

Corrigé: Battements

IV.1 Q1. On prend comme origine des phases, la suppression de l'onde 1 en M :

$$p(M, t) = p_0 \cos(2\pi f_1 t) + p_0 \cos(2\pi f_2 t + \phi_{2/1}) \quad (1)$$

Q2. On utilise les relations trigonométriques :

$$\begin{aligned} p(M, t) &= 2p_0 \cos\left(\frac{2\pi(f_1 + f_2)t}{2} + \frac{\phi_{2/1}}{2}\right) \cos\left(\frac{2\pi(f_2 - f_1)t}{2} + \frac{\phi_{2/1}}{2}\right) \\ &= 2p_0 \cos\left(2\pi\left(f_1 + \frac{\Delta f}{2}\right)t + \frac{\phi_{2/1}}{2}\right) \cos\left(2\pi\frac{\Delta f}{2}t + \frac{\phi_{2/1}}{2}\right) \end{aligned}$$

Comme $\Delta f/2 \ll f_1 + \Delta f/2$, il s'agit bien d'un signal modulé en amplitude avec :

$$\begin{cases} f_f = f_1 + \Delta f/2 \\ f_m = \frac{\Delta f}{2} \end{cases}$$

Q3. Cf. figure ci-après. Le cas où l'amplitude est minimale correspond à un instant où le déphasage entre les deux ondes vaut π , il vient une amplitude nulle. Le cas contraire correspond à un déphasage nul, l'amplitude vaut alors $2p_0$.

Q4. On garde la partie modulante qui n'est pas moyennée :

$$\begin{aligned} I &= 4kp_0^2 \cos^2\left(2\pi\frac{\Delta f}{2}t + \frac{\phi_{2/1}}{2}\right) \\ &= 2kp_0^2 \left(\cos^2\left(2\pi\frac{\Delta f}{2}t + \frac{\phi_{2/1}}{2}\right) + 1\right) \end{aligned}$$

L'intensité varie donc sinusoidalement.

Q5. En linéarisant, il vient que l'intensité a pour période $1/\Delta f$. En mesurant donc la période de l'intensité sonore, on peut directement remonter à Δf .

Q6. On peut remarquer que les résultats précédents ne dépendent que de l'écart en fréquence et non du déphasage initial ou dû à la propagation des ondes. Le phénomène de battements sera donc identiques en un autre point : pas de zones claires ni de zones sombres contrairement aux interférences. Et les minima et maxima d'amplitudes seront ressenties en tout point à des instants différents.

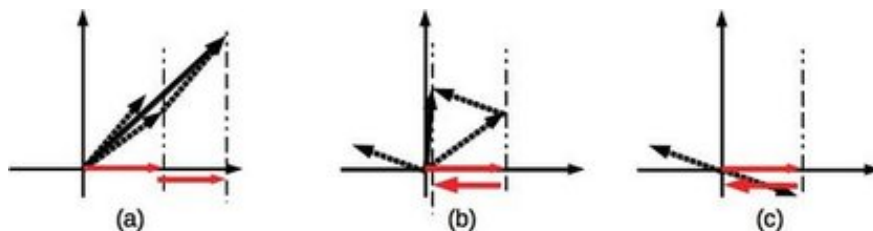


FIGURE 1 – Représentation de Fresnel

Corrigé: Fentes d'Young

IV.1 Q1. Déterminer une différence de chemin optique : Le chemin parcouru par le premier rayon est SS_1M et le chemin parcouru par le second rayon est SS_2M . Les portions SS_1 et SS_2 étant identiques et dans le même milieu, la différence de chemin optique est la même. Il vient $\delta = n_{air}(S_2M - S_1M) = S_2M - S_1M$ soit :

$$\begin{aligned}\delta &= \sqrt{\left(\frac{a}{2} - x\right)^2 + D^2} - \sqrt{\left(\frac{a}{2} + x\right)^2 + D^2} \\ &= D \left(\sqrt{\left(\frac{\frac{a}{2} - x}{D}\right)^2 + 1} - \sqrt{\left(\frac{\frac{a}{2} + x}{D}\right)^2 + 1} \right) \\ &\approx D \left(1 + \frac{1}{2} \left(\frac{\frac{a}{2} - x}{D}\right)^2 - \left(1 + \frac{1}{2} \left(\frac{\frac{a}{2} + x}{D}\right)^2 + 1 \right) \right) \\ &\approx -\frac{ax}{D}\end{aligned}$$

