Version numérique

Chapitre 2: Optique géométrique

I Nature ondulatoire de la lumière

Une onde se propage à une vitesse - une célérité - donnée qui dépend du milieu dans lequel elle se déplace. **Les expériences de diffraction et d'interférence montrent que la lumière est une onde.**

♥ Définition I.1: Indice de réfraction

On définit l'indice de réfraction n d'un milieu par : $n = \frac{c}{c_{milieu}}$ où $c = 3 \times 10^8 m.s^{-1}$ est la vitesse de la lumière dans le vide.

Un milieu est dit **dispersif** si son indice de réfraction dépend de la longueur d'onde.

- ⋆ Le verre ou l'eau sont des milieux dispersifs.
- ⋆ Ordres de grandeurs à connaître : $n_{air} \approx 1$, $n_{eau} \approx 1,33$, $n_{verre} \approx 1,5$ (varie suivant le type de verre).
- ⋆ La fréquence f et la longueur d'onde λ de la lumière sont reliées par : $\lambda = \frac{c}{f}$.

Réflexion

Q1. Pourquoi l'indice de réfraction est-il toujours supérieur ou égal à 1 ?

Q2. Citer un phénomène dû au caractère dispersif de l'eau.

II Approximation de l'optique géométrique

II.1 Source lumineuse

♥ Définition II.1: Source lumineuse

Une **source lumineuse** est un objet qui émet de la lumière.
Une **source lumineuse ponctuelle** est une source lumineuse assimilable à un point.
Une **source monochromatique** est une source qui n'émet qu'une seule longueur d'onde.

- ⋆ On distingue les sources lumineuses *primaires* qui produisent leurs propres lumières et les sources lumineuses *secondaires* qui réémettent la lumière (ou une partie de la lumière) qu'ils reçoivent.
- ⋆ La source ponctuelle est un modèle théorique mais qu'on peut considérer acceptable pour des sources lointaines (étoiles) ou pour des sources rendues très petites par un diaphragme [a] très fin.
- ⋆ Une *source étendue* peut-être modélisée par un ensemble de sources ponctuelles. La majorité des sources que nous utilisons sont des sources étendues (lampes, soleil, lune, source secondaire sur terre. . .).

a. Un diaphragme est un dispositif mécanique qui limitent l'étendue d'un faisceau lumineux. On peut le caractériser par sa forme et sa taille.

Réflexion

Q1. Citer des exemples de sources lumineuses primaires et secondaires.

II.2 Faisceau lumineux et rayon lumineux

♥ Définition II.2: Faisceau et rayon lumineux

Un **faisceau lumineux** est l'étendue de lumière issue d'un objet et - en général - passant par un diaphragme.

Un **rayon lumineux** est défini comme la ligne (droite ou courbe) portant la direction de propagation de l'onde électromagnétique (transport d'énergie EM) en chaque point.

- ⋆ Un faisceau lumineux est composé d'un ensemble de rayons lumineux.
- ⋆ Le concept de rayon lumineux suppose de pouvoir suivre le trajet de l'énergie lumineuse, ce qui n'est pas toujours le cas (cf. suite). On ne peut alors définir de rayon lumineux.
- ⋆ Outre le spectre de la lumière émise, un faisceau lumineux est caractérisé par son extension (sa forme et sa taille).

II.3 Diffraction et approximation de l'optique géométrique

♥ Propriété II.1: Phénomène de diffraction

Lorsque la taille du diaphragme est comparable à la longueur d'onde de la lumière, le phénomène de **diffraction** se manifeste : le faisceau sortant du diaphragme s'élargit et ce d'autant plus que la taille du diaphragme est petite [a].

a. Pour un rappel du lycée : `https://youtu.be/Tg0RmgjIb9I?feature=shared`

- ⋆ Le phénomène de diffraction impliuque qu'on ne peut isoler un rayon lumineux *expérimentalement* car il faudrait un diaphragme de taille nulle (quasi-nulle). Or dans ce cas, le faisceau s'élargit.
- ⋆ L'élargissement du faisceau empêche de suivre le trajet de l'énergie lumineuse au niveau du diaphragme, ce qui rend impossible la définition d'un rayon lumineux.

♥ Définition II.3: Optique géométrique

On considère qu'on se place dans le cadre d'étude de **l'optique géométrique** si l'on peut traiter un faisceau lumineux comme un ensemble de rayons lumineux.

♥ Propriété II.2: Approximation de l'optique géométrique

On peut se placer dans le cadre de l'optique géométrique si les phénomènes de diffraction sont négligeable c'est-à-dire si **les caractéristiques du milieu (indice de réfraction) varient sur des distances grandes devant la longueur d'onde du milieu** (ou ne varient pas).

II.4 Propriétés de la lumière en optique géométrique

Un milieu est dit homogène transparent isotrope (MHTI) si :

- ⋆ *Homogène : les caractéristiques du milieu (comme son indice de réfraction) sont identiques en tout point du milieu.*
- ⋆ *Transparent : le milieu laisse passer la lumière ou au moins la partie du spectre étudié (spectre visible pour nous).*
- ⋆ *Isotrope : Les caractéristiques du milieu sont les mêmes dans les différentes directions de l'espace (par exemple la vitesse de la lumière est la même dans toutes les directions de l'espace).*

♥ Propriété II.3: Propriété des rayons

- ⋆ **Propagation rectiligne :** Dans un milieu homogène transparent et isotrope, les rayons lumineux se propagent en ligne droite.
- ⋆ **Indépendance des rayons :** Les rayons lumineux sont indépendants, c'est-à-dire que le trajet de l'un n'influe pas sur la propagation l'autre, même quand ils se croisent.
- ⋆ **Principe de retour inverse** : Si pour aller d'un point A à un point B, la lumière emprunte un chemin S. Alors pour aller du point B au point A, elle empruntera le chemin S en sens inverse.

III Lois de Snell-Descartes

Définitions préalables :

- ⋆ *On considère un rayon lumineux, appelé **rayon incident** qui se propage dans un milieu d'indice n_1 et qui arrive à la frontière - le **dioptre** avec un milieu d'indice n_2 différent de n_1.*
- ⋆ *On définit la normale au dioptre (n) au point d'incidence I où le rayon incident intersecte le dioptre et on appelle **plan d'incidence** le plan formé par le rayon incident et la normale (n) au dioptre.*

♥ Propriété III.1: Lois de Snell-Descartes

Si un rayon lumineux (**rayon incident**) se propageant dans un milieu d'indice n_1 arrive sur un **dioptre**, ce rayon sépare énergétiquement en deux rayons **tous deux contenus dans le plan d'incidence** :

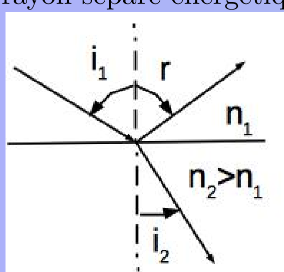


FIGURE 2.1 – Lois de Snell Descartes

- ⋆ l'un, appelé **rayon réfléchi**, continue à se propager dans le milieu d'indice n_1.
- ⋆ l'autre, appelé **rayon réfracté**, se propage dans le milieu d'indice n_2.

On peut définir les angles **orientés** pour chaque rayon :

- ⋆ **angle incident** i_1 : de la normale vers le rayon incident.
- ⋆ **angle réfléchi** r : de la normale vers le rayon réfléchi.
- ⋆ **angle réfracté** i_2 : de la normale vers le rayon réfracté.

On a alors les relations géométriques suivantes :

$$r = -i_1$$
$$n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2$$

Réflexion

Q1. Que vaut i lorsqu'on est en **incidence normale** ? Que valent alors r et i_2 ?

Q2. Que vaut i lorsqu'on est en **incidence rasante** ? i_2 est-il toujours défini dans ce cas ? Que vaut r ?.

Q3. Si un rayon arrive du milieu 1 sur le dioptre avec un angle d'incidence i_A donnant un rayon réfracté avec un angle de réfraction i_B, que vaut l'angle d'un rayon réfracté pour un rayon incident venant du milieu 2 arrivant avec un angle d'incidence i_B ? Répondre *sans calcul* mais en argumentant ou à défaut avec calcul mais en réfléchissant a posteriori à une réponse sans calcul.

☞ Méthodes : Tracé des rayons et réflexion totale (V.1, V.2), Utiliser les lois de Snell-Descartes (V.3)

☞ Applications : Longueur d'onde et milieu (V.3),

IV Formation d'images

IV.1 Systèmes centrés

♥ Définition IV.1: Système optique centré

Un système centré est un système optique - c'est-à-dire une série de dioptre (et de surfaces réfléchissantes) - possédant un axe de révolution.

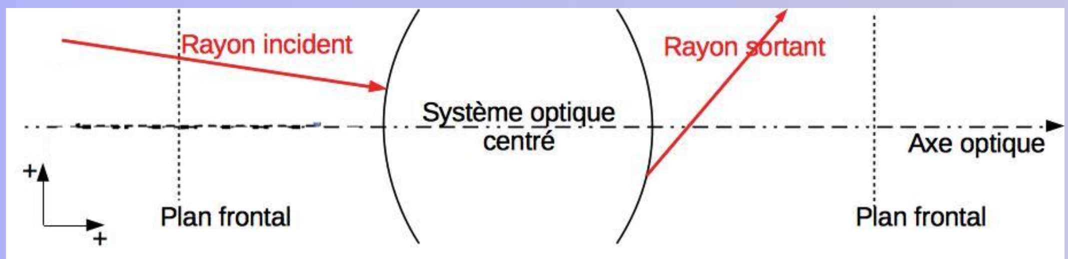


FIGURE 2.2 – Représentation d'un système centrés

- ⋆ L'axe de révolution d'un système optique centré est appelé **axe optique**.
- ⋆ Tout plan perpendiculaire à l'axe optique est appelé **plan frontal.**

♥ Propriété IV.1: Repérage d'un point

On travaille dans un plan contenant l'axe optique. On repère un point A par :

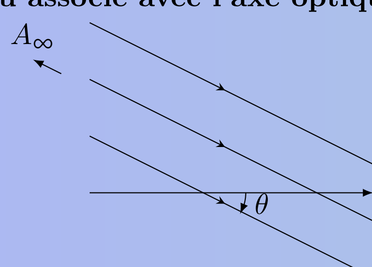
- ⋆ sa *position longitudinale* : la position du plan frontal où se trouve le point objet sur l'axe optique. *L'axe optique est orienté dans le sens de propagation de la lumière.*
- ⋆ sa *position transversale*, c'est-à-dire l'écart à l'axe optique. A nouveau, on travaille sur un axe orienté perpendiculaire à l'axe optique.

Positions et distances algébriques :

- ⋆ Une position nécessite une origine. *Ce point de vue sera utilisé en TP avec les bancs optiques.*
- ⋆ Pour s'affranchir de cette origine, on utilise souvent des **distances algébriques** (notées $\overline{AB}$) qui représentent la différence *algébrique* de position entre deux points (ici $x_B - x_A$).

♥ Propriété IV.2: Repérage d'un point à l'infini

Nous serons amenés à utiliser des points à l'infini. En optique, ces derniers sont associées à des faisceaux de rayons parallèles. On repère alors leur position transversale, non par une distance (infinie) mais par **l'angle orienté que fait le faisceau associé avec l'axe optique**.



Réflexion

Q1. Représenter un axe optique et la pupille d'un oeil centrée sur l'axe optique tout à droite de l'axe. Représenter un point A sur l'axe optique et proche de l'oeil et le faisceau issu de A et rentrant dans l'oeil. Représenter de même un point A' sur l'axe optique le plus loin possible à gauche et faire de même. Comment sont inclinés les rayons issues de A' comparées à ceux de A ? Que se passerait-il si on pouvait encore éloigner A' ? On fera le lien avec la notion de point à l'infini.

Q2. Faire de même avec deux points A et A' dont le rayon arrive au centre de l'oeil fait un angle θ avec l'axe optique.

IV.2 Rayons et objets

♥ Définition IV.2: Rayons entrants et sortants

Comme représenté sur la figure 2.3, on distingue :

- ⋆ Les rayons qui arrivent sur le système optique sont appelés **rayons entrants ou rayons incidents**.
  - — La portion réellement parcourue par le rayon est appelé **rayon réel**. Son prolongement est appelé **rayon virtuel**.
- ⋆ Les rayons qui sortent du système optique sont appelés **rayons sortants ou rayons transmis**.
  - — La portion réellement parcourue par le rayon est appelé **rayon réel**. Son prolongement est appelé **rayon virtuel**.

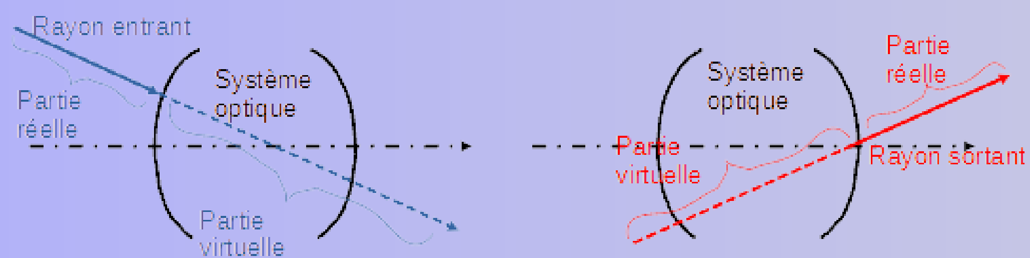


FIGURE 2.3 – Rayons entrants et sortants réels et virtuels

Dans le cas d'un système réfléchissant (miroir), les rayons sortants réels ressortent du même côté que les rayons incidents et se propagent en sens inverse.

♥ Définition IV.3: Objets réels et virtuels

Lorsque les rayons entrants concourent en un point, on appelle ce point, **point objet (ou objet)**.

- ⋆ Si le point objet est le concours des rayons réels, alors on dit que l'**objet est réel** (comme A_1 sur la figure ci-dessous).
- ⋆ Si le point objet est le concours du prolongements des rayons réels (rayons virtuels), on dit que l'**objet est virtuel** (comme A_2). Un objet virtuel est nécessairement formé par un système optique en amont.

