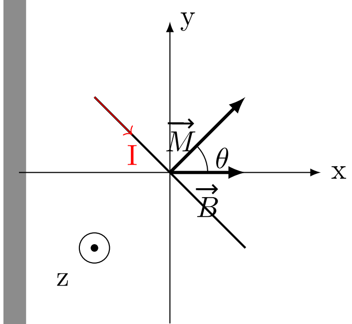
Corriges

Corrigé: Position d'équilibre d'un circuit fermé indéformable



Remarque importante : L'intensité n'était pas orientée sur le schéma mais **elle est implicitement orientée** par le vecteur moment magnétique $\overrightarrow{M}$. On rappelle que I doit être orientée en cohérence avec le vecteur surface et donc avec $\overrightarrow{M}$.

On étudie donc la spire dans le référentiel du bati supposé galiléen. Il y a trois actions qui s'appliquent :

IV.1 ⋆ Le poids, qui ne travaille pas car la spire ne peut se déplacer verticalement.

⋆ La liaison pivot qui ne travaille pas car elle est parfaite.

⋆ L'action du champ magnétique (action de Laplace) qui dérive d'une énergie potentielle puisque $\overrightarrow{M}$ est constant.

Il vient que le système est conservatif, on peut donc étudier l'énergie potentielle pour déterminer les positions d'équilibre et leur stabilité.

$$\begin{aligned} E_P &= -\overrightarrow{M} \cdot \overrightarrow{B} \\ &= -Ia^2 \overrightarrow{e}_r \cdot B_0 \overrightarrow{e}_x \qquad = -Ia^2 \cos\theta \frac{\mathrm{d}E_p}{\mathrm{d}\theta} = Ia^2 \sin\theta \end{aligned}$$

Les positions d'équlibre sont donc $\boxed{\theta_{eq} = 0; \theta_{eq} = \pi}$.
Quant à leur stabilité :

$$\frac{\mathrm{d}^2 E_p}{\mathrm{d}\theta^2} = Ia^2 \cos\theta$$

Il vient que $\theta_{eq} = 0$ est une position d'équilibre stable et que $\theta_{eq} = \pi$ est instable.

Corrigé: Cas d'un circuit déformable

IV.1 **Q1.** La barre est parcouru par le courant I, elle va donc subir une action de Laplace du champ magnétique. Comme c'est la seule action horizontale (pas de frottements), la barre va se mettre en mouvement.

La force de Laplace sur chaque petit élément est $\overrightarrow{dF} = I\overrightarrow{dl} \wedge \overrightarrow{B}$. Donc, $\left(\overrightarrow{dF}, I\overrightarrow{dl}, \overrightarrow{B}\right)$ forment un trièdre direct :

⋆ Si $I > 0$, alors $\overrightarrow{F} \cdot \overrightarrow{e}_x < 0$: la barre se rapproche de la source.

⋆ Si $I < 0$, alors $\overrightarrow{F} \cdot \overrightarrow{e}_x > 0$: la barre s'éloigne de la source.

Q2. On étudie la barre comme système [a]. Alors, $\overrightarrow{dl} = -dy\vec{e}_y$ donc :

$$\begin{aligned}\overrightarrow{dF} &= -Idy\vec{e}_y \wedge B_0\vec{e}_z \\ &= -B_0Idy\vec{e}_x \\ \vec{F} &= \int_{y=0}^{y=a} -B_0Idy\vec{e}_x \\ &= -B_0Ia\vec{e}_x\end{aligned}$$

On retrouve bien les mêmes conclusions.

Q3. On calcule la puissance fournie par la force infinitésimale puis on l'intègre ensuite [b]

$$\begin{aligned}dP_L &= \overrightarrow{dF}\cdot\vec{v} \\ &= -B_0Idy\dot{x} \\ P_L &= -\int_{y=0}^{y=a} B_0Idy\dot{x} \\ &= -B_0Ia\dot{x}\end{aligned}$$

On a remarqué que $I\dot{x} < 0$ à la première question donc $P_L > 0$ dans tous les cas : la barre reçoit de l'énergie.

De prime abord, c'est le champ magnétique qui fournit cette énergie puisqu'il exerce l'action. Mais puisqu'il est constant, l'énergie magnétique stockée est aussi constante : cela signifie que $\vec{B}$ prélève de l'énergie quelque part. Cette énergie est prelevée au circuit mais il nous manque à l'heure actuelle la théorie permettant d'expliquer ce phénomène : c'est l'objet du prochaine chapitre qui étudie le phénomène **d'induction**.

a. On ne peut donc pas utiliser les relations établies précédemment car ce n'est pas un circuit fermé.

b. La barre en translation, on aurait pu **dans cet exercice** calculer $P = \vec{F}\cdot\vec{v}$ directement mais la méthode proposée ici permet de montrer comment il faudrait faire ce calcul dans le cas d'une barre en rotation.