Signaux physiques

C. Lacpatia

Aug 03, 2023

CONTENTS

0.1: Compétences

- Savoir que l'on peut décomposer un signal périodique en une somme de fonction sinusoïdales
- Déterminer les caractéristiques d'un signal sinusoïdal par son expression mathématique
- Déterminer les caractéristiques d'un signal sinusoïdal par son tracé graphique
- Calculer la valeur moyenne et la valeur efficace d'un signal périodique
- Savoir que le carré de la valeur efficace d'un signal périodique est la somme des carrés des valeurs efficaces de ses harmoniques
- Analyser les caractéristiques d'un signal périodique grâce au tracé de son spectre
- Représenter le spectre d'un signal périodique dont on connaît la somme.
- Linéariser un produit de sinusoïde pour déterminer le spectre du signal
- Citer les différentes gammes de fréquences pour les types de signaux usuels (électromagnétiques, sonores…)
- Caractériser une source lumineuse par son spectre.

0.1 Connaître le contexte

De manière générale dans les cours, ces parties présentent :

- le contexte d'étude (but, ordre de grandeur, postulat d'étude…)
- les éléments importants **à connaître par coeur** (définitions, propriétés, principes et lois, théorèmes…)
- quelques démonstrations **à connaître par coeur**

0.1.1 Description générale

0.1.1.1 Signal physique

Important 0.1

Signal physique Un signal physique est une représentation physique qui transporte une "information" depuis une source vers un destinataire.

0.1.1.2 Signal périodique

Important 0.2

Signal périodique
Un signal analogique est dit périodique s'il existe une grandeur T telle que pour tout instant t on a l'égalité: $s(t+T)=s(t)$
La grandeur T est appelée **période** du signal et son inverse f=1/T est la **fréquence** du signal (nombre de fois où le signal réalise les mêmes variations en une seconde).

Important 0.3

Valeur moyenne et efficace d'un signal périodique

- La valeur moyenne d'un signal périodique est définie par:

$$\langle S \rangle = \frac{1}{T}\int_{t=0}^{t=T} S(t)dt$$

On peut interpréter une telle valeur comme la valeur constante que devrait avoir une fonction constante qui aurait la même aire sous la courbe. D'où le nom de valeur moyenne.

- La valeur efficace d'un signal périodique est définie par:

$$S_{eff} = \sqrt{\langle S^2 \rangle} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_{t=0}^{t=T} S^2(t)dt}$$

L'interprétation de cette grandeur est plus délicate (considérations énergétiques). Elle sera présentée par la suite.

Important 0.4

Propriété de la valeur moyenne (Admis) La valeur moyenne est un opérateur linéaire. Ainsi pour deux signaux $s_1(t)$ et $s_2(t)$. La valeur moyenne du signal $s(t) = \lambda_1 s_1(t) + \lambda_2 s_2(t)$ est :

$$\langle s \rangle = \lambda_1 \langle s_1 \rangle + \lambda_2 \langle s_2 \rangle$$

Ce n'est pas le cas de la valeur efficace.

0.1.2 Signaux sinusoïdaux

0.1.2.1 Définition

Important 0.5

Forme mathématique d'un signal sinusoïdal
Un signal analogique est dit sinusoïdal, si la fonction décrivant la grandeur associée est de la forme :

$$s(t) = S_m \cos(\omega t + \phi_0)$$

L'expression mathématique précédente fait apparaître des caractéristiques d'un sinusoïde :

- S_m est appelée **amplitude** du signal.
- $\omega t + \phi$ est appellée **phase du signal**.
- ω est la **pulsation du signal**, elle est reliée à la période et la fréquence du signal $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{1}{f}$
- ϕ est appelée **phase à l'origine**. Il correspond à la phase du signal à $t = 0$ (ou à l'écart de phase, déphasage, (en radians) avec une fonction sinusoïdal qui serait ici maximale en $t = 0$).