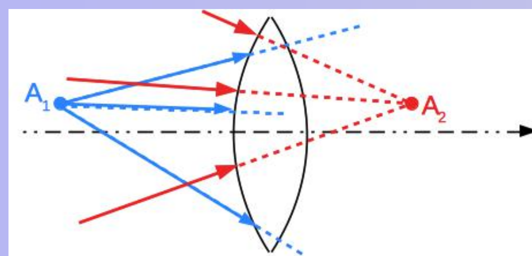


FIGURE 2.4 – Objet réel et virtuel

Réflexion

On peut se demander comment un objet virtuel peut être réalisé. L'exercice V.1p.28 propose une réponse à cette question. On pourra déjà observer qu'on ne peut placer une source lumineuse en A_2 pour réaliser un tel objet (l'axe oriente le sens de la lumière, donc les rayons ne passeraient jamais par le système optique) !

IV.3 Image et stigmatisme

*Un système optique sert à modifier la position et la taille apparente de l'objet lumineux visé. Son correspondant - **son conjugué** - après le système optique (ce qu'on va voir à travers la jumelle, la lunette, la loupe...) est appelé **image** et celle-ci doit être vue nettement. C'est-à-dire qu'à un point de l'objet doit correspondre dans l'image...un point (et non une tâche). C'est ce qu'on appelle le **stigmatisme**.*

Stigmatisme rigoureux

♥ Définition IV.4: Stigmatisme rigoureux

Un système optique est dit **rigoureusement stigmatique pour deux points (A ; A')** si l'ensemble des rayons lumineux issus du premier point A et traversant le système forment d'autres rayons lumineux dont les supports passent par le second point A'.

Le premier point A est appelé **point objet**, le second **point image A'**. On dit que les deux points A et A' sont **conjugués**.

La relation qui relit les positions longitudinales des points A et A' est appelée **relation de conjugaison**.

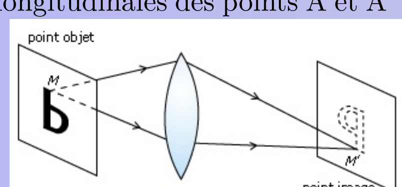


FIGURE 2.5 – Conjugaison d'un point objet et d'un point image

♥ Définition IV.5: Image réelle et virtuelle

- ⋆ Lorsque le point image est au concours des rayons réels, on dit que l'**image est réelle** (comme A_1' dans l'image ci-après).
- ⋆ Lorsque le point image est au concours du prolongement virtuels des rayons sortants (rayons sortants dits virtuels), on dit que l'**image est virtuelle** (comme A_2' sur l'image ci-après).

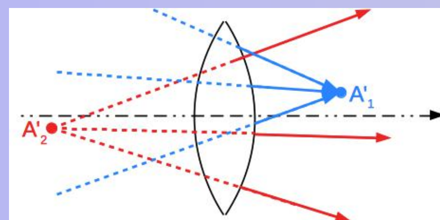


FIGURE 2.6 – Image réelle ou virtuelle

- ⋆ Une image réelle est une image formée en aval du système optique (*dans le sens de la lumière*). On peut y placer un écran et observer l'image sur l'écran. On peut aussi placer son oeil *après l'image* pour la voir.
- ⋆ En pratique, une image virtuelle est une image formée avant la sortie du système optique. On ne peut la matérialiser sur un écran **mais il suffit de placer son oeil derrière le système optique pour la voir**.

Réflexion

Q1. Dans la Figure 2.5, le point M' est-il une image réelle ou virtuelle ?

Q2. Même question pour un point M' d'un reflet dans un miroir ? Ne pas hésiter à faire un tracé des rayons pour visualiser la situation.

Miroir plan et stigmatisme

♥ Propriété IV.3: Miroir plan

Un miroir plan est une surface plane parfaitement réfléchissante.

- ⋆ **Un miroir plan réalise un stigmatisme rigoureux**.
- ⋆ Pour un point objet A conjugué à un point image A', on a **la relation de conjugaison** $\overline{HA} = -\overline{HA'}$ avec H le projeté de A (ou A') sur le plan du miroir.

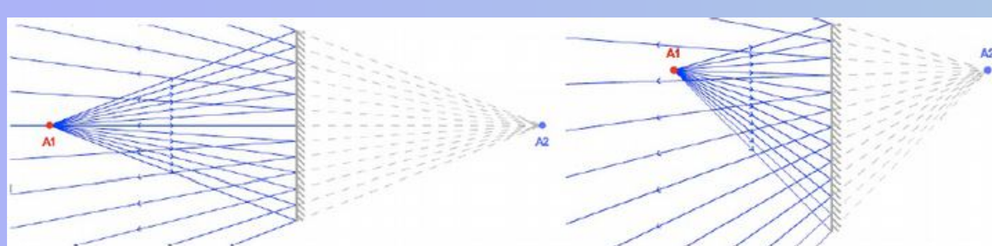


FIGURE 2.7 – Tracé des rayons pour le miroir plan.

Réflexion

Q1. Reprendre votre réponse sur le caractère réel/virtuel de l'image formée par un miroir plan.

Q2. Quelle serait la nature de l'image si l'objet était virtuel ? (Ne pas hésiter à faire un schéma en se demandant où l'objet devrait être pour être virtuel).

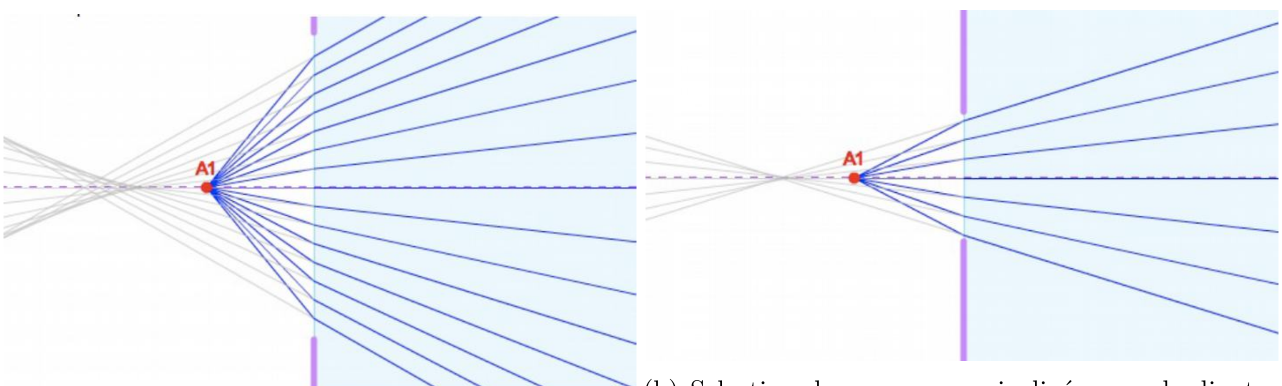
Stigmatisme approché et conditions de Gauss

Le miroir plan est le seul système optique réalisant un stigmatisme rigoureux pour tous les points de l'espace. A titre d'exemple, on a représenté Figure 2.8 le tracé de rayons issus d'un point objet A_1 et traversant un dioptre plan (ex : interface air-eau à travers laquelle les poissons peuvent paraître plus proche).

- ⋆ *On peut remarquer (Figure 2.8a) que les rayons ne concourent pas en un point : on formerait au mieux une petite tâche. Il n'y a PAS stigmatisme rigoureux.*

- ⋆ *Cependant, on peut remarquer (Figure 2.8b) qu'en diaphragmant le faisceau incident (c'est-à-dire en ne gardant que les rayons peu inclinés), on peut obtenir un faisceau sortant semblant coucourir en un point : plus précisément la zone où les rayons se regroupe est devenus très faible : un oeil humain ne verra pas la différence et l'on peut considérer alors qu'on a réaliser un stigmatisme* ***approché****.*

Le même exemple avec un miroir sphérique montre plus en détails les conditions suffisantes pour obtenir un stigmatisme approché : en ne gardant que des rayons peu inclinés et qui rencontrent le miroir proche de l'axe optique.



(a) Tracé des rayons pour le dioptre plan

(b) Selection des rayons peu inclinés pour le dioptre plan

FIGURE 2.8 – Cas du dioptre plan

Réflexion

Q1. Dans le cas du dioptre plan, si les deux milieux sont l'eau et l'air, préciser lequel est l'eau et lequel est l'air.

Q2. Sur les schémas où l'on peut considérer que le stigmatisme approché est réalisé, placer l'endroit où se situerait raisonnablement l'image formée par le dioptre plan/le miroir sphérique.

Q3. Dans le cas du dioptre plan, l'observateur doit-il se placer à droite (et regarder à gauche) ou à gauche (et regarder à droite) pour voir l'image ? Même question pour le miroir sphérique. S'agit-il à chaque fois d'une image réelle ou virtuelle ?

Q4. Pour le dioptre plan, le point observé apparaît-il plus proche ou plus lointain ?

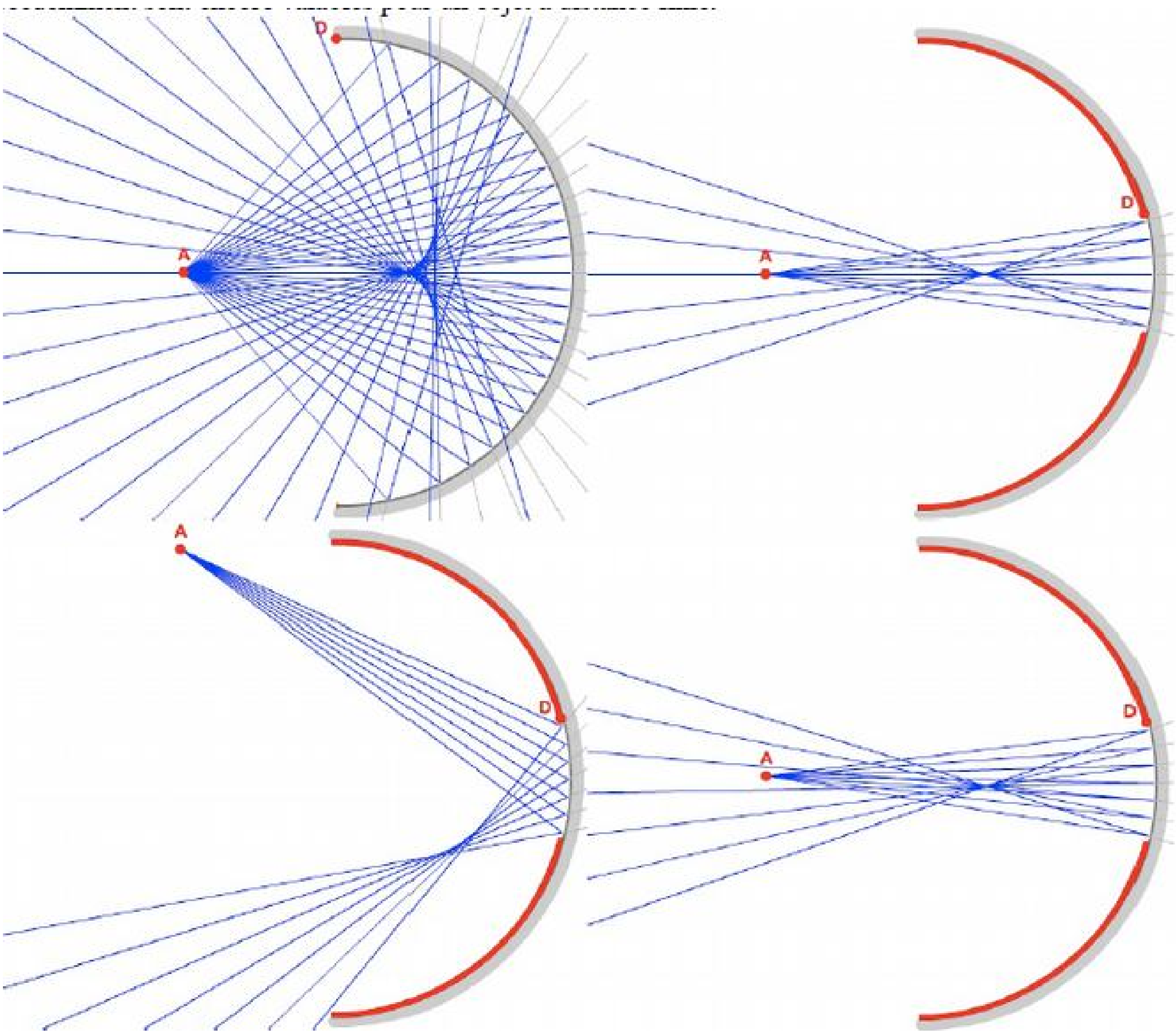


Figure 2.9 – Objet à distance finie (point A). Sélection des rayons peu inclinés ET proches.

♥ Propriété IV.4: Conditions de Gauss

Les **conditions de Gauss** (ou condition des rayons paraxiaux) sont un cadre théorique et expérimental dans lequel on sélectionne uniquement les rayons qui sont satisfont aux deux conditions :

- ⋆ ils ne doivent pas être trop inclinés par rapport à l'axe optique.
- ⋆ ils doivent entrer dans le système optique en un point proche de l'axe optique.

Un système centré placé dans les conditions de Gauss réalise un stigmatisme approché.

- ⋆ **Réalisation pratique :** Pour réaliser expérimentalement les conditions de Gausse, on utilise en général des diaphgrames en amont (première et deuxième condition) et en aval du système optique (deuxième condition).
- ⋆ **Modélisation mathématique :** Lors d'une étude théorique, se placer dans les conditions de Gauss revient à considérer que les angles *entre les rayons et l'axe optique* sont petits [a]. Dans ces conditions, on peut approcher les fonctions trigonométriques :

$$\sin i \approx_{i\approx 0} i \tag{2.1}$$

$$\tan i \approx_{i\approx 0} i \tag{2.2}$$

$$\cos i \approx_{i\approx 0} 1 \tag{2.3}$$

[b]

- ⋆ **Si les conditions de Gauss ne sont pas respectées** : il n'y a pas stigmatisme approché. Expérimentalement, cela se traduit par une image floue ou déformée. On parle **d'abberrations géométriques.**

a. mais non nuls

b. Dans les rares cas où l'on a besoin de plus de précision, on peut approcher $\cos i$ par $1 - \frac{i^2}{2}$.

