Corriges

♥ Méthode .1: Tracés graphiques

II.1 **Q1.** On considère une lentille convergente de distance focale image $f' = 2cm$ et un objet $\overline{AB}$ situé dans un plan frontal avec A sur l'axe optique tel que $\overline{FA} = -2f'$ et $\overline{AB} = d = 2cm$. Déterminer graphiquement la position et la taille de l'image de $\overline{AB}$ par la lentille et expliquer le tracé graphique.

Q2. On considère une lentille divergente de distance focale image $f' = -2cm$ et une image $\overline{A'B'}$ située dans un plan frontal avec A' sur l'axe optique tel que $\overline{F'A'} = f'/2$ et $\overline{A'B'} = d = 1cm$. Déterminer graphiquement la position et la taille de l'antécédent de $\overline{A'B'}$ par la lentille et expliquer le tracé graphique.

Q3. Tracer le faisceau sortant de la lentille convergente pour la **??**.

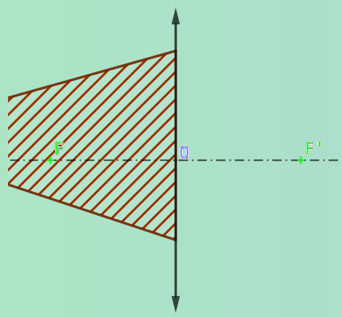


FIGURE 1 – Faisceau

Corrigé: Tracés graphiques

Les tracés graphiques sont faits en classe. On donne ici la rédaction de la description du tracé.

Tracé expliqué sur Geogebra

Q1. On trace deux rayons *entrants* passant par le point B : l'un parallèle à l'axe optique qui ressort de la lentille en passant par le foyer principal image F' et l'autre passant par le foyer principal objet F et qui ressort en parallèle à l'axe optique [a]. Par stigmatisme, le point d'intersection des deux rayons sortants situe l'image B' de B.

Par aplanétisme, l'image A' de A est dans le plan frontal de B' et sur l'axe optique.

Q2. *Ici on connait la position de l'image, on commence donc par tracer des rayons sortants pour trouver leur antécédents. De plus, l'image est virtuelle, on va donc tracer des rayons sortants dont les prolongements virtuels passant par B'.*

On trace deux rayons sortants dont les prolongements passent par B' : un rayon parallèle à l'axe optique qui provient d'un rayon passant par F(*i.e. dont le prolongement par* F) et un rayon dont le prolongement passe par F' et dont l'antécédent est un rayon parallèle à l'axe optique. Les rayons réels n'ont pas d'intersection : on les prolonge virtuellement pour déterminer la position de l'antécédent B de B' puis l'antécédent A de A' par projection sur l'axe optique [b].

Q3. On présente deux méthodes possibles :

- ⋆ Méthode 1 : Ce faisceau semble provenir d'un point objet B, le faisceau sortant devra donc concourir en B', image de B par la lentille. On se ramène donc à ce qui a été fait précédement : *S'entraîner à faire ce tracé et rédiger l'explication de ce dernier.*
- ⋆ Méthode 2 : On trace le devenir des rayons extrèmes. On développe cette méthode ici.

On considère le rayon extrême supérieur [c]

Méthode 2a : On note B l'intersection de ce rayon avec le plan frontal objet de la lentille. L'ensemble des rayons passant par B ressortent parallèle entre eux [d]. On trace donc le rayon passant par B et le centre optique qui ressort non dévié. Le rayon sortant correspondant au rayon extrêmes supérieur est parallèle au précédent rayon tracé.

Méthode 2b : Tous les rayons parallèles au rayon supérieur se coupent en un foyer secondaire objet, c'est-à-dire dans le plan focal image. On trace donc le rayon parallèle au rayon étudié et passant par le centre optique : il ressort non dévié. On repère son intersection B' avec le foyer principal image. Le rayon sortant recherché passe par ce point.

Reprendre les deux méthodes précédentes pour déterminer le devenir du rayon extrême inférieur.

