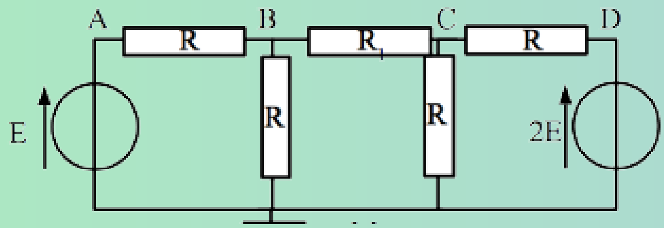
Corriges

♥ Méthode .1: Loi des noeuds en terme de potentiel

On considère le circuit ??. Déterminer la tension U_{BC} en utilisant la lois de noeuds en terme de potentiel.



IV

Figure 1 – Utilisation des lois de Kirchhoff

Corrigé: Utiliser la loi des noeuds en terme de potentiels

On commence par paramétrer le système. On a au passage choisi une référence des potentiels (masse) au point M puisqu'on compte utiliser la loi des noeuds en terme de potentiel.

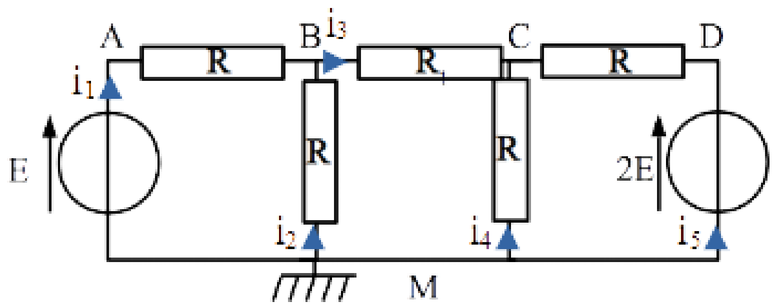


Figure 2 – Paramétrage du circuit

On écrit les lois des noeuds en différents points ([a]) :

$$\begin{cases} i_1 + i_2 - i_3 &= 0 \\ i_3 + i_4 + i_5 &= 0 \end{cases} \tag{1}$$

On exprime les intensités en fonction des potentiels en utilisant les équations des dipôles :

$$\begin{cases} i_1 &= \frac{V_A - V_B}{R} \\ i_2 &= \frac{V_M - V_B}{R} \\ i_3 &= \frac{V_B - V_C}{R_1} \\ i_4 &= \frac{V_M - V_C}{R} \\ i_5 &= \frac{V_D - V_C}{R} \end{cases} \tag{2}$$

On élimine les potentiels non recherchés (*ici, on cherche $U_{BC} = V_B - V_C$, on va donc éliminer V_A, V_D et V_M*) :

$$\begin{cases} V_A &= E \\ V_D &= 2E \\ V_M &= 0 \end{cases} \tag{3}$$

Il vient :

$$\frac{V_B - E}{R} + \frac{V_B}{R} + \frac{V_B - V_C}{R_1} = 0 \tag{4}$$
$$\frac{V_C - 2E}{R} + \frac{V_C}{R} + \frac{V_C - V_B}{R_1} = 0 \tag{5}$$

Réorganisons le système pour le résoudre.

$$(2R_1 + R)\, V_B - RV_C = R_1 E \tag{6}$$
$$(2R_1 + R)\, V_C - RV_B = 2R_1 E \tag{7}$$

Pour cette fois, on détaille la résolution mais dans les exercice suivants, il faudra vous entraîner à faire cette partie. A partir du système précédent, on réalise deux combinaisons linéaires :

- ⋆ *$(2R_1 + R) \times Eq1 + R \times Eq2$: pour éliminer V_C*
- ⋆ *$R \times Eq1 + (2R_1 + R) \times Eq2$: pour éliminer V_B*

$$\left[(2R_1 + R)^2 - R^2\right] V_B = (2R_1 + R)R_1 E + 2RR_1 E \tag{8}$$
$$\left[(2R_1 + R)^2 - R^2\right] V_C = 2(2R_1 + R)R_1 E + RR_1 E \tag{9}$$

En réorganisant et en isolant V_C et V_B :

$$V_B = \frac{\left(2R_1^2 + 3R_1 R\right) E}{4R_1^2 + 4R_1 R} \tag{10}$$
$$V_C = \frac{\left(4R_1^2 + 3R_1 R\right) E}{4R_1^2 + 4R_1 R} \tag{11}$$

d'où une tension :

$$\boxed{U_{BC} = \frac{-ER_1}{2\,(R_1 + R)}} \tag{12}$$

Vérification du résultat

- ⋆ Homogénéité : On a bien une tension multipliée par un rapport de résistances, soit une tension.
- ⋆ Cohérence (plus délicat) : Le circuit est symétrique sauf $2E > E$, on s'attend donc à une intensité $i_3 < 0$ et $U_{BC} < 0$ (pour $E > 0$).

a. il y a ici 3 noeuds car les deux du bas peuvent être regroupés, on écrit donc deux loi des noeuds

IV

♥ Méthode .2: Utiliser les lois de Kirchhoff avec les tensions

Reprendre le circuit précédent mais déterminer U_{BC} en utilisant les lois de Kirchhoff avec des tensions au lieu des potentiels.

Corrigé: Utiliser les lois de Kirchhoff avec les tensions

On va travailler avec des tensions. On paramètre les intensités et tensions.

