

## Corrigé: Ordres de grandeur et cas usuels

V.1 Q1.  $I = \frac{DB}{\mu_0} \sim 10^4 A!$

Q2.  $N = \frac{DB}{\mu_0 I} = 10^4 \text{ fils en moins d'un centimètre!}$

V.1

## Corrigé: Champ magnétique tournant

On note  $\vec{e}_x$  l'axe de la première bobine et  $\vec{e}_y$  l'axe de la seconde de sorte que :

$$\begin{aligned}\vec{B}_1 &= \mu_0 n I_0 \cos \omega t \vec{e}_x \\ \vec{B}_2 &= \mu_0 n I_0 \cos (\omega t + \pi/2) \vec{e}_y \\ &= -\mu_0 n I_0 \sin (\omega t) \vec{e}_y\end{aligned}$$

Le champ magnétique total résulte de leur superposition :

$$\vec{B} = \mu_0 n I_0 \cos \omega t \vec{e}_x - \mu_0 n I_0 \sin (\omega t) \vec{e}_y \quad (1)$$

On remarque qu'on plaçant l'origine du vecteur au point  $O^a$ , l'autre extrémité du vecteur décrit un cercle de rayon  $\mu_0 n I_0$  avec une vitesse angulaire  $-\omega$  : **on a donc bien créé un champ magnétique tournant**. On peut d'ailleurs définir un repère cylindrique d'axe  $Oz$  et le vecteur champ magnétique pour s'écrire alors :

$$\vec{B} = \mu_0 n I_0 \vec{e}_r$$

<sup>a</sup>. Cette description est purement visuelle mais non nécessaire.

## Corrigé: Calcul d'intensité

V.1 Q1. On peut directement utiliser la relation de flux dans le cas d'une distribution volumique :

$$\begin{aligned}I &= \iiint_S \vec{j} \cdot d^2\vec{S} \\ &= \int_{r=0}^R \int_{\theta=0}^{2\pi} j_0 r dr d\theta \\ &= \pi R^2 j_0\end{aligned}$$

Q2. Cette fois la relation de flux ne fonctionne pas<sup>a</sup>. Si l'on considère une ligne de longueur  $L$ , les charges qui la traversent pendant un temps  $dt$  doivent se situer ( $\vec{j}_S$  est ici perpendiculaire à la ligne  $L$ ) dans un rectangle de largeur  $L$  et de longueur  $v dt$  avec  $v$  la vitesse des charges. Soit  $n_S$  la densité surfacique des porteurs de charge, le débit de charge est donc :  $dq = q n_S v L dt = j_S L dt$ . Il vient :

$$I = j_S L \quad (2)$$

a. On pourra d'ailleurs remarquer que  $\vec{j}_S$  est homogène à une intensité divisée par une **longueur**.

## Corrigé: Symétries des champs magnétiques

On utilise pour les 4 premières distribution un système de coordonnées cylindrique d'axe Oz soit suivant I (fil infini, cylindre infini) soit suivant l'axe de la spire/bobine en cohérence avec l'intensité  $I$ .

Soit un  $M$  de l'espace :

**V.1 Q1. Fil infini :** Le plan  $\Pi_1$  passant par  $M$  et contenant le fil (soit le plan  $(M, \vec{e}_r, \vec{e}_z)$ <sup>a</sup>) est un plan de symétrie des courants. *Le champ magnétique est donc perpendiculaire à ce plan :* il est donc suivant  $\vec{e}_\theta$  :

$$\vec{B}(M(r, \theta, z)) = B_\theta(r, \theta, z) \vec{e}_\theta$$

On remarque qu'on déjà la meilleure orientation possible de  $\vec{B}(M)$  (un seul vecteur) donc trouver d'autres plan de symétrie ou d'antisymétrie n'est pas utile. On pourra néanmoins remarquer que le plan  $(M, \vec{e}_r, \vec{e}_\theta)$  est un plan d'antisymétrie des courants donc le champ magnétique y est inclus.