---

a. On aurait aussi pu tracer le rayon passant par le centre optique O qui ressort non dévié : deux rayons sur les 3 utiles suffisent.

b. On remarquera que AB est un objet virtuel.

c. Ce n'est pas un rayon particulier.

d. Mais PAS parallèle à l'axe optique.

♥ Méthode .2: Etude par le calcul

II.1 Q1. Reprendre les configurations des deux premières questions de l'exercice précédent et déterminer par le calcul les positions et tailles de l'image ou de l'objet cherché.

Q2. On considère une lentille convergente, déterminer par le calcul les positions des plans frontaux (objet et image) pour lesquels le grandissement est égal à -1.

Corrigé: Etude par le calcul

Il est conseillé de s'habituer à représenter les transformations optiques par des lentilles par un schéma permettant de retrouver les grandeurs utiles et d'introduire des notations pour les points des objets/images étudiées.
Par exemple, pour les questions de cet exercice, en notant $\mathfrak{L}$ la lentille, on représente la transformation de l'objet A en l'image A' par [a] *:*

$$A \xrightarrow{\mathfrak{L}(O,f')} A'$$

Cette méthode devient indispensable pour mettre en équation des systèmes à plusieurs lentilles.
Ici ce schéma traduit que A' est conjugué avec A par $\mathfrak{L}$, on peut donc écrire l'une des relations de conjugaison et de grandissement.

Q1. *Les distances sont données par rapport aux foyers, on va donc utiliser les relations au foyer.*

Lentille convergente :

$$\overline{FA} \times \overline{F'A'} = -f'^2$$
$$\frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{FO}}{\overline{FA}}$$

soit :

$$\boxed{\begin{cases} \overline{F'A'} & = -\frac{f'^2}{\overline{FA}} = \frac{f'}{2} = 1cm \\ \overline{A'B'} & = \frac{f'}{\overline{FA}}\overline{AB} = -d/2 = -1cm \end{cases}} \tag{1}$$

Lentille divergente :

$$\overline{FA} \times \overline{F'A'} = -f'^2$$
$$\frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{F'A'}}{\overline{F'O}}$$

soit :

$$\boxed{\begin{cases} \overline{FA} & = -\frac{f'^2}{\overline{F'A'}} = -2f' = 4cm \\ \overline{AB} & = -\frac{f'}{\overline{F'A'}}\overline{A'B'} = -2d = -2cm \end{cases}} \tag{2}$$

Q2. *Attention, cette fois, la grandeur connue est le grandissement $\gamma = -1$, les positions de A et A' ne sont pas connues.*

On peut écrire les deux relations (cette fois au centre optique) :

$$\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f'}$$
$$\frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = -1$$

Il vient $\overline{OA'} = -\overline{OA}$ soit :

$$\boxed{\overline{OA} = -\overline{OA'} = -2f'} \tag{3}$$

a. On pourra noter les caractéristiques choisies pour la lentille, ici son centre optique et sa distance focale.

♥ Méthode .3: Zones d'espaces conjugués

On considère une lentille convergente. Déterminer les zones objets correspondant aux configuration suivantes :

II.1 **Q1.** l'objet est réel et l'image est réelle.

Q2. l'objet est réel et l'image est virtuelle.

Q3. l'objet est virtuel et l'image est virtuelle.

Q4. l'objet est virtuel et l'image est réelle.

Dans chaque configuration, on déterminera aussi :

- ⋆ la zone image correspondante
- ⋆ si l'image est droite ou renversée

★ si l'image est grandit, rétrécie ou si elle peut-être les deux.

Corrigé: Zones d'espaces conjugués

On notera A l'objet et A' son image par la lentille L de centre optique O, de foyers F et F' et de distance focale image f'.
Rappel : Un objet est réel si $\overline{OA} < 0$ et virtuel sinon. Une image est réelle si $\overline{OA'} > 0$.

