Version numérique

Chapitre 4: Signaux physiques

I Description générale

♥ Définition I.1: Signal physique

Un **signal physique** est une représentation physique qui transporte une "information" depuis une source vers un destinataire.

Un signal physique peut être représental par une grandeur dépendant du temps.

♥ Définition I.2: Types de Signaux

- ⋆ Un **signal analogique** est un signal à "temps continu", c'est-à-dire qu'il peut être représenté par une fonction mathématique à variable réelle (en général le temps) :

$$\begin{aligned} s : \mathbb{R} &\longrightarrow \mathbb{R} \\ t &\longrightarrow s(t) \end{aligned}$$

- ⋆ Un **signal numérique** est un signal à "temps discret", c'est-à-dire qu'il n'est connu que pour des instants successifs. Sa représentation est alors une série de valeur successive (une suite) :

$$\begin{aligned} s : \mathbb{N} &\longrightarrow \mathbb{R} \\ n &\longrightarrow s_n \end{aligned}$$

Dans les cours et les approches théoriques, on utilise général des signaux continus donc analogiques. Ce sera le cas dans le suite des chapitres.
En TP, les acquisitions sont numériques et discrétisées dans le temps, on rencontre dont surtout des signaux numériques.

II Signal périodique

II.1 Généralités

♥ Définition II.1: Signal périodique

Un signal analogique est dit **périodique** s'il existe une grandeur T telle que pour tout instant t on a l'égalité : $s(t + T) = s(t)$

La grandeur T est appelée **période** du signal et son inverse f=1/T est la **fréquence** du signal (nombre de fois où le signal réalise les mêmes variations en une seconde).

♥ Définition II.2: Valeur moyenne et valeur efficace

- ⋆ La **valeur moyenne** d'un signal périodique est définie par :

$$\langle S \rangle = \frac{1}{T}\int_{t=0}^{t=T} S(t)dt \tag{4.1}$$

- ⋆ La **valeur efficace** d'un signal périodique est définie par :

$$S_{eff} = \sqrt{\langle S^2 \rangle} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_{t=0}^{t=T} S^2(t)dt} \tag{4.2}$$

- ⋆ En TP, la valeur efficace mesurée correspond à la valeur efficace du signal $s^{'}(t) = s(t) - \langle S \rangle$.
- ⋆ La valeur moyenne est un opérateur linéaire. Ainsi pour deux signaux $s_1(t)$ et $s_2(t)$. La valeur moyenne du signal $s(t) = \lambda_1 s_1(t) + \lambda_2 s_2(t)$ est :

$$\langle s \rangle = \lambda_1 \langle s_1 \rangle + \lambda_2 \langle s_2 \rangle \tag{4.3}$$

Réflexion

Q1. Un signal de valeur constante possèderait la même aire sous la courbe qu'un signal $s(t)$ périodique si sa valeur est S_{moy} ou S_{eff} ? *Cela donne une interprétation mathématique de la valeur moyenne, on peut aussi le visualiser avec le concept de moyenne arithmétique.*

Q2. On considère un mobile de masse m dont la vitesse est $v(t)$ et on suppose que sa vitesse est périodique de période T. Exprimer l'énergie cinétique moyenne du mobile en fonction de la valeur efficace V_{eff} du signal vitesse. *On pourra retenir qu'en général, la grandeur efficace est associée aux termes énergétiques d'un système.*

Q3. Si l'on utilise la définition de la grandeur efficace mesurée en TP, quelle valeur obtient-on pour un signal constant ? *On pourra retenir que les grandeurs efficaces mesurées en TP renseignent sur la partie variable d'un signal.*

II.2 Signaux sinusoïdaux

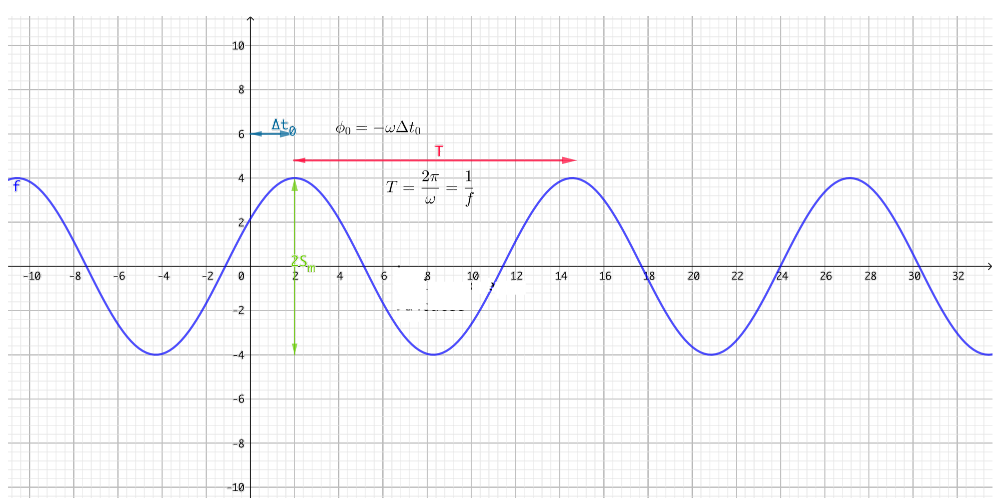


FIGURE 4.1 – Signal sinusoïdal

♥ Définition II.3: Signal sinusoïdal

Un signal analogique est dit sinusoïdal (Figure 4.1), si la fonction décrivant la grandeur associée est de la forme :

$$s(t) = S_m \cos(\omega t + \phi_0) \tag{4.4}$$

L'expression mathématique précédente fait apparaître des caractéristiques d'un sinusoïde :