Notion d'aplanétisme (HP) : *Bien qu'hors programme, cette notion est utile pour comprendre la suite. On dit qu'un système optique réalise un aplanétisme si l'image d'un objet étendu situé dans un plan frontal est aussi situé dans un plan frontal.*

On peut montrer que les conditions de Gauss sont aussi suffisantes pour réaliser un aplanétisme approché.

IV.4 Eleménts principaux des systèmes centrées

Dans toute la suite, on supposera que le stigmatisme[1] *est réalisé, au moins de manière approchée.*

Foyers et plans focaux

♥ Définition IV.6: Foyers principaux

- On définit le **foyer principal objet** comme le point où tout rayon *incident* passant par le foyer principal objet ressort du système optique (**rayon transmis**) en étant parallèle à l'axe optique.
  - **Corollaire : Le foyer principal objet est donc l'antécédent du point à l'infini sur l'axe optique.**
- On définit le foyer principal image comme le point tel que tout rayon *incident* parallèle à l'axe optique ressort du système optique (**rayon transmis)** en passant par le foyer principal image.
  - **Le foyer principal image est donc l'image du point à l'infini sur l'axe optique.**

- Les deux définitions sont importantes : la première est utile pour les tracés graphiques et la second pour les calculs. Cf. suite.
- Les **plans focaux objet et image** sont respectivement les plans frontaux contenant les foyers principaux objet ou image.
- Tous les points hors de l'axe optique contenus dans un plan focal sont appelés **foyers secondaires** (objet dans le plan frontal objet et image dans le plan frontal image) du système optique.

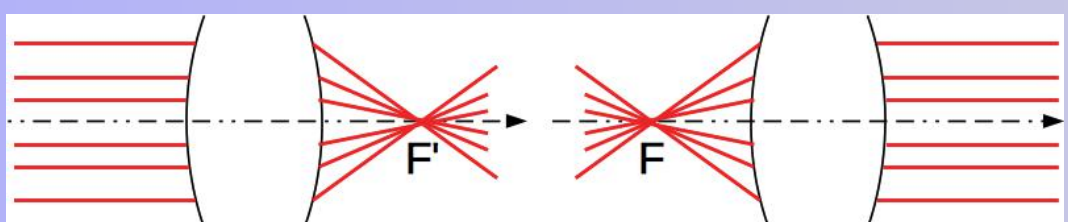


FIGURE 2.10 – Foyers et rayons

Réflexion

Reformuler les définitions de la manière suivante :

Q1. "Tout rayon sortant passant par le foyer principal image est issu. . ."

Q2. "Tout rayon sortant parallèle à l'axe optique. . ."

♥ Définition IV.7: Centre optique

Le **centre optique** d'un système optique est le point de l'axe optique tel que tout rayon passant par ce point ne subit pas de déviation en traversant le système.

Le centre optique d'un système n'existe pas toujours (même rarement en dehors des lentilles minces).

1. et l'aplanétisme

♥ Définition IV.8: Distances focales

Pour un système possédant un cenrte optique (noté ici O) et des foyers principaux objets et images (notées respectivement F et F'), on définit les **distances focales** suivantes :

- ⋆ La **distance focale objet** f est la distance *algébrique* du centre optique vers le foyer principale objet : $f = \overline{OF}$.
- ⋆ La **distance focale image** f' est la distance *algébrique* du centre optique vers le foyer principale image : $f' = \overline{OF'}$.

On définit la vergence V du système par :

$$V = \frac{1}{f'} \tag{2.4}$$

☞ Méthodes : Utiliser les conditions de Gauss dans les calculs (V.4), Déterminer la position d'un foyer (V.5)

☞ Applications : Exploiter les tracés simulés des rayons (V.2).

V S'entrainer

V.1 Méthodes

Ces exercices doivent être parfaitement maitrisés et leur conclusions sues par coeur.

Corrigés

Bases de l'optique géométrique

Pour les deux premiers exercices, on considère un rayon incident arrivant d'un milieu d'indice n_1 sur un dioptre séparant ce milieu d'un milieu d'indice n_2 avec un angle d'incidence i_1.

♥ Méthode V.1: Tracé qualitatif des rayons - Cas 1

On considère le cas où $n_1 < n_2$.

Q1. Le rayon réfracté s'éloigne-t-il ou se rapproche-t-il de la normale ?

Q2. Justifier que l'angle réfracté ne peut prendre qu'une gamme de valeur limitée dans le plan d'incidence. On notera i_0 l'angle réfracté maximal ou *angle de réfraction limite.*

♥ A retenir: Tracé qualitatif des rayons

On retiendra que lors du passage d'un milieu moins réfringent à un milieu plus réfringent :

- ⋆ le rayon réfracté **se rapproche de la normale** par rapport au rayon incident
- ⋆ le rayon réfracté va avoir une gamme limitée de valeur. La valeur limite $i_2 = \arcsin\left(\frac{n_1}{n_2}\right)$ est appelée **angle de réfraction limite.**

♥ Méthode V.2: Tracé qualitatif des rayons - Cas 2

On considère le cas où $n_2 < n_1$.

Q1. Le rayon réfracté s'éloigne-t-il ou se rapproche-t-il de la normale ?

Q2. Justifier que l'angle réfracté va atteinte une réfraction rasante (égale à $\pm\pi/2$ pour un angle d'incidence strictement inférieure à $\pm\pi/2$. On notera i_0 la valeur limite de l'angle d'incidence).

Q3. Que se passe-t-il si l'angle d'incidence est supérieure à i_0 ?

Q4. Comparer la valeur de i_0 trouvée ici à celle de l'exercice précédent. Etait-ce attendu ?

♥ A retenir: Tracé qualitatif des rayons

On retiendra que lors du passage d'un milieu plus réfringent à un milieu moins réfringent :

- ⋆ le rayon réfracté **s'éloigne de la normale** par rapport au rayon incident
- ⋆ si l'angle d'incidence devient trop grand, il y a phénomène de **réflexion totale**, c'est-à-dire que toute la lumière est réfléchie.

L'angle d'incidence limite permettant la réfraction se calcule en cherchant un angle réfracté de $\pm\pi/2$. On obtient :

$$i_0 = \pm \arcsin\left(\frac{n_2}{n_1}\right)$$

Le principe de retour inverse assurant l'égalité entre l'angle d'incidence limite et l'angle de réfraction limite, on a tendance à l'appeler dans les deux cas "angle de réfraction limite". Il faut néanmoins se rappeler que dans le cas de la réflexion totale, cette angle est un angle d'incidence et non un angle de réfraction.

♥ Méthode V.3: Utiliser les lois de Snell-Descartes

On considère une piscine remplie d'eau d'indice de réfraction $n_{eau} = 1.3$ sur une profondeur de $h = 2.0m$. Elle est entièrement éclairée en journée par le soleil, assimilé à un point lumineux situé à l'infini. On note θ l'angle entre l'axe Soleil-piscine et la verticale et considère que le problème est plan.

Q1. Représenter sur un schéma plusieurs rayons lumineux issus du soleil et arrivant au fond de la piscine.

Q2. Déterminer la longueur du fond de la piscine qui n'est pas éclairée par le soleil. Faire l'application numérique pour $\theta = 30^\circ$ et lorsque le Soleil est au plus bas.

Systèmes centrés dans les conditions de Gauss

♥ Méthode V.4: Se placer dans les conditions de Gauss

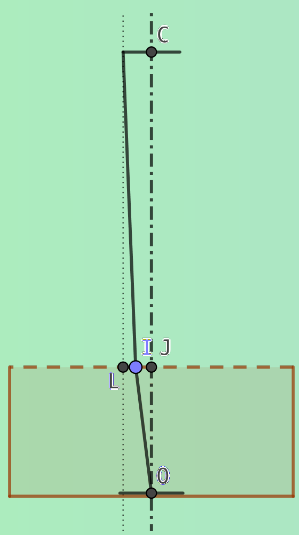


FIGURE 2.11 – Pièce au fond d'une casserole

On considère une pièce de monnaie de rayon R_0 dont on négligera l'épaisseur posée au fond d'une casserole de hauteur H_0 remplie à ras bord d'eau.
L'oeil d'un observateur se trouve à la verticale de centre de la pièce à une hauteur H_1 au dessus de la surface de l'eau.

Q1. On appelle O le centre de la pièce. Déterminer l'équation que vérifie l'ouverture angulaire θ_0 du faisceau issu du point O et qui entre dans l'oeil en fonction du rayon de la pupille R_1.

Q2. Estimer l'ordre de grandeurs des angles si $H_1 = H_0$. Quelle simplification peut-on faire ?

Q3. Justifier dans ces conditions que la pièce de monnaie apparaît plus proche de l'oeil et que le stigmatisme approché est vérifié. Préciser la distance d à laquelle semble être la pièce pour l'observateur.

♥ A retenir: Se placer dans les conditions de Gauss

On retiendra :

- ⋆ L'utilisation de calculs d'ordre de grandeurs.
- ⋆ L'utilisation des lois de Snell-Descartes *avec les approximations des petits angles.*
- ⋆ Le lien entre stigmatisme et existence mathématique d'un point de concours (ici de d).

♥ Méthode V.5: Rechercher un foyer principal

On considère une portion de sphère de rayon R dont l'intérieur est entièrement réfléchissant.

Q1. On considère un rayon incident parallèle à l'axe optique à une distance d de ce dernier. Représenter graphiquement le rayon réfléchi et l'intersection entre ce rayon et l'axe optique. Comment appellerait-on ce point ?

Q2. Déterminer la distance (algébrique) entre le centre de la sphère miroir et le point d'intersection précédent.

Q3. Quelle condition imposer sur d et R pour se placer dans les conditions de Gauss ? Simplifier alors le résultat précédent. Commenter le résultat.

♥ A retenir: Rechercher un foyer principal

On retiendra :

- ⋆ L'utilisation de la définition d'un foyer (ici objet) pour un tracé de rayon/l'identification d'un point particulier.

V.2 Applications

Les exercices d'application sont des exercices très proches du cours. Ils n'est pas prévu de les faire en classe mais il sont un bon moyen de vérifier votre compréhension des méthodes. Vous pouvez toujours me poser des questions sur ces exercices.

Quizz auto corrigé (Moodle).

Questionnaire de cours (25 min)

✍ Exercice V.1: Objet virtuel

On considère le système optique constitué de deux lentilles L_1 et L_2 éclairé par un objet ponctuel A. Le tracé des rayons est donnée sur la Figure 2.12 (le premier tracé ne simule que le passage par L_1).

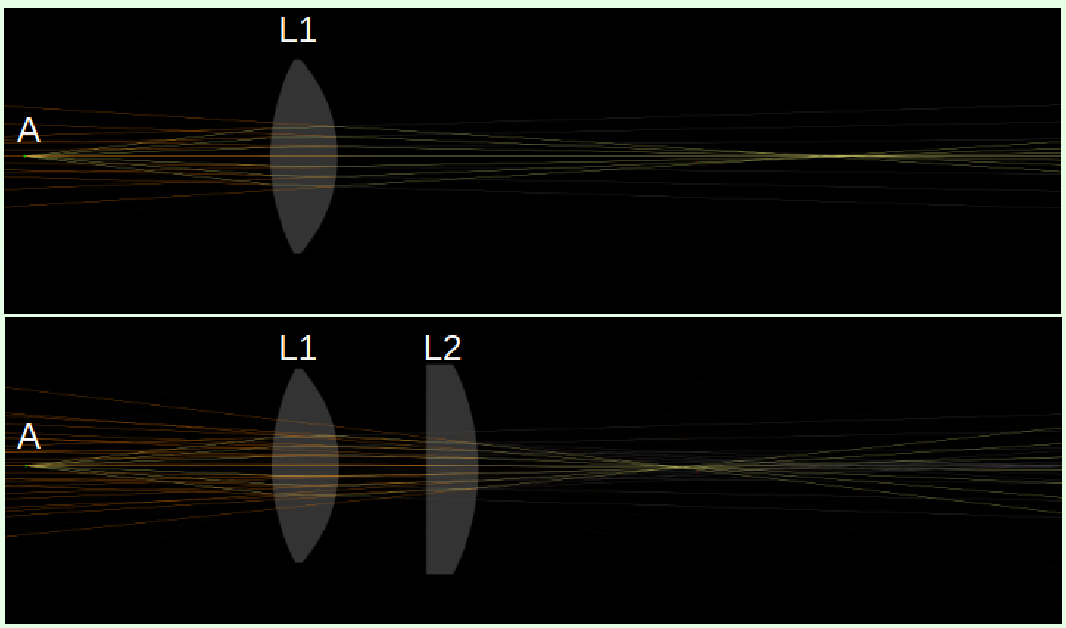


Figure 2.12 – Cas d'un doublet

Q1. Préciser si A est un objet réel ou virtuel pour L_1 puis pour le système $L_1 + L_2$.

Q2. Repérer le point A_1, image de A par la lentille L_1 et préciser son caractère virtuel ou réel. Préciser si pour L_2, il s'agit d'un objet ou d'une image et son caractère virtuel ou réel.

Q3. Repérer l'image "finale" donnée de A par le système $L_1 + L_2$ et préciser son caractère réel ou virtuel.

✍ Exercice V.2: Stigmatisme et tracés de rayons

On a représenté ci-dessous (Figure 2.13) et Figure 2.14) les tracés de rayons se réfléchissant sur un miroir sphérique. Le faisceau de rayons incident correspond au faisceau de rayons parallèles.

Q1. Dans le cas du premier tracé (Figure 2.13), où se situe le point objet ? (Donner sa position transverse ET sa position longitudinale). Quelle condition pour le stigmatisme, la comparaison des deux schéma de cette figure est mise en avant ? Sur la figure où le stigmatisme est vérifié, placé le point image.

Comment l'appelle-t-on ?

Q2. Dans le cas du second tracé (Figure 2.14), le point objet est-il au même endroit sur les deux tracés ? Quelle condition pour le stigmatisme, la comparaison des deux schéma de cette figure est mise en avant ? Sur la figure où le stigmatisme est vérifié, placé le point image. Comment l'appelle-t-on ?

