Resumen de lo visto hasta ahora…

Ley de Faraday (rige todo lo que vamos a ver en este capitulo)

$$\epsilon = -\frac{d\Phi_m}{dt}$$

Si a través de un circuito se produce un cambio de flujo magnético (ϕ) , se produce en él una fem (ϵ) que producirá una I en el circuito

COEFICIENTE DE INDUCCION (M) relaciona dos circuitos cercano

$$\epsilon_1 = -M_{12}\frac{dI_2}{dt} \qquad \phi_{12} = M_{12}\, I_2$$

COEFICIENTE DE AUTO INDUCCION, (AUTO)Inductancia

$$L = M_{11} \qquad \epsilon = -L\frac{dI}{dt} \qquad \phi = LI$$

AUTO Inductancia de una bobina

$$L = \mu_0 n^2 l \pi r^2 = \mu_0 \frac{N^2}{l}\pi r^2$$

Al igual que un condensador almacena energía en forma de campo eléctrico, una bobina (o inductancia) almacena energía en forma de campo magnético

Energía total almacenada en una bobina

Energía necesaria para aumentar la corriente un di

$$i' = i + di \Rightarrow dW_m = L\, i\, di$$

La energía total necesaria para aumentar la corriente que circula por una bobina desde 0 hasta i es:

$$W_m = \int_0^I L\, i\, di = L \int_0^I i\, di = L \left[\frac{i^2}{2} \right]_0^I = \frac{1}{2} L\, I^2$$

$$\boxed{W_m = \frac{1}{2} L\, I^2}$$

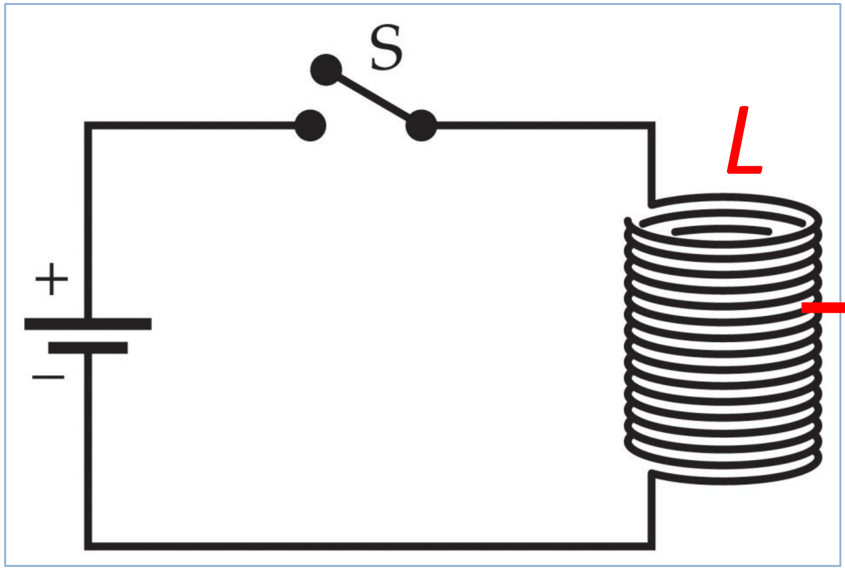
Esa energía se puede considerar asociada a al campo magnético que crea la corriente que circula por la bobina.

Circuitos con bobinas (autoinductancias *L*)

Circuitos con autoinductancia *L*

Acabamos de ver que las bobinas o solenoides son elementos con una alta autoinductancia L

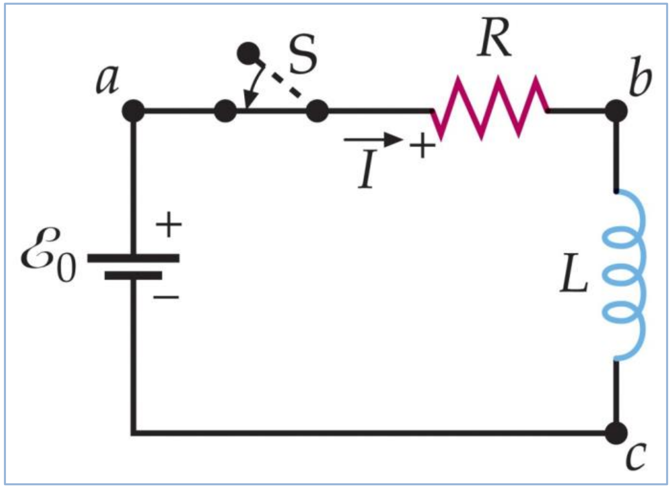
Se utilizan en muchos circuitos eléctricos, se denominan muchas veces tan solo autoinductancia o inductancia y se caracterizan por su coeficiente de autoinductancia L (muchas veces abreviado tan solo como Inductancia)



