Π_A.

1. Justifier (à retenir) que le pseudo-vecteur champ magnétique en tout point M_0 du plan Π_A est perpendiculaire plan Π_A

1.6.1.3 Déterminer l'orientation du champ magnétique

1.3: Détermination de la structure du champ B

Déterminer la structure du champ magnétique pour un fil infini en utilisant le principe de Curie.

1.6.1.4 Ordre de grandeur du champ magnétique

Tip: Cas simple

Estimer à partir du théorème d'Ampère le nombre de spire d'un bobinage nécessaire pour obtenir un champ 100 fois supérieure au champ terrestre à une distance proche du bobinage. Commenter.

1.7 Origine et ordre de grandeur du moment magnétique

Le magnétisme possède deux origines:

- Le mouvement "physique" des particules chargées.
- Le spin $\vec{S}$ des particules chargées: c'est une grandeur purement quantique qui possède les mêmes comportements mathématiques qu'un moment cinétique (on parle d'ailleurs de moment cinétique intrinsèque) mais qui ne correspond pas physiquement à un mouvement de rotation observable de la particules (les échelles sont trop petites pour pouvoir encore parler de trajectoire).

1.7.1 Echelle microscopique. Moment cinétique et moment magnétique

A l'échelle microscopique, les électrons sont en mouvement autour du noyau. Le mouvement créé donc un champ magnétique propre. Le mouvement des électrons est un mouvement orbital autour du noyau, on peut donc lui associer un moment cinétique orbital par rapport au noyau.

Important 1.17

Moment cinétique orbital et moment magnétique Un mouvement orbital d'une particule chargée engendre un moment magnétique $\overrightarrow{m_L}$ proportionnel à son moment cinétique orbital $\vec{L}$. Le coefficient de proportionnalité est appelé rapport gyromagnétique.

Tip: Exercice : Rapport gyromagnétique de l'électron dans un atome Déterminer le rapport gyromagnétique de l'électron dans un atome en orbite circulaire de rayon R à la vitesse v.

Tip: Exercice : Modèle de Bohr de l'atome. On considère un atome dans le modèle de Bohr: les électrons réalisent des orbites circulaires dont le moment cinétique total est quantifié: $\left\|\vec{L}\right\| = n\hbar$. Montrer que le moment magnétique de l'atome est quantifié est peut se mettre sous la forme $\left\|\vec{M}\right\| = n\mu_B$. μ_B est appelé magneton de Bohr.

1.4: Note:

Spin

A l'échelle microscopique, le moment magnétique total est causé par le moment cinétique orbital ET le moment cinétique intrinsèque aux particules (appelé spin) $\vec{S}$. On parle de moment cinétique total $\vec{J}$:

$$\vec{J} = \vec{L} + \vec{S}$$

On peut alors associer au spin, un moment magnétique de spin proportionnel $\overrightarrow{m_S} = g\gamma\vec{S}$ où γ est le rapport gyromagnétique et g un facteur de correction appelé facteur de Landé. Le moment magnétique total de la particule vec $\vec{m} = \overrightarrow{m_S} + \overrightarrow{m_L}$

1.7.2 Echelle macroscopique. Aimantation (en ligne)

1.7.3 Champ magnétique terrestre (en ligne)

1.8 Entrainement

Tip: Exercice : Symétrie

Reprendre les distributions de courant données dans *le cours sur les symétries* (page 6) et déterminer:

- les symétries des courants
- les symétries des champs magnétiques
- un maximum d'information sur l'orientation du champ magnétique, la dépendance de ses composantes en les coordonnées et la parité des composante.

On choisira le type de repère de manière réfléchi quand il n'est pas donné.

Point utile pour cet exercice

- $\Longrightarrow$ *Symétrie d'un champ magnétique.*

Tip: Exercice : Lecture d'une carte de champ

Trois fils infinis longs et parallèles entre eux sont parcourus par des courants I_1, I_2 et I_3. Les lignes de champ sont représentées sur la carte ci-dessous. On rappelle que le champ magnétique créé par un fil infini s'écrit:

$$\overrightarrow{B(M)} = \frac{\mu_0 I}{2\pi M_0 M}\overrightarrow{e_{\theta,M/fil}}$$

où M_0 est le projeté de M sur le fil et $\overrightarrow{e_{\theta,M/fil}}$ est le vecteur orthoradiale associé au point M dans un système de coordonnées cylindriques d'axe le fil orienté.

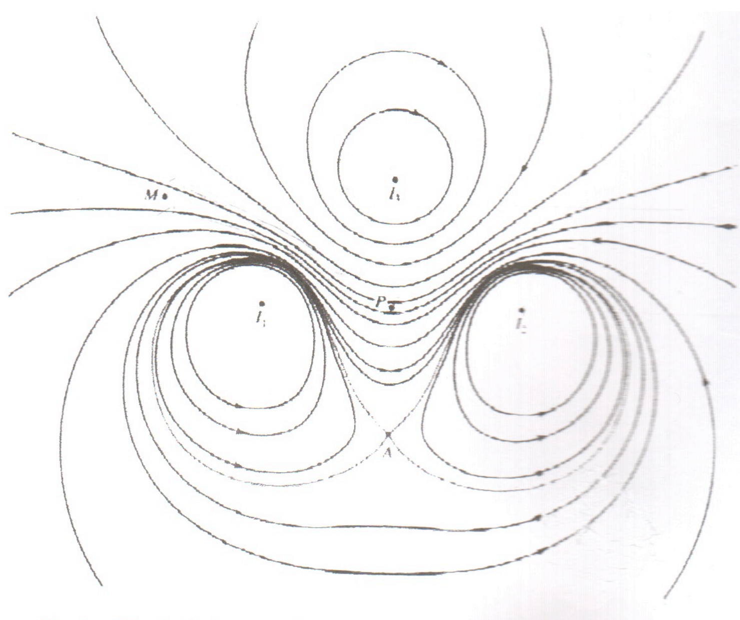


Fig. 1.7: Carte de champ dans un plan perpendiculaire à l'axe des fils.

1. Déterminer le signe de I_1, I_2 et I_3.
2. Que peut-on dire de I_1 et I_2?
3. Quelle est la valeur du champ $\overrightarrow{B}$ en A ? En déduire une estimation du rapport I_3/I_2.
4. On sait que le champ en M vaut 0,01 T. Estimer la valeur du champ en P.

Point utile pour cet exercice

- $\Longrightarrow$ *Carte de champ magnétique.*
- $\Longrightarrow$ *Symétrie d'un champ magnétique.*
- $\Longrightarrow$ *Champ magnétique créé par un fil infini.*

Tip: *Exercice : Moments magnétiques intrinséque et moment d'inertie.*_

On considère un électron qu'on représente sous la forme d'un corpuscule sphérique de charge totale e et de rayon R en rotation autour de son diamètre; son moment cinétique est $\sigma = s\hbar = s\frac{h}{2\pi}$ où $h = 6.63 \times 10^{-34}$J.s est la constante de Planck.

Le moment d'inertie d'un boule de masse uniformément répartie sur son axe est $J = \frac{2}{5}m_E R^2$.

1. Déterminer son moment magnétique en supposant la charge uniformément répartie en surface.
2. Calculer l'énergie cinétique et la vitesse à la périphérie. Commenter. On donne $s = 1/2$; $R = 2.8\times10^{-15}$m; $\mathrm{m_e} = 9.1 \times 10^{-31}$kg.

Point utile pour cet exercice

- $\Longrightarrow$ *Dipôle magnétique.*
- $\Longrightarrow$ *Moment magnétique.*

Tip: Exercice : Générer un champ tournant. Double bobinage

1. On considère deux bobines longues qui pourront être assimilées à des bobines infinies quant au champ magnétique qu'elles créent. Ces deux bobines sont disjointes et leurs axes forment un angle de 90° (on ne s'intéressera pas ici à la manière de réaliser en pratique une telle configuration). Les deux bobines sont parcourus par des courants sinusoïdaux de même amplitude I_0, de même pulsation ω mais déphasé de $\pi/2$. Montrer que le champ magnétique résultant est un champ tournant dont on déterminera les caractéristiques.

Point utile pour cet exercice

- $\Longrightarrow$ *Champ magnétique d'une bobine longue.*

Tip: Exercice : (Recherche) Matériau ferromagnétique

1. A partir du magnéton de Bohr, proposer un modèle et une estimation permettant de déterminer le champ maximal d'un aimant droit composé de Fer à proche distance. Comparer aux valeurs trouvées.