Q2. Déphasage et ordre d'interférence :

$$\begin{aligned}\Phi &= \frac{2\pi\delta}{\lambda_0} \\ &\approx -\frac{2\pi ax}{D\lambda_0} \\ p &= \frac{\delta}{\lambda_0} \\ &= \frac{ax}{D\lambda_0}\end{aligned}$$

Q3. Interférences constructives et destructives : Les interférences constructives sont obtenues là où le déphasage est de la forme $2m\pi$ avec $m \in \mathbb{Z}$ et les interférences destructives sont obtenues là où le déphasage est de la forme $(2m+1)\pi$ avec $m \in \mathbb{Z}$.

$$\begin{aligned}-\frac{2\pi ax_{constructif}}{D\lambda_0} &= 2m\pi \\ \implies x_{constructif} &= \frac{D\lambda_0 m}{a} \\ -\frac{2\pi ax_{destructif}}{D\lambda_0} &= (2m+1)\pi \\ \implies x_{destructif} &= \frac{D\lambda_0(m+1/2)}{a}\end{aligned}$$

Les zones claires et sombres correspondent à des zones où x est fixé mais la coordonnées transverses y est quelconque : les zones claires et sombres seront des franges.

Q4. Interfrange et interférométrie : L'interfrange est l'écart minimale entre deux franges d'égales intensités (brillantes par exemples) donc soit : $i = x_{m+1} - x_m = \frac{D\lambda_0}{a}$. On observe que l'interfrange (grandeur mesurable est d'**autant plus grande que l'écart entre les fentes est petit** : on peut donc remonter à une distance très petite en la transformation en une distance très grande, mesurable à notre échelle : c'est le grand intérêt de l'**interférométrie**.

Q5. Figure d'interférences réelle : On observe bien l'alternance de franges brillantes et sombres comme prévu.

Par contre, on observe une diminution de l'intensité quand on s'éloigne du bord qui n'est pas prévu par la théorie. Cela est du au phénomène de **diffraction**. Ce dernier élargie les faisceau au niveau des fentes permettant aux deux faisceaux de se rencontrer, d'interférer. Mais cet élargissement est limité à un cône et en dehors de ce cône, l'intensité chute diminuant l'intensité des raies observées. Cette diminution n'est pas brutale mais suit un profil similaire à celui observé pour la diffraction seule.

Q6. Ordre d'interférence : Au centre, $p = 0$, on observe une frange brillante.

Q7. En un point d'abscisse x , l'ordre d'interférence est $p = \frac{ax}{D\lambda_0}$.

Q8. Entre O et M, le nombre de franges brillantes est $\frac{x}{i} = \frac{ax}{D\lambda_0} = p$: on retrouve le fait que la différence d'ordre d'interférence entre deux points correspond au nombre de franges brillantes visible (attention, il faut que l'ordre d'interférence soit monotone entre les deux points).

Corrigé: Modification du chemin optique

IV.1 Q1. Il suffit de reprendre le calcul qui a déjà été fait :

$$\phi_{r,M} = -\omega \frac{2\sqrt{d^2 + H^2}}{c} + \pi = -2\pi \frac{2\sqrt{d^2 + H^2} - \lambda/2}{\lambda}$$

Ici : $\mathfrak{S}_2 = 2\sqrt{d^2 + H^2}$ or par identification avec la relation $\phi = -\frac{2\pi\mathfrak{S}_2}{\lambda}$, il vient ^a :

$$\delta_{corrigé} = 2\sqrt{d^2 + H^2} - \frac{\lambda}{2}$$

Q2. Raisonnons sur le déphasage :

$$\begin{aligned}\Delta\Phi &= 2\pi \frac{2\sqrt{d^2 + H^2} - \lambda/2 - d}{\lambda} \\ &= 2\pi \frac{H - \lambda/2 - d}{\lambda}\end{aligned}$$

Les interférences sont constructives si :

$$\begin{aligned}\Delta\Phi &= 2m\pi \\ 2\pi \frac{H - \lambda/2 - d}{\lambda} &= 2m\pi \\ d &= H - \left(2m + \frac{1}{2}\right)\lambda\end{aligned}$$

avec $m \in \mathbb{Z}$.

a. On aurait soustraire π ce qui reviendrait à ajouter $\lambda/2$.

Corrigé: Interférences à l'infini

IV.1 Q1. Un point-image à l'infini est caractérisé par l'angle (noté θ_S ici) que fait le faisceau de rayon parallèle qui point vers le point avec l'axe optique (ici la médiatrice aux deux fentes).