SIMBOLO DE AUTOINDUCTANCIA EN UN CIRCUITO

Circuitos RL

Vamos a estudiar circuitos con
-una batería, $\mathcal{E}_0$
-una resistencia, R
-una bobina (inductancia),L



Veremos que al conectar estos circuitos hay un tiempo en el que la I varia con el tiempo I(t) (estado transitorio) hasta llegar un estado donde la I ya no varia con el tiempo (estado estacionario).

Veremos que existen estos comportamientos transitorios en la *conexión* y *desconexión*

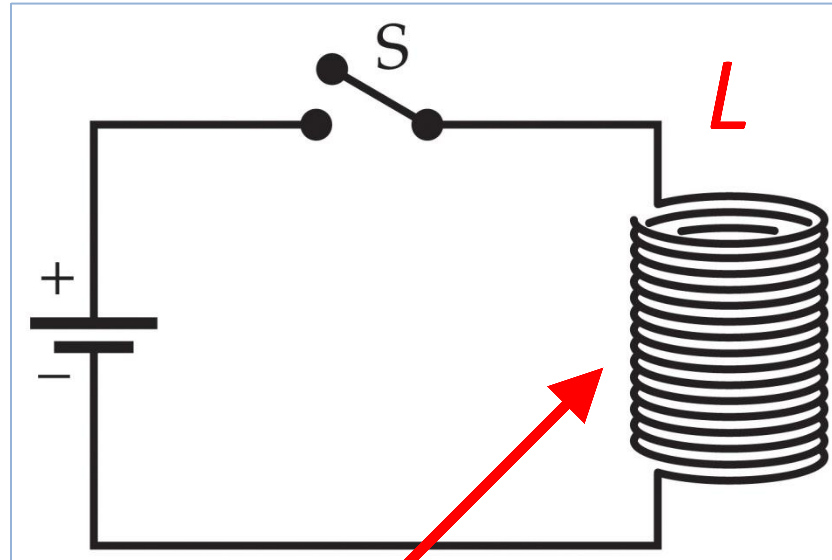
Circuitos con autoinductancia *L*

En una inductancia (bobina)

- Al *variar* la corriente *I*, varía ***B* que crea en su interior** y el flujo magnético Φ_m y por lo tanto, se *induce* una f.e.m. ε *adicional* en el circuito.

- De acuerdo a la **Ley de Lenz**, la f.e.m. inducida se opone siempre a la causa que origina la variación del flujo Φ_m.

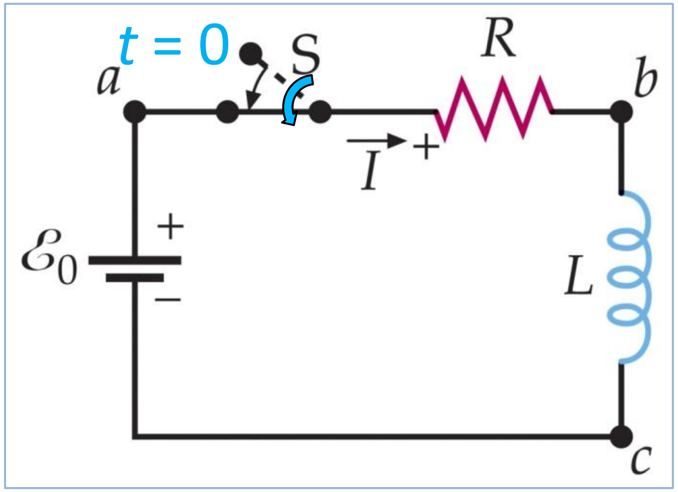
- Luego la fem en la bobina será negativa y valdrá