CHAPTER

TWO

MOUVEMENT DE PARTICULES CHARGÉES

2.1 Influences des particules chargées immobiles et mobiles: force de Lorentz

2.1.1 Force de Coulomb: Champ électrostatique

2.1.1.1 Interaction entre deux charges statiques

Important 2.1

Définition : Force électrostatique de Coulomb
Soit deux particules chargées de charges q_1 et q_2 située aux points M_1 et M_2. La charge en M_1 exerce sur la charge en M_2 une force appelée force électrostatique de Coulomb dont l'expression est:

$$\overrightarrow{F_{M_1 \to M_2}} = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0} \frac{\overrightarrow{M_1 M_2}}{M_1 M_2^3}$$

où ϵ_0 est une constante appelée permittivité du vide: $\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12}\mathrm{m}^{-3}.\mathrm{kg}^{-1}.\mathrm{A}^2.\mathrm{s}^4$

Important 2.2

Définition : Champ électrique pour une particule chargée
Soit une particule chargée située au point P de chargé q, on peut définir le champ électrostatique créé par P en un point M quelconque par:

$$\overrightarrow{E_q}(M) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{\overrightarrow{PM}}{PM^3}$$

2.1.2 Circulation de charge: champ magnétique.

Important 2.3

Définition : Champ magnétique (Rappel)
Soit une particule chargé de charge q en un point M possédant une vitesse $\vec{v}$. L'action d'un champ magnétique $\vec{B}$ sur la charge q s'écrit:

$$\vec{F} = q\vec{v} \wedge \vec{B}(M)$$

2.1.3 Force de Lorentz. Ordre de grandeur

Important 2.4

Définition : Force de Lorentz
Si on considère une particule chargé mobile dans un champ électrique et magnétique, il vient alors que ces deux champs exercent une action conjugué électromagnétique appelée force de Lorentz et qui a pour expression:

$$\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \wedge \vec{B})$$

2.2 Force de Lorentz

2.2.1 Expression. Principe fondamental de la dynamique

La force dépend de la vitesse et semble donc dépendre du référentiel. Il n'en est rien à condition de se placer dans un cadre de mécanique relativiste. Nous supposerons pour simplifier que tous les mouvements étudiés s'effectuent dans un référentiel galiléen.

Principe fondamental de la dynamique: Appliqué à la particule M de masse m et de charge q, il s'énonce évidemment:

$$m\frac{d\vec{v}}{dt} = q(\vec{E} + \vec{v} \wedge \vec{B})$$

2.2.2 Analyse énergétique

On ne s'intéresse ici qu'à des champs statiques.

La force magnétique ne travaille pas au contraire de la force électrostatique. C'est-à-dire que le champ magnétique n'agit que sur la direction de la vitesse et non son module. Seul le champ électrostatique peut modifier le module de la vitesse d'une particule.

Important 2.5

Fondamental : Force électrostatique. Energie potentielle électrostatique (Admise)
Le champ électrique en régime statique est conservatif: $\vec{E} = -\overrightarrow{grad}V$ où V est le potentiel électrostatique. La force électrique est donc aussi conservative: l'énergie potentielle électrique sera donc: $E_p = qV$.

2.3 Mouvement d'une particule chargée dans un champ électrostatique uniforme

2.3.1 Applications

Tip: Méthode : Accélération de particules

On considère deux plaques infinies P_1 et P_2 distantes d'une distance d et chargées uniformément et portées chacune aux potentiels respectifs V_1 et V_2. Des particules de charge q sont libérées sans vitesse initiale de la plaque 1. On oriente un axe Ox perpendiculaire aux plaques avec la plaque P_1 est en $x = 0$. On admet que le champ électrique est uniforme entre les deux plaques et suivant $\overrightarrow{e_x}$: $\overrightarrow{E} = E_0\overrightarrow{e_x}$.

1. Déterminer son expression en fonction de V_1, V_2 et d.
2. Montrer que pour que les charges q se dirigent vers la plaque 2, il faut ordonner V_1 et V_2.
3. Déterminer alors la vitesse des charges quand elles arrivent sur la plaque 2. En déduire que l'expression "on accélère les charges au moyens d'une tension accélératrice U" a un sens (expliquer notamment pourquoi l'hypothèse d'un champ uniforme est inutile).

Généralisation: On voit que la simple donnée de la tension accélératrice permet de connaître la variation d'énergie cinétique et donc la vitesse des charges en sortie d'un tel dispositif. Si l'utilisation de plaques est très fréquente, on peut très bien imaginer d'autres systèmes d'accélération.

Important 2.6

Définition : Electron-volt
L'électron-volt est une unité énergétique définie comme l'énergie cinétique d'un électron accéléré depuis le repos par une tension de 1V: $1\text{eV} = 1.6 \times 10^{-19}$J. \tcblower{} Cette unité est très utile à l'échelle microscopique.

Tip: Méthode : Déviation d'un faisceau électronique

On considère maintenant une particule possédant une vitesse v_0 perpendiculaire à un champ $\overrightarrow{E}$ uniforme. On suppose que le champ n'est établi que sur distance d et que les particules sont des électrons. A la sortie de la zone de déviation, il n'y a plus de champ électrique et on place un écran à une distance D de la zone sur lequel est repéré l'impact du faisceau électronique.

1. Déterminer la déflexion, c'est-à-dire la position verticale du faisceau sur l'écran.
2. Estimer les tensions de déflexion mise en jeu dans un oscilloscope. Commenter

---

2.4 Mouvement d'une particule chargée dans un champ magnétique uniforme et constant.

Dans toute cette partie, on considère une particule de masse m et de charge q plongée dans un champ magnétique placé suivant l'axe Oz. On suppose qu'il n'y a aucune autre force en jeu. On peut placer la particule au milieu d'un solénoïde de grande dimension.

2.4.1 Etude de la trajectoire. Pulsation cyclotron

Important 2.7

Définition : Pulsation cyclotron

On appelle pulsation cyclotron: $\omega_c = \left|\frac{qB}{m}\right|$. On définit le vecteur associé: $\vec{\Omega} = -\frac{q\vec{B}}{m}$.

Important 2.8

Fondamental : Caractéristiques générales du mouvement (Admis)

On note ϕ l'angle entre la vitesse initiale et le champ magnétique. Le mouvement d'une particule chargée dans un champ magnétique uniforme est uniforme et composée de 2 mouvements:

- un mouvement rectiligne uniforme suivant l'axe du champ magnétique à la vitesse.
- un mouvement circulaire uniforme dans le plan perpendiculaire à $\vec{B}$. Les caractéristiques de ce mouvement circulaire seront données par la suite.

Le mouvement est donc un mouvement hélicoïdal.

Si la vitesse initiale de la charge est perpendiculaire à $\vec{B}$ ($\phi = \pi/2$), alors la trajectoire est un cercle contenu dans le plan perpendiculaire au champ magnétique.

Important 2.9

Fondamental : Cas du mouvement circulaire plan

Soit une particule de charge q dans un champ magnétique uniforme $\vec{B}$. Si la vitesse initiale v_0 est perpendiculaire à $\vec{B}$, le mouvement est circulaire. Les caractéristiques du mouvement sont:

- le mouvement est uniforme à la vitesse v_0
- la vitesse angulaire est la pulsation cyclotron $\omega_c = |\frac{qB}{m}|$
- le rayon est $R = |\frac{mv_0}{qB}|$
- le cercle est parcouru dans le sens en cohérence avec le vecteur $-q\vec{B}$ (règle du tire-bouchon)

Important 2.10

Démonstration

Cette preuve est à connaître. On part du postulat que le mouvement est contenu dans le plan perpendiculaire à $\vec{B}$.

Caractère circulaire.

Remarquons que la force magnétique est toujours perpendiculaire à la vitesse. On va se placer dans le repère de Fresnet puisque la trajectoire est plane. Il vient que :

- l'accélération tangentielle est nulle donc $\frac{\mathrm{dv}}{\mathrm{dt}} = 0$: le mouvement est uniforme.
- l'accélération tangentielle s'écrit a pour norme qBv si on note v la norme de la vitesse (puisque le champ magnétique est perpendiculaire à la vitesse). Il vient qu'elle est constante (v est constante).

De plus, on sait que $a_N = \frac{v^2}{R}$. comme a_N et v sont constant, il vient que le rayon de courbure est constant. **La seule trajectoire plane de rayon de courbure constante est un cercle** donc la trajectoire est circulaire.

Relation vitesse et rayon On se place donc dans un système de coordonnées cylindriques d'axe Oz confondu avec $\vec{B}$: $\vec{B} = B\vec{e_z}$.

Avant même de passer à une preuve quantitative, remarquons que:

- Sur un mouvement circulaire uniforme, l'accélération est centripète de sorte que la force magnétique doit être centripète (suivant $-\vec{e_r}$). Or le trièdre $(\vec{F}, q\vec{v}, \vec{B})$ doit être directe par définitio de la force magnétique. Il vient effectivement que:
- si $q > 0$, $\vec{v}$ est suivant $-\vec{e_\theta}$ soit en cohérence avec $-q\vec{B}$

- si $q < 0$, $\vec{v}$ est suivant $\overrightarrow{e_\theta}$ soit en cohérence avec $-q\overrightarrow{B}$

Le PFD projeté dans la base cylindrique s'écrit:

$$-mR\dot{\theta}^2\overrightarrow{e_r} + mR\ddot{\theta}\overrightarrow{e_\theta} = qR\dot{\theta}\overrightarrow{e_\theta} \wedge B\overrightarrow{e_z}$$
$$-mR\dot{\theta}^2\overrightarrow{e_r} + mR\ddot{\theta}\overrightarrow{e_\theta} = qRB\dot{\theta}\overrightarrow{e_r}$$

En projection sur $\overrightarrow{e_\theta}$, on retrouve que le mouvement est uniforme ($\ddot{\theta} = 0$) et en projection sur $\overrightarrow{e_r}$, il vient:

$$\dot{\theta} = -\frac{qB}{m}$$

soit la pulsation cyclotron en valeur absolue. On a bien $\dot{\theta} < 0$ si $q > 0$ et $\dot{\theta} > 0$ si $q < 0$ soit l'orientation de la trajectoire en cohérence avec $-q\overrightarrow{B}$.
De $v_0 = R\dot{\theta}$, il vient immédiatement l'expression du rayon.