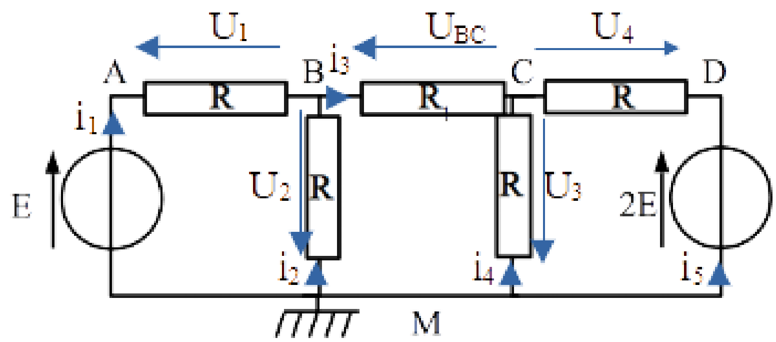


FIGURE 3 – Paramétrage du circuit

On a théoriquement 10 inconnues, mais on peut remarquer que chaque intensité est reliée à une tension par une relation $i_i = U_i/R$ (ou R_1). Il reste donc 5 inconnues les 5 tensions. Il faut donc 5 équations : 3 lois des mailles et 2 lois de noeuds. Il vient (s'entraîner repérer de quel/le maille/noeud il est question et établir la loi correspondante) :

$$\begin{cases} i_1 + i_2 - i_3 & = 0 \\ i_3 + i_4 + i_5 & = 0 \\ E - U_1 + U_2 & = 0 \\ -U_2 - U_{BC} + U_4 & = 0 \\ 2E - U_5 + U_4 & = 0 \end{cases} \tag{13}$$

soit en éliminant les intensités :

$$\begin{cases} \frac{U_1}{R} + \frac{U_2}{R} - \frac{U_{BC}}{R_1} & = 0 \\ \frac{U_{BC}}{R_1} + \frac{U_4}{R} + \frac{U_5}{R} & = 0 \\ E - U_1 + U_2 & = 0 \\ -U_2 - U_{BC} + U_4 & = 0 \\ 2E - U_5 + U_4 & = 0 \end{cases} \tag{14}$$

Il reste à éliminer successivement **les tensions qui ne nous intéressent pas** pour avoir à la fin une équation en U_{BC} seule. *S'entraîner à le faire seul d'abord.*
On trouve

$$\boxed{U_{BC} = \frac{-ER_1}{2(R_1 + R)}} \tag{15}$$

Etapes de la résolution précédente. On commence par multiplier par R pour limiter les fractions :

$$\Longrightarrow \begin{cases} U_1 + U_2 - \frac{R}{R_1} U_{BC} & = 0 \\ \frac{R}{R_1} U_{BC} + U_4 + U_5 & = 0 \\ E - U_1 + U_2 & = 0 \\ -U_2 - U_{BC} + U_4 & = 0 \\ 2E - U_5 + U_4 & = 0 \end{cases} \tag{16}$$

$$\Longrightarrow \begin{cases} E + 2U_2 - \frac{R}{R_1} U_{BC} & = 0 \\ 2E + \frac{R}{R_1} U_{BC} + 2U_4 & = 0 \\ -U_2 - U_{BC} + U_4 & = 0 \end{cases} \tag{17}$$

On fait une nouvelle combinaison linéaire entre (1) et $2 \times (3)$ *pour éliminer* U_2 *puis entre (2) et l'équation ainsi obtenue (simple soustraction) :*

$$\Longrightarrow \begin{cases} E - \left(\frac{R}{R_1} + 2\right) U_{BC} + 2U_4 & = 0 \\ 2E + \frac{R}{R_1} U_{BC} + 2U_4 & = 0 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} -E - \left(2\frac{R}{R_1} + 2\right) U_{BC} & = 0 \end{cases} \tag{18}$$

On retrouve U_{BC} *en l'isolant.*

♥ Méthode .3: Repérer et utiliser un pont diviseur de tension

♥♥ Déterminer la condition reliant les résistance pour que la tension U_{AB} soit nulle (on dit que le pont est alors équilibré).

IV

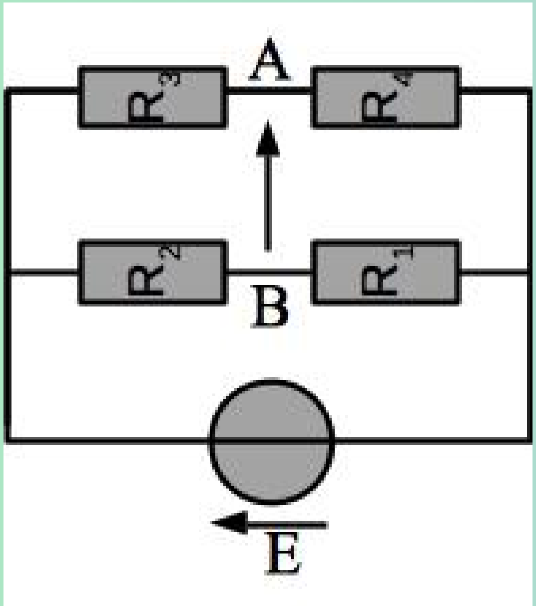


Figure 4 – Pont de wheatstone

Corrigé: Repérer et utiliser un pont diviseur de tension

Pour rappel, les parties grisées sont des commentaires.
Analyse du problème. *La grandeur qu'on doit exprimer est ici la tension* U_{AB}. *On doit l'exprimer en fonction des grandeurs connues à savoir les résistances et E.*
Il n'y a pas obligation d'utiliser un pont diviseur de tension mais le but est ici de montrer comment on l'applique.
On a (on a orienté toutes les tensions U_{Ri} *de la droite vers la gauche comme E*[a]*) :* $U_{AB} = U_{R4} - U_{R1}$. *C'est pour*

calculer ces deux tensions qu'on peut utiliser des ponts diviseurs de tension.

