Corrigé: Méthode I.1

I.3.1 Q1. Méthode 1 : Rappel : La relation $\overrightarrow{E} = -\overrightarrow{grad}V$ peut se réécrire : $dV = -\overrightarrow{E}\cdot\overrightarrow{dOM}$ donc :

$$\begin{aligned}
U_{PO} = V(P) - V(O) &= \int_O^P dV \\
&= -\int_O^P \overrightarrow{E}\cdot\overrightarrow{dOM} \\
&= -\int_O^P \overrightarrow{E}\cdot(dr\overrightarrow{e}_r + rd\theta\overrightarrow{e}_\theta + r\sin\theta d\phi\overrightarrow{e}_\phi) \\
&= -\int_{r=0}^{r} E(r')dr'
\end{aligned}$$

avec $E(r')$ la coordonnées de $\overrightarrow{E}$ suivant $\overrightarrow{e}_r$.
On doit donc distinguer deux cas suivant les valeurs de r.

— Si $r < R$:

$$\begin{aligned}
U_{PO} &= -\int_{r=0}^{r} \frac{\rho}{3} r' dr' \\
&= -\frac{\rho}{6} r^2
\end{aligned}$$

— Si $r > R$:

$$\begin{aligned}
U_{PO} &= -\int_{r=0}^{R} \frac{\rho}{3} r' dr' - \int_{r=0}^{r} \frac{\rho R^3}{3r'^2} dr' \\
&=_{...} -\frac{\rho}{2}R^2 + \frac{\rho R^3}{3r'}
\end{aligned}$$

Il vient :

$$\boxed{V(P) = U_{PO} - V(0) = U_{PO} = \begin{cases} -\frac{\rho}{6}r^2 & \text{si r} < \text{R} \\ -\frac{\rho}{2}R^2 + \frac{\rho R^3}{3r'} & \text{si r} > \text{R} \end{cases}} \tag{9}$$

Méthode 2 : On explicite le gradient en coordonnées cylindriques :

$$-\frac{\partial \mathrm{V}}{\partial \mathrm{r}}\overrightarrow{e}_r - \frac{1}{r}\frac{\partial \mathrm{V}}{\partial\theta}\overrightarrow{e}_\theta - \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial \mathrm{V}}{\partial\phi}\overrightarrow{e}_\phi = E(r)\overrightarrow{e}_r$$

On retrouve que V ne dépend que de r et :

$$\frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{dr}} = -E(r) \Longrightarrow U_{PO} = -\int_{r=0}^{r} E(r')dr$$

La suite du calcul est identique. On peut aussi calcul $V(r)$ d'abord par primitivation en choisissant la constante d'intégration telle que $V(0) = 0$ puis ensuite $U_{PO} = V(r) - V(0)$. **Attention, dans ce cas, il faut veiller aux différentes constantes d'intégration pour V soit une fonction continue.**

Q2. $\boxed{E_p(r) = -eV(r)}$

Si l'on veut étudier le mouvement de l'électron, on peut remarquer que c'est un mouvement à force centrale. Il convient alors de passer à un système de coordonnées cylindriques, connaissant le moment cinétique, et d'utiliser une énergie potentielle effective.

Corrigé: Méthode I.2

I.3.1 Q1. On applique le théorème de l'énergie mécanique à la charge q entre les points A et B. La seule action est celle du champ électrique qui dérive d'une énergie potentielle donc l'énergie mécanique est conservée :

$$
\begin{aligned}
0 &= E_m(B) - E_m(A) \\
0 &= \frac{1}{2}mv^2 + qV_B - (qV_A) \\
v &= \sqrt{\frac{2qU_{AB}}{m}}
\end{aligned}
$$

La vitesse en B ne dépend donc bien que de la tension U_{AB} et pas du chemin parcouru ni de la structure du champ électrique.

De plus, pour que v soit défini, il faut que $qU_{AB} > 0$ donc la charge et la tension doivent être de même signe.[a] *On retrouve l'idée que la charge est attirée vers les zones d'énergies potentielles les plus faibles, soit* $qV_B < qV_A$.

Q2. $E_c = qU$ soit $E_c = 1000eV = 1keV$.

a. Attention, cette conclusion dépend de l'orientation de la tension.