- ⋆ S_m est appelée **amplitude** du signal.
- ⋆ $\omega t + \phi$ est appellée **phase du signal**.
- ⋆ ω est la **pulsation du signal**, elle est reliée à la période et la fréquence du signal $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{1}{f}$
- ⋆ ϕ est appelée **phase à l'origine**. Il correspond à la phase du signal à $t = 0$ (ou à l'écart de phase, déphasage, (en radians) avec une fonction sinusoïdal qui serait ici maximale en $t = 0$).

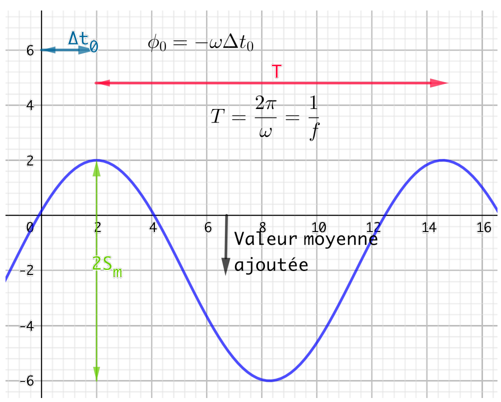


FIGURE 4.2 – Signal sinusoïdal avec valeur moyenne

Il peut arriver (notamment en TP) qu'on ajoute une constante au signal :

$$s(t) = S_m \cos(\omega t + \phi_0) + S_0 \tag{4.5}$$

*S_0 est alors appelée la **valeur moyenne du signal.***
Si aucune valeur moyenne n'est précisée, alors elle est nulle.

Réflexion

Q1. Montrer que $T = \frac{2\pi}{\omega}$.

Q2. En utilisant la définition de la valeur moyenne, montrer que la valeur moyenne du signal donné par Équation (4.5) est bien S_0.

Q3. Montrer (à retenir) que la valeur efficace du signal donné par Équation (4.4) est $\boxed{S_{eff} = \frac{S_m}{\sqrt{2}}}$.

♥ Définition II.4: Représentation de Fresnel

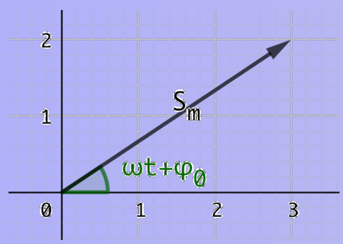


Figure 4.3 – Représentation de Fresnel

La représentation de Fresnel de la grandeur sinusoïdale $s(t)$ à l'instant t est la représentation dans un plan d'un vecteur $\vec{S}$ tel que :

- ⋆ la norme est l'amplitude de s(t) S_m
- ⋆ le vecteur fait avec l'axe des abscisses un angle $\phi = \omega t + \phi_0$ soit la phase du signal.

- ⋆ On représente très souvent la représentation de Fresnel à $t = 0$.
- ⋆ On pourra remarque qu'au cours du temps, la phase $\omega t + \phi_0$ augmentant la représentation de Fresnel "tourne" à une vitesse angulaire ω.

♥ Définition II.5: Déphasage entre deux Signaux

On considère deux signaux sinusoïdaux dont les phases sont $\varphi_1(t)$ et $\varphi_2(t)$. Le déphasage $\Delta\varphi_{2/1}$ du signal 2 sur le signal 1 est défini par :

$$\Delta\varphi_{2/1} = \varphi_2(t) - \varphi_1(t) \tag{4.6}$$

On distingue des cas particuliers :

- ⋆ Si le déphasage entre deux signaux est nul, on dit que les signaux sont **en phase**.
- ⋆ Si le déphasage entre deux signaux est égal à π, on dit que les signaux sont **en opposition de phase** : le maximum de l'un coïncide avec le minimum de l'autre et réciproquement.
- ⋆ Si le déphasage entre deux signaux est égal à $\pm\pi/2$, on dit que les signaux sont **en quadrature de phase** : le maximum/minimum de l'un coïncide avec le 0 (ou le passage par la valeur moyenne) de l'autre et réciproquement.

Réflexion

Q1. On considère deux signaux de pulsations ω_1 et ω_2, exprimer le déphasage en fonction des pulsations, des phases à l'origine et du temps.

Q2. Que se passe-t-il si les deux pulsations sont égales ?

☞ Méthodes : Valeur effiaces de sinusoïdes (IV.1), Sinusoïdes de même fréquences (IV.2), Caractéristiques d'un sinusoïde (IV.3), Déphasage (IV.4)

☞ Applications : Valeur effiaces (IV.1)

III Décomposition spectrale d'un signal

Nous allons voir ici l'un des intérêts des signaux sinusoïdaux.