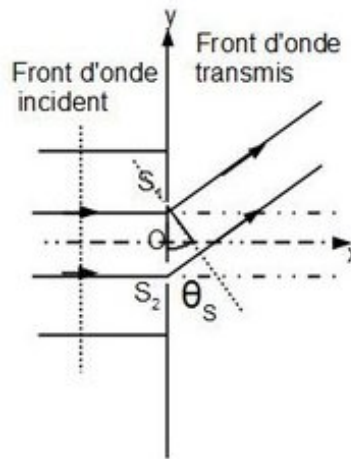


FIGURE 2 – Repérage. Cas infini.

Il vient que les deux rayons qui vont interférer à l'infini en un point M_∞ sont deux rayons parallèles issus de S_1 et S_2 avec un angle θ_S .

- Q2.** Si l'on considère deux rayons issus du point M_∞ et se dirigeant vers les fentes, le *théorème de Malus* assure que les front d'onde sont perpendiculaires (cf. Figure 2) donc le déphasage entre deux plans perpendiculaire aux rayons est nul. Il reste que le déphasage entre les deux rayons quand ils arrivent aux fentes se résume au retard à la propagation associé au petit chemin supplémentaire parcouru par le rayon 2 pour aller du projeté de S_1 sur le rayon 2 (point noté H sur le même front d'onde que S_1) jusqu'au point S_2 (cf. Figure 2).

On peut lui associer une différence de chemin optique :

$$\delta = n_{air} a \sin \theta_S \quad (2)$$

Par *principe de retour inverse*, la lumière emprunte le même chemin pour aller des fentes au point objet et le déphasage entre les deux rayons sera le même que dans l'autre sens. Il vient que la différence de chemin optique pour les deux rayons issus de S_1 et S_2 et interférant en M_∞ sera $a \sin \theta_S$.

- Q3.** $a \sin \theta_S = m \lambda_0$ avec $m \in \mathbb{Z}$.
- Q4.** Pour observer cette figure d'interférence, il faut projeter la figure sur un écran en utilisant une lentille et en plaçant l'écran dans le plan focal image de la lentille.

ON NE CALCULE JAMAIS UNE DIFFERENCE DE CHEMIN OPTIQUE A TRAVERS UNE LENTILLE. Car il s'agit d'une schématisation de Gauss : on perd l'information sur l'épaisseur traversée par exemple.

Par contre, on peut remarquer grâce au théorème de Malus que pour un point $M(x_{ecran}, y)$ sur l'écran, les fronts d'ondes sont sphériques et qu'avant la lentille, ces fronts d'ondes sont plans (Figure 3). Il vient que la différence de chemin optique entre ces plans et le points M est nuls : on se ramène à la même différence de chemin optique qu'à l'infini ^a.

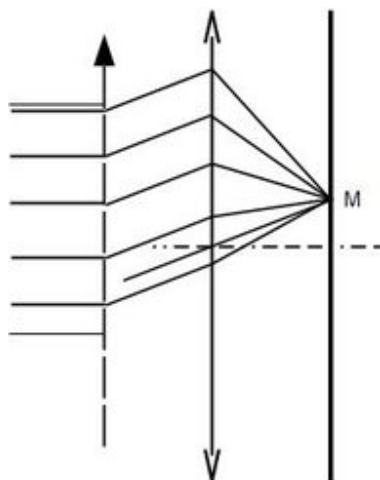


FIGURE 3 – Projection par une lentille

Il ne reste plus qu'à relier l'angle θ_S défini précédemment à y , la position transverse du point M : c'est-à-dire à trouver quelles sont les rayons issus de S_1 et S_2 qui arrivent au point M. On utilise pour cela les méthodes de tracé vues en optique géométrique : les antécédents des rayons qui arrivent au point M étaient parallèles entre eux car M est dans le plan focal image. On trace donc un rayon particulier : celui passant par le centre optique (non dévié). Les rayons issus de S_1 et S_2 qui arrivent en M lui sont parallèles. Il vient :

$$\theta_S \approx \tan \theta_S = \frac{y}{f'}$$

donc $\delta = a \sin \theta_S \approx a \theta_S = \frac{ay}{f'}$.

On s'entraînera à montrer que l'interfrange est alors :

$$i = \frac{\lambda f'}{a} \quad (3)$$

a. Cette propriété est générale : les lentilles ne modifient pas le déphasage entre un point objet et un point image