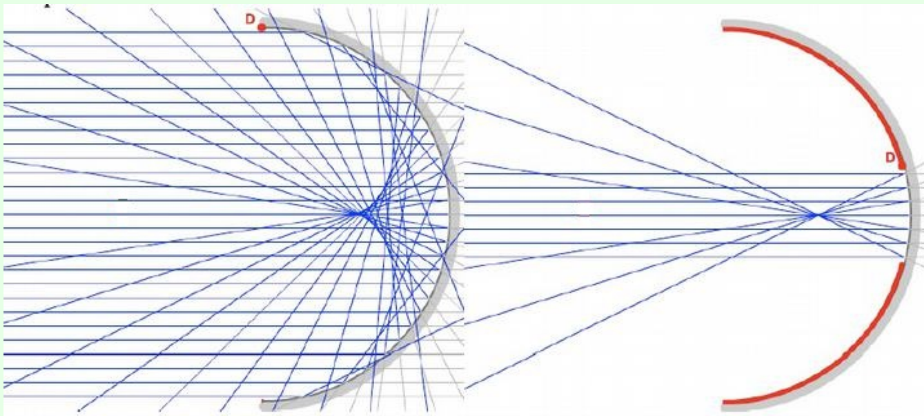


Figure 2.13 – Premiers tracés

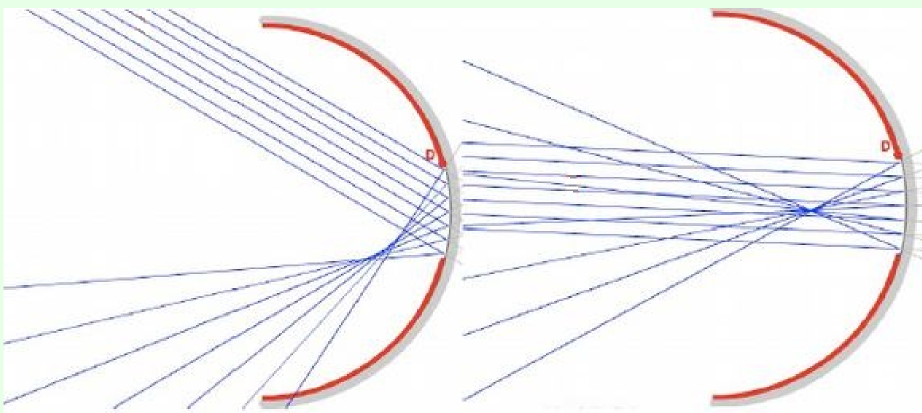


Figure 2.14 – Seconds tracés

✍ Exercice V.3: Longueur d'onde et milieu

Q1. Rappeler la relation entre la célérité de la lumière dans un milieu, la fréquence de l'onde et la longueur d'onde.

Q2. On note λ_0 la longueur d'onde dans le vide, exprimer la longueur d'onde λ dans un milieu d'indice de réfraction n en fonction de λ_0 et n sachant que la fréquence ne change pas quand on passe d'un milieu à un autre.

V.3 Entrainement

Ces exercices seront corrigés en classe.

✍ Exercice V.4: Fibre à saut d'indice

Une fibre optique à saut d'indice est constituée d'un coeur en silice d'indice n_1 entouré d'une gaine d'indice n_2. Le tout est à symétrie cylindrique. Elle permet de transporter des informations par modulation d'amplitude d'un faisceau lumineux confiné à l'intérieur de la fibre par réflexion totale.

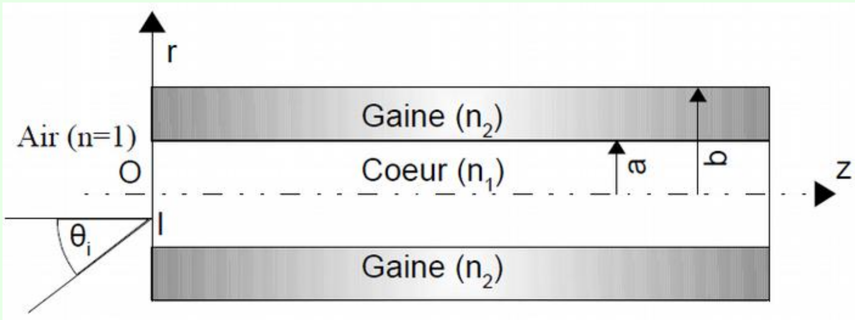


FIGURE 2.15 – Fibre optique

La perte en transmission (ou atténuation) X s'exprime par $X_{dB} = 10\log(\frac{P_2}{P_1})$ avec P_1 la puissance lumineuse à l'entrée de la fibre et P_2 la puissance lumineuse au bout d'un kilomètre dans la fibre. On l'exprime en dB.km^{-1}.

Q1. Quelle condition doit-on imposer à n_2 et n_1 pour pouvoir confiner la lumière dans la fibre (c'est-à-dire pour qu'il y ait réflexion totale) ?

Q2. Sachant qu'en 1970, l'atténuation était de -10dB.km^{-1} et qu'actuellement elle est de -0.005dB.km^{-1}, déterminer dans les deux cas les pertes en puissance en % au bout d'un km.

Q3. Un rayon lumineux arrive en I avec un angle θ_i. Montrer que si θ_i est inférieur à un angle θ_a, un rayon peut être guidé à travers le coeur. Pour une fibre cylindrique, justifier le terme de *cône d'acceptance*. Vérifier la cohérence de votre résultat en testant l'homogénéité de θ_a.

Q4. On appelle ouverture numérique (O.N.) la grandeur $\sin(\theta_a)$. Donner l'expression de O.N. en fonction de n_1 et de $\Delta = \frac{n_1^2 - n_2^2}{2n_1^2}$. A.N. : $\Delta = 10^{-2}, n_1 = 1,5$. Vérifier l'homogénéité de votre résultat ainsi que sa cohérence mathématique.

Une impulsion lumineuse (une information) arrive à t = 0 au point O sous la forme d'un faisceau conique de demi-angle au sommet (O) θ_i ($\theta_i < \theta_a$).

Q5. Pour une fibre de longueur l, calculer l'élargissement temporel (ou *dispersion intermodale*) Δt à la sortie de la fibre, c'est-à-dire le temps écoulé entre la sortie du premier rayon et celle du dernier. On l'exprimera en fonction de l, n_1, c et θ_i.

Q6. En déduire quelle quantité d'information cette fibre peut transmettre en une seconde. A.N. : $l = 10km, \theta_i = 8^\circ, n_1 = 1,5$

Points utiles pour cet exercice

- ⋆ Lois de Snell-Descartes
- ⋆ Réflexion totale

Eléments de correction (sans justification) :

Q1. $n_2 < n_1$

Q2. 90% puis 0.1%

Q3. $\theta_a = \arcsin\sqrt{n_1^2 - n_2^2}$

Q4. $sin\theta_a = n_1\sqrt{2\Delta} = 0.2$

Q5. $\Delta t = \frac{n_1 l}{c}\left(\frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{\sin\theta_i}{n_1}\right)^2}} - 1\right)$

Q6. $\Delta t = 50\mu$s

✍ Exercice V.5: Arc-en-ciel

On désire étudier le phénomène de l'arc-en-ciel au moyen d'un modèle simple. On suppose ici que les gouttes d'eau sont assimilables à des sphères de rayon R, de centre O et d'indice de réfraction homogène n = 1,3 baignant dans l'air.
La sphère est éclairée par un faisceau de lumière parallèle, dont un rayon atteint la sphère en A (cf. Figure 2.16). Après réfraction, le rayon retouche le dioptre eau-air en B. Le rayon alors réfléchi recoupe la sphère en C où un rayon refracté ressort avec une angle $\widehat{a}$ par rapport à l'axe Ox. On pose $\widehat{i}$ l'angle incident au point A et $\widehat{r}$ l'angle réfracté au même point A (c'est-à-dire l'angle $\widehat{OAB}$). On supposera que $\widehat{a} \in [0;\pi/2]$.

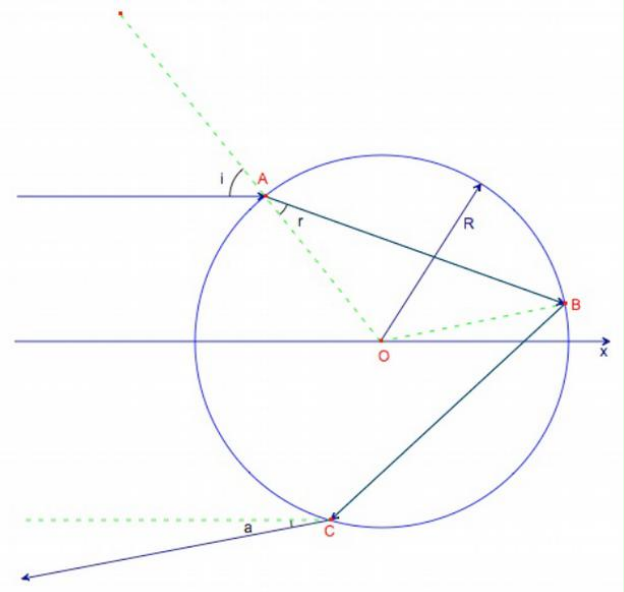


FIGURE 2.16 – Arc-en-ciel

Q1. Pourquoi suppose-t-on que le faisceau incident est un faisceau de rayons parallèles ? Quelle est sa direction ?

Q2. Quelles sont alors les valeurs possibles de l'angle $\widehat{i}$?

Q3. Peut-il y avoir réflexion totale en B ?

Q4. Montrer que $\widehat{a} = 4\widehat{r} - 2\widehat{i}$.

Q5. En déduire $\widehat{a}$ en fonction de $\widehat{i}$ seulement.

Q6. Calculer $\frac{d\widehat{a}}{d\widehat{i}}$

Q7. Montrer qu'il existe un angle $i_{\max}$ pour lequel $\widehat{a}$ est maximal. Calculer $i_{\max}$ et $a_{\max}$.

Q8. Montrer que si un observateur regarde haut dans le ciel avec un angle $\widehat{a}$ qu'on précisera, il recevra un maximum de lumière (il y aura accumulation des rayons lumineux).

Cet observateur ne verra alors les gouttes "briller" que sur un cône d'axe de révolution (observateur-direction des rayons provenant du soleil) et de demi-angle au sommet (qui est l'observateur) $a_{\max}$. Généralement l'horizon empêche d'observer complètement le cône.

Q9. Dans des conditions telles que le soleil soit à l'ouest, incliné de 10° au-dessus de l'horizon. De quel côté faut-il regarder pour observer un arc-en-ciel ? Préciser la hauteur angulaire maximale α au-dessus de l'horizon et les circonstances météorologiques nécessaires à l'observation.

On explique le phénomène de l'arc-en-ciel par les propriétés dispersives de l'eau, c'est-à-dire que l'indice de réfraction de l'eau varie en fonction de la longueur d'onde de la lumière.

Q10. Déterminer les valeurs maximum de a pour le rouge (n=1,331) et pour le violet (n=1,337) et en déduire quelle couleur fera l'extérieur de l'arc-en-ciel (c'est-à-dire la partie la plus haute). Que vaut l'ouverture angulaire $\Delta\alpha$ de l'arc-en-ciel ?

Points utiles pour cet exercice

- ⋆ Lois de Snell-Descartes
- ⋆ Réflexion totale
- ⋆ Trigonométrie

Eléments de correction (sans justification) :

Q1. ...

Q2. $[-\pi/2;\pi/2]$

Q3. Non

Q4. ...

Q5. $a = 4\arcsin\frac{\sin i}{n} - 2i$

Q6. $\frac{\mathrm{da}}{\mathrm{di}} = 4\frac{\frac{\cos i}{n}}{\sqrt{1-\frac{\sin^2 i}{n^2}}} - 2$

Q7. $i_{\max} = \arccos\sqrt{\frac{n^2-1}{3}} = 1.07\mathrm{rad}$ et $a_{\max} = 0.82\mathrm{rad}$

Q8. Soleil dans le dos, sous un angle $a_{\max} - \alpha$

✍ Exercice V.6: Dioptre hémisphérique

On étudie un dioptre hémisphérique (une lentille) de rayon R et d'indice n plongé dans l'air d'indice 1. On s'intéresse aux phénomène d'aberration. Un faisceau cylindrique (de rayon $d_{\max}$) de lumière monochromatique arrive sous incidence normale sur la lentille ; ce faisceau est donc issu d'un point objet B situé à l'infini dans la direction de l'axe.

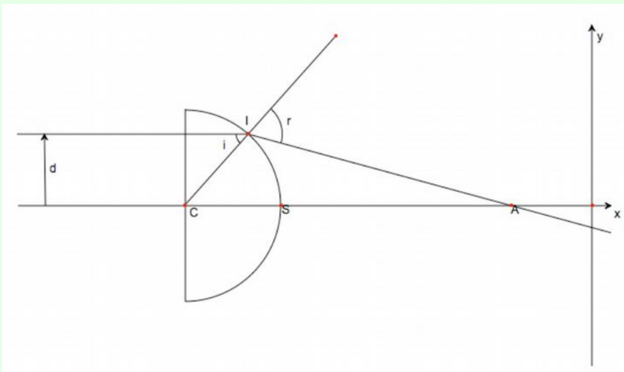


FIGURE 2.17 – Dioptre hémisphérique

Q1. On considère un rayon du faisceau de lumière à une distance d de l'axe optique. Établir la relation donnant CA en fonction de R = CS, et des angles i et r. Vérifier la cohérence de votre résultat en testant son homogénéité.

Q2. Montrer que quand on se place dans l'approximation de Gauss ($d \ll R$), on peut considérer que tous les rayons coupent l'axe optique en un même point F' dont on déterminer la distance à C. F' est donc l'image de B dans les conditions de Gauss.

Q3. Comment appelle-t-on F' ?

Q4. On n'est plus dans les conditions de Gauss. Quelle est la valeur d_0 limite de d max du faisceau incident si l'on veut que tous les rayons du faisceau incident ressortent de la lentille ?

Q5. Faire l'application numérique pour n = 1,5, R = 5cm.

Q6. ⇝ Faire un développement limité au second ordre en i de la distance CA [a]. Conclure quant à la possibilité de réaliser l'approximation de Gauss.

a. Cela signifie qu'il faut prendre l'approximation du cosinus plus précise.