♥ Définition III.1: Décomposition spectrale

La décomposition spectrale d'un signal $s(t)$ consiste à écrire le signal (t) comme une somme de signaux sinusoïdaux de **fréquences différentes.**

Les sinusoïdes qui forment la somme sont appelées **composantes spectrales.**

- ⋆ *Le signal $s(t) = A\sin^3(t)$ peut se décomposer sous la forme :*

$$s(t) = \frac{3A}{4}\sin t - \frac{A}{4}\sin 3t$$

- ⋆ *Le signal dit "créneau" défini par :*

$$s(t) = \begin{cases} A \text{ si } x \in [0; T/2] \\ -A \text{ si } x \in [T/2; T] \end{cases}$$

peut se décomposer comme une somme infinie de composantes spectrales[1] *:*

$$s(t) = \frac{4A}{\pi}\sum_{n=0}^{+\infty}\frac{1}{2n+1}\sin\left[(2n+1)\frac{2\pi}{T}t\right] \quad (4.7)$$

- ⋆ *Il est possible que la décomposition d'un signal comporte toutes les fréquences $f \in \mathbb{R}$ (ou tout un intervale dans $\mathbb{R}$ comme par exemple : $s(t) = \frac{sin(t)}{t}$). On ne peut alors l'écrire sous forme d'une somme comme précédemment. On doit utiliser des expressions à base d'intégrale. De telles expressions ne sont pas à connaître dans le cadre du programme.*

Réflexion

Q1. Montrer que la décomposition spectrale de $A\sin^3(t)$ est bien celle donnée.

Q2. Représenter le signal créneau sur deux période (quelle forme choisissez vous : la première ou sa décomposition ?). Pourquoi l'appelle-t-on créneau ?

♥ Définition III.2: Spectre d'un signal

Pour une fonction s(t) à spectre discret, on appelle spectre de s, l'ensemble des couples $\{(f_s, c_s(f))\}$ associant chaque fréquence f des sinusoïdes de la décomposition spectrale à leur amplitude $c_s(f)$.

On représente le spectre d'une fonction s(t) (cf. Figure 4.4) en représentant chaque coefficient $c_s(f)$ en fonction de la fréquence correspondante f_s.

- ⋆ L'indice s est marqué ici pour bien montrer que les fréquences et les amplitudes dépendent du signal s considéré.
- ⋆ L'amplitude est une grandeur positive, tout comme la fréquence. Il faut donc prendre la valeur absolue si nécessaire.
- ⋆ En toute rigueur la phase à l'origine de chaque composante est nécessaire pour décrire le signal mais on ne s'en occupera pas pour le tracé des spectres.

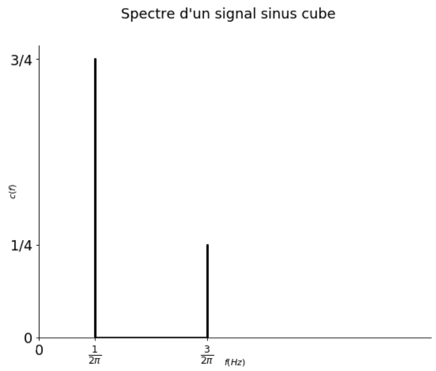
Réflexion

Q1. Que se passe-t-il si l'on choisit $\omega = 0$ dans un signal sinusoïdal ? En déduire que si l'on calcule la valeur moyenne d'un signal à partir de sa décomposition spectrale, on trouvera "l'amplitude" du signal de pulsation $\omega = 0$ [a].

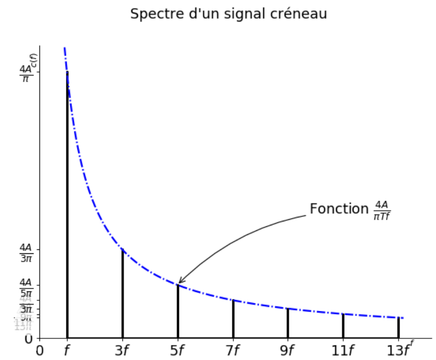
Q2. Où lire la valeur de la valeur moyenne d'un signal sur le tracé de son spectre ? En déduire sans calcul la valeur moyenne des deux signaux présentés précédemment.

Q3. Obtenir la décomposition spectrale de $s(t) = A\cos^2(t)$ et représenter son spectre. Déterminer à partir du tracé et de la décomposition mathématique la valeur moyenne de

1. On parle de série.



(a) Spectre de la fonction $A\sin^3(t)$



(b) Spectre de la fonction creneau. On trace évidemment que les N premières composantes.

FIGURE 4.4 – Exemples de spectres.

$s(t)$.

a. On parle alors de valeur moyenne et plus d'amplitude

♥ Propriété III.1: Décomposition en série de Fourier

Tout signal périodique $s(t)$ de période T (de fréquence f) se décompose en une somme infinie (série) de cosinus et de sinus de périodes T/n (de fréquences nf) où n est un entier. On appelle la série correspondante : série de Fourier.

$$s(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{+\infty}(a_s(n)\cos(\frac{2\pi n}{T}t) + b_s(n)\sin(\frac{2\pi n}{T}t)) \tag{4.8}$$

ou encore :

$$s(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{+\infty}(c_s(n)\cos(\frac{2\pi n}{T}t + \phi_s(n))) \tag{4.9}$$

$$s(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{+\infty}(c_s(n)\sin(\frac{2\pi n}{T}t + \psi_s(n))) \tag{4.10}$$

Les coefficients $c_s(n)$ sont les amplitudes des composantes spectrales comme étudiées précédemment. On les définit ici directement en fonction de n qui correspond au rang de la n-ième composante spectrale et on les appelle des **coefficients de Fourier**.