Relations générales :

$$\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f'} \Longrightarrow \overline{OA'} = \frac{f'}{1 + \frac{f'}{\overline{OA}}}$$

$$\overline{FA} \times \overline{F'A'} = -f'^2 \Longrightarrow \overline{F'A'} = -\frac{f'^2}{\overline{FA}}$$

$$\gamma = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} = \frac{f'}{\overline{FA}} = -\frac{\overline{F'A'}}{f'}$$

Q1. On veut $\overline{OA'} > 0$ soit $\frac{f'}{\overline{OA}} > -1 \Longrightarrow \overline{OA} < -f'$ ou $\overline{OA} > 0$: l'objet est placé avant le foyer objet s'il est réel.
Comme $\overline{FA} < 0$, il vient que $\overline{F'A'} > 0$: l'image est entre le foyer image et l'infini.
Trivialement, $\gamma = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} < 0$ donc l'image est inversée. L'image peut être agrandie ou rétrécie (il suffit de remarquer que pour $\overline{FA} = -f'$, $\gamma = -1$).

Q2. On veut $\overline{OA'} < 0$ soit $0 > \overline{OA} > -f'$: l'objet est nécessairement réel [a]. L'objet est entre le foyer objet et le centre optique.
L'image est alors entre l'infini et le centre optique.
Trivialement, $\gamma = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} > 0$ donc l'image est droite. Comme $|\overline{FA}| < f'$, alors $\gamma > 1$: l'image est toujours agrandie.

Q3. Impossible

Q4. On est dans le cas $\overline{OA} > 0$: l'objet est après le centre optique.
Comme $\overline{FA} > 0$, il vient que $-f' < \overline{F'A'} < 0$: l'image est entre le centre optique et et le foyer image.
Trivialement, $\gamma = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} > 0$ donc l'image est droite. Comme $|\overline{FA}| > f'$, alors $\gamma < 1$: l'image est toujours plus petite.

a. Le cas 3. n'est donc pas possible

♥ Méthode .4: Projection

Nous allons étudier ici les conditions de projection, c'est-à-dire les conditions permettant de projeter un objet sur un écran à une distance donnée. On retrouve évidemment ce principe dans tous les dispositifs. . .de projection comme un vidéo-projecteur.

On désire projeter un objet lumineux (exemple l'objet illumé par un vidéoprojecteur) sur un écran situé à une distance D (par exemple le tableau). On dispose pour celà de lentilles et on veut savoir quelles sont les lentilles qu'on peut choisir pour réaliser cette projection.

On s'impose que :

II.1 ★ Condition 1 : l'image sur l'écran doit être nette (!)

- ⋆ Condition 2 : l'image sur l'écran doit être grandie.

Analyse de la condition 1.

Q1. Quel est la nature (réel/virtuel) de l'objet ? de l'image ? Quelle type de lentille faut-il choisir ?

Q2. Justifier que la distance focale f' de la lentille doit vérifier la **condition de projection** : $D \geq 4f'$

Analyse de la condition 2.

Q3. La condition de projection étant réalisée, déterminer les distances $\overline{OA}$ entre la lentille et l'objet et $\overline{OA'}$ entre la lentille et l'écran en fonction de D et f'. Vous devez trouver deux possibilités.

Q4. Laquelle de ces deux possibilités permet de satisfaire la condition 2 ?

Q5. Exprimer dans ces conditions le grandissement.

Q6. Estimer la distance focale de la lentille du vidéoprojecteur de la classe ainsi que le grandissement.

Q7. Comment faut-il choisir la distance focale pour obtenir un grossissement important. Quel problème celà peut-il poser ?

Corrigé: Projection

Q1. Objet et image sont réels, il faut donc une lentille convergente.

Q2. Soit $x = \overline{OA}$, la conjugaison entre l'objet et l'écran s'écrit :

$$\frac{1}{D+x} - \frac{1}{x} = \frac{1}{f'} \Longrightarrow x^2 + Dx + Df' = 0$$

Le discriminant s'écrit $\Delta = D^2 - 4Df'$ et l'équation une solution réelle seulement si $\Delta \geq 0$ soit $\boxed{D \geq 4f'}$.