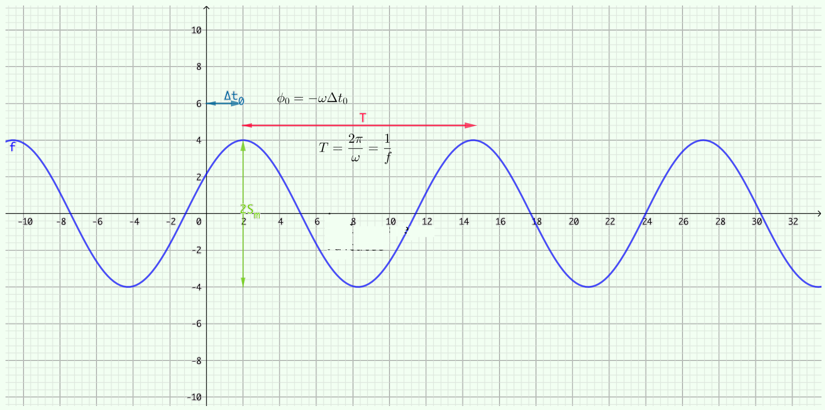


Fig. 1: Sinusoïde

Attention

L'amplitude n'est PAS l'écart à l'axe des abscisses dans le cas général. Si l'on considère le cas où l'on a ajouté une valeur moyenne, ce n'est pas vrai.

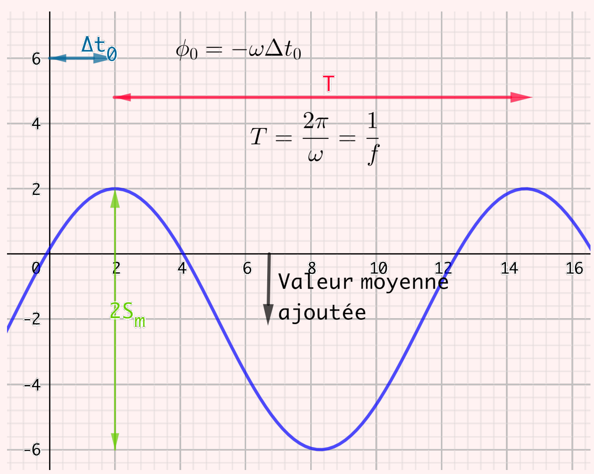


Fig. 2: Sinusoïde avec valeur moyenne

0.1.2.2 Représentation de Fresnel

Important 0.6

Représentation de Fresnel d'un signal sinusoïdal
La représentation de Fresnel de la grandeur sinusoïdale s(t) à l'instant t est la représentation dans un plan d'un vecteur $\vec{S}$ tel que :

- la norme est l'amplitude de s(t) S_m
- le vecteur fait avec l'axe des abscisses un angle $\phi = \omega t + \phi_0$ soit la phase du signal.

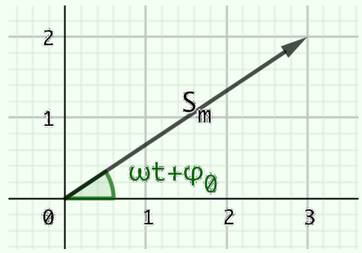


Fig. 3: Représentation de Fresnel

Très souvent, on travaillera avec la représentation de Fresnel à l'instant $t = 0$.

0.1.2.3 Propriété : Valeurs moyennes et efficaces des sinusoïdes

Important 0.7

Fondamental
La valeur moyenne d'un signal sinusoïdal de la forme $s(t) = S_m \cos(\omega t + \phi)$ est **nulle**.
Si l'on ajoute au signal une valeur constante S_0, alors **la valeur moyenne est** S_0, d'où le nom de valeur moyenne.
La valeur efficace d'un signal sinusoïdal de la forme $s(t) = S_m \cos(\omega t + \phi)$ est :

$$\frac{S_m}{\sqrt{2}}$$

0.2: Démonstration

- Pour la valeur moyenne :

$$\begin{aligned}
\langle s \rangle &= \frac{1}{T}\int_{t=0}^{t=T} S_m \cos(\omega t + \phi) dt \\
&= \frac{S_m}{T}\left[\frac{1}{\omega}\sin(\omega t + \phi)\right]_0^T \\
&= 0
\end{aligned}$$

La valeur moyenne d'une constante S_0 est cette constante. Comme la valeur moyenne est un opérateur linéaire, la valeur moyenne de la fonction $s(t) = S_m \cos(\omega t + \phi) + S_0$ est donc bien S_0.