Application d'un pont diviseur de tension. *On doit :*

1. *Repérer les résistances qui sont en série et repérer la tension au bornes du pont.*
2. *Repérer la résistance dont on veut déterminer la tension et appliquer la formule du pont diviseur de tension.* ***Attention à l'orientation des tensions car la tensions U_k doit être orientée dans le même sens que la tension globale (ici E) pour appliquer la formule du pont.***

Les résistance R_1 et R_2 sont en série : elles forment un pont diviseur de tension dont la tension aux bornes est E. Cela nous permet de calculer U_{R1} :

$$U_{R1} = \frac{R_1}{R_1 + R_2}E \tag{19}$$

Les résistance R_3 et R_4 sont en série : elles forment un pont diviseur de tension dont la tension aux bornes est E. Cela nous permet de calculer U_{R4} :

$$U_{R4} = \frac{R_4}{R_3 + R_4}E \tag{20}$$

Équilibre du pont Il vient :

$$U_{AB} = \frac{R_4 R_2 - R_3 R_1}{(R_3 + R_4)(R_1 + R_2)}E$$

Le pont est donc équilibré quand :

$$\boxed{R_4 R_2 = R_3 R_1} \tag{21}$$

a. pour être dans le même sens que E pour appliqué la relation du pont diviseur de tension

IV

♥ Méthode .4: Repérer et utiliser un pont diviseur de courant

Reprendre l'exercice précédent en remplaçant la source idéale de tension par une source idéale de courant délivrant un courant électromoteur I_0 (même sens que E.) mais en utilisant un pont diviseur de courant.

Corrigé: Repérer et utiliser un pont diviseur de courant

Remarquons que les branches R_3 et R_4 (resp. les branches R_1 et R_2) sont équivalentes à une résistance $R_{eq,34} = R_3 + R_4$ (resp. $R_{eq,12} = R_1 + R_2$) [a].

Ces deux résistances équivalentes sont en parallèle : elles forment un pont diviseur de courant et les intensités qui circulent (de gauche à droite [b]) dans chaque branche sont donc :

$$i_{34} = \frac{\frac{1}{R_3+R_4}}{\frac{1}{R_3+R_4} + \frac{1}{R_1+R_2}}I_0 = \frac{R_1 + R_2}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4}I_0$$
$$i_{12} = \frac{\frac{1}{R_1+R_2}}{\frac{1}{R_3+R_4} + \frac{1}{R_1+R_2}}I_0 = \frac{R_3 + R_4}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4}I_0$$

Ces intensités qui parcourent $R_{eq,34} = R_3 + R_4$ et $R_{eq,12} = R_1 + R_2$ parcourent aussi R_3, R_4 (et R_1, R_2). On peut donc les utiliser sur le circuit de départ pour calculer U_{R4} et U_{R1}.

Il vient :

$$U_{R4} = R_4 i_{34} = \frac{R_1 + R_2}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4} R_4 I_0 U_{R1} \qquad = R_1 i_{12} = \frac{R_3 + R_4}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4} R_1 I_0$$

soit :

$$U_{BC} = \frac{R_4 R_2 - R_1 R_3}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4} I_0 \tag{22}$$

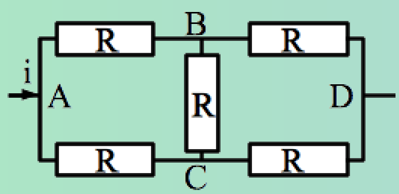
On trouve la même condition d'équilibrage.

a. ATTENTION lorsqu'on utilise les résistances équivalentes car ici, on supprime les points de potentiels A et B : dans le circuit équivalent, on ne peut plus calculer U_{AB}. Ici, on va s'en sortir autrement mais il faut garder à l'esprit la grandeur finale qu'on cherche pour savoir si on peut encore la déterminer sur un circuit équivalent.

b. pour être dans le même sens que I_0 pour appliqué la relation du pont diviseur de courant

♥ Méthode .5: Par équation d'évolution

Déterminer la résistance équivalente au réseau de résistance de la **??**.



IV

FIGURE 5 – Maillage de résistances

Corrigé: Par équation d'évolution

On va déterminer la relation tension-intensité. Mais pour simplifier le problème, il est important de remarquer ses symétries.

Le maillage est symétrique par rapport au plan contenant AD. Cela implique que toutes le grandeurs sont symétriques. Ainsi, le potentiel au point B et au point C sont égaux et les intensités circulant dans les branches AB et AC (ou BD et CD) sont égales. [a]

La loi des noeuds en A et D implique immédiatement que $i_{AB} = i_{AC} = i/2 = i_{BD} = i_{CD} = i/2$ (on a orienté les intensités en cohérence avec l'ordre des indices).