Q3. On résoud l'équation qui possède deux solutions possibles

$$\boxed{\begin{cases} \overline{OA} & = x = \dfrac{-D\left(1+\sqrt{1-\frac{4f'}{D}}\right)}{2} \\ \overline{OA'} & = D + x = \dfrac{-D\left(-1+\sqrt{1-\frac{4f'}{D}}\right)}{2} \end{cases}} \tag{4}$$

ou :

$$\boxed{\begin{cases} \overline{OA} & = x = \dfrac{-D\left(1-\sqrt{1-\frac{4f'}{D}}\right)}{2} \\ \overline{OA'} & = D + x = \dfrac{-D\left(-1-\sqrt{1-\frac{4f'}{D}}\right)}{2} \end{cases}} \tag{5}$$

Q4. On veut $\overline{OA'} > -\overline{OA}$ [a]. La seule solution possible est donc :

$$\boxed{\begin{cases} \overline{OA} & = x = \dfrac{-D\left(1-\sqrt{1-\frac{4f'}{D}}\right)}{2} \\ \overline{OA'} & = D + x = \dfrac{-D\left(-1-\sqrt{1-\frac{4f'}{D}}\right)}{2} \end{cases}} \tag{6}$$

Q5. $\gamma = -\frac{\left(1+\sqrt{1-\frac{4f'}{D}}\right)}{\left(1-\sqrt{1-\frac{4f'}{D}}\right)}$

La suite en cours.

a. car $\overline{OA} < 0$

♥ Méthode .5: Etude d'une loupe

Une loupe sert à grossir les objets. Elles composée d'une lentille (convergente) dont on note la distance focale $f' = 10mm$.

II.1 Q1. Déterminer l'intervalle de position de l'objet permettant à un oeil emmétrope (on donne la distance du PR : d_{min} = 25mm) de voir l'image donnée par la loupe nette. On supposera que l'oeil est placé au foyer image de la loupe et que $d_{min} > f'$. On parle de **latitude de mise au point**, expliquer ce terme.

Q2. Déterminer le grossissement commercial de la loupe.

Q3. Comment évoluent le grossissement commercial et la latitude de mise au point en fonction de f'. Commenter.

Q4. Déterminer la taille du plus petit objet distinguable par l'oeil dans les conditions d'utilisation optimales. On donne le pouvoir de résolution de l'oeil : $\theta = 3 \times 10^{-4}$rad.

Corrigé: Etude d'une loupe

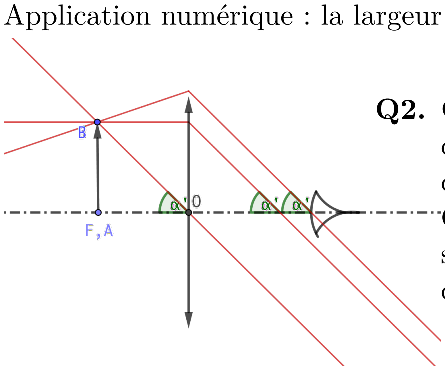
Q1. On va chercher les antécédents du PR et du PP. L'intervalle entre les deux correspondra à la latitude de mise au point.

L'antécédent du Punctum Remotum - qui est à l'infini - est évidemment le foyer principal objet de la loupe donc $\overline{FA_{PR}} = 0$.

On cherche l'antécédent du Punctum Proximum positionné tel que $\overline{F'A'_{PP}} = -d_{min}$. Puisque qu'on a déjà la distance au foyer image, on va utiliser la relation de Newton :

$$\overline{FA_{PP}} \times \underbrace{\overline{FA'_{PP}}}_{-d_{\min}} = -f'^2 \Longrightarrow \boxed{\overline{FA_{PP}} = \frac{f'^2}{d_{\min}}} \tag{7}$$

Application numérique : la largeur de l'intervalle est 4mm.



Q2. Calcul de l'angle apparent à travers la loupe. L'image finale devant être au PR d'un oeil emmétrope, donc à l'infini, son antécédent doit être au foyer principal objet.
On considère un objet $\overline{AB}$ placé dans le plan focal objet. On a représenté le tracé pour obtenir l'image B' de B par la loupe. On peut ainsi déterminer l'angle sous lequel on voit l'image à travers la loupe.