- Pour la valeur efficace :

$$\begin{aligned}
S_{eff} &= \sqrt{\frac{2}{T}\int_{t=0}^{t=T/2} S_m^2 \cos^2(\omega t + \phi) dt} \\
&= \sqrt{\frac{2S_m^2}{T}\int_{t=0}^{t=T/2} \frac{1}{2}\left(\cos 2(\omega t + \phi) + 1\right) dt} \\
&= \sqrt{\frac{S_m^2}{T}\left[\frac{1}{2\omega}\sin 2(\omega t + \phi) + t\right]_0^{T/2}} \\
&= \sqrt{\frac{S_m^2}{T} 2T} = \frac{S_m}{\sqrt{2}}
\end{aligned}$$

Important 0.8

Valeur efficace d'une somme de deux sinusoïdes
Si l'on somme deux sinusoïdes de **fréquences différentes** et d'amplitude respectives $S_{1,eff}$ et $S_{2,eff}$ alors la valeur efficace de la somme sera :

$$S_{eff} = \sqrt{S_{1,eff}^2 + S_{2,eff}^2}$$

0.3: Démonstration

$$\begin{aligned}
S_{eff} &= \sqrt{\left\langle (S_1(t) + S_2(t))^2 \right\rangle} && (1)\\
&= \sqrt{\left\langle S_1(t)^2 + S_2(t)^2 + 2S_1(t)S_2(t) \right\rangle} && (2)\\
&= \sqrt{\left\langle S_1(t)^2 \right\rangle + \left\langle S_2(t)^2 \right\rangle + \langle 2S_1(t)S_2(t) \rangle} && (3)\\
&= \sqrt{S_{1,eff}^2 + S_{2,eff}^2 + 2S_1mS_2m \langle \cos(\omega_1 t + \varphi_1)\cos(\omega_2 t + \varphi_2) \rangle} && (4)\\
&= \sqrt{S_{1,eff}^2 + S_{2,eff}^2 + S_1mS_2m \langle \cos((\omega_1 + \omega_2)t + \varphi_1 + \varphi_2) \rangle + S_1mS_2m \langle \cos((\omega_1 - \omega_2)t + \varphi_1 - \varphi_2) \rangle} && (5)\\
&= \sqrt{S_{1,eff}^2 + S_{2,eff}^2 + 0 + 0} && (6)
\end{aligned}$$

0.1.2.4 Déphasage en signaux sinusoïdaux

Important 0.9

Déphasage
On considère deux signaux sinusoïdaux dont les phases sont $\varphi_1(t)$ et $\varphi_2(t)$. Le déphasage $\Delta\varphi_{2/1}$ du signal 2 sur le signal 1 est défini par

$$\Delta\varphi_{2/1} = \varphi_2(t) - \varphi_1(t)$$

Si les deux signaux sont de même fréquence/pulsation/période, alors le déphasage entre les deux est constant. Sinon, il varie.

0.4: Cas particuliers

- Si le déphasage entre deux signaux est nul, on dit que les signaux sont **en phase**.
- Si le déphasage entre deux signaux est égal à π, on dit que les signaux sont **en opposition de phase**: le maximum de l'un coïncide avec le minimum de l'autre et réciproquement.
- Si le déphasage entre deux signaux est égal à $\pm\pi/2$, on dit que les signaux sont **en quadrature de phase**: le maximum/minimum de l'un coïncide avec le 0 (ou le passage par la valeur moyenne) de l'autre et réciproquement.