$$\boxed{\epsilon = -\frac{d\Phi_m}{dt}}$$

$$\boxed{\epsilon = -L\frac{dI}{dt}}$$

Conexión de una autoinductancia *L*



Nuestro circuito debe cumplir las leyes de Kirchof

Recorriendo el circuito en sentido acba
La regla del bucle cerrado nos impone

$$-\epsilon_0 + V_R - V_L = 0$$

$$V_L = -\frac{d\Phi_m}{dt} = -L\frac{dI}{dt}$$

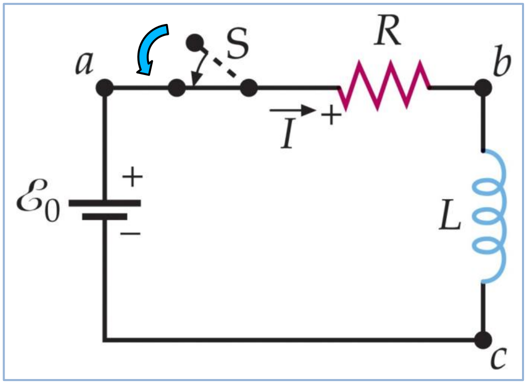
$$-\epsilon_0 + IR + L\frac{dI}{dt} = 0 \rightarrow I + \frac{L}{R}\frac{dI}{dt} = \frac{\epsilon_0}{R}$$ ecuación

En el instante cero cerramos el interruptor, la I será todavía cero, luego debe cumplir

$$I(0) = 0$$ Condición inicial

Conexión de una autoinductancia *L*

$t = 0$



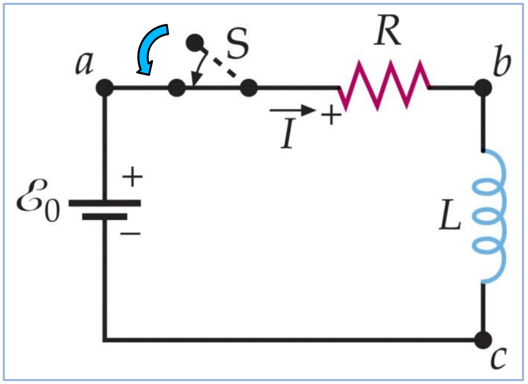
- Ecuación diferencial *lineal*
- **condición inicial**

$$I + \frac{L}{R}\frac{dI}{dt} = \frac{\epsilon_0}{R}$$

$$I(0) = 0$$

Conexión de una autoinductancia *L*

$t = 0$



- Ecuación diferencial *lineal*
- **condición inicial**

$$I + \frac{L}{R}\frac{dI}{dt} = \frac{\epsilon_0}{R}$$

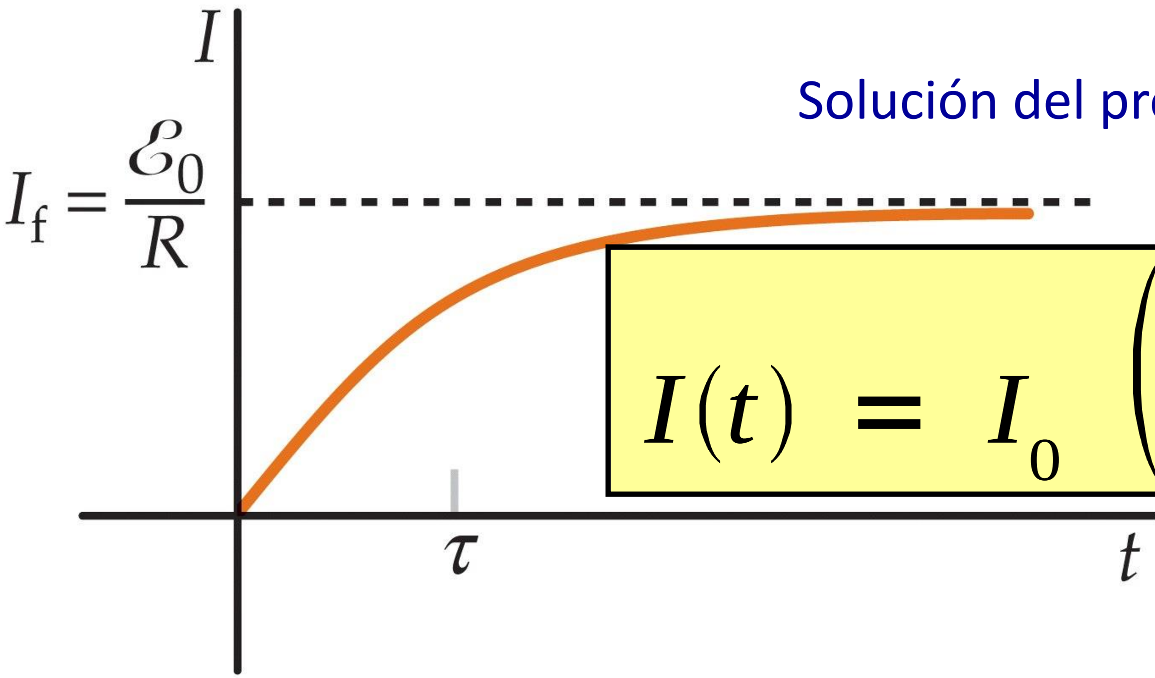
$$I(0) = 0$$

- **SOLUCION**

$$I(t) = I_0\left(1 - e^{-\frac{R}{L}t}\right)$$

Conexión de una autoinductancia *L*

Solución del problema:



$$I(t) = I_0 \left(1 - e^{-\frac{R}{L}t}\right)$$

$$\tau = \frac{L}{R}$$

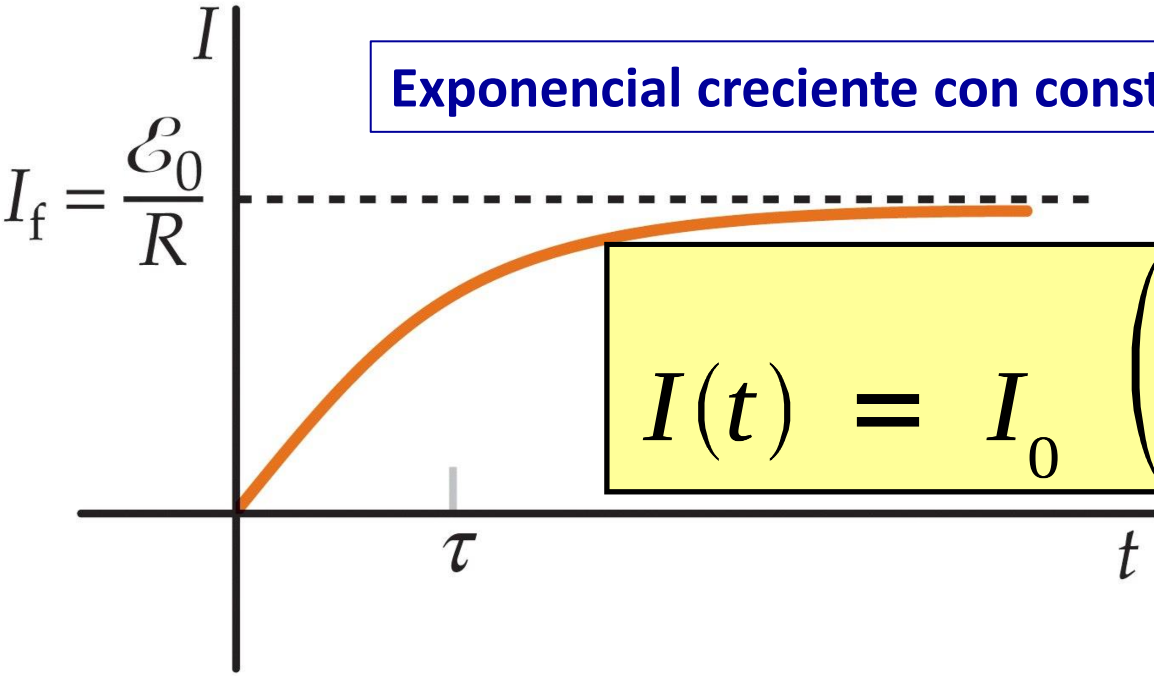
Constante de tiempo τ: tiempo característico de establecimiento de corriente en un circuito *RL* :