La distribution de courant est de plus invariance par rotation autour de Oz (variation de  $\theta$ ) et par translation suivant l'axe Oz (variation de  $z$ ), donc  $B_\theta(r, \theta, z)$  ne dépend ni de  $\theta$ , ni de  $z$ . On a donc au final comme structure :

$$\vec{B}(M(r, \theta, z)) = B_\theta(r) \vec{e}_\theta \quad (3)$$

**Q2. Spire :** Le plan  $\Pi_1$  passant par  $M$  et contenu Oz (soit le plan  $(M, \vec{e}_r, \vec{e}_z)$ ) est un plan d'antisymétrie des courants. *Le champ magnétique est donc inclus dans ce plan :* il n'a donc pas de composante suivante  $\vec{e}_\theta$  :

$$\vec{B}(M(r, \theta, z)) = B_r(r, \theta, z) \vec{e}_r + B_z(r, \theta, z) \vec{e}_z$$

La distribution de courant est de plus invariance par rotation autour de Oz (variation de  $\theta$ ), donc les composantes du champ ne dépendent pas de  $\theta$ . On a donc au final comme structure :

$$\vec{B}(M(r, \theta, z)) = B_r(r, z) \vec{e}_r + B_z(r, z) \vec{e}_z \quad (4)$$

*Cas d'un point sur l'axe :* Si  $M$  est sur l'axe ( $r = 0$ ), alors  $\vec{B}$  est inclus dans tous les plans contenant l'axe car ce sont tous des plans d'antisymétrie des courants. Il vient que le champ est suivant Oz :

$$\vec{B}(M(r = 0, \theta, z)) = B_z(r = 0, z) \vec{e}_z \quad (5)$$

*Cas d'un point dans le plan de la spire :* Si  $M$  est dans le plan de la spire ( $z = 0$ ), comme c'est un plan de symétrie des courants, alors  $\vec{B}$  est perpendiculaire à ce plan. Il vient que le champ est suivant Oz :

$$\vec{B}(M(r, \theta, z = 0)) = B_z(r, z = 0) \vec{e}_z \quad (6)$$

*Supplément :* Le fait que le plan contenant la spire soit un plan de symétrie des courants implique aussi que  $B_r(r, z)$  est une fonction *impaire* en  $z$  et  $B_z(r, z)$  est une fonction *paire* en  $z$ .

**Q3. Solénoïde infini :** Le plan  $\Pi_1$  passant par M et perpendiculaire à Oz (soit le plan  $(M, \vec{e}_r, \vec{e}_\theta)$ ) est un plan de symétrie des courants. *Le champ magnétique est donc perpendiculaire à ce plan : il est donc suivant  $\vec{e}_z$  :*

$$\vec{B}(M(r, \theta, z)) = B_z(r, \theta, z) \vec{e}_z$$

*On remarque qu'on déjà la meilleure orientation possible de  $\vec{B}(M)$  (un seul vecteur) donc trouver d'autres plan de symétrie ou d'antisymétrie n'est pas utile. On pourra néanmoins remarquer que le plan  $(M, \vec{e}_r, \vec{e}_z)$  est un plan d'antisymétrie des courants donc le champ magnétique y est inclus.*

La distribution de courant est de plus invariante par rotation autour de Oz (variation de  $\theta$ ) et par translation suivant l'axe Oz (variation de  $z$ ), donc  $B_\theta(r, \theta, z)$  ne dépend ni de  $\theta$ , ni de  $z$ . On a donc au final comme structure :

$$\vec{B}(M(r, \theta, z)) = B_z(r) \vec{e}_z \quad (7)$$

**Q4. Cylindre infini :** Les symétries et invariances sont

*a. On remarquera que ce plan DOIT **passer par le point M où l'on veut déterminer l'orientation du champ magnétique**. Il est conseillé de s'entraîner à décrire le plan à l'aide des vecteurs de la base pour trouver rapidement les composantes du champ magnétique qui s'annulent.*