Important 0.10

Relation entre déphasage et retard temporel Soit deux signaux sinusoïdaux *de même pulsation* ω, d'amplitude respectives S_1 et S_2 et de phase à l'origine respectives ϕ_1 et ϕ_2. Le retard temporel Δt du signal 2 sur le signal

1, représentant l'écart temporel relatif entre deux points des signaux ayant la valeur est relié au déphasage par:

$$\Delta\phi = -\omega\Delta t$$

0.5: Démonstration

On cherche Δt tel que : $S_1 \cos(\omega t + \phi_1) = S_2 \cos(\omega(t + \Delta t) + \phi_2)$ soit $\omega t + \phi_1 = \omega(t + \Delta t) + \phi_2$
donc : $\omega\Delta t = \phi_1 - \phi_2 = -\Delta\phi_{2/1}$

0.1.3 Décomposition spectrale d'un signal physique

0.1.3.1 Principe de la décomposition spectrale

Important 0.11

Principe général
Le principe de la décomposition spectrale est de décomposer un signal $s(t)$ en une somme de signaux sinusoïdaux de **fréquences différentes.**
Une fois un signal décomposé en somme de sinusoïde (on parle de ***composantes spectrales****), on obtient plusieurs* ***gammes de fréquences*** *associées à chaque composante spectrale qui vont donner des informations sur le type de signal étudié.*

0.1.3.2 Spectre d'une fonction

Important 0.12

Spectre d'un signal
Pour une fonction s(t) à spectre discret, on appelle spectre de s, l'ensemble des couples $\{(f_s, c_S(f))\}$ associant chaque fréquence f des sinusoïdes de la décomposition spectrale à leur amplitude $c_S(f)$.
On représente le spectre d'une fonction s(t) en représentant chaque coefficient $c_S(f)$ en fonction de la fréquence correspondante f_s.
L'indice s est marqué ici pour bien montrer que les fréquences et les amplitudes dépendent du signal s considéré.

Important 0.13

Valeur moyenne
Sur une représentation spectrale, la valeur moyenne se lit à la fréquence 0.

0.1.3.3 Décomposition des signaux périodiques : Série de Fourier

Important 0.14

Décomposition en série de Fourier
Tout signal périodique s(t) de période T se décompose en une somme infinie (série) de cosinus et de sinus de périodes T/n où n est un entier. On appelle la série correspondante: série de Fourier.

$$s(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{+\infty}(a_s(n)\cos(\frac{2\pi n}{T}t) + b_s(n)\sin(\frac{2\pi n}{T}t))$$

Ou, comme on l'écrira souvent pour pouvoir représenter le spectre :

$$s(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{+\infty}(c_s(n)\cos(\frac{2\pi n}{T}t + \phi_s(n)))$$

$$s(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{+\infty}(c_s(n)\sin(\frac{2\pi n}{T}t + \psi_s(n)))$$

Les coefficients $c_s(n)$ sont les amplitudes des composantes spectrales comme étudiées précédemment. On les définit ici directement en fonction de n qui correspond au rang de la n-ième composante spectrale et on les appelle des **coefficients de Fourier**.
Dans le cas d'un signal périodique, ces composantes sont appelées des **harmoniques**. La composante spectrale de même période que le signal (elle existe forcément) est appelée **fondamental.**
On reconnaîtra que a_0 correspond à la valeur moyenne du signal.

0.1.4 Exemples de spectres usuels

0.1.4.1 Spectres des signaux électromagnétiques

0.1.4.1.1 Gammes spectrales

Pour un signal lumineux, la décomposition en série de Fourier de la grandeur associée au signal lumineux va donner les différences fréquences du signal ν. La relation: $\lambda\nu = c$ avec c la célérité de la lumière dans le vide associe donc à chaque fréquence une longueur d'onde dans le vide, donc, pour le visible, une couleur: on obtient le spectre du signal lumineux.