- tiempo para el que
  $I(\tau) = (1 - e^{-1})\, I_0 \approx 0.63\, I_0$

Exponencial creciente con constante de tiempo τ

Conexión de una autoinductancia *L*

Exponencial creciente con constante de tiempo τ

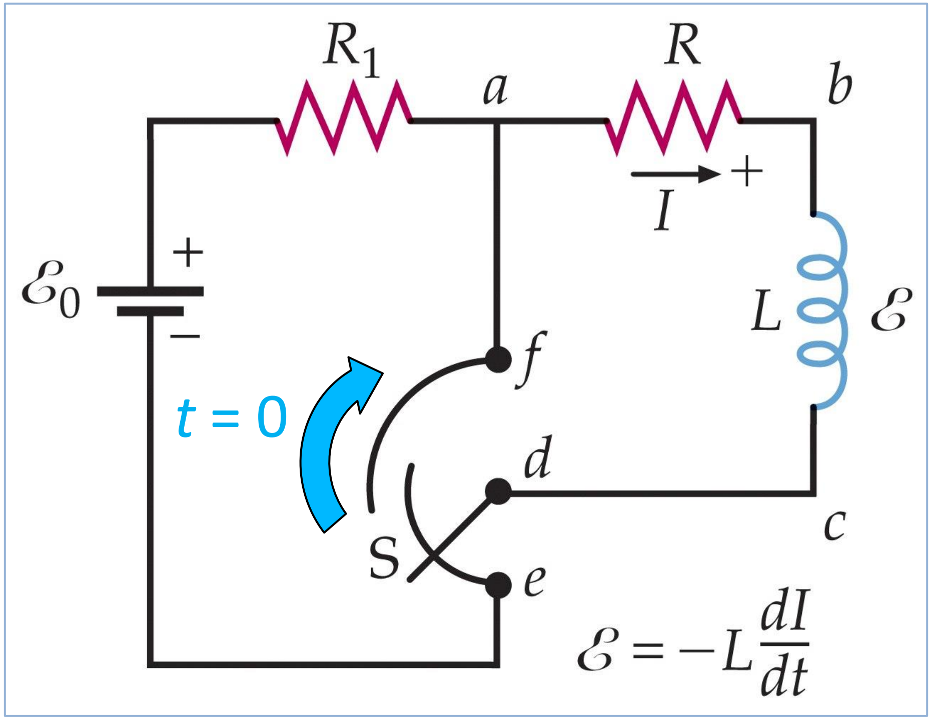


$$I(t) = I_0\left(1 - e^{-\frac{R}{L}t}\right)$$

$$\tau = \frac{L}{R}$$

Al conectar un circuito RL, La Corriente inicial es cero pero crece de manera exponencial hasta alcanzar un valor constante de *$I=\mathcal{E}_0/R$ (a tiempos grandes después de la conexión la bobina actúa como un cable)*

Desconexión de una autoinductancia *L*



- Proceso de **desconexión** en circuito *RL*:
  - *Corriente inicial* : I_0
  - En t = 0 se *desconecta* la fuente y *comienza la desconexión* a través de *R.*
- Ley de Kirchhoff:

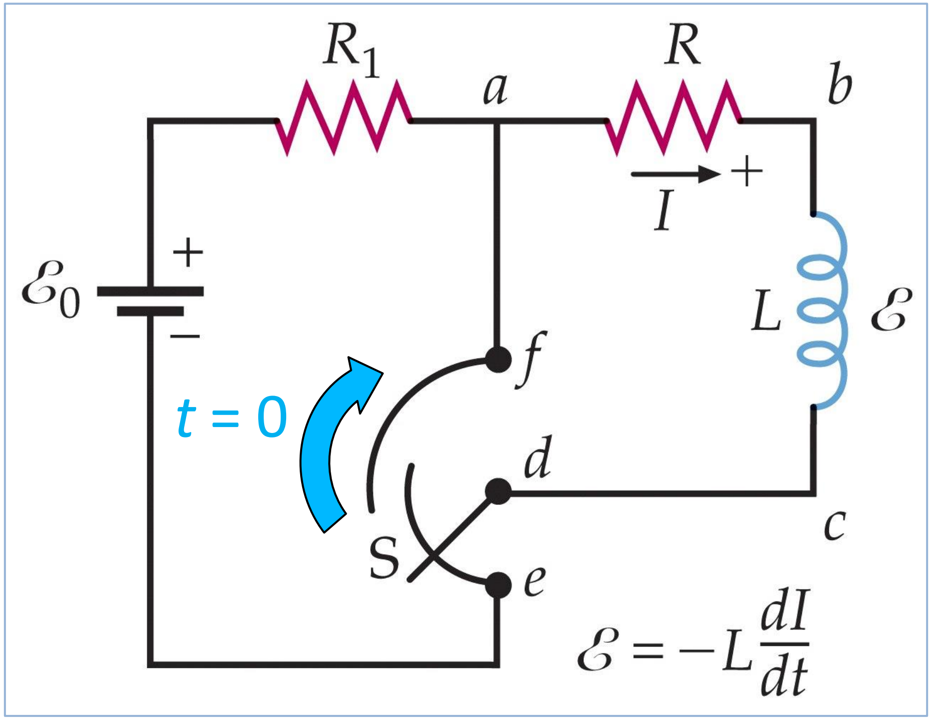
$$V_R - V_L = 0$$

$$IR + L\frac{dI}{dt} = 0$$

$$\rightarrow \boxed{\begin{gathered}\frac{dI}{dt} + \frac{R}{L} I = 0 \\ I(0) = I_0\end{gathered}}$$