Tip: Méthode : Déflexion par un champ magnétique

On suppose que le champ magnétique n'existe qu'entre y=0 et y=D. Pour un champ $B = 0.1$T et un électron dont la vitesse initiale de 2×10^7m.s^{-1}

1. Déterminer la distance D à mettre pour dévier la particule d'un angle $\theta = 1,71°$
2. Quel champ électrique permettrait la même déviation sur la même distance D. Commenter.

2.4.2 Exemple d'utilisation: cyclotron et spectrométrie de masse (en ligne)

2.4.3 Cas d'un champ magnétique non uniforme. (HP - en ligne)

2.5 Entrainement

Tip: Exercice : Spectrographe de masse

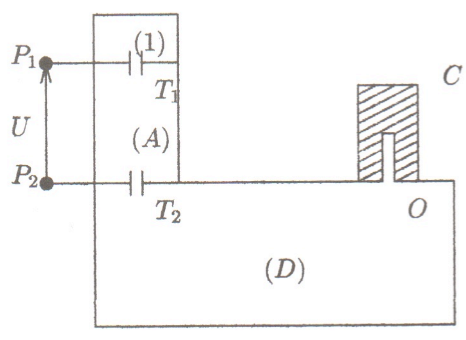


Fig. 2.1: Spectromètre de masse

Le principe d'un spectrographe de masse est représenté \cref{fig_spec_masse_td}. Dans un chambre une chambre d'ionisation (1) on produit des ions de masse m et de charge $q = 2e$. Ces ions pénètrent par le trou T_1 d'une plaque

P_1 dans une enceinte (A); leur vitesse en T_1 est négligeable. Dans l'enceinte (A), ces ions sont accélérés par une tension $U = V_{P1} - V_{P2}$, puis sortent de (A) par un trou T_2 percé dans la plaque P_2. Ils pénètrent alors dans une enceinte (D) où règne un champ magnétique B uniforme et constant perpendiculaire au plan de la figure. La vitesse des ions en T_2 est notée v_0. On néglige le poids.

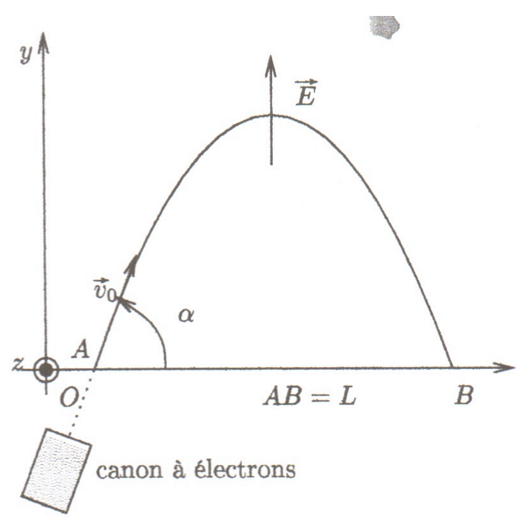
Données : $e = 1.6 \times 10^{-19}$C*;* $U = 4000$V*;* $B = 0.1$T*; unité de masse atomique:* $m_0 = 1.67 \times 10^{-27}$kg.

1. Exprimer la vitesse v_0 en fonction de q, m et U.
2. Préciser le sens de B pour que les ions puissent être recueillis dans la fente O du collecteur (C). Calculer littéralement le rayon R de la trajectoire des ions dans l'enceinte (D).
3. L'élément zinc contient deux isotopes de nombres de masse $A_1 = 68$ et $A_2 = 70$. On souhaite recueillir en O l'isotope A_1. Calculer numériquement la distance $l = T_2O$ et évaluer la largeur maximale de la fente du collecteur.

Point utile pour cet exercice

- $\Longrightarrow$ *Accélération par un champ électrique.*
- $\Longrightarrow$ *Trajectoire dans un champ magnétique.*

Tip: Exercice : Focalisation par un champ électrique



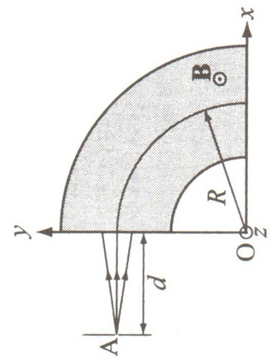
Des électrons, préalablement accélérés par une tension V=10kV, pénètrent dans la fente supposée très fine dans une région où règne un champ électrique uniforme $\vec{E} = E\vec{e_y}$. On désire recueillir ces électrons à travers une fente B pratiquée dans le plan opaque (xAy), à la distance AB=L=20cm de A. On peut régler l'angle α que fait le vecteur vitesse $\vec{v_0}$ des électrons en A avec l'axe (Ax), ainsi que la norme et le sens du champ électrostatique E. Le vecteur v_0 est supposé parallèle au plan (Oxy).

1. Quelles sont les valeurs optimales à donner à α et E pour réaliser la focalisation de ces électrons, sachant que le faisceau incident présente une faible dispersion angulaire $\Delta\alpha << \alpha$?

Point utile pour cet exercice

- $\Longrightarrow$ *Déviation par un champ électrique.*

Tip: Exercice : Focalisation par un secteur magnétique



(Plus délicat)On considère un secteur magnétique d'angle 90° définissant la zone d'action d'un champ magnétique B. permanent et uniforme dans lequel pénètrent des ions positifs monochargés de masse m et accélérés sous une tension de valeur absolue V. On note e la charge élémentaire.

1. Calculer le module de la vitesse v_0 des ions à l'entrée du secteur magnétique, en supposant qu'ils sont émis sans vitesse avant l'accélération sous la tension V et préciser le sens de variation du potentiel au cours de l'accélération.
2. Le secteur magnétique est conçu pour une trajectoire circulaire moyenne de rayon R fixée par construction. On notera O le centre de la trajectoire et Oxy le plan du cercle, le secteur magnétique occupant le premier quadrant. Indiquer, en fonction de R, e, m et V, l'expression du champ magnétique correspondant à cette trajectoire.
3. Les ions issus d'une fente A située à une distance d de la face d'entrée du secteur magnétique et forment un faisceau peu dispersé en angle autour de la direction Ax perpendiculaire à la face à la face d'entrée du dispositif. Montrer que, pour un rapport e/m donné qui impose le choix de B, les ions provenant de A dont la vitesse est perpendiculaire à B sont focalisés en un point A' que l'on déterminera. Peut-on parler de stigmatisme?

Point utile pour cet exercice

- $\Longrightarrow$ *Accélération par un champ électrique.*
- $\Longrightarrow$ *Trajectoire dans un champ magnétique.*
- $\Longrightarrow$ *Développement limité.*

Tip: Exercice : Conduction dans un métal en présence d'un champ magnétique

L'espace est repéré par les axes cartésiens Ox, Oy, Oz et les vecteurs $(\overrightarrow{u_x}, \overrightarrow{u_y}, \overrightarrow{u_z})$. On s'intéresse ici à la conduction dans un métal assurée par des électrons de charge q=-e, de masse m, de densité n. Le métal est placé dans un champ électrique $\overrightarrow{E} = E_x\overrightarrow{u_x} + E_y\overrightarrow{u_y} + E_z\overrightarrow{u_z}$ et un champ magnétique $\overrightarrow{B} = B\overrightarrow{u_z}$. Ces champs sont uniformes et permanents. L'interaction entre les électrons et les ions fixes du réseau est modélisé par une force de frottement: $\overrightarrow{f} = -\frac{m}{\tau}\vec{v}$, v étant la vitesse des électrons.

1. Déterminer l'unité de τ.
2. Etablir l'équation différentielle du mouvement d'un électron. Que devient cette équation en régime permanent.
3. On note $j = nqv$ le vecteur densité de courant. Montrer qu'en régime permanent, les composantes de ce vecteur vérifie le système d'équations:

$$
\begin{aligned}
j_x - q\tau\frac{B}{m}j_y &= \gamma E_x \\
q\tau\frac{B}{m}j_x + j_y &= \gamma E_y \\
j_z &= \gamma E_z
\end{aligned}
$$

où γ est une constante que l'on déterminera.

1. En déduire que l'on peut écrire j_x et j_y sous la forme suivante: $j_x = \gamma(\alpha E_x + \beta E_y)$ et $j_y = \gamma(-\beta E_x + \alpha E_y)$ où α et β sont deux constantes à déterminer en fonction des données.
2. Si la conduction ne peut avoir lieu que suivant Ox, montrer que la présence du champ B impose la présence d'un champ électrique (appelé champ de Hall) et déterminer sa direction. Calculer la constante de Hall: $\frac{E_y}{j_x B}$.