On peut maintenant calculer la tension entre A et D en fonction de i en passant par un chemin (par exemple le chemin ABD) :

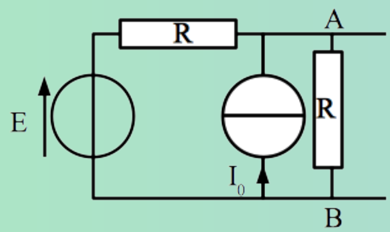
$$u_{AD} = u_{AB} + u_{BD} = Ri/2 + Ri/2 = Ri$$

Par identification ($u = R_{eq} = i$), il vient que la résistance équivalente au maillage est $\boxed{R}$.

a. Si vous vous posez la question, le plan contenant BC n'est PAS un plan de symétrie car l'intensité i entre à gauche mais SORT à droite.

♥ Méthode .6: Modèle de Thévenin équivalent

Montrer que le circuit ci-dessous est équivalent à un modèle de Thévenin entre les bornes A et B dont on déterminera les caractéristiques.



IV

Corrigé: Modèle de Thévenin équivalent

Il est important de comprendre que puisqu'on cherche un dipôle équivalent entre A et B, l'intensité en sortie en A est a priori non nulle (car ce "dipôle équivalent" devrait être amené à être branché dans un circuit).
On veut d'ailleurs établir la relation intensité-tension du dipôle équivalent entre A et B, donc la relation entre U_{AB} et i [a]
L'équation du dipôle équivalent si on trouve un modèle de Thévenin devra être $U_{AB} = E_{eq} - R_{eq}i$.
On commence par paramétrer le circuit (cf. Figure 6) et à bien réfléchir aux grandeurs :

- *qu'on doit chercher. Ici on veut exprimer la relation tension-intensité. On va donc chercher U_{AB} (notée u par la suite) en fonction de i ou i en fonction de u. Pour des raisons totalement arbitraires, on décide chercher u en fonction de i.*
- *qu'on connaît : la fem E, le cem I_0, la valeur de résistance R. L'intensité i devient aussi une grandeur qu'on "connait" puisqu'on veut exprimer u en fonction de i. On pourra les garder dans le résultat final.*
- *les grandeurs qui restent doivent être éliminées (il n'est même pas utile de les déterminer en fonction des données du problème puisqu'elle ne sont pas utiles à l'étude demandée). En général, ce sont des grandeurs que nous avons introduites, ici i_1, u_1, i_2*

Quelques remarques sur l'orientation des grandeurs :

- *On oriente les résistances en convention récepteur. Ce n'est pas une obligation mais comme la loi d'Ohm $u = Ri$ est vraie en convention récepteur, cela évite les erreurs de signe, d'où le sens des intensités (u_1 a été orienté arbitrairement).*

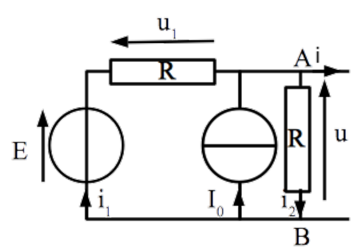


FIGURE 6 – Paramétrage du circuit

On réalise la mise en équation (*nous utilisons ici les lois des mailles et des noeuds mais il est vivement conseillé de s'entraîner à cet exercice en appliquant la loi des noeuds en terme de potentiel*) :

$$i_1 + i_0 = i + i_2 \quad (23)$$
$$E - u_1 - u = 0 \quad (24)$$

Avec les deux lois d'Ohm $u_1 = Ri_1$ et $u = Ri_2$, il vient [b] :

$$i_1 + i_0 = i + \frac{u}{R} \quad (25)$$
$$E - Ri_1 - u = 0 \quad (26)$$

En multipliant par R la première équation et en sommant, il vient :

$$u = \frac{E + Ri_0 - Ri}{2}$$

Par identification, on trouve :

$$\boxed{\begin{cases} E_{Th} & = \frac{E+Ri_0}{2} \\ R_{Th} & = \frac{R}{2} \end{cases}} \tag{27}$$

a. pris sortant en A et donc entrant en B pour être en convention générateur.
b. Les grandeurs cherchées sont u et i donc on isole et élimine **les autres en premier** (i_1, i_2, u_1)

Corrigé: Modèle de Thévenin équivalent - Méthode 2

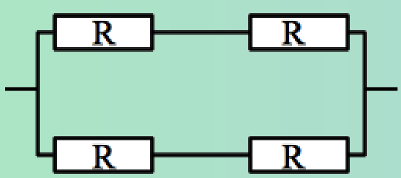
La deuxième méthode est basée sur le fait que l'équation $u(i)$ est nécessairement linéaire car issu de l'association de dipôles tous linéaires. C'est donc l'équation d'une droite : deux points suffisent pour la déterminer. On va donc étudier deux cas particuliers :

- ⋆ *on court-circuit le dipôle (on impose $u = 0$)*
- ⋆ *on laisse le dipôle non branché (coupe-circuit : on impose $i = 0$)*

Cas i = 0 :
La loi des noeuds s'écrit $i_1 + i_0 = i_2 = \frac{u}{R}$
La loi des mailles s'écrit : $E - Ri_1 = u$
Une combinaison linéaire pour éliminer i_1 donne $E + Ri_0 = 2u$
Cas u = 0
La loi des noeuds s'écrit $i_1 + i_0 = i + i_2 = i$
La loi des mailles s'écrit : $E - Ri_1 = u = 0$
Une combinaison linéaire pour éliminer i_1 donne $E + Ri_0 = Ri$
La droite du modèle de Thévenin doit donc passer par les points $(0; \frac{E}{R} + i_0)$ et $(\frac{E+Ri_0}{2}; 0)$
On cherche une droite de la forme $u = E_{Th} - R_{Th}i$ passe par les deux point précédents (attention les coordonnées sont $(u; i)$).
Une recherche mathématique classique du coefficient directeur donne $R_{Th} = R/2$.
La valeur de la fem est directement donnée au point $i = 0$.