Points utiles pour cet exercice

- ⋆ Lois de Snell-Descartes
- ⋆ Réflexion totale
- ⋆ Eléments principaux d'un système centré
- ⋆ Méthode : Recherche d'un foyer
- ⋆ Trigonométrie

Eléments de correction (sans justification) :

Q1. $CA = R\cos i + R\frac{\sin i}{\tan(r-i)}$

Q2. $CF' = R\frac{n}{n-1}$

Q3. Foyer principal image

Q4. $d_0 = R/n$

Q5. 3 cm

Q6. $CA = CF' - \frac{d^2}{2R}$

✍ Exercice V.7: Sextant

Le sextant est un appareil qui était utilisé par les marins pour déterminer la latitude. Pour cela, il mesurait la hauteur d'un astre (Soleil,Lune...) au dessus de l'horizon. Le sextant est composé de deux miroirs plans M_1 et M_2 (ce dernier étant semi-réfléchissant) et d'une lunette de visée (que nous n'étudierons pas ici). La direction OC du plan du miroir pointe un repère sur l'arc de cercle gradué AB qui mesure 60°. Sur la figure, les proportions ne sont pas respectées.

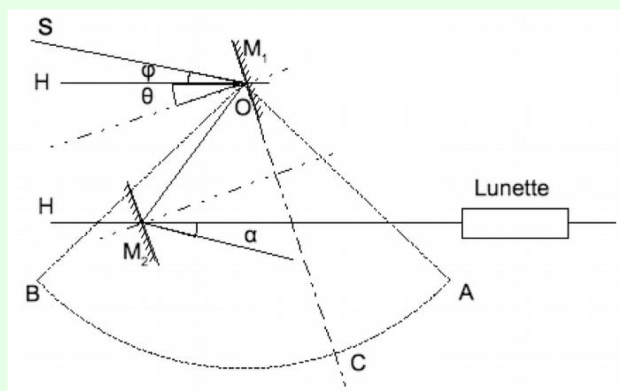


Figure 2.18 – Sextant

Avec la lunette, l'observateur vise l'horizon donc l'axe optique de la lunette a la direction horizontale. La normale au plan du miroir M_2 est fixe et fait un angle de 30°. Ce miroir est aussi parallèle à la direction OA où O est le point d'incidence des rayons de l'astre sur le miroir M_1 (qu'on peut assimiler au "centre" du miroir plan M_1). On note θ l'angle entre la normale à M_1 et l'horizontale et ϕ celui de la direction de l'astre par rapport à l'horizontale. On les considère positifs dans la configuration donnée sur le schéma.

Q1. Déterminer en fonction de ϕ et θ, l'angle α que fait le rayon réfléchi sur M_2 avec l'horizontale. Vérifier la cohérence de votre résultat en testant des cas particuliers simples.

Q2. Quel doit-être l'angle θ pour que le rayon réfléchi sur M_2 soit selon l'axe optique de la lunette ?

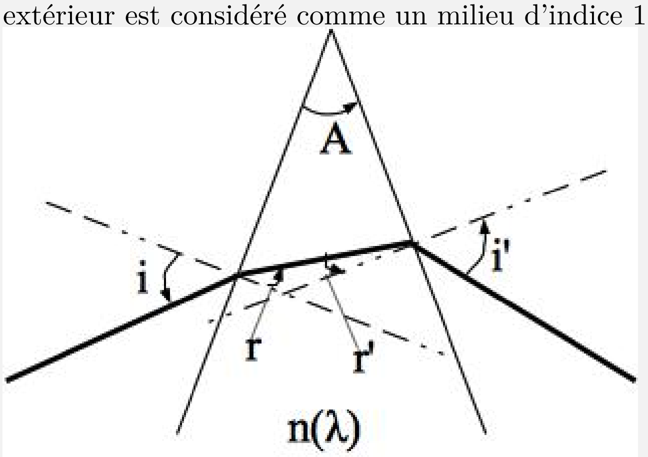
Q3. Dans ces conditions, déterminer la relation entre l'angle AOC et l'angle SOH où S désigne la position de l'astre et H l'horizon.

V.4 Problèmes

Il s'agit d'activités d'approfondissement permettant d'essayer de s'entraîner sur des exercices plus difficiles.

✎ Problème 1: Déviation par le prisme

Certains points pourront être utiles plus tard en Travaux Pratiques.
Principe général : On considère un prisme triangulaire d'angle au sommet A dont la base est posée horizontalement sur un socle. On envoie un faisceau lumineux constitué de rayon parallèle sur une des face et on observe les rayons sortant par l'autre face (les deux faces constituant l'angle A). Ce seront les deux faces utiles du prisme. Le faisceau étant parallèle l'angle que font les rayons avec la première face du prisme est toujours la même, on note cet angle i. Il vient par les lois de Descartes que les angles formées par les différents rayons réfractés seront les mêmes quelques soit le rayon considéré. On va donc considérer un seul rayon pour l'étude.
But : On désire étudier la déviation du rayon lumineux D en fonction de l'angle d'incidence i. L'air extérieur est considéré comme un milieu d'indice 1.



Simulation Geogebra

Figure 2.19 – Déviation par le prisme

Q1. Etablir une relation entre i,r et n puis entre i', r' et n.

Q2. Montrer que $A = r + r'$ et $D = i + i' - A$.

Q3. Existence d'un rayon dévié.

Q3.a. Quelles sont les valeurs de i telles qu'on observe effectivement un rayon sortant du prisme ? On ne tiendra pas compte des limitations géométriques du prisme. Déterminer cette gamme pour $n = 1,5$ et $A = 60^\circ$. On notera i_0, l'angle limite qui apparaî dans le raisonnement.

Q3.b. Que se passe-t-il si l'angle du prisme est trop grand (90° par exemple) ?

Q3.c. Faire un tracé des rayons et déterminer l'angle de déviation D pour les cas $i = i_0$ et $i = \pi/2$. Commenter.

Q4. Déduire de la question précédente que la fonction $D(i)$ passe par au moins un extremum. L'expérience montre qu'il y en a qu'un seul et que c'est un minimum de déviation. On notera D_m le minimum de déviation.

Q5. ⇝ Retrouver le résultat de l'expérience par une étude mathématique de la fonction $D(i)$.

Q6. Montrer que la relation entre D_m, A et n est :

$$\sin\frac{A + D_m}{2} = n \sin\frac{A}{2} \tag{2.5}$$

Q7. En général, le prisme choisi est très dispersif c'est-à-dire que l'indice de réfraction n dépend fortement (tout est relatif) de la longueur d'onde du faisceau incident λ. Expliquer pourquoi un tel dispositif permet la réaliser d'un spectroscope, c'est-à-dire un appareil permettant de déterminer le spectre d'un signal lumineux.

Chapitre 3: Lentilles et instruments d'optique

I Lentilles minces

I.1 Définitions

♥ Définition I.1: Lentille sphérique mince

Une lentille sphérique est un système optique centré composé d'un milieu transparent taillé suivant deux dioptres sphériques. On a repéré ici les centres et sommets respectifs des deux faces : C_1, C_2, S_1 et S_2.

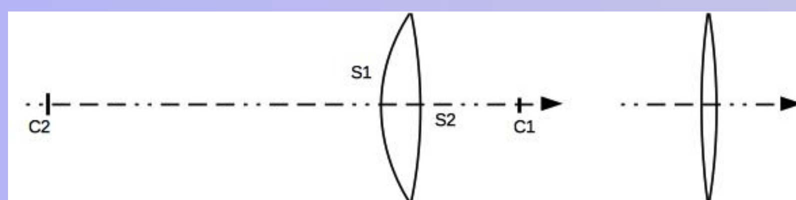


FIGURE 3.1 – Lentilles sphériques

Soit e l'épaisseur de la lentille $e = \overline{S_1S_2}$, on dit que la lentille est mince si $e \ll C_1S_1; e \ll C_2S_2; e \ll C_1C_2$. Dans ces conditions, on peut confondre les sommets S_1 et S_2. Ce point sera, dans le cadre d'application des conditions de Gauss, le **centre optique** de la lentille.

- ⋆ Les foyers principaux image et objet sont symétriques par rapport au centre optique.

♥ Définition I.2: Typologie et schématisation

- ⋆ Si la distance focale image est positive, on dit que la lentille est **convergente**.
- ⋆ Si la distance focale image est négative, on dit que la lentille est **divergente**.

Lorsque les conditions de Gauss sont vérifiées, mes lentilles minces réalisent un stigmatisme approché, on les schématise alors par ("schématisation de Gauss").

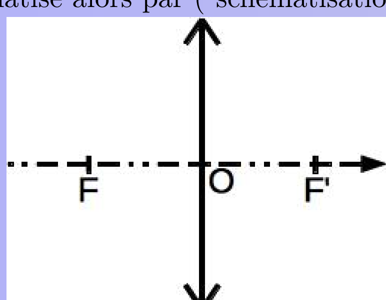


FIGURE 3.2 – Lentille convergente

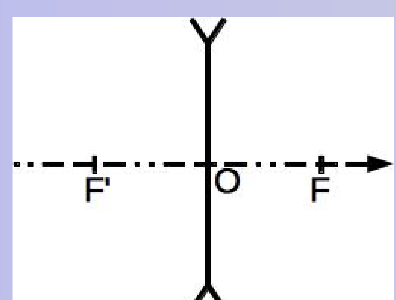


FIGURE 3.3 – Lentille divergente

Réflexion

Q1. Justifier la symétrie des foyers en utilisant le principe de retour inverse.

Q2. Reproduire le schéma de chaque lentille et représenter quelques rayons incidents parallèles à l'axe optique. Tracer leur devenir après la lentille en utilisant la propriété du foyer image. Commenter alors les appelations "convergente" et "divergente".

I.2 Tracés des rayons utiles

En optique, les études graphiques peuvent être très utiles pour raisonner et prévoir. Mais pour une lentille mince, l'utilisation de la schématisation de Gauss empêche l'utilisation des lois de Snell-Descartes (il n'y a plus la courbure du dioptre ni son épaisseur).

On va donc se concentrer sur des rayons "utiles" dont le tracé peut-être réalisé malgré la schématisation de Gauss. On utilise ainsi les propriétés des points principes de la lentille.

♥ Propriété I.1: Rayon passant le centre optique

Un rayon entrant passant par le centre optique ressort non dévié.

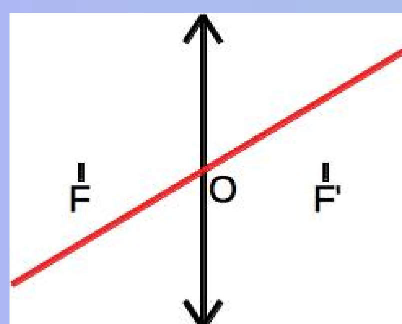


FIGURE 3.4 – Rayon passant par le centre optique

♥ Propriété I.2: Rayon incident passant le foyer principal objet

Un rayon entrant passant par le foyer principal objet ressort de la lentille parallèlement à l'axe optique.

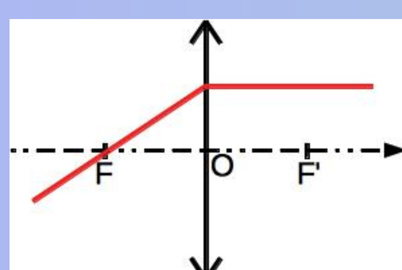


FIGURE 3.5 – Rayon incident passant le foyer principal objet

♥ Propriété I.3: Rayon incident parallèle à l'axe optique

Un rayon incident parallèle à l'axe optique ressort en passant par le foyer principal image.

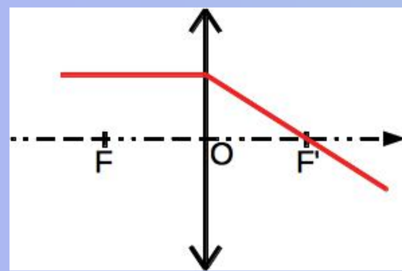


FIGURE 3.6 – Rayon incident parallèle à l'axe optique

Réflexion

On est souvent aussi amené à chercher le rayon antécédent à un rayon sortant connu. Compléter les phrases suivantes :

Q1. Un rayon sortant parallèle à l'axe optique provient…

Q2. Un rayon sortant passant par le foyer principal image…

Q3. Un rayon sortant passant par le centre optique…

♥ Propriété I.4: Utilisation des foyers secondaires

- ⋆ Deux (ou plus) rayons incidents parallèles entre eux ressortent en se croisant en un foyer image (secondaire ou principal) donc dans le plan focal image.
- ⋆ Deux (ou plus) rayons transmis parallèles entre eux ont pour antécédents des rayons qui se croisent en un foyer objet (secondaire ou principal) donc dans le plan focal objet.

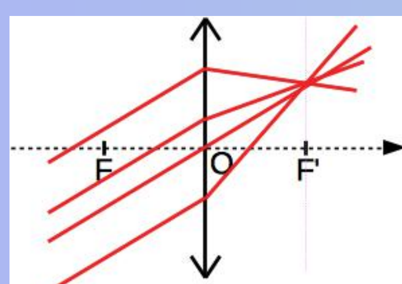


FIGURE 3.7 – Faisceau de rayons parallèles.

Réflexion

Parmi les rayons de la Figure 3.7, quel rayon a été utilisé pour déterminer le point de concours ?