Point utile pour cet exercice

- $\Longrightarrow$ *Force de Lorentz.*

CHAPTER

THREE

ACTIONS D'UN CHAMP MAGNÉTIQUE. FORCES DE LAPLACE

3.1 Position du problème (en ligne)

3.2 Force de Laplace

3.2.1 Modélisation générale. Action sur un circuit

Important 3.1

Définition : Force de Laplace sur un élément infinitésimal
Soit un circuit Γ parcouru par une intensité I plongé dans un champ magnétique $\overrightarrow{B}$. Le champ magnétique exerce une action sur le circuit global appelé force de Laplace. Chaque petit élément $\overrightarrow{dl}$ en un point M du circuit subit une force:

$$\overrightarrow{dF}(M) = I\overrightarrow{dl} \wedge \overrightarrow{B}(M)$$

Important 3.2

Fondamental : Action résultante sur un circuit
La résultante de toute les actions sur chaque point du circuit sera:

$$\overrightarrow{F}(\Gamma) = \oint_{M \in \Gamma} I\overrightarrow{dl}(M) \wedge \overrightarrow{B}(M)$$

Le moment résultant en un point A sera:

$$\overrightarrow{M}_A(\overrightarrow{F}(\Gamma)) = \oint_{M \in \Gamma} \overrightarrow{AM} \wedge (I\overrightarrow{dl}(M) \wedge \overrightarrow{B}(M))$$

3.2.2 Champ magnétique uniforme. Action résultante sur un circuit indéformable

- **Principe de traitement:** l'utilisation des forces de Laplace permet de traiter le circuit comme un solide.
- **Position du problème:** On considère un circuit fermé Γ dans un champ magnétique uniforme $\overrightarrow{B_0}$. On traitera successivement les trois cas suivants:
  - **Cas A:** Le circuit est quelconque (à une maille) et parcouru par une intensité I quelconque et pouvant varier.
  - **Cas B:** Le circuit est quelconque (à une maille) et parcouru par une intensité I constante (on parlera de régime stationnaire).
  - **Cas C:** Le circuit est une spire rectangulaire parcouru par une intensité I constante. Dans tous les cas, on se place dans l'ARQS, c'est-à-dire que l'intensité est la même en tout point du circuit.

3.2.2.1 Résultante des forces

Important 3.3

Fondamental : Force de Lapalce résultante. Champ uniforme
Généralisation (Cas A): Dans tous les cas, la résultante des actions d'un champ magnétique uniforme est nulle. Elle ne provoque donc pas de translation globale (déplacement du centre d'inertie).

Important 3.4

Démonstration

$$\begin{aligned}\overrightarrow{F}(\Gamma) &= \oint_{M\in\Gamma} I\overrightarrow{dl}(M) \wedge \overrightarrow{B}(M)\\ &= I\,\underbrace{(\oint_{M\in\Gamma} \overrightarrow{dl}(M))}_{0} \wedge \overrightarrow{B_0}\\ &= 0\end{aligned}$$

3.2.2.2 Moment résultant des forces de Laplace en un point O fixe

Important 3.5

Fondamental : Moment de Laplace résultante. Champ uniforme
Généralisation (Cas A — Admis): Pour un circuit quelconque de moment magnétique $\overrightarrow{M}$, l'action d'un champ magnétique uniforme $\overrightarrow{B_0}$ est un couple dont le moment est $\overrightarrow{M} \wedge \overrightarrow{B_0}$

3.2.2.3 Puissance des forces de Laplace

Important 3.6

Fondamental : Puissance des forces de Laplace. Circuit à I constant
Généralisation (Cas B — Admis): Pour un circuit quelconque de moment magnétique $\overrightarrow{M}$ constant (c'est-à-dire que le circuit n'est pas déformable ET que l'intensité est constante) dans un champ uniforme $\overrightarrow{B_0}$, les forces de Laplace dérivent d'un potentiel et l'énergie potentielle associée est: $E_{PL} = -\overrightarrow{M} \cdot \overrightarrow{B_0}$.
Cette propriété n'est PAS vraie dans le cas A où l'intensité varie.

3.2.3 Si le champ n'est pas uniforme (HP - en ligne)

3.2.4 Action sur un dipôle magnétique

Les affirmations précédentes lorsque le champ n'est pas uniforme font apparaître les cas "où le champ varie sur des distances grandes devant la taille du circuit". Cela correspond à considérer la taille du circuit comme très petite, soit se placer dans le cadre de l'approximation dipolaire. Ainsi, la majorité des résultats trouvés précédemment vont se généraliser à un dipôle magnétique quelconque dans le cadre de l'approximation dipolaire.

Important 3.7

Fondamental : Action des forces de Laplace sur un dipôle magnétique -Champ uniforme

- La résultante des forces de Laplace est nulle.
- Le moment des forces de Laplace s'écrit:

$$\overrightarrow{\Gamma} = \overrightarrow{M} \wedge \overrightarrow{B}$$

Si le dipôle est rigide (c'est-à-dire $\overrightarrow{M} = cste$), alors la force dérive d'un potentiel et $E_{PL} = -\overrightarrow{M} \cdot \overrightarrow{B}$

3.2.5 Utilisation des forces de Laplace (en ligne)

3.2.6 Méthode : Action d'un champ magnétique uniforme sur un circuit déformable

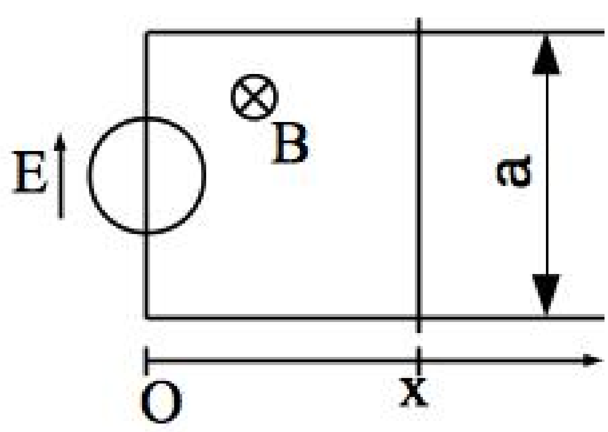


Fig. 3.1: Rails de Laplace

Position du problème: Nous allons étudier l'effet des forces de Laplace sur un circuit pouvant se déformer. Le circuit en question est appelé "rails de Laplace".

Soit deux rails conducteurs parallèles distants d'une distance a. On repère les points des rails sur un axe Ox. Au point $x = 0$, on a relié à chaque rail un générateur qui délivre une tension E constante. Au point $x = x_0$, on place une tige conductrice de masse m qui joint les deux rails. Sa vitesse initiale est suivant Ox et vaut $v(t = 0) = v_0$. L'ensemble est plongé dans un champ magnétique créé par un aimant.

Hypothèse de modélisation:

- Le champ magnétique créé par l'aimant est uniforme et suivant l'axe normal au plan du circuit électrique ainsi réalisé. On a choisit de l'orientation comme suivant le schéma.
- La résistance totale du circuit formé est notée R et ne dépend pas de la position de la barre.
- On néglige le champ magnétique propre au circuit devant celui créé par l'aimant.
- La barre glisse sans frottements sur les rails

Tip: Exercice : Etude du mouvement de la barre

1. Justifier qualitativement que la barre se déplace.
2. Expliquer pourquoi, suivant le signe de E, le circuit va s'agrandir ou se rétrécir.
3. Exprimer, pour une vitesse $v(t)$, la puissance reçue par la barre par l'intermédiaire des forces de Laplace.
4. Si le mouvement dure suffisamment longtemps, on constate expérimentalement que la barre tend vers une vitesse constante, même en diminuant au maximum les frottements. Cette observation est-elle cohérente la seule connaissance de la force de Laplace?

3.3 Travaux dirigés

Tip: Exercice : Définition de l'Ampère

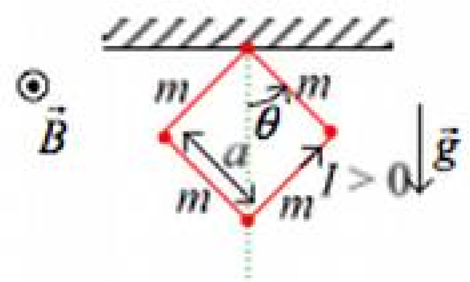
L'unité Ampère est définie comme l'intensité circulant dans deux fils infinis situé à une distance de 1m telle que la force exercée par un fil un unité de longueur (1m) de l'autre fil soit égale à 2.10^{-7}N.

1. Retrouver la valeur de cette force au moyen des formules données du champ magnétique créé par un fil infini.
2. Commenter le caractère attractif/répulsif de la force d'interaction suivant les sens de parcours des intensités.

Point utile pour cet exercice

- $\Longrightarrow$ *Force de Laplace.*

Tip: Exercice : Equilibre d'un losange conducteur



On considère un circuit formé de 4 tiges rigides de masses m et de longueur a. Le circuit, fermé est parcouru par un courant i constant. Le point supérieur est fixé sur un plafond fixe dans un référentiel galiléen. Le point inférieur est contraint à ne pouvoir bouger que sur un axe verticale fixe. Ce mouvement s'effectue sans frottements. L'ensemble du losange ne peut que se translater sur lui-même. L'ensemble est placé dans un champ de pesanteur uniforme vers le bas et dans un champ magnétique dirigé suivant la normale au plan du losange.