♥ Méthode .7: Par manipulation d'un circuit

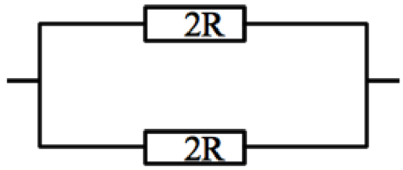
Cette méthode est surtout utile pour simplifier un circuit (comme dans l'exercice sur le pont diviseur de courant (cf. Méthode .4)). Déterminer la résistance équivalente au réseau de résistance ci-après.



IV

Corrigé: Par manipulation d'un circuit

On remarque que dans chaque branche, les deux résistances R sont en série, donc équivalente à une résistance 2R.



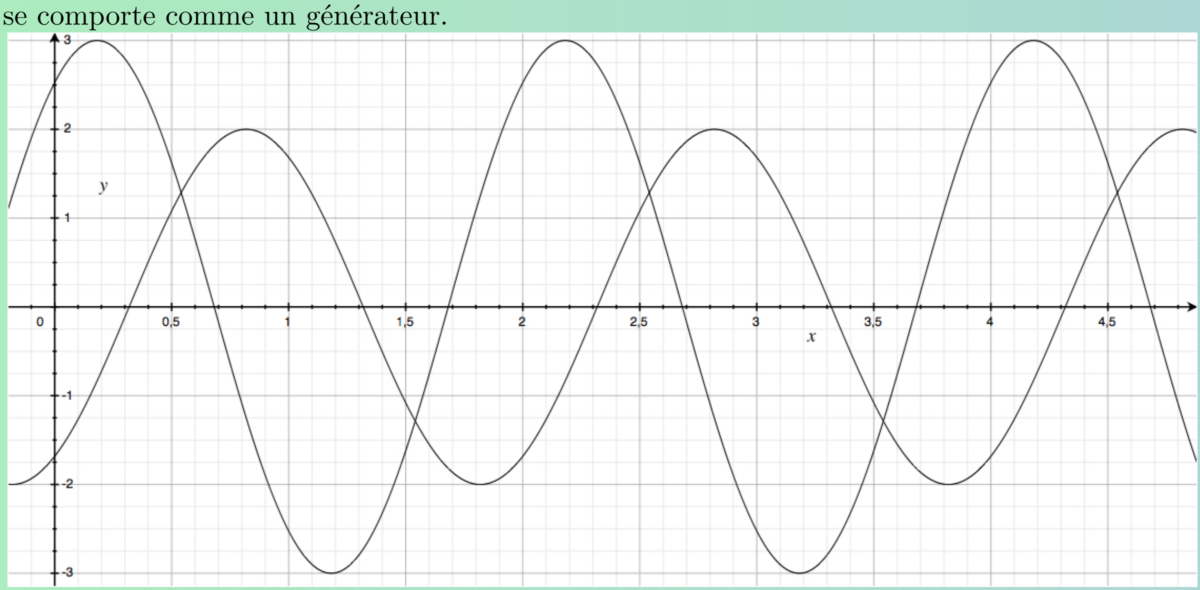
Les deux résistances 2R sont en parallèle, donc équivalente à une résistance $R_{eq} = \frac{1}{\frac{1}{2R}+\frac{1}{2R}} = R$

Donc le dipôle est équivalent à une seule résistance de valeur $\boxed{R}$.

♥ Méthode .8: Comportements récepteurs et générateurs. Etude graphique

On considère un dipôle D dans un circuit. Les évolutions de l'intensité qui le traverse et de la tension à ses bornes en convention générateur sont données ci-après. Déterminer les temps récepteurs et les temps générateurs, c'est-à-dire les moments où le dipôle se comporte comme un récepteur et les moments où le dipôle se comporte comme un générateur.