☞ Méthodes : Tracés gaphiques (III.1)

☞ Applications : Tracés gaphiques (III.3)

I.3 Lentilles - Relations mathématiques

Enoncé

♥ Théorème I.1: Relation de conjugaison des lentilles minces

Soit une lentille mince de centre optique O, de foyer objet F, de foyer image F' et de distance focale image f'. Soit un point objet A sur l'axe optique conjugué avec un point image A'. On a les relations suivantes :

- ⋆ Relation de Descartes :

$$\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f'} \tag{3.1}$$

- ⋆ Relation de Newton :

$$\overline{FA} \times \overline{F'A'} = -f'^2 \tag{3.2}$$

♥ Théorème I.2: Relations de grandissement

Soit une lentille mince de centre optique O, de foyer objet F, de foyer image F' et de distance focale image f'. Soit un objet AB dans un plan frontal conjugué avec une image A'B'. On a les relations dites de grandissement suivantes :

$$\frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} \tag{3.3}$$

$$\frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{FO}}{\overline{FA}} \tag{3.4}$$

$$\frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{F'A'}}{\overline{F'O}} \tag{3.5}$$

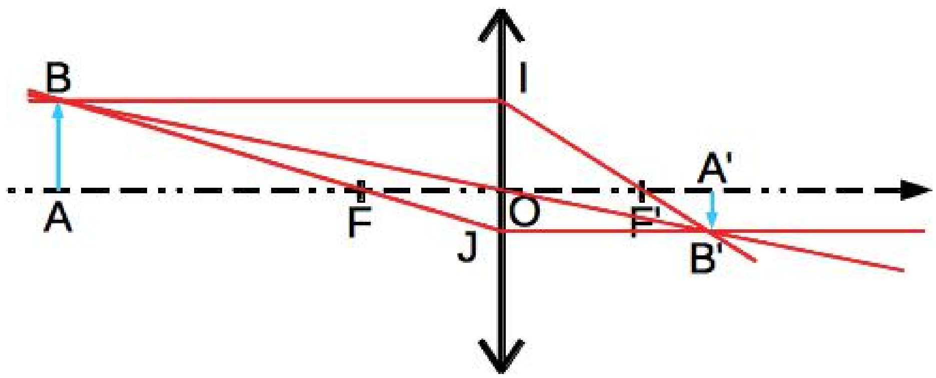
Démonstration

♥ Démonstration

La démonstration passe par plusieurs étapes :

1. Réaliser un schéma clair avec des rayons utiles mettant en avant des triangles semblables
2. établir des relations entre les rapports des grandeurs en utilisant les triangles semblables
3. Isoler les rapports de grandissement $\frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}$.
4. Déduire des équations obtenues les expressions voulues.

1. Nous allons le démontrer pour une lentille convergente. Il faut s'entraîner à le démontrer pour une lentille divergente. Le schéma de construction est donné ci-dessous. On utilise trois rayons entrants :
   - ⋆ celui passant par le centre optique qui ressort non dévié.
   - ⋆ celui passant par le foyer principal objet qui ressort parallèle à l'axe optique
   - ⋆ celui entrant parallèlement à l'axe optique et ressortant en passant par le foyer principal image.



2. On remarque que :
   - ⋆ les triangles OAB et OA'B'
   - ⋆ les triangles F'OI et F'A'B'
   - ⋆ les triangles FAB et FOJ

   sont tous semblables deux à deux. On peut donc écrire l' égalité des rapports :

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{OA}} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{OA'}}$$
$$\frac{\overline{AB}}{\overline{FA}} = \frac{\overline{OJ}}{\overline{FO}}$$
$$\frac{\overline{A'B'}}{\overline{F'A'}} = \frac{\overline{OI}}{\overline{F'O}}$$

3. Soit les grandissements (en remarquant que $\overline{OI} = \overline{AB}$ et $\overline{OJ} = \overline{A'B'}$) :

$$\boxed{\begin{cases} \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} \\ \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{FO}}{\overline{FA}} \\ \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{F'A'}}{\overline{F'O}} \end{cases}} \tag{3.6}$$

4. En égalisant les deux dernières relations, il vient directement (avec $\overline{FO} = -\overline{F'O} = f'$) :

$$\overline{FA} \times \overline{F'A'} = -f'^2$$

   On peut aussi égaler les deux premières et utiliser la relation $\overline{FA} = \overline{FO} + \overline{OA}$:

$$\overline{OA'}\left(\overline{FO} + \overline{OA}\right) = \overline{FO} \times \overline{OA}$$
$$\Longrightarrow \overline{FO} \cdot \overline{OA} - \overline{OA'} \cdot \overline{FO} = \overline{OA'} \cdot \overline{OA}$$

   En divisant par le produit $\overline{OA} \cdot \overline{OA'} \cdot \overline{FO}$, il vient bien la relation :

$$\boxed{\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f'}} \tag{3.7}$$

♥ Théorème I.3: Lentilles accolées

Deux lentilles sont dites **accolées** si la distance entre leur centre optique est négligeable [a]. On peut alors considérer que les centres optiques des deux lentilles sont confondus.

Dans ce cas, l'ensemble des deux lentilles est équivalent à une seule lentille dont le centre optique est placé au même endroit que ceux des lentilles accolées et dont la vergence est la somme des vergences de chaque lentille.

a. devant les autres grandeurs caractéristiques comme les distances focales

ATTENTION, l'équivalence n'est vraie QUE si les lentilles sont accolées.

♥ Démonstration

Lentilles accolées On note la première lentille L_1 de vergence V_1 et la seconde L_2 de vergence V_2.
Soit un objet A dont l'image par L_1 (image intermédiaire) et appelé A_1. On appelle A_2 l'image de A_1 par L_2 (image finale). A est supposé sur l'axe optique. On note O le centre optique commun aux deux lentilles par hypothèse. On a donc le schéma de transformation :

$$A \overbrace{\longrightarrow}^{L_1(O,f_1')} A_1 \overbrace{\longrightarrow}^{L_2(O,f_2')} A_2$$

On peut donc écrire les deux relations de conjugaison :

$$\begin{cases} \frac{1}{\overline{OA_1}} - \frac{1}{\overline{OA}} & = V_1 \\ \frac{1}{\overline{OA_2}} - \frac{1}{\overline{OA_1}} & = V_2 \end{cases}$$

soit en sommant les deux relations :

$$\frac{1}{\overline{OA_2}} - \frac{1}{\overline{OA}} = V_1 + V_2$$

Tout se passe donc bien comme s'il n'y avait qu'une seule lentille conjuguant A et A_2 de vergence $V_1 + V_2$ et située en O.

☞ Méthodes : Etude d'une lentille seule par le calcul (III.2), Espaces conjuguées (III.3), Projection (III.4)

☞ Applications : Zones d'espaces conjugués (III.2)

I.4 Modélisation de l'oeil

♥ Propriété I.5: Modélisation optique de l'oeil

Du point de vue de l'optique géométrique, on peut modéliser l'oeil comme une lentille (le cristallin) diaphragmée (par la pupille) - celle-ci ne sera pas toujours représentée. La lentille est située en amont d'un écran (la rétine) situé à une distance d (en général $d \approx 2.5cm$) pour un oeil emmétrope - oeil normal.

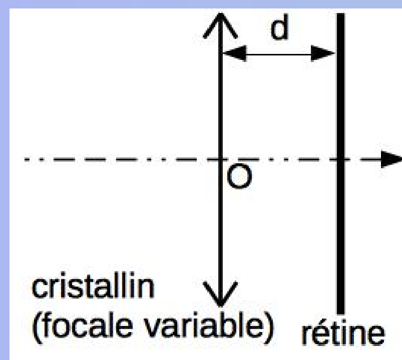


FIGURE 3.8 – Modélisation de l'oeil

♥ Propriété I.6: Principe d'accomodation

Lorsque l'oeil vise un objet, il doit adapter sa distance focale pour former nettement l'image de l'objet visé sur la rétine. On parle **d'accomodation.**

- ⋆ L'oeil ne peut voir plus loin qu'un point appelé **Punctum Remotum**. Lorsqu'il vise ce point, les muscles de l'oeil sont relâché et ne se fatiguent pas. On dit que **l'oeil est au repos**.
- ⋆ L'oeil ne peut voir plus près qu'un point appelé **Punctum Proximum** (car c'est la configuration où le cristallin est bombé au maximum).

- ⋆ L'accomodation de l'oeil se fait grâce à des muscles qui vont déformer le cristallin et **changer sa distance focale**.
- ⋆ Plus l'objet se rapproche de l'oeil, plus les muscles doivent bomber le cristallin ce qui occasionne une fatigue oculaire d'autant plus grande. C'est pourquoi, il est conseillé de regarder régulièrement "au loin" pour reposer ses yeux.

Réflexion

Q1. Exprimer la vergence de l'oeil en fonction de d et de la distance entre le cristallin et l'objet visé. En déduire pourquoi il faut "bomber le cristallin" pour voir de près.

Q2. En général, les instruments d'optique sont prévus pour permettre de renvoyer une image située loin de l'oeil c'est-à-dire proche du Punctum Remotum. Pourquoi ?

♥ Définition I.3: Oeil emmétrope

L'**oeil emmétrope** ou *oeil normal* est considéré comme la norme lorsqu'il s'agit d'étudier un oeil. Ses caractéristiques sont les suivantes :

- ★ Le punctum Remotum est à l'infini.
- ★ Le punctum Proximum est à une distance $d \approx 25cm$

Lorsqu'on veut étudier les caractéristiques d'un instruments d'optique, on commence généralement par l'étudier en supposant que l'observateur possède un oeil emmétrope.

Défauts de l'oeil : On distingue en général quatre grands de défauts de vision [1] :

- ★ **Myopie** : le Punctum Remotum est à une distance finie. L'oeil voit net de près mais pas de loin.
- ★ **Hypermétropie** : le Punctum Proximum est à une distance plus éloignée et l'oeil n'est pas au repos à l'infini ce qui occasionne une plus grande fatigue oculaire.
- ★ **Astigmatisme** : l'oeil ne voit pas net dans toutes les directions (il ne s'agit plus d'un système centré).
- ★ **Presbytie** : l'oeil ne peut plus accommoder pour voir de près (généralement lié à l'âge).

Réflexion

Q1. Si l'on veut étudier un instrument utilisé par un oeil emmétrope, où va-t-on essayer de placer l'image finale donnée par l'instrument (qui est ...l'objet visé par l'oeil) ? Est-ce une nécessité absolue ou un choix de confort ?

Q2. Pourquoi un instrument d'optique de qualité doit avoir un système de réglage permettant de déplacer les lentilles ?

L'oeil possède d'autres caractéristiques qui peuvent être étudiées :

- ★ *son champ angulaire : angle d'observation maximale (en général d'envion 160°)* [2]
- ★ *la résolution angulaire : écart angulaire minimale entre deux objets peuvent être distinguer par l'oeil (en général d'environ $3 \times 10^{-4} rad$). La résolution angulaire est due à l'existence de cellule rétinienne dont la taille est finie. Si deux objets proches forment une image sur la même cellule rétinienne, ils ne seront pas distingués* [3]*.*
- ★ *la profondeur de champ : capacité de l'oeil à voir nette deux objets qui ne sont pas à la même distance : l'oeil accomode sur le premier mais voit quand même le second net. A nouveau, la taille des cellules rétiniennes permet d'avoir une profondeur de champ non nulle. Il n'y a pas de valeurs particulières car elle change en fonction de la distance des objets visés.*

On peut attribuer les mêmes caractéristiques à des instruments d'optique comme l'appareil photographique (la taille des cellules photoélectriques du capteur joue alors le même rôle que la taille des cellule rétiniennes.).

II Instruments d'optique

Les lentilles sont en général associées pour réaliser des instruments plus complexes : lunette astronomique, microscope, loupe, appareil photographique. Nous allons voir quelques caractéristiques utiles des instruments et nous verrons les méthodes d'étude usuelles.

Un instrument d'optique peut avoir plusieurs buts suivant les raisons de son utilisation. On distingue les instruments d'optique devant être utilisés par l'oeil (loupe, lunette...) et les instruments d'optique servant à projeter l'image (en vue d'un enregistrement : l'appareil photographique).

1. pour un oeil, il n'est pas question ici d'aborder la vision binoculaire
2. mais le champ d'attention où l'on arrive à distinguer les détails est beaucoup plus faible, quelques trentaine de degrés.
3. L'existence des cellule rétinienne a aussi son avantage puisqu'un point objet sera vu net même s'il forme une tâche au lieu de former rigoureusement un point : c'est pourquoi le stigmatisme *approché* suffit.

Réflexion

Q1. Rappel : On établit en général les caractéristiques d'un instrument d'optique pour l'utilisation par un oeil emmétrope. Où doit se situer l'image finale $A'B'$ donnée par l'instrument pour un placement optimal (peu fatiguant) pour l'oeil ? Quelle est alors sa "taille" ?

On retiendra qu'on cherche en général à renvoyer l'image finale à l'infini : sa taille n'est alors pas définie proprement par une distance mais **par l'angle sous lequel on voit la voit.** Lorsqu'on chercher à **grossir** l'objet pour en voir les détails, c'est **l'angle sous lequel on l'observe qui aura une importance.**

♥ Définition II.1: Système afocal

Un système **afocal** est un système donnant d'un objet à l'infini une image finale à l'infini.

Réflexion

Q1. Où sont les foyers objet et image d'un système afocal. Justifier l'appelation.

II.1 Grossissement

♥ Définition II.2: Grossissement

On définit le **grossissement** d'un instrument d'optique comme le rapport (en valeur absolue) de l'*angle sous lequel on voit l'objet à travers l'instrument d'optique* sur l'*angle sous lequel on voit l'objet à l'oeil nu.*

♥ Définition II.3: Grossissement commercial

On définit le **grossissement commercial** d'un instrument d'optique comme le rapport (en valeur absolue) de l'angle sous lequel on voit l'objet à travers l'instrument d'optique **lorsque l'image finale est à l'infini** sur l'angle sous lequel on voit l'objet à l'oeil nu **lorsque l'objet est placé au Punctum Proximum de l'oeil soit à** $d = 25\text{cm}$ (soit l'angle maximal sous lequel on peut voir l'objet à l'oeil nu).

Réflexion

Q1. Pourquoi le grossissement commercial n'a pas d'intérêt si l'objet visé est à l'infini ? Citer un exemple d'instrument où on ne l'utilisera pas et un exemple d'instrument où l'on peut l'utiliser.

Q2. Pourquoi placer l'image finale à l'infini dans la définition du grossissement commercial ?

Q3. Pourquoi choisir de placer l'objet au Punctum Proximum dans la définition du grossissement commercial ?

Q4. Quel type de grossissement va-t-on calculer pour un système afocal ?

D'autres caractéristiques peuvent être étudiées sur des exemples : champ angulaire, résolution angulaire, latitue de mise au point. . .Leur description sera donnée dans les exercices.

☞ Méthodes : Etude d'une loupe (III.5), Etude d'un oculaire (deux lentilles) (III.6)

☞ Applications : Exploiter les tracés simulés des rayons (V.2).

III S'entrainer

III.1 Méthodes

Ces exercices doivent être parfaitement maitrisés et leur conclusions sues par coeur.