1. Etudier les positions d'équilibre du système et leur stabilité par une étude énergétique. On admettra que la force de Lapalce dérive d'une énergie potentielle dont l'expression est $Ep = -I\Phi$ où Φ est le flux du champ magnéique à travers le losange.

Point utile pour cet exercice

- $\Longrightarrow$ *Système conservatif.*
- $\Longrightarrow$ *Equilibre et stabilité.*

Tip: Exercice : Pression magnétique sur un supraconducteur

Un supraconducteur est un conducteur dans lequel le champ magnétique est imposé nul. En présence d'un champ magnétique extérieur $\overrightarrow{B_0}$, des courants de surfaces $\overrightarrow{j_S}$ (une densité surfacique de courant) apparaissent sur le conducteur de manière à annuler le champ magnétique intérieur. Ces courants sont données par la relation "de passage" :

$$\overrightarrow{B_{ext}} - \overrightarrow{B_{int}} = \mu_0 \overrightarrow{j_S} \wedge \overrightarrow{n_{int \to ext}}$$

où: $\overrightarrow{B_{ext}}$ est le champ à l'extérieur du supraconducteur, $\overrightarrow{B_{int}}$ est le champ à l'intérieur du supraconducteur et $n_{int \to ext}$ est le vecteur normale au point de la surface où l'on évalue les courants orienté de l'intérieur vers l'extérieur. On considère un supraconducteur occupant toute la partie $x > 0$ (infini suivant y et z). L'espace $x < 0$ est plongé dans un champ magnétique uniforme: $\overrightarrow{B_0} = B_0 \overrightarrow{e_z}$.

1. Justifier sans calculs que les courants surfaciques créés ne vont pas dépendre de y et z.
2. Montrer que $\overrightarrow{j_S} = \frac{B_0}{\mu_0} \overrightarrow{e_y}$.
3. On considère une portion de surface du supraconducteur infinitésimale dS d'extension dy et dz. Exprimer l'intensité qui circule dans ce petit élément de surface.
4. En déduire la force surfacique de Laplace exercée par le champ magnétique sur la surface du supraconductrice. Commetner le terme utilisé de pression magnétique.

Point utile pour cet exercice

- $\Longrightarrow$ *Action de Laplace.*

Tip: Exercice : Interaction entre un aimant et une spire

Un dipôle magnétique de moment $\overrightarrow{M_1} = M_1 \overrightarrow{u_z}$ est situé en un point O_1. Une spire circulaire S_2, de rayon R_2, parcourue par un courant i_2 constante, a son centre O_2 situé sur l'axe $O_1 z$. La distance $O_1 O_2$ est égale à d,l'axe de la spire est suivant $\overrightarrow{e_z}$. On considère $R_2 << d$.

1. Déterminer la force de Laplace exercée par le dipôle sur la spire en utilisant la formule du champ magnétique créé par un dipôle magnétique donnée dans le cours.
2. En utilisant le moment magnétique de la spire S_2, retrouver l'expression précédente.

Point utile pour cet exercice

- $\Longrightarrow$ *Action de Laplace.*
- $\Longrightarrow$ *Dipole magnétique.*

Tip: Exercice : Pression magnétique sur un conducteur

On considère une bobine longue assimilable à un solénoïde infini de rayon R. On l'assimile à un cylindre très fin parcouru par une densité surfacique de courant $\overrightarrow{j_S} = j_S \overrightarrow{e_\theta}$.

1. Déterminer l'intensité qui circule à travers une longueur de 1m de solénoïde.
2. En comparant le résultat trouvé à celui qu'on trouverait pour un solénoïde composé de n spires jointives par unité de longueurs, déterminer le champ magnétique créé par la bobine.
3. Déterminer la force surfacique (appelée pression magnétique) exercée par le champ magnétique sur la bobine.

L'expression trouvée ici est générale à la pression exercée par un champ magnétique qui est nul sur l'une des deux surfaces d'un conducteur (surfaciques évidemment). [resume]

1. Au Laboratoire National des Champs Magnétiques Intenses (Toulouse), on réalise des bobines non destructives (c'est-à-dire qu'elles ne sont pas détruites après la génération du champ magnétique) pouvant aller jusqu'à 80T. Déterminer la pression magnétique subit par le bobinage. Commenter.

Point utile pour cet exercice

- $\Longrightarrow$ *Champ magnétique d'une bobine longue.*
- $\Longrightarrow$ *Action de Laplace.*
- $\Longrightarrow$ *Intensité et densité de courant.*

CHAPTER

FOUR

INDUCTION ET APPLICATION

4.1 Introduction

4.1.1 Observation expérimentale (en ligne)

4.1.2 Loi de Lenz

Dans tous les exemples données (en ligne), l'effet créé par la variation du flux du champ magnétique va lui-même engendrer un effet sur le flux du champ magnétique: cet effet est opposé à la cause initiale: on parle de **loi de modération**.

Important 4.1

Fondamental : Loi de Lenz
Un phénomène d'induction suit un loi de modération, c'est-à-dire que l'effet produit tend à s'opposer à la cause qui lui a donner naissance.

4.1.3 Loi de Faraday

Important 4.2

Fondamental : Loi de Faraday
Un circuit conducteur Γ plongé dans un champ magnétique $\overrightarrow{B}$ est le siège d'une force électromotrice appelée force électromotrice induite: $e = -\frac{d\phi}{dt}$ où ϕ est le flux du champ magnétique à travers le circuit (dont la surface est orientée) et la f.e.m. induite est orientée dans le circuit en cohérence avec la surface orientée (règle du tire-bouchon).

4.2 Champs variables et circuits fixes

4.2.1 Principe d'auto-induction

Position du problème: Commençons par remarquer qu'un circuit électrique parcouru par un courant électrique engendre un champ magnétique et donc a priori un flux magnétique non nul à travers le circuit lui-même (on parle de **flux propre**). Si l'intensité qui circule dans le circuit est variable, alors le champ magnétique l'est aussi, donc son flux sera variable. Il devrait donc se produire un phénomène d'induction à travers le circuit, c'est-à-dire qu'une f.e.m. induite devrait s'opposer à la variation du courant (cause initiale). Cela se produit: c'est le **phénomène d'auto-induction**.

Tip: Méthode : Cas d'une bobine de grande longueur

Soit une bobine de longueur D contenant N spires jointives circulaires de section S parcourues par un courant $i(t)$.

1. Déterminer le flux propre de la bobine, c'est-à-dire le flux du champ magnétique créé par la bobine à travers la bobine elle-même. On assimilera le champ magnétique créé à celui créé par une bobine infinie.
2. Déterminer l'expression de la f.e.m. auto-induite et commenter son expression. Préciser la modélisation électrique du composant et ses caractéristiques.
3. Estimer l'ordre de grandeur de l'inductance ainsi définie pour différentes valeurs de bobines. Commenter.

Important 4.3

Définition : Auto-inductance
Le flux propre d'un composant est toujours proportionnel à l'intensité qui le traverse et la f.e.m. induite est de même proportionnel à la dérivée temporelle de l'intensité. Le facteur de proportionnalité, identique, est appelé inductance (ou plus précisément auto-inductance):

$$\Phi = LI$$

La loi de Faraday donne la fem auto-induide: $e = -L\frac{dI}{dt}$ La valeur de l'inductance dépend de la géométrie du circuit.

4.2.2 Induction mutuelle

Position du problème: Considérons deux bobines longues de même axe. On suppose que l'une est imbriquée dans l'autre, de sorte que l'approximation du champ créé par une bobine infinie reste valable. On note I_i, D_i, S_i et N_i les intensités, longueur, section et nombre de spire de la bobine i.

Champ propre et champ extérieur: Les phénomènes d'induction pour chaque bobine résultent de la superposition du champ magnétique propre à la bobine considéré et du champ magnétique créé par l'autre bobine. Ce dernier phénomène est appelé phénomène d'induction mutuelle. Dans le cas de deux bobines, ces deux champs peuvent être a priori de même ordre de grandeur, on ne peut donc négliger un champ devant l'autre.

Tip: Méthode : Flux mutuel entre deux bobines longues coaxiales

On suppose le champ magnétique créé par chaque bobine assimilable **dans la bobine** à celui d'une bobine longue à l'intérieur de la bobine (et est nul à l'extérieur). On pose $D_1 > D_2$ et $S_2 > S_1$. On suppose que les intensités "tournent" dans le même sens en progressant suivant les Oz positifs.

1. Déterminer le flux du champ créé par la bobine 1 dans la bobine 2.
2. Déterminer le flux du champ créé par la bobine 2 dans la bobine 1.
3. En déduire une modélisation électrique de l'ensemble.
4. Que se passe-t-il si on inverse l'enroulement du bobinage 2?