IV

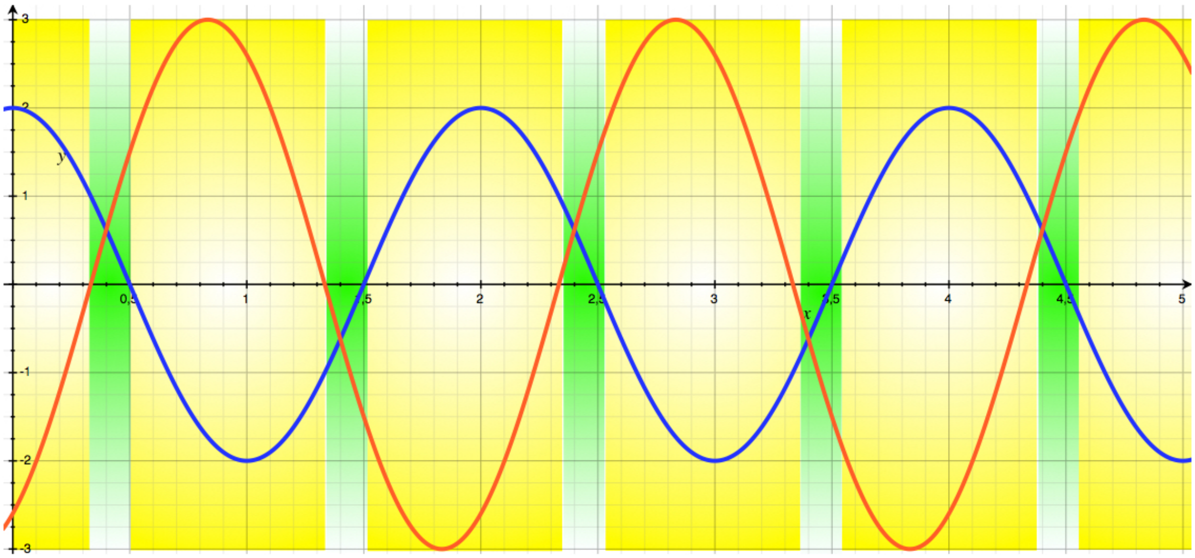


Corrigé: Comportements récepteurs et générateurs. Etude graphique

On rappelle que le comportement d'un dipôle est basé sur le signe de la puissance échangée en déterminant si celle-ci est fournie ou reçue.

Nous sommes en convention générateur, le produit ui est donc la puissance fournie par le dipôle au circuit. Si elle est positive (u et i sont de même signe), le dipôle se comporte comme un générateur, si elle est négative (u et i sont de signes opposés), le dipôle se comporte comme un récepteur.

On a ainsi pu représenter les instants générateurs (en vert) et récepteurs (en jaune) sur le graphique.



♥ Méthode .9: Comportements récepteurs et générateurs. Etude par le calcul

On considère un dipôle D orientée en convention générateur. On a trouvé que l'intensité qui circulait dans le dipôle a pour expression : $i(t) = i_m \sin(\pi t - \frac{\pi}{3})$ et que la tension à ses bornes est $u(t) = u_m \sin(\pi t + \frac{\pi}{2})$ avec $u_m > 0$ et $i_m > 0$.

IV **Q1.** Exprimer la puissance instantanée $p(t) = u(t)i(t)$. S'agit-il d'une puissance reçue ou fournie ?

Q2. Montrer que $p(t)$ est un signal sinusoïdal dont on précisera les caractéristiques. On note T la période de $p(t)$

Q3. Déterminer l'énergie fournie par le dipôle durant une période T. Le dipôle a-t-il un comportement globalement générateur ou récepteur ?

Corrigé: Comportements récepteurs et générateurs. Etude par le calcul

Q1. $p(t) = i_m u_m \sin(\pi t - \frac{\pi}{3}) \sin(\pi t + \frac{\pi}{2})$

Nous sommes en convention générateur, donc $p(t)$ est la puissance fournie par le dipôle au circuit.

Q2. Il s'agit d'utiliser les formules trigonométriques (**à connaitre**). Ainsi :

$$\begin{aligned} p(t) &= i_m u_m \sin(\pi t - \frac{\pi}{3}) \sin(\pi t + \frac{\pi}{2}) \\ &= \frac{i_m u_m}{2} \left(-\cos(2\pi t + \frac{\pi}{6}) + \cos(\frac{5\pi}{6}) \right) \end{aligned}$$

$p(t)$ est donc bien sinusoïdal et ses caractéristiques sont :

- ⋆ amplitude : $\frac{i_m u_m}{2}$
- ⋆ pulsation : 2πrad.s^{-1} donc période 1s et fréquence 1Hz (on remarquera que ce n'est pas la période de u et i)
- ⋆ phase à l'origine : $\frac{\pi}{6} + \pi$ (à cause du signe moins)
- ⋆ valeur moyenne : $\frac{i_m u_m}{2} \cos(\frac{5\pi}{6})$

Q3. >On rappelle la relation $p = \frac{dE}{dt}$ où p est la puissance instantanée et E l'énergie (ici l'énergie échangée avec le circuit). On obtient donc l'énergie échangée par intégration de $p(t)$ sur une période ($T = 1s$) :

$$E = \int_{t=0}^{t=T} p(t)dt = \int_{t=0}^{t=T} \frac{i_m u_m}{2}\left(-\cos(2\pi t + \frac{\pi}{6}) + \cos(\frac{5\pi}{6})\right)dt$$
$$E = \frac{i_m u_m}{2}\left[-\frac{1}{2\pi}\cos(2\pi t + \frac{\pi}{6})\right]_{t=0}^{t=T} + \frac{i_m u_m}{2}\cos(\frac{5\pi}{6})T$$
$$E = \frac{i_m u_m}{2}\cos(\frac{5\pi}{6})T < 0$$

Le dipôle fournit globalement une énergie négative, c'est-à-dire qu'il reçoit une énergie $|E|$: il est donc globalement récepteur.

♥ Méthode .10: Déterminer les comportements de dipôles dans un circuit

On considère le circuit ci-après et on donne les caractéristiques suivantes :

IV

- ⋆ D_2 et D_4 sont des accumulateurs : leur tension est imposées de l'extérieur. La tension U_1 aux bornes de D_2 est connue et positive. La tension U_2 est réglable (mais constante durant la manipulation) et de signe quelconque.
- ⋆ D_1 et D_3 sont deux conducteurs ohmiques de même résistance R.