On peut en général détailler plusieurs types signaux électromagnétiques. Ces types correspondants en réalité à des gammes de fréquences propres à des types d'utilisation ou d'effets observés. On pourra distinguer en augmentant la fréquence (les valeurs limites sont approximatives):

- $\nu < 300MHz(1m < \lambda)$:] Ondes radios. C'est sur ces fréquences que les antennes radios émettent des signaux électromagnétiques modulés par une information (son, image…). Les ondes radios sont très diverses et on divise en général les gammes de fréquences suivant les utilisations: AM, FM, mobile… pour la partie grand public.
- $300MHz < \nu < 300GHz(1mm < \lambda < 1m)$:] Micro-ondes: ondes utilisées pour les radars, les communications par satellite et bien sûr le micro-onde.
- $300GHz < \nu < 30THz(10\mu\text{m} < \lambda < 1\text{mm})$:] Terahertz (ou infrarouge lointain). Domaine relativement peu utilisé mais en pleine essor.
- $30THz < \nu < 400THz(750nm < \lambda < 10\mu\text{m})$:] infrarouge. Très utilisé en spectroscopie car de nombreuses liaisons chimiques absorbent souvent ce rayonnement. Il est aussi le rayonnement électromagnétique émis spontanément par les corps à température ambiante (corps humain par exemple).

- $400THz < \nu < 770THz(390nm < \lambda < 750nm)$:] lumière visible.
- $770THz < \nu < 30PHz(10nm < \lambda < 390nm)$:] Ultra-violet: partie (faible: 5%) du spectre émis par le soleil, ils sont en grande partie absorbée par la couche d'ozone, protégeant la Terre (enfin nous!). Les UV sont utilisées pour certaines études ou révélations (circuits imprimés).
- $30PHz < \nu < 30EHz(10pm < \lambda < 10nm)$:] Rayons X. Rayonnement ionisant principalement utilisé en radiologie ou en cristallographie.
- $30EHz < \nu(\lambda < 10pm)$:] Rayon gamma. Emis notamment lors de réactions nucléaires, ils sont l'un des principaux dangers lors d'une catastrophe nucléaires car ionisant et difficile à absorber

0.1.4.1.2 Types de sources (détails en ligne)

Parmi les différents domaines présentés précédemment, l'un des plus simples à étudier d'un point de vue expérimental est bien évidemment le rayonnement du visible. On rappelle que les différentes longueurs d'onde correspondent à différentes couleurs (du violet au rouge quand on augment la longueur d'onde). Les sources lumineuses sont nombreuses et variées et leur spectre aussi. Trois exemples sont assez caractéristiques et à savoir reconnaître:

- Lampes à incandescence (spectre continu)
- Lampes spectrales (spectre discret)
- LASER (quasi-monochromatique)

0.1.4.2 Spectres des signaux acoustiques

0.1.4.2.1 Gammes spectrales

Pour un signal sonore, la décomposition en série de Fourier permet de déterminer **la hauteur et le timbre du son.** Si l'on superpose deux notes différentes, on retrouvera en terme de composante spectrale la hauteur des deux notes séparées, ce qui n'est pas le cas dans le signal temporel.

- En moyenne, les sons "audibles" par l'oreille humaine possèdent des fréquences comprises entre 20Hz et 20kHz.
- En dessous de 20Hz, on parle d'infrasons. En dessus on parle d'ultrasons. Si les infrasons sont peu utilisés, les ultrasons sont très utilisés (télémétrie…)

0.1.4.3 Signaux électriques

Les signaux électriques peuvent aussi être décomposés. En général, les signaux électrique (qu'on décompose) servent au transport d'information et le spectre du signal est lié à l'information transportée. Comme on le verra, la décomposition spectrale sert à isoler les fréquences qu'on veut garder des fréquences qu'on veut supprimer (bruit…): on parle de **filtrage.**

0.2 Maitriser les méthodes

De manière générale dans les cours, ces parties présentent :

- des exercices-types (Méthodes) montrant les méthodes d'applications des théorèmes et principes du cours. **Leur correction est en ligne.** Il faut les comprendree t savoir les refaire.
- des exercices méthodes (Activités) montrant des applications des théorèmes **avec des conclusions des exercices qui doivent être apprises et que vous devez savoir redémontrer.** (ici l'étude de la modulation en amplitude)