Q3. Il vient $\alpha' \approx \tan\alpha' = -\frac{\overline{AB}}{f'}$ soit :

$$\boxed{G_c = \left|\frac{\alpha'}{\alpha}\right| = \frac{d_{\min}}{f'}} \quad (8)$$

Application numérique : $G_c = \times 25$

Q4. On peut reprendre les formules précédentes :

$$AB = f' \tan\theta \approx \theta f' \approx 3 \times 10^{-6} \mathrm{rad} \quad (9)$$

- ⋆ *On remarque que la latitude de mise au point diminue très rapidement avec la distance focale. A l'inverse, le grossissement augmente quand la distance focale diminue. On a donc un compromis entre le grossissement et la latitude de mise au point : plus on augmente le premier, plus la seconde est délicate.*
- ⋆ *Diminuer la distance focale peut avoir d'autres limites, notamment l'obligation de bomber la lentille ce qui conduit à des aberrations plus importantes.*

♥ Méthode .6: Etude d'un oculaire

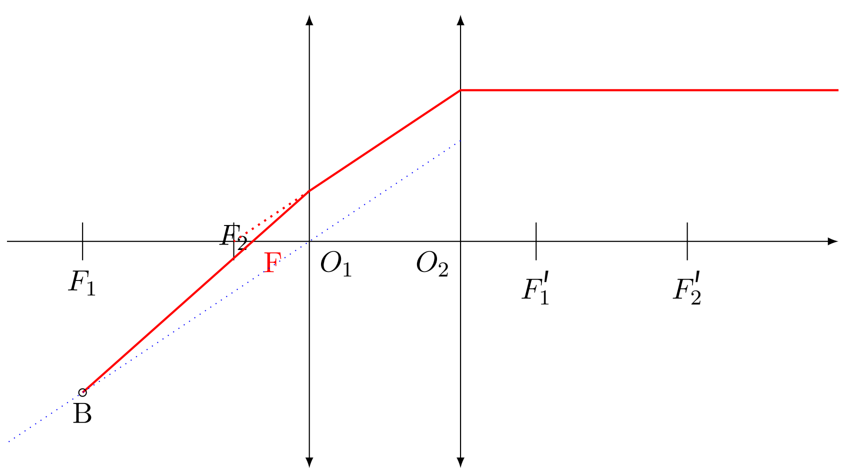
L'étude précédente a pu montrer les limites d'une lentille seule pour grossir les objets à distance finie. C'est pourquoi on utilise souvent un système à deux lentilles appelés **oculaire** pour grossir un objet situé à distance finie. Nous allons voir les méthodes permettant d'étudier un instrument composé de deux lentilles.

On considère donc un doublet de lentille $\{L_1, L_2\}$ appelé doublet de Ramsden dont les distances focales images respectives sont $f_1 = f_2 = 3a$ et dont la distance entre les centre optiques respectifs O_1 et O_2 est $\overline{O_1O_2} = 2a$.

II.1 Q1. Déterminer graphiquement puis par le calcul la position du foyer principal objet de l'ensemble des deux lentilles. Pourquoi est-ce important de savoir où il se trouve ? Commenter son caractère virtuel ou réel.

Q2. Déterminer le grossissement commercial de l'oculaire. Quelle focale faudrait-il à une loupe pour avoir le même grossissement commercial ?

Corrigé: Etude d'un oculaire



Q1. Le foyer principal objet F étant l'antécédent d'un point image B_∞ à l'infini sur l'axe optique, on trace un rayon sortante parallèle à l'axe optique [a] et on rercherche son antécédent par le doublet.

L'axe optique étant aussi un rayon qui converge vers B_∞, son intersection avec le rayon précédent situera F.

Le rayon intermédiaire recherché s'obtient en remarquant que le rayon sortant étant parallèle à l'axe optique, il provient avant L_2 d'un rayon passant par F_2. On déterminer ensuite l'antécédent de ce rayon intermédiaire par L_1 en traçant un rayon intermédiaire parallèle et passant par O_1 qui n'a pas pas été dévié. Ce rayon et celui recherché se coupait dans le plan focal objet de L_1 [b] soit au point B.