Important 4.4

Définition : Inductance mutuelle
Généralisation (Admise): Soit deux circuits Γ_1 et Γ_2 parcourue par des courants d'intensité respectives I_1 et I_2. Le flux du champ magnétique total à travers le circuit 1 (réciproquement 2) se décompose en deux parties: le

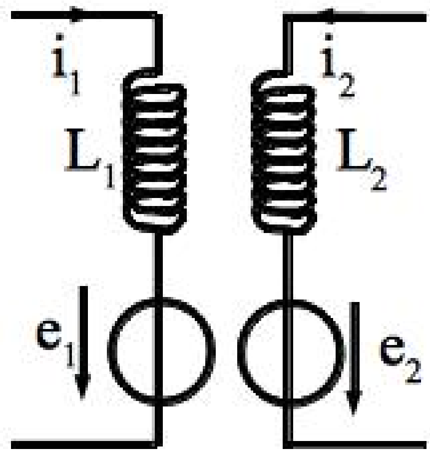


Fig. 4.1: Cas des intensités tournant dans le même sens

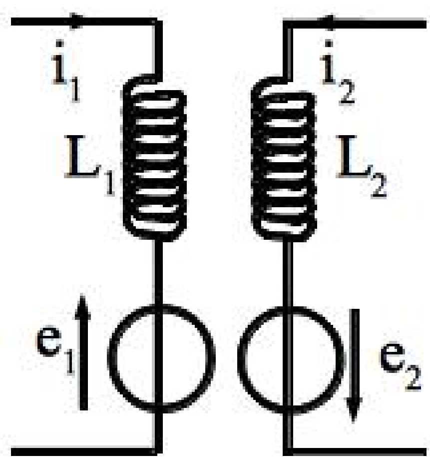


Fig. 4.2: Cas des intensités tournant dans des sens opposés

flux propre et le flux mutuel. Ce dernier est proportionnel à l'intensité I_2 (réciproquement I_1). Le coefficient de proportionnalité est appelé coefficient d'inductance mutuelle $M_{2\to1}$ (respectivement $M_{1\to2}$):

$$\begin{bmatrix}\phi_1\\ \phi_2\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}L_1 & M_{2\to1}\\ M_{1\to2} & L_2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}I_1\\ I_2\end{bmatrix} \tag{4.1}$$

Important 4.5

Fondamental : Propriété des coefficient d'inductance mutuelle (Admis)
Ils sont égaux: $M_{2\to1} = M_{1\to2}$. On les notera M par la suite.

Important 4.6

Définition : Circuits en influence totale
Deux circuits sont dits en influence totale si le flux total du champ magnétique à travers le premier circuit correspond au flux total traversant le second circuit (les deux circuits s'appuie sur le même tube de champ).

Important 4.7

Fondamental : Inductance mutuelle de circuit en influence totale
Lorsque deux circuits sont en influence totale, $M = \sqrt{L_1L_2}$. L'inductance mutuelle entre les deux circuits est alors maximale.

4.2.3 Bilan énergétique

Important 4.8

Fondamental : Energie emmagasinée
L'énergie totale emmagasinée par deux bobinages en influence mutuelle de coefficient M est:

$$E_{mag} = \frac{1}{2}L_1I_1^2 + \frac{1}{2}L_2I_2^2 + MI_1I_2$$

4.2.4 Application au transformateur

4.2.4.1 Présentation générale

Important 4.9

Définition : Transformateur électrique
Un transformateur électrique est une machine électrique permettant de modifier les valeurs de tension et d'intensité du courant délivrées par une source d'énergie électrique alternative, en un système de tension et de courant de valeurs différentes, mais de même fréquence et de même forme. Nous étudions ici des transformateurs statiques c'est-à-dire dans lesquelles le transfert d'énergie entre les deux circuits s'effectue par induction par le biais d'un circuit magnétiques qui canalise le flux du champ magnétique d'un circuit vers l'autre.

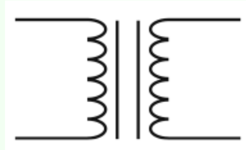


Fig. 4.3: Schéma électrique d'un transformateur

Eléments de vocabulaire:

- L'entrée du transformateur, d'où vient l'énergie électrique, est appelé circuit primaire.
- La sortie du transformateur, où est transférée l'énergie est appelée circuit secondaire.
- La partie du flux magnétique traversant une section du circuit magnétique est appelée flux commun car il va traverser chaque spire des deux circuits primaire et secondaire, le reste du flux constitue les fuites de champs magnétiques.

Caractéristiques: Ces caractéristiques ne sont pas exhaustives mais informent sur l'utilisation faite et les performances du transformateur:

- Le rapport de transformation en tension $m = \frac{U_2}{U_1}$. Ce rapport dépend a priori du circuit secondaire dans les cas réel. C'est pourquoi, les constructeurs donnent en général soit le rapport de transformation "à vide" (le circuit secondaire étant laissé ouvert), soit le rapport de transformation "nominal" (c'est-à-dire pour une charge électrique choisie par le constructeur (normalement la charge prévue à la réalisation)).
- Le rapport de transformation en courant: $\eta = \frac{I_2}{I_1}$. Ce rapport est moins souvent donné car il dépend trop fortement de la charge en sortie. On lui préfère des données comme les puissances apparentes en entrée (puissance que fournirait un générateur dont l'impédance de sortie est purement résistive) ou en sortie (la puissance que recevrait un récepteur purement résistif).
- La perméabilité magnétique (relative) du circuit magnétique. On rappelle que plus cette valeur est haute, plus les lignes de champ seront canalisées dans le circuit.
- Le rendement énergétique: $\rho = \frac{P_2}{P_1}$. C'est un élément important évidemment.

4.2.4.2 Cas du transformateur parfait

Important 4.10

Définition : Transformateur parfait
Un transformateur est dit "parfait" si:

- les pertes par effet Joule dans les bobinages ("pertes cuivre") et dans le circuit magnétiques (par courants de Foucault - "perte fer") sont négligeables.
- les circuits sont en influence totale (les fuites de champ magnétiques sont négligeables), c'est-à-dire que la perméabilité magnétique du circuit magnétique est quasi-infinie.
- les phénomènes d'auto-induction dans les bobinages sont négligeables.

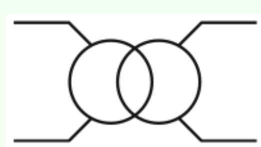


Fig. 4.4: Schéma électrique du transformateur idéal

Important 4.11

Fondamental : Lois des tensions
Le rapport de transformation d'un transformateur parfait est égal au rapport du nombre de spires de l'enroulement secondaire par celui de l'enroulement primaire et est indépendant de la charge placée sur le secondaire: $m = \frac{U_2}{U_1} = \frac{N_2}{N_1}$

Important 4.12

Démonstration

Soit Φ_C le flux traversant une section du circuit magnétique enlacé par le primaire et le secondaire. Ce flux est le même pour toute section du circuit magnétique (on parle de flux commun) puisqu'on suppose qu'il n'y a pas de fuite de champ magnétique. Il traverse notamment chaque spire du primaire et chaque spire du secondaire. La loi de Faraday pour le primaire s'écrit donc: $\$|U_1| = -\frac{dN_1\Phi_C}{dt} etpourlesecondaire :|U_2| = -\frac{dN_2\Phi_C}{dt}\$$ Il vient le rapport demandé.

Tip: Exercice : Bilan de puissance Dans un transformateur parfait, la puissance reçue par le circuit primaire est égale à la puissance fournie par le circuit secondaire. En déduire que :

$$\frac{I_2}{I_1} = -\frac{1}{m}$$

On précisera le sens des intensités amenant à cette relation.

Important 4.13

Démonstration
Sous l'hypothèse de perte d'un rendement énergétique égale à 1, la démonstration est directe.

4.2.4.3 Différents transformateurs (en ligne)

4.3 Champs constants et circuits mobiles

4.3.1 Rails de Laplace

Remarque

On considère le dispositif des rails de Laplace présenté au chapitre précédent. Nous avions vu que l'étude faite précédemment était incomplète. La raison est que lorsque le barreau se met en mouvement sous l'effet de la force de Laplace, le flux du champ magnétique à travers le circuit va varier: un phénomène d'induction se met alors en place.

Tip: Méthode : Etude des rails de Laplace

On néglige tout phénomène d'auto-induction.

1. Prévoir qualitativement l'évolution du rail mobile.
2. Décrire les successions de cause qui conduisent à cette évolution.
3. En déduire les équations du mouvement de la barre.

4. Déterminer la vitesse limite de la barre. Commenter.
5. Faire un bilan de puissance électrique dans le circuit et un bilan de puissance mécanique. Comparer notamment la puissance apportée au mobile par les forces de Laplace et la puissance cédée par le circuit par effet d'induction.

4.3.2 Spire en rotation

Tip: Méthode : Spire rectangulaire en rotation

Considérons une spire rectangulaire de côté a et b en rotation autour d'un axe Oz. L'ensemble est soumis à un champ magnétique uniforme et constant dirigé dans la direction Ox.

1. Expliquer pourquoi, si l'on veut maintenir la spire en rotation uniforme, elle doit être entraîner par un moteur.
2. La spire possède une résistance r. Déterminer la puissance moyenne que doit fournir le moteur.
3. On ouvre très légèrement la spire (de sorte que le flux de B reste inchangé) et on branche sur la spire une résistance $R >> r$ au moyen de fil gainée protégée du champ magnétique. Déterminer la puissance moyenne fournie à la résistance R.
4. A un instant $t = 0$, on éteint le moteur (plus de couple). Quel va être le régime permanent final?
5. Préciser des applications possibles des cas de figure traités aux deux questions précédentes.