Corrigés

Tracés graphiques

♥ Méthode III.1: Tracés graphiques

Q1. On considère une lentille convergente de distance focale image $f' = 2cm$ et un objet $\overline{AB}$ situé dans un plan frontal avec A sur l'axe optique tel que $\overline{FA} = -2f'$ et $\overline{AB} = d = 2cm$. Déterminer graphiquement la position et la taille de l'image de $\overline{AB}$ par la lentille et expliquer le tracé graphique.

Q2. On considère une lentille divergente de distance focale image $f' = -2cm$ et une image $\overline{A'B'}$ située dans un plan frontal avec A' sur l'axe optique tel que $\overline{F'A'} = f'/2$ et $\overline{A'B'} = d = 1cm$. Déterminer graphiquement la position et la taille de l'antécédent de $\overline{A'B'}$ par la lentille et expliquer le tracé graphique.

Q3. Tracer le faisceau sortant de la lentille convergente pour la Figure 3.9.

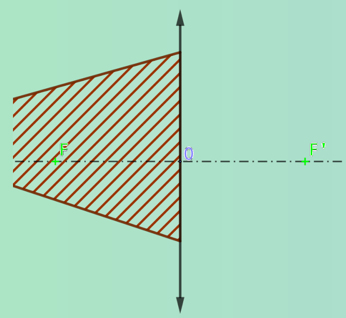


FIGURE 3.9 – Faisceau

♥ A retenir: Tracés graphiques

On retiendra :

- ⋆ les méthodes pour déterminer la position d'un objet ou d'une image ou d'un faisceau
- ⋆ la rédaction des explications du tracé.

Etude mathématiques

♥ Méthode III.2: Etude par le calcul

Q1. Reprendre les configurations des deux premières questions de l'exercice précédent et déterminer par le calcul les positions et tailles de l'image ou de l'objet cherché.

Q2. On considère une lentille convergente, déterminer par le calcul les positions des plans frontaux (objet et image) pour lesquels le grandissement est égal à -1.

♥ A retenir: Etude par le calcul

On retiendra la méthode pour mettre en équation un système optique en identification les grandeurs connues, les grandeurs recherchées *et les grandeurs inconnues mais non cherchées qu'il faut éliminer en premier.*
On retiendra aussi les méthodes de test du résultat final, notamment la question de l'homogénéité.

♥ Méthode III.3: Zones d'espaces conjugués

On considère une lentille convergente. Déterminer les zones objets correspondant aux configuration suivantes :

Q1. l'objet est réel et l'image est virtuelle.

Q2. l'objet est réel et l'image est réelle.

Q3. l'objet est virtuel et l'image est virtuelle.

Q4. l'objet est virtuel et l'image est réelle.

Dans chaque configuration, on déterminera aussi :

- ⋆ la zone image correspondante
- ⋆ si l'image est droite ou renversée
- ⋆ si l'image est grandit, rétrécie ou si elle peut-être les deux.

♥ A retenir: Zones d'espaces conjugués

On retiendra que pour un lentille convergente, on peut obtenir les 3 configurations suivantes :

- ⋆ objet réel avant le foyer objet et image réelle après le foyer image. L'image est alors renversée et elle peut être agrandie ou rétrécie.
- ⋆ objet réel entre F et O et image virtuelle. L'image est droite et toujours plus grande que l'objet.
- ⋆ objet virtuel et image réelle entre O et F'. L'image est droite et toujours plus petite que l'objet.

On retiendra (cf. Exercice III.2) que pour un lentille divergente, on peut obtenir les 3 configurations suivantes :

- ⋆ objet réel et image virtuelle entre F' et O. L'image est alors droite et elle est toujours plus petite que l'objet.
- ⋆ objet virtuel entre O et F et image réelle. L'image est droite et toujours plus grande que l'objet.
- ⋆ objet virtuel après F et image virtuelle avant F'. L'image est renversée et elle peut être agrandie ou rétrécie.

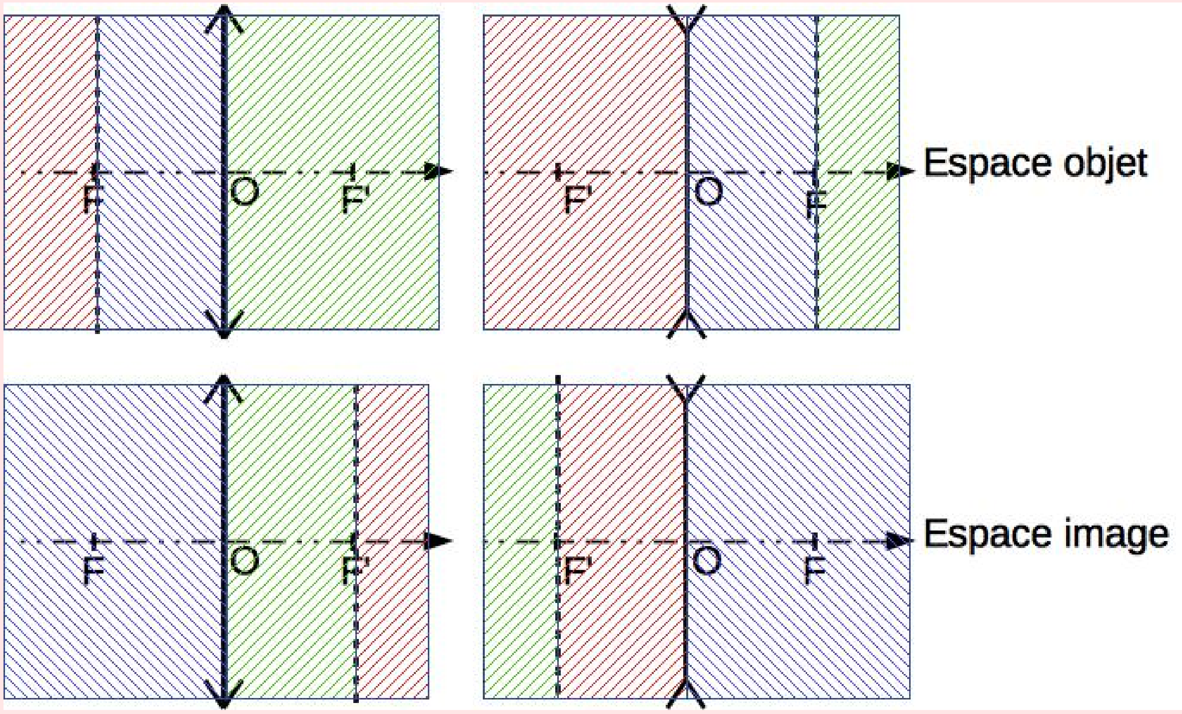


FIGURE 3.10 – Les couleurs (en ligne) donnent la correspondance entre les zones objets et images

♥ Méthode III.4: Projection

Nous allons étudier ici les conditions de projection, c'est-à-dire les conditions permettant de projeter un objet sur un écran à une distance donnée. On retrouve évidemment ce principe dans tous les dispositifs. . .de projection comme un vidéo-projecteur.

On désire projeter un objet lumineux (exemple l'objet illumé par un vidéoprojecteur) sur un écran situé à une distance D (par exemple le tableau). On dispose pour celà de lentilles et on veut savoir quelles sont les lentilles qu'on peut choisir pour réaliser cette projection.

On s'impose que :

- ⋆ Condition 1 : l'image sur l'écran doit être nette (!)
- ⋆ Condition 2 : l'image sur l'écran doit être grandie.

Analyse de la condition 1.

Q1. Quel est la nature (réel/virtuel) de l'objet ? de l'image ? Quelle type de lentille faut-il choisir ?

Q2. Justifier que la distance focale f' de la lentille doit vérifier la **condition de projection** : $D > 4f'$

Analyse de la condition 2.

Q3. La condition de projection étant réalisée, déterminer les distances $\overline{OA}$ entre la lentille et l'objet et $\overline{OA'}$ entre la lentille et l'écran en fonction de D et f'. Vous devez trouver deux possibilités.

Q4. Laquelle de ces deux possibilités permet de satisfaire la condition 2 ?

Q5. Exprimer dans ces conditions le grandissement.

Q6. Estimer la distance focale de la lentille du vidéoprojecteur de la classe ainsi que le grandissement.

Q7. Comment faut-il choisir la distance focale pour obtenir un grossissement important. Quel problème celà peut-il poser ?

♥ A retenir: Projection d'une image

On retiendra que :

- ⋆ pour pouvoir projeter un objet sur un écran situé à une distance D, il faut **une lentille convergente** dont la distance focale satisfait **la condition de projection** $D > 4f'$.
- ⋆ pour grandir l'objet, la lentille doit se trouver plus proche de l'objet que de l'écran.

Instruments d'optique

♥ Méthode III.5: Etude d'une loupe

Une loupe sert à grossir les objets. Elles composée d'une lentille (convergente) dont on note la distance focale $f' = 10mm$.

Q1. Déterminer l'intervalle de position de l'objet permettant à un oeil emmétrope (on donne la distance du PR : d_{min} = 25mm) de voir l'image donnée par la loupe nette. On supposera que l'oeil est placé au foyer image de la loupe et que $d_{min} > f'$. On parle de **latitude de mise au point**, expliquer ce terme.

Q2. Déterminer le grossissement commercial de la loupe.

Q3. Comment évoluent le grossissement commercial et la latitude de mise au point en fonction de f'. Commenter.

Q4. Déterminer la taille du plus petit objet distinguable par l'oeil dans les conditions d'utilisation optimales. On donne le pouvoir de résolution de l'oeil : $\theta = 3 \times 10^{-4}$rad.

♥ A retenir: Etude d'une loupe

Il est important de savoir déterminer par coeur le grossissement commercial d'une loupe.
On retiendra aussi les méthodes permettant de déterminer d'autres caractéristiques :

- ⋆ *latitude de mise au point* : on déterminer les positions extrèmes donnant des images finales aux Punctum Proximum et au Punctum Remotum.
- ⋆ *résolution angulaire* : on part de l'angle en sortie devant être égale au pouvoir de résolution de l'oeil [a].

[a] A adapter si c'est un appareil photographique

♥ Méthode III.6: Etude d'un oculaire

L'étude précédente a pu montrer les limites d'une lentille seule pour grossir les objets à distance finie. C'est pourquoi on utilise souvent un système à deux lentilles appelés **oculaire** pour grossir un objet situé à distance finie. Nous allons voir les méthodes permettant d'étudier un instrument composé de deux lentilles.

On considère donc un doublet de lentille $\{L_1, L_2\}$ appelé doublet de Ramsden dont les distances focales images respectives sont $f_1 = f_2 = 3a$ et dont la distance entre les centre optiques respectifs O_1 et O_2 est $\overline{O_1O_2} = 2a$.

Q1. Déterminer graphiquement puis par le calcul la position du foyer principal objet de l'ensemble des deux lentilles. Pourquoi est-ce important de savoir où il se trouve ? Commenter son caractère virtuel ou réel.

Q2. Déterminer le grossissement commercial de l'oculaire. Quelle focale faudrait-il à une loupe pour avoir le même grossissement commercial ?

♥ A retenir: Etude d'un oculaire

On retiendra que :

- ⋆ pour des systèmes devant grossir des objets à distance finies (oculaire, loupe, microscope...), on va chercher - dans le cas d'oeil emmétrope - à placer l'objet sur le foyer principal objet de l'ensemble.
- ⋆ La mesure du grossissement (commercial) passe en général par l'utilisation de l'*image intermédiaire* pour un système à deux lentilles.

Lorsqu'on modélise un système plus complexe dont une partie est un oculaire (ex : une lunette afocale), il arrive que l'oculaire soit une simple lentille (soit réellement - lunette de Galilée - soit par simplification de l'exercice - lunettes actuelles).

III.2 Applications

Les exercices d'application sont des exercices très proches du cours. Ils n'est pas prévu de les faire en classe mais il sont un bon moyen de vérifier votre compréhension des méthodes. Vous pouvez toujours me poser des questions sur ces exercices.

Quizz (Lentilles) auto corrigé (Moodle).

Quizz (Instruments) auto corrigé (Moodle).

Questionnaire de cours (30 min)

✍ Exercice III.1: Relation de conjugaison

Réaliser un schéma de construction objet et image pour une lentille divergente et se servir de ce schéma pour démontrer les relations de conjugaison.

✍ Exercice III.2: Zones d'espaces conjugués. Lentille divergente

Déterminer les zones d'espaces conjuguées pour une lentille divergente.

✍ Exercice III.3: Image d'un objet AB. Cas possibles.

Dans toutes les questions, A et A' sont sur l'axe optique et B et B' en dehors. Pour chaque tracé, rédiger l'explication du tracé.

On considère une lentille convergente dont les foyers objet et image sont respectivement F et F' et de centre optique O.

Q1. Déterminer graphiquement la position et la taille de l'image $\overline{A'B'}$ d'un objet $\overline{AB}$ par la lentille lorsque :

Q1.a. $\overline{AB}$ est avant F.

Q1.b. $\overline{AB}$ dans le plan de F.

Q1.c. $\overline{AB}$ est entre F et O.

Q1.d. $\overline{AB}$ est après O.

Q2. Déterminer graphiquement la position et la taille de l'antécédent $\overline{AB}$ d'une image $\overline{A'B'}$ par la lentille lorsque :

Q2.a. $\overline{A'B'}$ est avant O.

Q2.b. $\overline{A'B'}$ est entre O et F'.

Q2.c. $\overline{A'B'}$ dans le plan de F'.

Q2.d. $\overline{A'B'}$ est après F'.

On considère une lentille divergente dont les foyers objet et image sont respectivement F et F' et de centre optique O.

Q3. Déterminer graphiquement la position et la taille de l'image $\overline{A'B'}$ d'un objet $\overline{AB}$ par la lentille lorsque :

Q3.a. $\overline{AB}$ est avant O.

Q3.b. $\overline{AB}$ est entre O et F.

Q3.c. $\overline{AB}$ dans le plan de F.

Q3.d. $\overline{AB}$ est après F.

Q4. Déterminer graphiquement la position et la taille de l'antécédent $\overline{AB}$ d'une image $\overline{A'B'}$ par la lentille lorsque :

Q4.a. $\overline{A'B'}$ est avant F'.