Dans le cas d'un signal périodique, ces composantes sont appelées des **harmoniques**. La composante spectrale de même période que le signal (elle existe forcément) est appelée **fondamental.**

Il existe des moyens de calculer les a_n, b_n et c_n mais la méthode n'est pas à connaître.
La fréquence du fondamental est nécessairement la plus faible des fréquences non nulle de la somme.

Réflexion

Q1. Quelle est la valeur moyenne du signal donné par la décomposition de Fourier (Équation (4.8)).

Q2. Reprendre la décomposition de Fourier du signal créneau et déterminer : la fréquence du fondamental, l'amplitude du fondamental, la fréquence de toutes les harmoniques d'amplitude non nulle, l'amplitude de chaque harmonique (à exprimer en fonction de n).

III.1 Exemples de spectres usuels

Les utilisations de l'analyse spectrale est très nombreuses, nous en verrons notamment avec la notion de filtrage en électrocinétique.

Nous allons ici voir un aspect déjà connu de l'analyse spectre en optique et en acoustique.

Spectres des signaux électromagnétiques

Pour un signal lumineux, la décomposition en série de Fourier de la grandeur associée au signal lumineux va donner les différences fréquences du signal ν. La relation : $\lambda\nu = c$ avec c la célérité de la lumière dans le vide associe donc à chaque fréquence une longueur d'onde dans le vide, donc, pour le visible, une couleur : on obtient le spectre du signal lumineux.

On peut en général détailler plusieurs types signaux électromagnétiques. Ces types correspondants en réalité à des gammes de fréquences propres à des types d'utilisation ou d'effets observés. On pourra distinguer en augmentant la fréquence (les valeurs limites sont approximatives) :

- $\nu < 300MHz(1m < \lambda)$: Ondes radios. C'est sur ces fréquences que les antennes radios émettent des signaux électromagnétiques modulés par une information (son, image...). Les ondes radios sont très diverses et on divise en général les gammes de fréquences suivant les utilisations : AM, FM, mobile... pour la partie grand public.
- $300MHz < \nu < 300GHz(1mm < \lambda < 1m)$: Micro-ondes : ondes utilisées pour les radars, les communications par satellite et bien sûr le micro-onde.
- $300GHz < \nu < 30THz(10\mu\text{m} < \lambda < 1\text{mm})$: Terahertz (ou infrarouge lointain). Domaine relativement peu utilisé mais en pleine essor.
- $30THz < \nu < 400THz(750nm < \lambda < 10\mu\text{m})$: infrarouge. Très utilisé en spectroscopie car de nombreuses liaisons chimiques absorbent souvent ce rayonnement. Il est aussi le rayonnement électromagnétique émis spontanément par les corps à température ambiante (corps humain par exemple).
- $400THz < \nu < 770THz(390nm < \lambda < 750nm)$: lumière visible.
- $770THz < \nu < 30PHz(10nm < \lambda < 390nm)$: Ultra-violet : partie (faible : 5%) du spectre émis par le soleil, ils sont en grande partie absorbée par la couche d'ozone, protégeant la Terre (enfin nous !). Les UV sont utilisées pour certaines études ou révélations (circuits imprimés).
- $30PHz < \nu < 30EHz(10pm < \lambda < 10nm)$: Rayons X. Rayonnement ionisant principalement utilisé en radiologie ou en cristallographie.
- $30EHz < \nu(\lambda < 10pm)$: Rayon gamma. Emis notamment lors de réactions nucléaires, ils sont l'un des principaux dangers lors d'une catastrophe nucléaires car ionisant et difficile à absorber

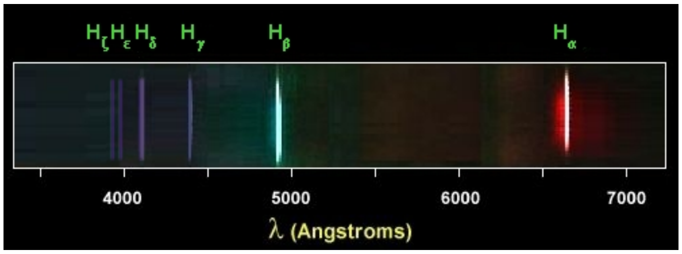
Réflexion

Q1. Quelle propriété des atomes permet d'expliquer le caractère discret du spectre d'une lampe spectrale (ici l'hydrogène en Figure 4.5a) ?