4.3.3 Cas de conducteur. Courants de Foucault

Tip: Exercice : Courants de Foucaults

1. Cas de Lorentz: On considère un matériau conducteur tournant au voisinage d'un aimant dont le champ n'est pas uniforme.
   1. Expliquer pourquoi il apparaît des courants induits dans le conducteur — on les appelle des courants de Foucault.
   2. Pourquoi ce phénomène va tendre à ralentir le mouvement du conducteur. Citer une application.
2. Cas de Neumann: On considère un matériau conducteur sous l'influence d'un champ magnétique variable. 1.* Expliquer pourquoi il apparaît des courants induits dans le conducteur — on les appelle des courants de Foucault. 1.* Commenter l'évolution thermodynamique du conducteur. Citer une application.

4.3.4 Moteurs, alternateurs, génératrices

On a vu sur l'exemple du rail de Laplace que le phénomène d'induction se traduisait du point du vue énergétique comme un transfère de puissance: soit d'une puissance électrique (fem induite) vers une puissance mécanique (force de Laplace). Soit à l'inverse d'une puissance mécanique vers une puissance électrique. La transformation d'un type de puissance vers un autre est appelé transduction.

Nous allons étudié l'utilisation de la transduction sur deux cas: les moteurs et les alternateurs. Leur principe général de construction est basé sur:

- un stator, partie fixe.

- un rotor, partie mobile en rotation autour d'un axe fixe: c'est sur le rotor qu'on place le système d'entraînement (alternateur) ou la charge (moteur).

Le principe de construction dépend du type de machine construite: machine synchrone, machine asynchrone, machine à courant continu.

4.3.4.1 Machine synchrone

Le principe de la machine synchrone a été déjà été expliqué, au moins dans son fonctionnement moteur. Précisons certains points:

Tip: Exercice : Machine asynchrone

1. Fonctionnement moteur
    1. Comment s'effectue le transfert de puissance entre le stator et le rotor?
    2. Proposer un modèle électrique du circuit du stator.
    3. Ecrire l'équation mécanique générale qui décrit le mouvement du rotor — on n'évaluera pas les différents termes. Si l'aimant est conducteur, quel autre phénomène peut entrer en jeu? Est-il favorable ou défavorable au comportement moteur?
    4. On ne considère pas l'aimant conducteur. Justifier qu'un couple résistance constant (frottements solides ou charges) ne modifie pas la vitesse de rotation en régime stationnaire. Quel est par contre la conséquence? Que se passe-t-il si la charge est trop forte?
2. Fonctionnement générateur:
    1. Justifier que si le stator n'est pas alimenté mais branché sur une charge, un couple moteur sur le rotor peut générer un courant électrique dans le stator: c'est le principe des alternateurs.
    2. L'auto-induction dans le stator pose-t-elle un problème en terme de rendement de puissance?

4.3.4.2 Machine asynchrone

Le moteur asynchrone est un peu similaire à la machine synchrone à un détail (pas si détail!) près: le rotor n'est plus un aimant permanent ou un circuit dont un générateur extérieur impose le courant (ce qui revient à réaliser un dipôle permanent) mais un circuit fermé/un conducteur (une *"cage d'écureuil"* (page 37)). La présence d'un champ magnétique tournant va créé un flux magnétique variable et donc un phénomène d'induction. Des courants vont circuler dans le rotor qui va alors subir une force de Laplace et se mettre en mouvement.

Tip: Exercice : Machine asynchrone

Pourquoi un régime stationnaire à la vitesse de synchronisme ne peut exister si le rotor est en charge?

C'est l'une des différences fondamentales avec la machine synchrone. Il vient notamment que la vitesse de rotation va dépendre de la charge (au contraire de la machine synchrone). Par contre, une machine asynchrone est beaucoup plus facile à démarrer.

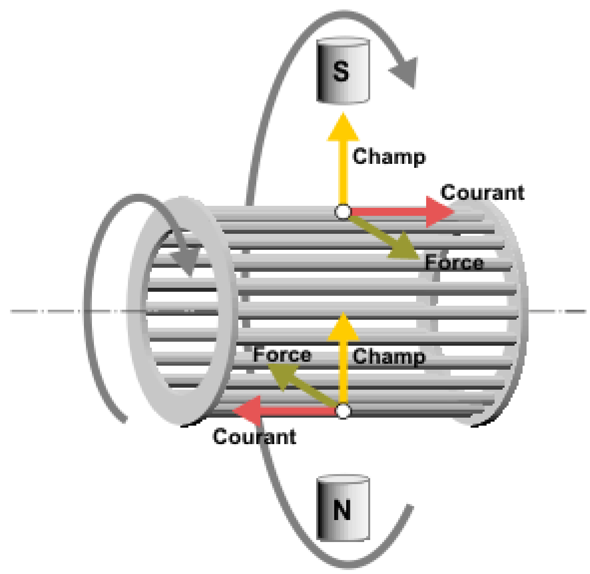


Fig. 4.5: Machine asynchrone

4.3.4.3 Machine à courant continu

La machine à courant continu fonctionne, comme son nom l'indique… avec un courant continu. Elle peut:

- soit transformer l'énergie mécanique du rotor en courant dans les bobinages du rotor: il fonctionne comme génératrice.
- soit transformer un apport d'énergie électrique en un mouvement de rotation du rotor: il fonctionne comme moteur.

Un avantage de la machine à courant continu est que l'on peut passer d'un fonctionnement à l'autre sur la même machine, sans modifier sa technologie.

Jusque là, rien de nouveau… Le problème est qu'il s'agit ici de transformer un apport d'énergie continue en un autre autre en utilisant le phénomène d'induction dont la particularité est de n'apparaître qu'avec un flux magnétique variable! L'autre problème est que le courant entrant/sortant se fait par le rotor… qui tourne.

Tip: Exercice : Machine à courant continu simple: spire en rotation.

On considère comme rotor le cas d'une spire rectangulaire de longueur b et de largeur a conductrice. La spire est légèrement ouverte sur l'axe de symétrie Oz de la largeur (cf. \cref{fig_mcc}) de manière à pouvoir y brancher une source de courant. Elle est de plus fixée rigidement sur un arbre en liaison pivot d'axe Oz avec le stator. Ce dernier est constitué d'un aimant permanent. On considère ici un dipôle (les pôles sont représentées sur les schéma) qui assure un champ magnétique globalement axé dans la même direction dans toutes la zones où tourne la spire (du pôle Nord vers le pôle Sud).

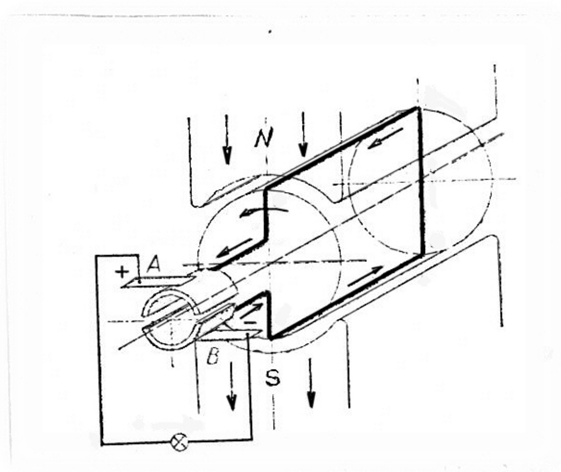


Fig. 4.6: Machine à courant continu

Modèle du champ magnétique: On considère, pour simplifier que le champ magnétique est radiale (système de coordonnées cylindrique d'axe Oz) tel que: $B_r(r,\theta) = -B_r(r,\theta+\pi)$ (on parle d'antisymétrique du champ). On note l'axe Ox, l'axe d'antisymétrie et l'origine des angles θ. On supposera que de chaque côté de l'axe, le champ a une intensité constante.

On note Γ_{ext} le couple extérieur (entraînement moteur, frottements, charge sur l'arbre…), E_{ext} la tension d'alimentation de la machine (qui sera nulle si la machine fonctionne en génératrice) R la résistance de la spire, R_{ext} la résistance de charge sur le circuit (en fonctionnement génératrice ou la résistance interne de l'alimentation en fonctionnement moteur). On note aussi J le moment du rotor sur l'axe Oz.

1. Fonctionnement moteur
    1. Montrer, sans calcul, qu'un tel champ magnétique assure, en présence d'un courant i, un couple de force qui va faire tourner la spire (effet moteur). Comment appelle-t-on cette force?
    2. Exprimer le moment de cette force motrice sous la forme: $\overrightarrow{\Gamma_L} = Ki\overrightarrow{e_z}$
    3. Lorsque la spire a fait un demi-tour, comment évolue le couple moteur? Justifier alors l'utilisation d'un commutateur (la pièce cylindrique coupée représentée avec les armatures A et B) pour permettre un couple moteur sur l'ensemble du tour.
    4. On note R la résistance de la spire. Quel phénomène se produit dans le circuit lorsque la spire tourne? Ce phénomène est-il favorable au couple moteur? Quel est l'effet sur le circuit électrique du rotor?
    5. Modéliser le schéma électrique de la spire en exprimer les caractéristiques des dipôles ajoutés.
    6. Exprimer les équations mécaniques et électriques de la machine à courant continu.
    7. Déterminer la vitesse de rotation du moteur en régime permanent. Commenter.
    8. Commenter les dépendances du temps caractéristiques que met le moteur à atteindre son régime permanent.
2. Fonctionnement générateur: On prend $E_{ext} = 0$
    1. Expliquer pourquoi la rotation du rotor va imposer un courant dans le circuit.
    2. Les équations déterminée précédemment change-t-elle? Conclure.

