

Corrigé: Ordres de grandeur et cas usuels

V.1 Q1. $I = \frac{DB}{\mu_0} \sim 10^4 A!$

Q2. $N = \frac{DB}{\mu_0 I} = 10^4 \text{ fils en moins d'un centimètre!}$

V.1

Corrigé: Champ magnétique tournant

On note \vec{e}_x l'axe de la première bobine et \vec{e}_y l'axe de la seconde de sorte que :

$$\begin{aligned}\vec{B}_1 &= \mu_0 n I_0 \cos \omega t \vec{e}_x \\ \vec{B}_2 &= \mu_0 n I_0 \cos (\omega t + \pi/2) \vec{e}_y \\ &= -\mu_0 n I_0 \sin (\omega t) \vec{e}_y\end{aligned}$$

Le champ magnétique total résulte de leur superposition :

$$\vec{B} = \mu_0 n I_0 \cos \omega t \vec{e}_x - \mu_0 n I_0 \sin (\omega t) \vec{e}_y \quad (1)$$

On remarque qu'on plaçant l'origine du vecteur au point O^a , l'autre extrémité du vecteur décrit un cercle de rayon $\mu_0 n I_0$ avec une vitesse angulaire $-\omega$: **on a donc bien créé un champ magnétique tournant**. On peut d'ailleurs définir un repère cylindrique d'axe Oz et le vecteur champ magnétique pour s'écrire alors :

$$\vec{B} = \mu_0 n I_0 \vec{e}_r$$

a. Cette description est purement visuelle mais non nécessaire.

Corrigé: Calcul d'intensité

V.1 Q1. On peut directement utiliser la relation de flux dans le cas d'une distribution volumique :

$$\begin{aligned}I &= \iiint_S \vec{j} \cdot d^2\vec{S} \\ &= \int_{r=0}^R \int_{\theta=0}^{2\pi} j_0 r dr d\theta \\ &= \pi R^2 j_0\end{aligned}$$

Q2. Cette fois la relation de flux ne fonctionne pas^a. Si l'on considère une ligne de longueur L , les charges qui la traversent pendant un temps dt doivent se situer (\vec{j}_S est ici perpendiculaire à la ligne L) dans un rectangle de largeur L et de longueur $v dt$ avec v la vitesse des charges. Soit n_S la densité surfacique des porteurs de charge, le débit de charge est donc : $dq = q n_S v L dt = j_s L dt$. Il vient :

$$I = j_s L \quad (2)$$

a. On pourra d'ailleurs remarquer que \vec{j}_S est homogène à une intensité divisée par une **longueur**.

Corrigé: Symétries des champs magnétiques

On utilise pour les 4 premières distribution un système de coordonnées cylindrique d'axe Oz soit suivant I (fil infini, cylindre infini) soit suivant l'axe de la spire/bobine en cohérence avec l'intensité I .

Soit un M de l'espace :

V.1 Q1. Fil infini : Le plan Π_1 passant par M et contenant le fil (soit le plan $(M, \vec{e}_r, \vec{e}_z)$ ^a) est un plan de symétrie des courants. *Le champ magnétique est donc perpendiculaire à ce plan :* il est donc suivant \vec{e}_θ :

$$\vec{B}(M(r, \theta, z)) = B_\theta(r, \theta, z) \vec{e}_\theta$$

On remarque qu'on déjà la meilleure orientation possible de $\vec{B}(M)$ (un seul vecteur) donc trouver d'autres plan de symétrie ou d'antisymétrie n'est pas utile. On pourra néanmoins remarquer que le plan $(M, \vec{e}_r, \vec{e}_\theta)$ est un plan d'antisymétrie des courants donc le champ magnétique y est inclus.

La distribution de courant est de plus invariance par rotation autour de Oz (variation de θ) et par translation suivant l'axe Oz (variation de z), donc $B_\theta(r, \theta, z)$ ne dépend ni de θ , ni de z . On a donc au final comme structure :

$$\vec{B}(M(r, \theta, z)) = B_\theta(r) \vec{e}_\theta \quad (3)$$

Q2. Spire : Le plan Π_1 passant par M et contenu Oz (soit le plan $(M, \vec{e}_r, \vec{e}_z)$) est un plan d'antisymétrie des courants. *Le champ magnétique est donc inclus dans ce plan :* il n'a donc pas de composante suivante \vec{e}_θ :

$$\vec{B}(M(r, \theta, z)) = B_r(r, \theta, z) \vec{e}_r + B_z(r, \theta, z) \vec{e}_z$$

La distribution de courant est de plus invariance par rotation autour de Oz (variation de θ), donc les composantes du champ ne dépendent pas de θ . On a donc au final comme structure :

$$\vec{B}(M(r, \theta, z)) = B_r(r, z) \vec{e}_r + B_z(r, z) \vec{e}_z \quad (4)$$

Cas d'un point sur l'axe : Si M est sur l'axe ($r = 0$), alors \vec{B} est inclus dans tous les plans contenant l'axe car ce sont tous des plans d'antisymétrie des courants. Il vient que le champ est suivant Oz :

$$\vec{B}(M(r = 0, \theta, z)) = B_z(r = 0, z) \vec{e}_z \quad (5)$$

Cas d'un point dans le plan de la spire : Si M est dans le plan de la spire ($z = 0$), comme c'est un plan de symétrie des courants, alors \vec{B} est perpendiculaire à ce plan. Il vient que le champ est suivant Oz :

$$\vec{B}(M(r, \theta, z = 0)) = B_z(r, z = 0) \vec{e}_z \quad (6)$$

Supplément : Le fait que le plan contenant la spire soit un plan de symétrie des courants implique aussi que $B_r(r, z)$ est une fonction *impaire* en z et $B_z(r, z)$ est une fonction *paire* en z .

Q3. Solénoïde infini : Le plan Π_1 passant par M et perpendiculaire à Oz (soit le plan $(M, \vec{e}_r, \vec{e}_\theta)$) est un plan de symétrie des courants. *Le champ magnétique est donc perpendiculaire à ce plan : il est donc suivant \vec{e}_z :*

$$\vec{B}(M(r, \theta, z)) = B_z(r, \theta, z) \vec{e}_z$$

On remarque qu'on déjà la meilleure orientation possible de $\vec{B}(M)$ (un seul vecteur) donc trouver d'autres plan de symétrie ou d'antisymétrie n'est pas utile. On pourra néanmoins remarquer que le plan $(M, \vec{e}_r, \vec{e}_z)$ est un plan d'antisymétrie des courants donc le champ magnétique y est inclus.

La distribution de courant est de plus invariante par rotation autour de Oz (variation de θ) et par translation suivant l'axe Oz (variation de z), donc $B_\theta(r, \theta, z)$ ne dépend ni de θ , ni de z . On a donc au final comme structure :

$$\vec{B}(M(r, \theta, z)) = B_z(r) \vec{e}_z \quad (7)$$

Q4. Cylindre infini : Les symétries et invariances sont

a. On remarquera que ce plan DOIT passer par le point M où l'on veut déterminer l'orientation du champ magnétique. Il est conseillé de s'entraîner à décrire le plan à l'aide des vecteurs de la base pour trouver rapidement les composantes du champ magnétique qui s'annulent.