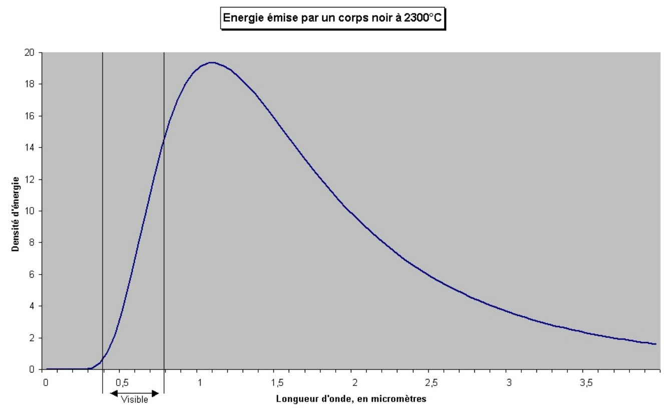
Q2. Pour la lampe à incandescence, quel(s) inconvénient(s) présente le fait que le maximum d'émission soit dans l'infrarouge ? Pour limiter l'un des deux inconvénients, on peut placer en sortie de la lampe un **filtre :** il va couper les fréquences de l'IR. Le concept de **filtrage** deviendra fondamental et expliquer l'intérêt de l'étude spectrale d'un signal.

Signaux acoustiques

Pour un signal sonore, la décomposition en série de Fourier permet de déterminer **la hauteur et le timbre du son.** Si l'on superpose deux notes différentes, on retrouvera en terme de composante spectrale la hauteur des deux notes séparées, ce qui n'est pas le cas dans le signal temporel.



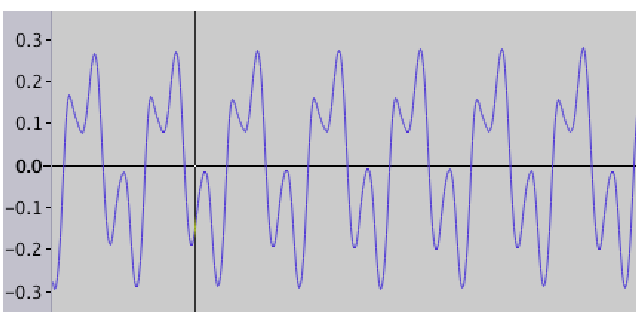
(a) Lampes spectrales. Exemples de spectre discret



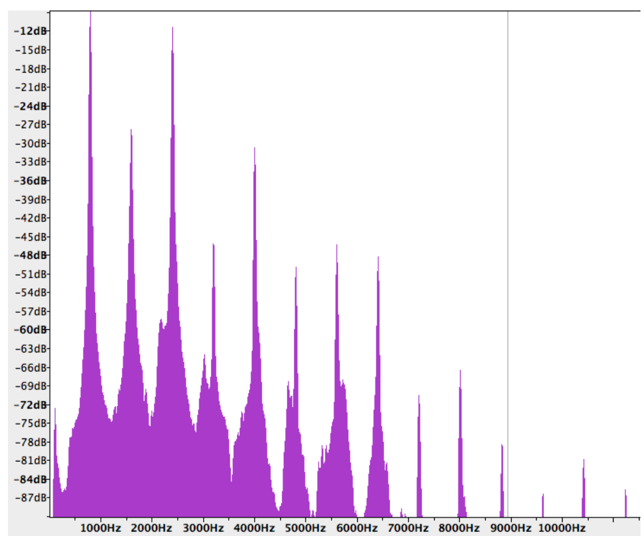
(b) Spectre théorique d'une lampe à incandescence. Le maximum est dans l'infrarouge.

FIGURE 4.5 – Spectre discret et spectre coninu.

- ⋆ En moyenne, les sons "audibles" par l'oreille humaine possèdent des fréquences comprises entre 20Hz et 20kHz.
- ⋆ En dessous de 20Hz, on parle d'infrasons. En dessus on parle d'ultrasons. Si les infrasons sont peu utilisés, les ultrasons sont très utilisés (télémétrie. . .)



(a) Tracé temporel



(b) Spectre

FIGURE 4.6 – Tracé temporel et spectre d'un Sol d'une flûte

Réflexion

En utilisant le cours sur la décomposition en série de Fourier, estimer grâce au spectre la fréquence du signal.

IV S'entrainer

IV.1 Méthodes

Ces exercices doivent être parfaitement maitrisés et leur conclusions sues par coeur.

Corrigés

Sinusoïdes

♥ Méthode IV.1: Valeur efficaces de sinusoïdes

Q1. On considère un signal sinusoïdal $s(t)$ de fréquence f et d'amplitude S_m. Donner son expression mathématique puis calculer sa valeur efficace.

Q2. On considère deux signaux sinusoïdal $s_1(t)$ et $s_2(t)$ de fréquences respectives f_1 et f_2 et d'amplitudes identiques S_m. Montrer que si $f_1 \neq f_2$ alors la valeur efficace du signal sera :

$$S_{eff} = \sqrt{S_{1,eff}^2 + S_{2,eff}^2} \tag{4.11}$$

avec $S_{1,eff}$ et $S_{2,eff}$ les valeurs efficaces de chaque signaux séparés.

♥ A retenir: Valeurs efficaces

On retiendra l'expression de la valeur efficace d'un sinusoïde ainsi que celle d'une somme de sinusoïdes **de fréquences différentes.**

♥ Méthode IV.2: Sinusoïdes de même fréquence

On considère deux sinusoïdes de même fréquence f et de même amplitude S_m mais dont les phases à l'origine sont différentes ϕ_1 et ϕ_2.

Q1. Montrer que la somme des deux signaux est aussi un signal sinusoïdal de même fréquence et dont on déterminera l'amplitude.