- des exercices d'application (Application) : exercices de bases pouvant être faits juste après le travail du cours pour voir si l'on maitrise les méthodes de base.
- des exercices d'entrainement (Entrainement) (pas ici): exercices plus évolués à apprendre à maitriser. *Certains éléments de corrections (pas la correction complète) peuvent être en ligne.*
- des approfondissement (Aller plus loin) : exercices plus complexes à ne traiter que si l'on a bien su faire les exercices précédents. *Ils ne sont en général présents que sur le site.* (ici[2])

0.2.1 Méthodes : Calculs divers

Les corrections sont en ligne.

0.2.1.1 Valeur efficace et valeur moyenne

0.6: Exercice (correction en ligne)

1. Calculer la valeur moyenne puis efficace du signal “créneau” de période T, s(t) défini par:

$$s(t) = \begin{cases} A \text{ si } x \in [0; T/2] \\ -A \text{ si } x \in [T/2; T] \end{cases}$$

0.7: Exercice (correction en ligne)

Calculer la valeur moyenne puis efficace du signal “triangle” de période T, s(t) défini par:

$$s(t) = \begin{cases} a(t - \frac{T}{4}) \text{ si } x \in [0; T/2] \\ -a(t - \frac{3T}{4}) \text{ si } x \in [T/2; T] \end{cases}$$

Danger: On remarquera que $S_{eff} \neq \sqrt{\langle s \rangle^2}$

0.2.1.2 Etudier les caractéristiques d'un sinusoïde

L'objectif est

- d'apprendre à écrire correctement l'expression mathématique d'un sinusoïde connaissant ou en mesurant ses caractéristiques.
- de faire l'inverse : obtenir les caractéristiques d'un sinusoïde et tracer son graphique à partir de son expression mathématique.

0.8: Exercice

Donner l'expression mathématique s(t):

1. d'un sinusoïde de pulsation 4ω, d'amplitude 2a et de phase à l'origine $-\pi/5$.
2. d'un sinusoïde de période $2T/3$, d'amplitude 4a (si rien n'est précisé, on considère que la phase à l'origine est nulle).
3. d'un sinusoïde de fréquence 3f, d'amplitude 2a, de valeur moyenne - S_1 et de phase à l'origine $\pi/3$.

[2] https://stanislas.edunao.com/mod/resource/view.php?id=12806

Attention

Il faut faire attention à bien différencier le sens physique d'une grandeur et les notations utilisées. Ainsi, même si dans cet exercice on utilise les notations T et f, elles **ne correspondent pas** aux périodes et fréquences des signaux. Le sens physique s'obtient par analyse des équations mathématiques, pas par analyse du nom de la grandeur.

0.9: Exercice

Réaliser la représentation graphique de s(t) pour les expressions précédentes. On prendra a=1, T=1, $\omega = \pi$, f=1, $S_1 = 2$

Important 0.15

Lien retard temporel et phase
La valeur moyenne déterminer l'axe de symétrie du sinusoïde et l'amplitude l'écart à cet axe de symétrie (les valeurs extrêmes).
On a utilisé la relation $\phi_0 = -\omega t_1$ pour calculer le retard temporel où t_1 est le temps où la fonction cosinus sera maximale (puisque la phase est alors nulle).
On a ensuite représenté des points particuliers pour faciliter le tracé (points extrêmes, passage par la valeur moyenne) en utilisant la valeur de la période de chaque signal à partir de t_1.