Le point F se situe comme précisé à l'intersection du rayon étudié avec l'axe optique soit au milieu de F_2O_1. C'est un foyer objet réel et c'est le meilleur endroit pour placer l'objet visé car l'image sera alors à l'infini permettant à un oeil emmétrope d'observer sans accomoder.

On pourra s'entraîner à déterminer l'image par une autre méthode : L'image finale étant à l'infini, l'image intermédiaire est dans le plan focal objet de L_2, il faut donc déterminer graphiquement l'antécédent par L_1 d'une image située dans le plan de F_2.

Par le calcul, le schéma des transformations est :

$$F \xrightarrow{L_1} A_1 \xrightarrow{L_2} A_\infty$$

Il vient que $A_1 = F_2$ puisque l'image finale est à l'infini. On cherche donc par le calcul l'antécédent de F_2 par L_1. La relation de conjugaison pour L_1 donne :

$$\begin{aligned}\overline{F_1F} \times \overline{F_1'F_2} &= -f_1'^2 \\ \overline{F_1F} &= \frac{-9a^2}{-4a}\end{aligned}$$

soit :

$$\boxed{\overline{F_1F} = \frac{9a}{4}} \tag{10}$$

Dans ce genre de question, on pensera à vérifier la cohérence entre le résultat obtenue par le calcul et le tracé graphique.

Q2. Comme pour la loupe, l'angle sous lequel l'objet est vu au PP est $\alpha_c \approx \tan\alpha_c = \frac{\overline{AB}}{d_{min}}$.

On positionne un objet dans le plan de F pour obtenir une image à l'infini et exprimer α' en fonction de $\overline{AB}$. [c]. **On trace notamment le rayon passant par F_1 et B qui ressort de L_1 parallèle à l'axe optique puis en passant par F_2.**

Il vient : $\alpha' \approx \tan\alpha' = -\frac{\overline{A_1B_1}}{\overline{O_2F_2}}$.

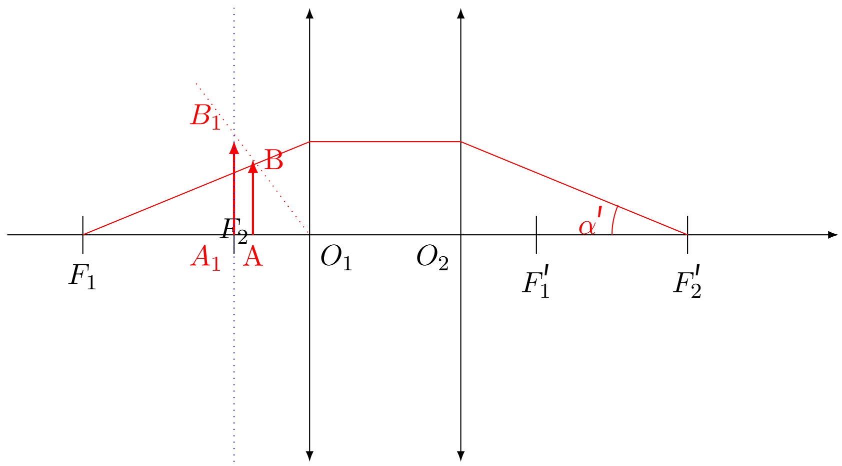
On utilise la relation de grandissement sur L_1 :

$$\begin{aligned}\overline{A_1B_1} &= \frac{\overline{F_1O_1}}{\overline{F_1F}}\overline{AB} \\ &= \frac{4}{3}\overline{AB}\end{aligned}$$

Il vient :

$$\boxed{G_c = \frac{4d_{min}}{9a}} \tag{11}$$

Il aurait donc fallu une lentille seule de focale $f' = 9a/4$.



a. qui "converge" vers le point à l'infini sur l'axe optique.

b. car il sont parallèle à la sortie de L_1

c. Il n'est pas nécessaire de tracer deux rayons pour déterminer la position de l'image intermédiaire qu'on sait être dans le plan de F_2