Q2. En déduire l'expression de la valeur efficace de la somme. A-t-on la même relation que dans l'exercice précédent ?

♥ A retenir: Sinusoïdes de même fréquence

On retiendra que la somme de deux sinusoïdes de même fréquence est un sinusoïde (de même fréquence). Seul le cas où les amplitudes sont égales est à savoir démontrer.

♥ Méthode IV.3: Caractéristiques d'un sinusoïde

Q1. Donner l'expression mathématique s(t) :

- **Q1.a.** d'un sinusoïde de pulsation 4ω, d'amplitude 2a et de phase à l'origine $-\pi/5$.
- **Q1.b.** d'un sinusoïde de période $2T/3$, d'amplitude 4a (si rien n'est précisé, on considère que la phase à l'origine est nulle).
- **Q1.c.** d'un sinusoïde de fréquence 3f, d'amplitude 2a, de valeur moyenne - S_1 et de phase à l'origine $\pi/3$.

Q2. Réaliser la représentation graphique de s(t) pour les expressions précédentes. On prendra a=1, T=1, $\omega = \pi$, f=1, $S_1 = 2$

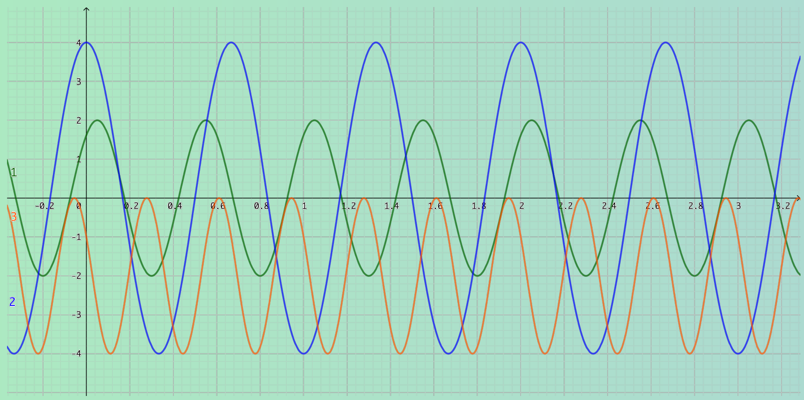
Q3. Donner les caractéristiques (période, fréquence, pulsation, amplitude, valeur moyenne, phase à l'origine) des signaux suivants :

Q3.a. $s(t) = \frac{1}{2k+1} \sin(2k+1)\omega t$

Q3.b. $s(t) = 7\omega \cos(2ft + 3)$

Q3.c. $s(t) = 3a \cos(\frac{2\pi n}{T} t) + 4c$

Tracés temporels attendus :



♥ A retenir: Etude de sinusoïdes

On retiendra :

- ⋆ l'expression mathématique d'un sinusoïde à partir de ses caractéristiques ainsi que son tracé graphique.
- ⋆ la détermination des caractéristiques d'un sinusoïde à partir de son expression mathématique.

♥ Méthode IV.4: Déphasage

On considère deux signaux sinusoïdaux de même pulsation ω et d'amplitudes quelconques.

Q1. Montrer que le déphasage du signal 2 sur le signal 1 est $\Delta\Phi_{2/1} = -\omega\Delta t_{2/1}$ où $\Delta t_{2/1}$ est le retard temporel du signal 2 sur le signal 1.

Q2. Déterminer numériquement le déphasage du signal vert sur le signal rouge.

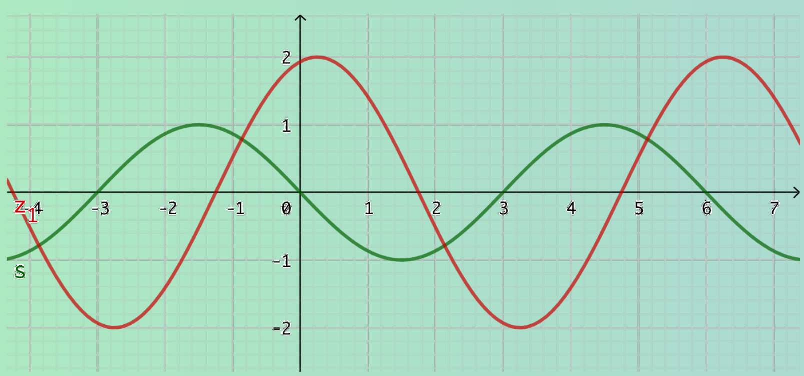


FIGURE 4.7 – Mesure d'un déphasage

♥ A retenir: Déphasage et retard

Il faut :

- ⋆ savoir différencier le retard temporel d'un déphasage et savoir relier l'un et l'autre : $\Delta\Phi_{2/1} = -\omega\Delta t_{2/1}$.
- ⋆ savoir mesurer un retard temporel puis remonter au déphasage.

Analyse spectrale

♥ Méthode IV.5: Tracer le spectre d'un signal périodique

On considère le signal triangle :

$$s(t) = \begin{cases} a(t - \frac{T}{4}) \text{ si } x \in [0; T/2] \\ -a(t - \frac{3T}{4}) \text{ si } x \in [T/2; T] \end{cases}$$

dont la décomposition en série de Fourier est :

$$s(t) = \frac{8aT}{\pi^2} \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{1}{(2n+1)^2} \sin\left[(2n+1)\frac{2\pi}{T}t\right]$$

Q1. Justifier que ce signal est périodique de période T.