0.10: Exercice

Donner les caractéristiques (période, fréquence, pulsation, amplitude, valeur moyenne, phase à l'origine) des signaux suivants :

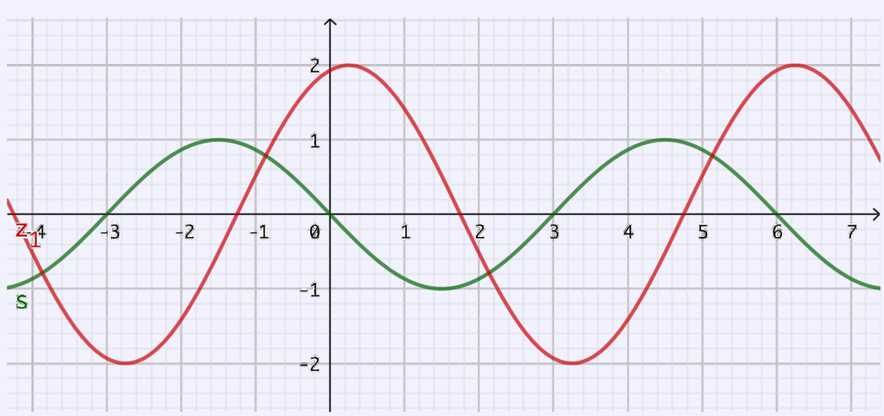
1. $s(t) = \frac{1}{2k+1} \sin{(2k+1)\omega t}$
2. $s(t) = 7\omega \cos(2ft + 3)$
3. $s(t) = 3a \cos(\frac{2\pi n}{T} t) + 4c$

0.2.1.3 Calculer un déphasage

Le but de cet exercice est de comprendre la notion de déphasage et les méthodes d'études associées.

0.11: Exercice

Déterminer expérimentalement le déphasage du signal vert sur le signal rouge.



Attention

Attention, **on ne peut mesurer directement un déphasage (en radian) sur un graphique temporel. On mesure un retard temporel.**

0.2.1.4 Tracer le spectre d'un signal périodique

0.12: Exercice

On reprend le signal triangle :

$$s(t) = \begin{cases} a(t - \frac{T}{4}) \text{ si } x \in [0; T/2] \\ -a(t - \frac{3T}{4}) \text{ si } x \in [T/2; T] \end{cases}$$

dont la décomposition en série de Fourier est :

$$s(t) = \frac{8aT}{\pi^2} \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{1}{(2n+1)^2} \sin\left[(2n+1)\frac{2\pi}{T}t\right]$$

1. Justifier que ce signal est périodique de période T.
2. Représenter le spectre du signal.

0.2.2 Activité : Etudier une modulation en amplitude.

La correction est en ligne et une simulation permet de joueur sur les paramètres d'une modulation est disponible ici[3].

Nous allons étudier le principe de décomposition sur un cas simple où un signal se décompose en une somme finie de composantes spectrales.

*La **méthode de linéarisation** des produits de sinusoïdes, basées sur les relations usuelles en trigonométrie est à maîtriser impérativement. La méthode de tracé du signal est aussi très important.*

0.13: Exercice

On considère deux signaux sinusoïdaux $u_1(t)$ et $u_2(t)$ de fréquence f_1 et f_2 d'amplitude u_{1m} et u_{2m} de phase à l'origine nulle tous les deux. On multiplie les deux signaux $u_S(t) = ku_1(t) \times u_2(t)$ avec k une constante connue.

- Donner les expressions de $u_1(t)$ et $u_2(t)$ puis de $u_S(t)$
- On prend $f_1 = 10f_2$ et $u_{2m} = 2u_{1m}$, représenter graphiquement u_S. Justifier le terme de modulation en amplitude. Où ce principe est utilisé?
- Montrer que le signal se décompose comme la somme de deux composantes spectrales dont on déterminera la fréquence et l'amplitude.
- Représenter le spectre du signal u_S.

Important 0.16

A retenir
Il faut savoir :

- reconnaître un cas de modulation d'amplitude : un **produit** de sinusoïdes dont **la fréquence de l'un est grande devant la fréquence de l'autre**.
  - On peut écrire $u_S(t)$ sous la forme : $[ku_{1m}u_{2m}\cos(2\pi f_2 t)]\cos(2\pi f_1 t)$. Puisque f_2 est

[3] https://stanislas.edunao.com/mod/resource/view.php?id=12802

faible, on peut considérer que sur une période du signal rapide de fréquence f_1, la grandeur $ku_{1m}u_{2m}\cos(2\pi f_2 t)$ est quasi-constante et représente donc sur une période, l'amplitude du sinusoïde $\cos(2\pi f_1 t)$. Mais comme d'une période à l'autre l'amplitude varie, on parle de **modulation d'amplitude**.