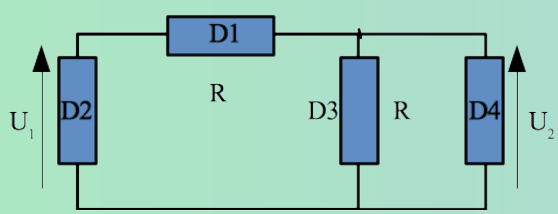


FIGURE 7 – Comportements des dipôles

Déterminer, suivant les valeurs de U_2 les comportements récepteurs/générateurs des deux dipôles D_2 et D_4.

Corrigé: Déterminer les comportements de dipôles dans un circuit

Comme on l'a vu précédemment, il faut choisir déterminer le signe de la puissance échangée. Pour cela, il faut :

1. *Paramétrer le circuit en nommant les intensités et tensions (ou potentiels) mises en jeu. En effet, contrairement à l'exercice précédent où nous avons utiliser les lois de Kirchhoff, toutes les grandeurs ne sont pas explicitement définies. Et ce sera en général le cas.*
2. *Mettre en équation le problème en utilisant les relations intensités-tension et les lois de Kirchhoff.*
3. *Identifier la(les) grandeur(s) qu'on cherche, identifier les grandeurs qu'on connaît (les données de l'énoncé qu'on peut utiliser dans le résultat final) et les grandeurs qu'on a introduit nous même (et qui doivent être éliminées).*
4. *On résout le système en cherchant à obtenir ce qu'on veut.*

On veut utiliser ensuite ce qu'on appelle une loi des noeuds en terme de potentiel, on paramètre donc des intensités et des points de potentiels puis nous devrons :

1. *Ecrire la loi des noeuds voulues.*
2. *Ecrire les intensités en fonction des potentiel si c'est possible (pensez à définir une masse).*

3. *Exprimer les potentiels en fonction eds grandeurs connues ou recherchées.*

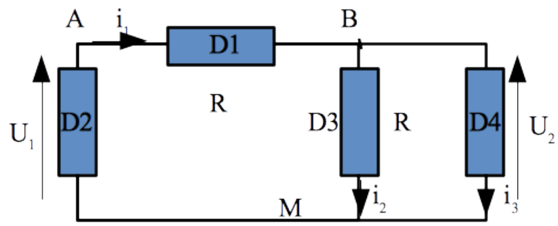


FIGURE 8 – Paramétrage du circuit

On prend $V_M = 0$.
La loi des noeuds s'écrit $i_1 = i_2 + i_3$ or :

$$i_1 = \frac{U_{AB}}{R} = \frac{V_A - V_B}{R} = \frac{U_1 - U_2}{R}$$
$$i_2 = \frac{U_{BM}}{R} = \frac{V_B - V_M}{R} = \frac{U_2}{R}$$
$$i_3 = ?$$

[a] De plus : $V_B = U_2 + V_M = U_2$ et $V_A = U_1 + V_M = U_1$. Il vient :

$$\frac{U_1 - U_2}{R} = \frac{U_2}{R} + i_3 \tag{28}$$

Il convient de se demander que doit-on calculer. Cette étape est fondamentale car son absence est souvent cause de beaucoup d'erreurs. Elle peut être faite avant ou après le paramétrage et souvent avant même la mise en équation. (On la fait ici pour profiter des grandeurs nommées).

- ⋆ ***On cherche :*** *les puissances échangées par D_2 (p_2) et D_4 (p_4) et plus exactement leur signe. Ce sont les grandeurs dont on doit trouver une "formule" en fonction du reste.* ***Les puissances s'expriment comme : $p_2 = U_1 i_1$ et $p_4 = U_2 i_3$ donc c'est la connaissance de i_1 et i_3 qui est importante (et surtout leur signe).***
- ⋆ ***On connaît :*** *Les grandeurs connues sont : R, U_1 et U_2 qui sera notre paramètre variable pour l'étude des signes des puissances. Ces grandeurs pourront appraître dans les "formules" finales qu'on veut établir.* ***Toutes les autres grandeurs doivent disparaître.***

Il vient :

$$i_3 = \frac{U_1 - 2U_2}{R}$$
$$i_1 = i_2 + i_3 = \frac{U_1 - U_2}{R}$$

On étudie maintenant les signes de i_3, p_4, i_1, p_2 dans un tableau de signe, la variable étant U_2.

U_2	0			U_1	
i_1		+		0	-
U_1			+		
p_2		+		0	-
D_2		GENERATEUR		0	RECEPTEUR

U_2		0		$U_1/2$	
i_3			+	0	-
U_2	-	0	+		
p_4	-	0	+	0	-
D_4	GENERATEUR	0	RECEPTEUR	0	GENERATEUR

On pensera à vérifier :

- ⋆ *l'homogénéité des expressions : pour les deux intensités, on a bien des tensions divisées par une résistance.*
- ⋆ *la cohérence physique :*
  - — *quand $U_2 < 0$, les deux sources contribuent à faire circuler le courant le même sens, elles peuvent toutes les deux fonctionner en générateur.*
  - — *quand $U_2 > 0$, si l'une est trop grande ou trop petite devant l'autre, la plus grande l'emporte et l'autre fonctionne en récepteur.*
  - — *il y a une plage intermédiaire où les deux peuvent fonctionner en générateur en fournissant de la puissance à D_3.*

a. il arrive que certaines intensités ne soient pas exprimables en fonction des potentiels.