Q2. Représenter le spectre du signal.

♥ A retenir: Tracer un spectre

Il faut savoir :

- ⋆ reconnaître les fréquences contenues dans une décomposition spectrale et placer les composantes (au moins les premières pour une somme infinie) sur un graphique.
- ⋆ associer à ces composantes leur amplitude (en passant par la fonction qui relie les deux dans le cas d'une somme infinie).

Construction pas-à-pas du signaux triangle et créneau (Moodle).

Modulation en amplitude

♥ Méthode IV.6: Modulation en amplitude

On considère deux signaux sinusoïdaux $u_1(t)$ et $u_2(t)$ de fréquence f_1 et f_2 d'amplitude u_{1m} et u_{2m} de phase à l'origine nulle tous les deux. On multiplie les deux signaux $u_S(t) = ku_1(t) \times u_2(t)$ avec k une constante connue.

Q1. Donner les expressions de $u_1(t)$ et $u_2(t)$ puis de $u_S(t)$

Q2. On prend $f_1 = 10f_2$ et $u_{2m} = 2u_{1m}$, représenter graphiquement u_S. Justifier le terme de modulation en amplitude. Où ce principe est utilisé ?

Q3. Montrer que le signal se décompose comme la somme de deux composantes spectrales dont on déterminera la fréquence et l'amplitude.

Q4. Représenter le spectre du signal u_S.

♥ A retenir: Modulation d'amplitude

Simulation d'une modulation d'amplitude (Moodle). Vous pouvez notamment modifier les paramètres et zoomer pour voir le concept "d'amplitude locale".

Il faut savoir :

- ⋆ reconnaître un cas de modulation d'amplitude : un **produit** de sinusoïdes dont **la fréquence de l'un est grande devant la fréquence de l'autre**.
- ⋆ l'expliquer : puisque f_2 est faible, on peut considérer que sur une période du signal rapide de fréquence f_1, la grandeur $ku_{1m}u_{2m}\cos(2\pi f_2 t)$ est quasi-constante et représente donc sur une période, l'amplitude du sinusoïde $\cos(2\pi f_1 t)$. Mais comme d'une période à l'autre l'amplitude varie, on parle de **modulation d'amplitude**.
- ⋆ connaître le vocabulaire : Le signal lent de fréquence f_2 est appelé **signal modulant** et le signal rapide est appelé **signal porteur.** Le signal sortant est appelé **signal modulé**.
- ⋆ réaliser un tracé correct d'un signal modulé en amplitude en tenant du rapport de fréquences
- ⋆ linéariser le produit pour obtenir le spectre du signal.

IV.2 Applications

✍ Exercice IV.1: Valeurs efficaces et valeurs moyennes

Q1. Calculer la valeur moyenne puis efficace du signal "créneau" de période T, $s(t)$ défini par :

$$s(t) = \begin{cases} A \text{ si } x \in [0; T/2] \\ -A \text{ si } x \in [T/2; T] \end{cases}$$

Q2. Calculer la valeur moyenne puis efficace du signal "triangle" de période T, s(t) défini par :

$$s(t) = \begin{cases} a(t - \frac{T}{4}) \text{ si } x \in [0; T/2] \\ -a(t - \frac{3T}{4}) \text{ si } x \in [T/2; T] \end{cases}$$

Points utiles pour cet exercice

- ⋆ Valeurs efficaces et valeurs moyennes.

Eléments de correction (sans justification) :

Q1. $S_{moy} = 0, S_{eff} = A$

Q2. $S_{moy} = 0, S_{eff} = \frac{aT}{4\sqrt{3}}$

✍ Exercice IV.2: Modulation d'amplitude

On considère un signal u_1 sinusoïdal de période T_1 et d'amplitude u_{1m} et un signal u_2 sinusoïdal de période $T_2 = T_1/10$ et amplitude $u_{2m} = u_{1m}$. On crée à partir de ces deux signaux un troisième signal de la forme : $u_S = u_2 \times (1 + mu_1)$.

Q1. Donner les expressions temporelles des signaux u_1 et u_2 en fonction de T_1, u_{1m} et du temps.

Q2. Justifier que u_S peut être vu comme un signal modulé en amplitude et représenter graphiquement l'allure temporelle de u_S.

Q3. Déterminer le spectre de u_S.