- Le signal lent de fréquence f_2 est appelé **signal modulant** et le signal rapide est appelé **signal porteur.** Le signal sortant est appelé **signal modulé**.
- réaliser un tracé correct d'un signal modulé en amplitude en tenant du rapport de fréquences
- Linéariser le produit pour obtenir le spectre du signal.

0.2.3 Applications

Contrairement aux exercices du cours qui détaillent les raisonnements pour expliquer les méthodes, seules les réponses finales sont données ici. **Il faut s'entraîner à résoudre soi-même tous les exercices proposés ici AVANT DE REGARDER LES RÉPONSES.**

0.2.3.1 Modulation d'amplitude

0.14: Exercice

On considère un signal u_1 sinusoïdal de période T_1 et d'amplitude u_{1m} et un signal u_2 sinusoïdal de période $T_2 = T_1/10$ et amplitude $u_{2m} = u_{1m}$. On crée à partir de ces deux signaux un troisième signal de la forme : $u_S = u_2 \times (1 + mu_1)$.

1. Donner les expressions temporelles des signaux u_1 et u_2 en fonction de T_1, u_{1m} et du temps.
2. Justifier que u_S peut être vu comme un signal modulé en amplitude et représenter graphiquement l'allure temporelle de u_S.
3. Déterminer le spectre de u_S.

0.2.3.2 Tracé de spectres

0.15: Exercice

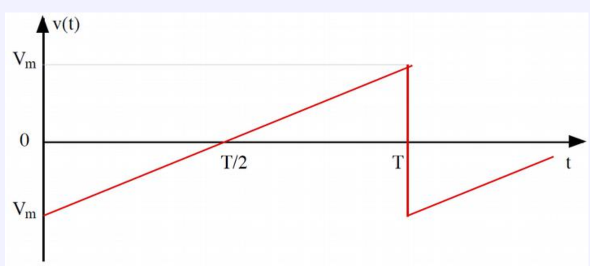


Fig. 1: Signal dent de scie

On considère le signal ``dent de scie" dont le tracé temporel est donné ci-contre. On donne aussi sa décomposition en série de Fourier :

$$u(t) = \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{2V_m}{\pi} \frac{(-1)^n}{n} \sin n\omega t$$

1. Relier ω et T. Le justifier.
2. Représenter le spectre de Fourier du signal.
3. Que vaut la valeur moyenne du signal ?

0.16: Exercice

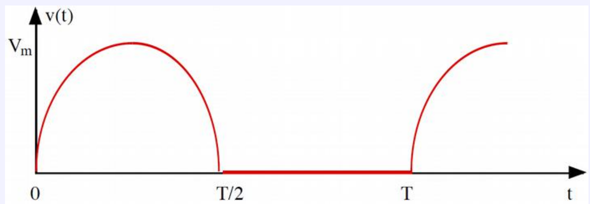


Fig. 2: Signal redressé

On considère le signal ``redressé simple alternance” dont le tracé temporel est donné ci-contre. On donne aussi sa décomposition en série de Fourier :

$$u(t) = \frac{V_m}{\pi} + \frac{V_m}{2}\cos\omega t + \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{2V_m}{\pi}\frac{1}{4n^2-1}\sin 2n\omega t$$

1. Relier ω et T. Le justifier.
2. Représenter le spectre de Fourier du signal.
3. Que vaut la valeur moyenne du signal ?

Des exercices d’approfondissement qui pour être utiles pour la suite du cours sont disponibles en ligne[4].

[4] https://stanislas.edunao.com/mod/resource/view.php?id=12806