Corrigé: Méthode I.3

I.3.1 Q1. On applique cette fois un PFD à l'électron dans le référentiel du laboratoire dans la zone de déviation par le champ électrique :

$$
\begin{cases} m\ddot{x} &= 0 \\ m\ddot{y} &= -eE_0 \end{cases}
$$
$$
\begin{cases} \dot{x} &= v_0 \\ \dot{y} &= -\frac{e}{m}E_0 t \end{cases}
$$
$$
\begin{cases} x &= v_0 t \\ y &= -\frac{e}{2m}E_0 t^2 \end{cases}
$$

Il vient en $x = d$ (soit $t = d/v_0$) :

$$
\begin{aligned}
x &= d \\
y &= -\frac{e}{2mv_0^2}E_0 d^2 \\
\dot{x} &= v_0 \\
\dot{y} &= -\frac{e}{mv_0}E_0 d
\end{aligned}
$$

Pour $x > d$, il n'y a plus aucune force, donc l'électron possède un mouvement rectiligne uniforme et :

$$x(t) = v_0 t$$
$$y(t) = -\frac{e}{2mv_0^2}E_0 d^2 - \frac{e}{mv_0}E_0 d(t - \frac{d}{v_0})$$

soit en $x = D$ (soit $t = \frac{d+D}{v_0}$) :

$$\delta = -y(D) = \frac{e}{2mv_0^2}E_0 d^2 \left(1 + \frac{2D}{d}\right) \tag{10}$$

Corrigé: Méthode I.4

On étudie le système {charge} dans le référentiel du laboratoire supposé gallileén. La seule action qui s'applique est celle du champ magnétique dont la force est : $\overrightarrow{F} = q\overrightarrow{v} \wedge \overrightarrow{B}$.

I.3.2 Q1. Il vient que la force est nécessairement perpendiculaire à $\overrightarrow{B}$, il n'y a donc pas d'accélération colinéaire au champ magnétique et si initialement, la vitesse est nulle dans cette direction, elle va le rester : <u>le mouvement sera alors contenu dans le plan perpendiculaire à $\overrightarrow{B}$</u>.

Q2. La trajectoire étant plane, on peut utiliser la base de Frenet.

Caractère uniforme : On peut remarquer que $\overrightarrow{F}$ est toujours perpendiculaire à la vitesse donc uniquement normale au mouvement. Il vient :

$$a_T = \left|\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{dt}}\right| = 0$$

donc la norme de la vitesse est constante : <u>le mouvement est uniforme à la vitesse $v = v_0$</u>.
Rayon et trajectoire circulaire : De plus :

$$ma_N = m\frac{v_0^2}{R} = |qv_0B|$$
$$R = \left|\frac{mv_0}{qB}\right|$$

On remarque que le rayon de courbure est constant, <u>la trajectoire est circulaire.</u>
On obtient aussi la vitesse de rotation :

$$\omega = \frac{v_0}{R} = \left|\frac{qB}{m}\right| \tag{11}$$

Sens de rotation : Dans un mouvement circulaire uniforme, l'accélération et donc la résultante des forces est centripète. Ici $\overrightarrow{F} = q\overrightarrow{v_0} \wedge \overrightarrow{B}$ donc $(\overrightarrow{F}, \overrightarrow{v_0}, \overrightarrow{qB})$ forme un trièdre directe. Il vient (Figure 3) que la rotation se fait en cohérence avec $\overrightarrow{-qB}$.

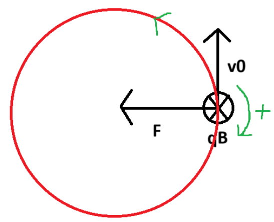

Figure 3 – Sens de rotation de la particule. (Le sens des angles cohérents avec $\overrightarrow{qB}$ est représenté par la flèche "+".)

Méthode 2 : (A n'utiliser QUE SI l'on sait déjà que la trajectoire est circulaire.) Si le caractère circulaire a déjà été démontré ou est admis, on peut alors directement choisir un système de coordonnées cylindriques d'axe Oz parallèle à $\overrightarrow{B}$ et de centre O le centre du cercle. On utilise alors l'accélération en coordonnées circulaire ($\overrightarrow{v} = v_0 \overrightarrow{e}_\theta$) :

$$-mR\dot{\theta}^2 = qv_0 B$$
$$mR\ddot{\theta} = 0$$

La seconde équation montre que $\dot{\theta} = cste$: le mouvement est uniforme.
Si $q > 0$, alors $v_0 < 0$: on tourne dans le sens des θ décroissant sans en cohérence avec $-\overrightarrow{e}_z = -q\overrightarrow{B}$.
Si $q < 0$, alors $v_0 > 0$: on tourne dans le sens des θ croissant sans en cohérence avec $\overrightarrow{e}_z = -q\overrightarrow{B}$.
La première équation, avec $\dot{\theta} = \frac{v_0}{R}$ donne $\dot{\theta} = -\frac{qB}{m}$. On en déduit R.