Points utiles pour cet exercice

- ⋆ Modulation d'amplitude

Eléments de correction (sans justification) :

$$u_1(t) = u_{1m}\cos\left(\frac{2\pi}{T_1}t\right) \tag{4.12}$$

$$u_2(t) = u_{1m}\cos\left(\frac{20\pi}{T_1}t\right) \tag{4.13}$$

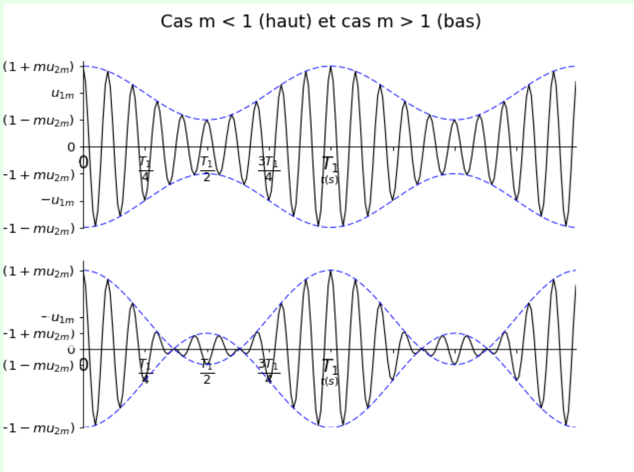


FIGURE 4.8 – Tracé temporel

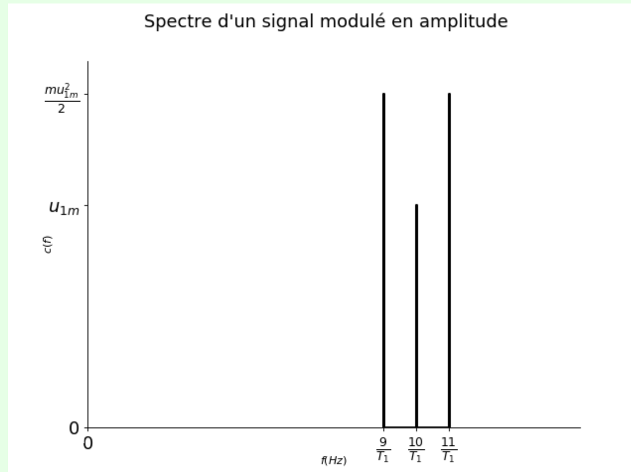


FIGURE 4.9 – Spectre

IV.3 Entraînement

✍ Exercice IV.3: Tracé de spectres

On considère le signal "dent de scie" dont le tracé temporel est donné ci-contre. On donne aussi sa décomposition en série de Fourier :

$$u(t) = \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{2V_m}{\pi}\frac{(-1)^n}{n}\sin n\omega t$$

Q1. Relier ω et T. Le justifier.

Q2. Représenter le spectre de Fourier du signal.

Q3. Que vaut la valeur moyenne du signal ?

On considère le signal "redressé simple alternance" dont le tracé temporel est donné ci-contre. On donne aussi sa décomposition en série de Fourier :

$$u(t) = \frac{V_m}{\pi} + \frac{V_m}{2}\cos\omega t + \sum_{n=1}^{+\infty}\frac{2V_m}{\pi}\frac{1}{4n^2-1}\sin 2n\omega t$$

Q4. Relier ω et T. Le justifier.

Q5. Représenter le spectre de Fourier du signal.

Q6. Que vaut la valeur moyenne du signal ?

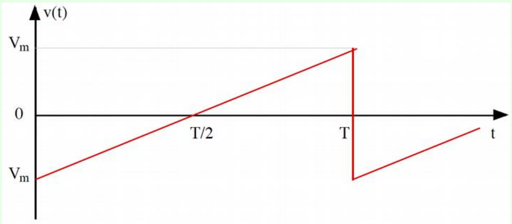


FIGURE 4.10 – Signal dent de scie

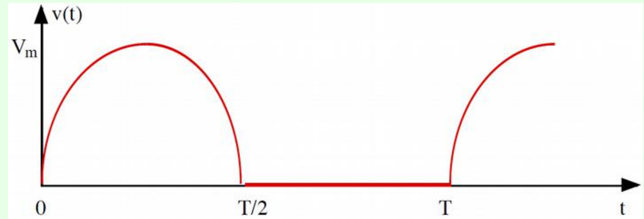


FIGURE 4.11 – Signal redressé

Points utiles pour cet exercice

- ⋆ Tracé de spectres

Eléments de correction (sans justification) :

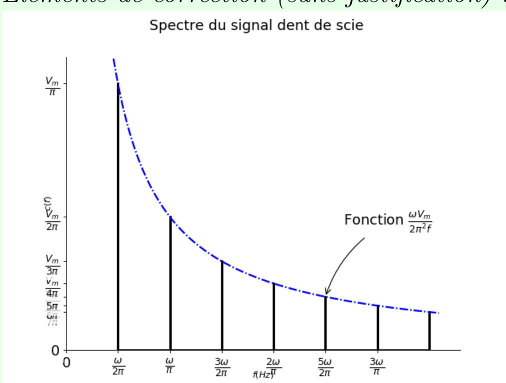


FIGURE 4.12 – Signal dent de scie. Spectre.

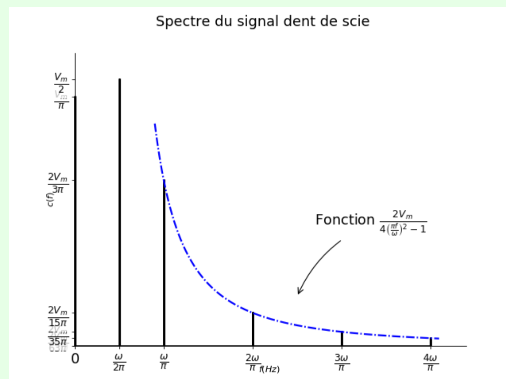


FIGURE 4.13 – Signal redressé. Spectre.