♥ Méthode .11: Puissance et énergie pour C et L

Calculer la puissance instantanée reçue puis l'énergie emmagasinée durant une période pour :

IV **Q1.** un condensateur C dont la tension à ses bornes est $u(t) = u_m\cos(\omega t + \phi)$

Q2. une bobine L dont l'intensité la traversant est $i(t) = i_m\cos(\omega t + \phi)$

Q3. une résistance R dont la tension à ses bornes est $u(t) = u_m\cos(\omega t + \phi)$

Corrigé: Puissance et énergie pour les dipôles usuels

Pour C et L, il ne faut surtout pas passer par un calcul intégral qui serait long pour l'énergie : on utilise : $E_{recue} = \Delta E_{stockee} = E_{stockee}(t_{final}) - E_{stockee}(t_{initial})$

Q1. Sur une période : $E_{recue} = \frac{1}{2}Cu^2(t=0) - \frac{1}{2}Cu^2(t=T) = 0$ car la fonction est périodique.

$$\begin{aligned} p_C(t) &= \frac{dE_{stockee}}{dt} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{dt}}\left(\frac{1}{2}Cu^2(t)\right) \\ &= \frac{u_m^2\omega}{C}\cos(\omega t + \phi)\sin(\omega t + \phi) \end{aligned}$$

Q2. Sur une période : $E_{recue} = \frac{1}{2}Li^2(t=0) - \frac{1}{2}Li^2(t=T) = 0$ car la fonction est périodique.

$$\begin{aligned} p_L(t) &= \frac{dE_{stockee}}{dt} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{dt}}\left(\frac{1}{2}Li^2(t)\right) \\ &= \frac{i_m^2\omega}{L}\cos(\omega t + \phi)\sin(\omega t + \phi) \end{aligned}$$

Q3. La résistance ne stocke pas d'énergie, elle ne fait que la dissipée, donc…$E_{stockee} = 0$!

$$p_R(t) = u^2(t)/R = \frac{u_m^2}{R}\cos^2(\omega t + \phi)$$

*A défaut de calculer l'énergie stockée par une résistance, on peut demander **l'énergie dissipée par la résistance** par effet Joule.*
La seule méthode est alors l'intégration de $p(t)$:

$$
\begin{aligned}
E_{dissipee} &= \int_{t=0}^{t=\frac{2\pi}{\omega}} \frac{u_m^2}{R} \cos^2(\omega t + \phi)\, dt \\
&= u_m^2 2R
\end{aligned}
$$

(S'entraîner à calculer l'intégrale.)

♥ Méthode .12: Influence d'une résistance de sortie

On considère un circuit constitué d'un générateur modélisé par la représentation de Thévenin $(E; R_S)$ et d'une résistance R. L'utilisateur règle sur le générateur la tension E et attend normalement que la tension aux bornes de R soit celle qu'il a réglé.

IV Q1. Exprimer la tension aux bornes u_R de la résistance R. L'utilisateur obtient ce qu'il attend en toute rigueur.

Q2. A quelle condition peut-on considérer que $u_R \approx E$? En déduire la condition que doit vérifier une impédance de sortie pour ne pas influer sur le circuit.

Q3. Méthode de la tension de moitié : Si l'on suppose que R est variable, pour quelle valeur de R, la tension u_R vaudra E/2 ? En déduire une méthode expérimentale pour mesurer la résistance interne d'un GBF.

Corrigé: Influence d'une résistance de sortie

Q1. R et R_S sont en série, elles forment un pont diviseur de tension dont la tension aux bornes est E. Il vient que : $\boxed{u_R = \dfrac{R}{R + R_S} E}$.

Q2. Il faut que $\frac{R}{R+R_S} \approx 1$ soit $\boxed{R_S << R}$.

Q3. Il vient immédiatement $R = R_S$. Cette observation permet de mesurer R_S. C'est ce qu'on appelle la méthode de la tension de moitié.

♥ Méthode .13: Influence d'une résistance d'entrée

On considère une résistance R dont on veut connaître la tension à ses bornes. On branche un voltmètre de résistance d'entrée R_e en parallèle de R pour mesurer sa tension.

IV Q1. Quelle la résistance équivalente R_{eq} de l'ensemble des deux résistances ?

Q2. On peut considérer que le circuit n'est pas influencé par le voltmètre si la résistance équivalente est à peu près égale à R. A quelle condition sur R_e, cette approximation est valable. En déduire les bonnes caractéristiques d'une résistance d'entrée pour un voltmètre.

Q3. On ne place pas dans l'approximation précédente et une intensité i arrive sur l'ensemble résistance+voltmètre. Quelle est la chute d'intensité $\Delta i = i - i_R$ avec i_R l'intensité circulant dans la résistance ?

Corrigé: Influence d'une résistance d'entrée

Q1. On a deux résistances en parallèle donc : $\boxed{R_{eq} = \dfrac{RR_e}{R_e + R}}$

Q2. On veut $\frac{R_e}{R_e+R} \approx 1$ soit $\boxed{R_e >> R}$.

Q3. On a un pont diviseur de courant entre R et R_e et la chute d'intensité correspond à l'intensité qui circule (loi des noeuds) dans le voltmètre. Il vient :

$$\boxed{\Delta i = \frac{\frac{1}{R_e}}{\frac{1}{R} + \frac{1}{R_e}} i = \frac{R}{R_e + R} i}$$

On retrouve le fait que plus R_e est grande, plus la chute d'intensité sera négligeable devant i.