Q4.b. $\overline{A'B'}$ dans le plan de F'.

Q4.c. $\overline{A'B'}$ est entre F' et O.

Q4.d. $\overline{A'B'}$ est après O.

On remarquera que les cas traités correspondent aux zones d'espaces conjugués.... Dans chaque vérifier la cohérence de votre tracé avec les zones d'espaces conjugués présentés plus haut.

✍ Exercice III.4: Accomodation

Déterminer la gamme de distance focale que peut prendre le cristallin d'un oeil emmétrope sachant que le Punctum Proximum est situé à $d_m = 20cm$ de l'oeil.

III.3 Entrainement

Ces exercices seront corrigés en classe.

✍ Exercice III.5: L'oeil et ses défauts

On désire étudier l'oeil et l'un de ses défauts : la myopie. On modélise l'oeil par une lentille convergente représentant le cristallin (distance focale image f', centre optique O) qui doit former l'image de l'objet observé sur la rétine qu'on modélisera par un écran situé en A' à une distance $e = \overline{OA'} = 15$mm. L'oeil observe un objet situé en A à une distance $\overline{AO} = d$.

Q1. Rappeler la définition du Punctum Proximum (noté ici P_P) et du Punctum Remotum (noté ici P_R). On note $d_m = \overline{P_P O}$ et $D_m = \overline{P_R O}$ leur position respective (en valeur absolue) sur l'axe optique de l'oeil. Donner leur valeur pour un oeil normal (dit emmétrope), on note la valeur de d_m pour l'oeil emmétrope d_{m0}.

Q2. On note V la vergence d'un cristallin pour un oeil emmétrope. V est une fonction de d. Déterminer $V(d)$. Montrer que la vergence augmente quand l'objet est de plus en plus proche.

Q3. Déterminer $V(D_{m0})$ et $V(d_{m0})$. L'oeil est au repos quand il observe un objet dans le plan du Punctum Remotum, la valeur $V(D_{m0})$ est donc la vergence du cristallin quand l'oeil est au repos.

On suppose un oeil myope où le cristallin est trop convergent (cas de myopie assez rares). On note sa vergence V_m. Celle-ci peut varier entre deux valeurs extrêmes qui sont : $V(d_{m0}) + \delta V$ et $V(D_{m0}) + \delta V$ avec $\delta V > 0$ et constant quelque soit la position d de l'objet observé. On appelle δ_V le degré de myopie.

Q4. Un oeil myope et un oeil emmétrope observent tous deux un objet situé à une distance d (pour les deux yeux) de sorte que les deux yeux voient l'objet net. Quelle est la différence de vergence entre les deux cristallin ?

Q5. Déterminer en fonction de d_{m0} et δV, la position du P_P (notée d_{mm}) et du P_R (notée D_{mm}) pour un oeil myope. Justifier qu'on dise que le degré de myopie est l'inverse de la distance du Punctum Remotum.

Q6. Calculer leur position pour $\delta V = 0.1\delta; \delta V = 4\delta; \delta V = 10\delta$. Commenter.

Q7. On désire corriger un oeil myope grâce à une lentille de contact qu'on accole au cristallin (en première approximation). Quel est le type de lentille qu'on doit choisir et quelle est sa vergence ?

On désire corriger un oeil myope grâce à un verre de lunette qu'on considère être une lentille de vergence V' dont le centre optique O' est situé à $d_L = \overline{O'O} = 2$cm.

Q8. Déterminer la valeur de V' en fonction de δV et d_L pour que l'oeil myope puisse alors observer un objet à l'infini net tout en étant au repos. A.N. $\delta V = 4\delta$

Q9. Par abus de langage, on appelle degré de myopie la vergence du verre correcteur (en valeur absolue) qu'il faut mettre devant un oeil pour corriger sa myopie. A quelle condition sur δV et d_L, cette abus est-il acceptable ?

Q10. Dans le cas où $\delta V = 4\delta$, calculer la nouvelle position du P_P, on notera cette distance (dans le sens positif) d_{mc}. Que devient cette distance dans le cas où $\delta V \ll 1/d_L$?

Points utiles pour cet exercice

- ⋆ Relations de conjugaison
- ⋆ Méthode : Etude par le calcul
- ⋆ L'oeil : Accomodation
- ⋆ Lentilles accolées

✍ Exercice III.6: Lunette afocale

On considère une lunette afocale constituée de deux lentilles :

- ⋆ l'objectif L_1 (de distance focale image f_1). Il sert à grandir un objet et recueillir un maximum de de lumière de l'objet
- ⋆ l'oculaire L_2 (de distance focale image f_2). Il sert - comme on l'a vu précédemment - à grossir l'image intermédiaire donnée par l'objectif et à la renvoyer au Punctum Remotum de l'oeil pour limiter la fatigue oculaire.

*S'y ajoute en général un **réticule** entre l'objectif et l'oculaire où doit - lorsque la lunette est réglée - venir se former l'image intermédiaire. Il sert au réglage de la lunette et peut-être gradué pour réaliser des mesures sur l'objet (ou plus précisément l'image intermédiaire)*

Pour les constructions géométriques et les applications numériques, on prendra :

- ⋆ $f_1 = 5$cm et $f_2 = 2$cm.
- ⋆ Distance entre les centre optique : $\overline{O_1O_2} = d > 0$.
- ⋆ Diamètre l'objectif : $D_1 = 4$cm
- ⋆ Diamètre l'oculaire : $D_2 = 2$cm

On notera les foyers objets et images respectivement F_1, F_2 et $F_1^{'}, F_2^{'}$.

On notera A un objet à l'infini sur l'axe optique, $A^{'}$ son image par l'objectif (image intermédiaire) et A_1 son image finale

On notera B un objet à l'infini hors de l'axe optique, $B^{'}$ son image par l'objectif (image intermédiaire) et B_1 son image finale.

Q1. Rappeler la définition du terme "afocale".

Q2. En déduire une expression de d en fonction de f_1 et f_2. Calculer d avec les valeurs données dans le tableau. On gardera cette valeur pour d dans toute la suite de l'exercice.

Q3. Faire un schéma de la lunette astronomique (on prendra une échelle de 1 :1 pour les dimensions longitudinales et transversales). Tracer le parcours de rayons arrivant d'un point B situé à l'infini hors de l'axe optique. On notera l'angle des rayons incidents avec l'axe optique θ.On notera l'angle des rayons transmis par le système avec l'axe $\theta^{'}$.

Q4. Définir le grossissement G de la lunette astronomique. Donner son expression en fonction des distances focales des lentilles. Calculer G. **♥La détermination du grossissement d'une lunette afocale est à maitriser parfaitement.♥**

Q5. Proposer deux façon d'augmenter le grossissement G. Quels sont les contraintes qui empêchent de l'augmenter indéfiniment ?

Q6. L'image observée par l'oeil est-elle droite ou inversée ?

Q7. Déterminer la taille de l'image intermédiaire $\overline{A^{'}B^{'}}$ en fonction de θ et des autres données.

On appelle cercle oculaire l'image de la lentille L_1 par la lentille L_2.

Q8. Déterminer la position et la taille du cercle oculaire. Donner leur valeur numérique.

Q9. Justifier l'affirmation suivante "Tout rayon entrant dans la lunette (et en ressortant évidemment) passe à l'intérieur du cercle oculaire". En déduire que le cercle oculaire est l'endroit idéal pour placer son oeil.

Q10. Faire un schéma permettant de construire le cercle oculaire.

A retenir : ♥Le cercle oculaire - image de l'objectif par l'oculaire - est l'endroit où passe toute la lumière entrante dans un espace étroit. C'est le meilleur endroit où placer son oeil pour avoir un maximum de luminosité et de champ.♥

On suppose dans un premier temps que la résolution de la lunette est due au pouvoir séparateur de l'oeil. On rappelle que le pouvoir séparateur de l'oeil est $\theta_m^{'} = 3.10^{-4}$rad.

Q11. Déterminer la résolution angulaire de la lunette étudiée ici, c'est-à-dire le plus petit écart angulaire entre les deux *objets* qu'un oeil pourra distinguer à travers la lunette.

Q12. Pour des étoiles lointaines quasi-ponctuelles, quel autre phénomène risque de gêner leur observation ?

L'oeil accommodant, l'objet visé peut ne pas être strictement à l'infini.

Q13. Rappeler ce qu'est le processus d'accommodation.

Q14. Déterminer la position A_1 de l'image finale d'un objet réel visé situé en un point A qui n'est pas à l'infini. On exprimera la distance $\overline{F_2^{'}A_1}$ en fonction de $\overline{F_1A}$.

Q15. L'observateur place son oeil sur le cercle oculaire. Déterminer la position la plus proche que l'oeil arrivera à voir nette, la lunette restant afocale.

On appelle le champ (angulaire) de pleine lumière, l'angle maximal sous lequel un objet peut-être vu par la lunette et où le faisceau sortant est intégralement le faisceau entrant. Quand on observe le ciel, la faible luminosité empêche souvent de visualiser des objets qui ne sont pas dans le champ de pleine lumière (même si une partie de la lumière qui arrive jusqu'à la lunette en ressort).

On peut montrer que ce champ a pour expression :

$$\tan(\theta_{\max}) = \frac{1}{2}\frac{D_2 f_1 - D_1 f_2}{f_1(f_1 + f_2)}$$

On s'intéresse à une lunette réelle. Ses caractéristiques sont :

- ⋆ Distance focale : 600 mm.
- ⋆ Diamètre de l'objectif : 50 mm.
- ⋆ Oculaires : 4 mm.
- ⋆ Diamètre oculaires : 24,5 mm.
- ⋆ Grossissement : 150×.

Q16. Associer aux différentes valeurs numériques, les grandeurs littérales de l'énoncé.

Q17. Vérifier le grossissement annoncé.

Q18. Déterminer le champ en pleine lumière pour cette lunette astronomique.

Q19. Observe-t-on la lune en entier ?

Q20. Quelle est la taille du plus petit cratère lunaire qu'on peut observer avec une telle lunette.

Aller plus loin - Champ angulaire : Cette partie est facultative. Elle n'est à faire que si le reste a bien été compris.

Q21. Pour un objet situé à l'infini, quelle est le diamètre du faisceau incident ?

Q22. Dans le cas d'un faisceau parallèle à l'axe optique, déterminer le diamètre du faisceau transmis. Faire un schéma représentant le faisceau et son passage à travers la lunette. Plus ce diamètre est grand, plus la lunette est lumineuse, c'est pourquoi, outre le grossissement, le diamètre de l'objectif est déterminant dans la qualité de la lunette.

Q23. Faire le même schéma pour un faisceau faisant un angle $\theta = 30°$ par rapport à l'axe optique. Que se passe-t-il ? En déduire que le faisceau "utile" entrant, c'est-à-dire l'ensemble des rayons entrant dans la lunette qui ressortent effectivement dépend de l'angle. Quelle est la conséquence sur l'observation ?

Q24. Déterminer graphiquement l'angle maximal pour lequel la section du faisceau "utile" est encore maximale (c'est-à-dire vaut la section déterminée pour le cas d'un faisceau parallèle à l'axe optique). On notera cette angle $\theta_{\max}$.

✍ Exercice III.7: Microscope

Un microscope optique permet d'observer des globules sanguins. Il est modélisable par deux lentilles minces convergentes L_1 pour l'objectif de distance focale f_1 et L_2 pour l'oculaire de distance focale f_2. Il est réglé pour donner une image à l'infini d'un objet réel AB perpendiculaire à l'axe optique (A étant sur l'axe optique) légèrement en avant du foyer objet de l'objectif. Cette image est observée par un oeil emmétrope (normal) placé au voisinage du foyer image de l'oculaire. On notera $A'B'$ l'image intermédiaire. Le microscope porte les indications suivantes :

- ⋆ ×40 pour l'objectif, ce qui signifie que la valeur absolue du grandissement de l'objet AB par l'objectif est de 40

- ⋆ $\times 10$ pour l'oculaire, ce qui signifie que le grossissement commercial ou rapport entre l'angle sous lequel on voit l'image à l'infini d'un objet à travers l'oculaire seul et l'angle sous lequel on voit ce même objet à l'oeil nu lorsqu'il est situé à la distance minimale de vision distincte $\delta = -25$cm vaut 10.
- ⋆ $n \sin u = \omega_0 = 0,65$ pour l'ouverture numérique ou la valeur de $n \sin(u)$ avec n le milieu dans lequel se trouve l'objectif et u l'angle maximum des rayons issus de A arrivant sur l'objectif.
- ⋆ $\Delta = 16$cm pour l'intervalle optique ou distance entre le foyer image F_1' de l'objectif et le foyer objet F_2 de l'oculaire.

Q1. Faire un schéma du dispositif (sans respecter les échelles) et tracer la marche de deux rayons lumineux issus du point B de l'objet AB, l'un émis parallèlement à l'axe optique et l'autre passant par le foyer objet de l'objectif.

Q2. En utilisant le grossissement commercial, déterminer la distance focale f_2 de l'oculaire.

Q3. Déterminer la distance focale f_1 de l'objectif. On pourra utiliser le grandissement de l'objectif.

Q4. Calculer la distance $\overline{O_1A}$ permettant de positionner l'objet.

Q5. Déterminer la latitude de mise au point à savoir la variation de la distance O_1A compatible avec l'observation d'une image par l'oeil situé au foyer image de l'oculaire.

Q6. Calculer le grossissement commercial du microscope pour une image finale à l'infini.

Q7. Calculer l'angle u intervenant dans l'ouverture numérique pour un objectif placé dans l'air. Le microscope utilisé est-il utilisé dans les conditions de Gauss ? Quel type d'aberrations doit-on corriger ? Quel est l'ordre de grandeur du diamètre de la monture de l'objectif ?

Q8. Déterminer la position et la taille du cercle oculaire défini comme l'image de la monture de l'objectif à travers l'oculaire. Quel est l'intérêt de placer l'oeil dans le plan du cercle oculaire ?

Points utiles pour cet exercice

- ⋆ Méthode : Tracés graphiques
- ⋆ Méthode : Etude qualitative
- ⋆ Relations de conjugaison
- ⋆ Eléments principaux d'un système centré
- ⋆ Détermination d'un grossissement

Devoir libre sur l'appareil photographique (Moodle).