Critiques du modèle (non exhaustives)

- La principale critique qu'on peut faire la modélisation du champ magnétique. En pratique, un simple dipôle par probablement créé un champ magnétique peu homogène et un couple variable et peut-être pas naturellement orientée suivant l'axe de rotation. Cela peut induire des forces de réaction à la liaison pivot. Dans les moteur à courant continu actuel, on utilise des multipôles magnétiques de manière à augmenter l'effet de symétrie/antisymétrie cylindrique. Le principe de Curie ("la symétrie des causes de retrouve dans la symétrie des effets") assure alors un champ magnétique relativement radiale.
- La circulation d'une intensité i peut créer un phénomène d'auto-induction. Il suffit alors d'ajouter au modèle électrique une inductance qu'on pourrait mesurer expérimentalement. En pratique, l'effet d'auto- induction est comme souvent faible vis-à-vis de l'effet dû à l'aimant permanent.

Important 4.14

Machine à courant continu — Cas général:
Dans le cas général, le rotor est constitué d'un bobinage dont la géométrie est plus complexe qu'une simple spire. Néanmoins, à l'image de l'auto-inductance et de l'inductance mutuelle. Certains propriétés vont toujours être vérifiée:

- La force de Laplace est toujours proportionnelle à l'intensité, seule le facteur de proportionnalité K varie. Dans les modèles ici, ce facteur est supposé constant.
- La force électromotrice induite dans le circuit est toujours proportionnelle à la vitesse angulaire ω du rotor. Dans les modèles ici, ce facteur est supposé constant et identique au précédent.

On obtient alors les "équations d'une machine à courant continu": $e = K\omega$ et $\Gamma_L = Ki$ avec la force électromotrice orientée en convention récepteur.

4.4 S'entrainer

4.4.1 Applications

Tip: Exercice : Deux bobines réelles en inductance mutuelle.

On considère deux bobines d'auto-inductance L, de résistance R et de coefficient d'inductance mutuelle M. La première est court-circuitées et la seconde reliée à un générateur délivrant une tension $E(t) = E_0 \cos \omega t$. Déterminer les équations couplées pour les amplitudes complexes des intensités dans chaque circuit.

4.4.2 Entrainement

Tip: Exercice : Pince ampèremétrique

On considère un tore de section carré de c^oté a et de rayon moyen R sur lequel on a enroulé n spires jointives, les deux extrémités du fil étant court-circuités. On note Oz l'axe du tore et dans un repère cylindrique, chaque spire est contenue dans un plan. Le circuit est parcouru par un courant d'intensité I.

1. Justifier que le champ magnétique a pour forme $\overrightarrow{B}(M) = B_\theta(r, z)\overrightarrow{e_\theta}$

Le champ magnétique créé par un tel dispositif est:

*. nul à l'extérieur du tore *. $\overrightarrow{B}(r, z) = \frac{\mu_0 n I}{2\pi r}\overrightarrow{e_\theta}$ à l'intérieur du tore.

1. Déterminer le flux du champ magnétique à travers le tore. En déduire l'inductance propre du tore.

On place sur l'axe Oz un fil infini parcouru par un courant i. La résistance totale du bobinage est noté r et et au lieu d'un court-circuit, le fil du tore est fermé sur un voltmètre d'impédance interne R_V.

1. Déterminer le flux mutuel du champ magnétique du fil infini à travers le tore.
2. Si i varie, exprimer la force électromotrice d'induction dans le tore en fonction de i et I et des autres paramètres du tore. En déduire l'équation différentielle qui relie $i(t)$ et $I(t)$.
3. Déterminer $I(t)$ en régime sinusoïdal forcé et en déduire la valeur mesurée par le voltmètre. Préciser l'intérêt d'un tel dispositif et ses limites.

Point utile pour cet exercice

- $\Longrightarrow$ *Symétrie des champs.*
- $\Longrightarrow$ *Flux du champ magnétique.*
- $\Longrightarrow$ *Loi de Faraday.*
- $\Longrightarrow$ *Régime sinusoïdal forcé.*

Tip: Exercice : Transimpédance

1. On considère un transformateur parfait de rapport en tension m. Le primaire est relié à un générateur de Thévenin de f.e.m. $e_1(t)$ et de résistance de sortie R_g. La sortie est reliée à une impédance $\underline{Z}$. Montrer que circuit est équivalent à celui d'une impédance $\underline{Z_{eq}}$ branchée directement sur le générateur et dont on déterminera l'expression. On parle de transimpédance.

Point utile pour cet exercice

- $\Longrightarrow$ *Transformateur parfait.*

Tip: Exercice : *Pertes énergétiques dans un conducteur

On considère un conducteur cylindrique de hauteur h et de rayon R d'axe Oz plongé dans un champ magnétique variable: $\overrightarrow{B} = B(t)\overrightarrow{e_z} = B_0 \cos(2\pi f t)\overrightarrow{e_z}$. Le phénomène d'induction créé des champs électriques qui engendrent des courants circulant suivant des cercles concentriques d'axe Oz. On peut montrer que:

- Pour une ligne de courant de rayon r, d'épaisseur dr et de largeur dz. Le courant qui circule peut s'écrire $I(r) = j(r)drdz$ où $j(r)$ est appelée densité volumique de courant. On peut lui associer un vecteur donnant à la fois l'intensité et la direction/sens du courant: $\vec{j}(r) = j(r)\overrightarrow{e_\theta}$
- La résistance $R(r)$ d'une ligne de courant de rayon r, d'épaisseur dr et de largeur dz s'écrit: $R(r) = \frac{2\pi r}{\gamma drdz}$.

1. Justifier qualitativement l'apparition de courants induits dans le conducteur.
2. Commenter le sens du champ magnétique créé par les courants induit. A quel condition sur $j(r)$ et $\frac{dB}{dt}$ la loi de Lenz sera-t-elle vérifiée?
3. Déterminer la force électromotrice induite sur une ligne de courant de rayon r, d'épaisseur dr et de largeur dz. En déduire la densité volumique de courant $j(r)$ sur cette spire.
4. Déterminer l'énergie perdue par effet Joule dans l'ensemble du conducteur. Commenter la dépendance en la fréquence. Cette dépendance est générale pour les courants de Foucault.
5. Présenter deux cas: l'un où les pertes par effets Joule dues aux courants de Foucault sont utiles et l'autre où elles sont problématiques.

Point utile pour cet exercice

- $\Longrightarrow$ *Symétrie des champs.*
- $\Longrightarrow$ *Flux du champ magnétique.*

- $\Longrightarrow$ *Loi de Faraday.*
- $\Longrightarrow$ *Effet Joule.*
- $\Longrightarrow$ *Conducteur.*

Tip: Exercice : Double rail de Laplace

On considère deux rails fixes et parallèles (distances a les séparant) conducteurs de résistance négligeable et de dimensions infinies. On place sur ces rails deux tiges perpendiculairement aux rails de sortent que chacune réalisent un contact avec les deux rails. Chaque tige possède alors une résistance r identique. L'ensemble est plongé dans un champ magnétique constant et uniforme d'axe Oz perpendiculaire au circuit rectangulaire formé par les tiges et les rails. A l'instant initiale, les deux tiges sont séparées d'une distance L et on communique une vitesse v_0 (vers la gauche) à la tige de gauche, la tige de droite étant immobile.

1. Déterminer qualitativement le mouvement des deux tiges en fonction du temps.
2. Retrouver ces conclusions par une étude quantitative.

Point utile pour cet exercice

- $\Longrightarrow$ *Flux du champ magnétique.*
- $\Longrightarrow$ *Action de Laplace.*

Tip: Exercice : Couplage de machines à courant continu

Deux machines à courant continu à aimants permanents identiques sont électriquement connectées avec un interrupteur K en série entre les deux. On néglige tout frottement et on suppose que les machines fonctionnent à vide (pas de couple résistant). On note J le moment d'inertie des deux machines et R la résistance électrique propre de moteur. A $t = 0$, on ferme l'interrupteur K alors que la machine 1 tourne à une vitesse angulaire et que la machine 2 est immobile.

1. Déterminer l'évolution des vitesses angulaires de chaque machine en négligeant tout phénomène d'auto-induction. Représenter leur évolution et commenter les valeurs finales obtenues. Effectuer un bilan énergétique
2. Reprendre l'étude précédente en tenant compte des phénomènes d'auto-induction modélisés par une inductance L identique pour chaque moteur (cas pseudo-périodique).

Point utile pour cet exercice

- $\Longrightarrow$ *Machine à courant continu.*