Ecuación diferencial
+ condición inicial

Desconexión de una autoinductancia *L*



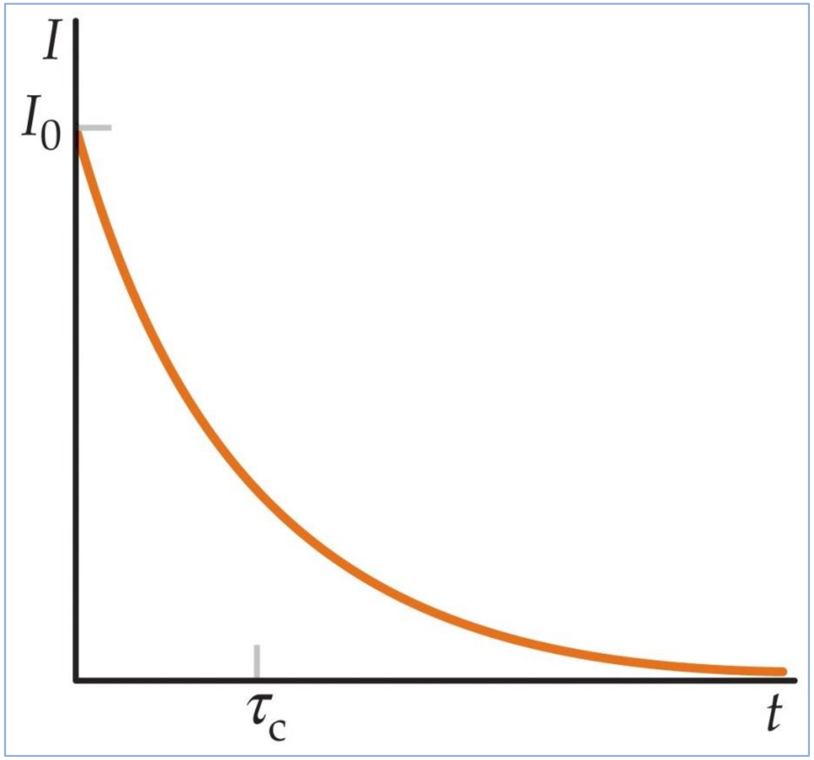
$$\boxed{\begin{gathered} \frac{dI}{dt} + \frac{R}{L} I = 0 \\ I(0) = I_0 \end{gathered}}$$

- Ecuación diferencial *lineal*, con *coeficientes constantes* y homogénea.

Solución que cumple la condición inicial:

$$\boxed{I(t) = I_0 \, e^{-\frac{R}{L}t}}$$

Desconexión de una autoinductancia *L*



Solución del problema (ec. dif + c. i.):

$$I(t) = I_0\, e^{-\frac{R}{L}t}$$

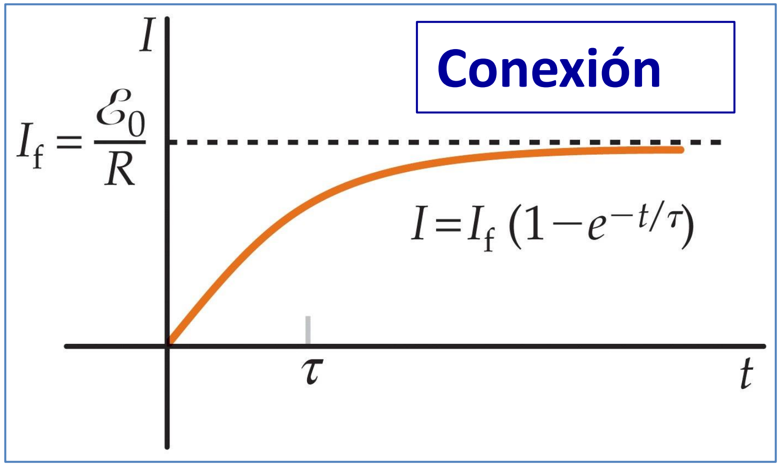
Desconexión de una autoinductancia: decaimiento exponencial con constante de tiempo τ

$$\tau = \frac{L}{R}$$

Constante de tiempo τ: tiempo *característico* de conexión y desconexión de un circuito *RL*:

- tiempo para el que $I = e^{-1} I_0 \approx 0.37\, I_0$

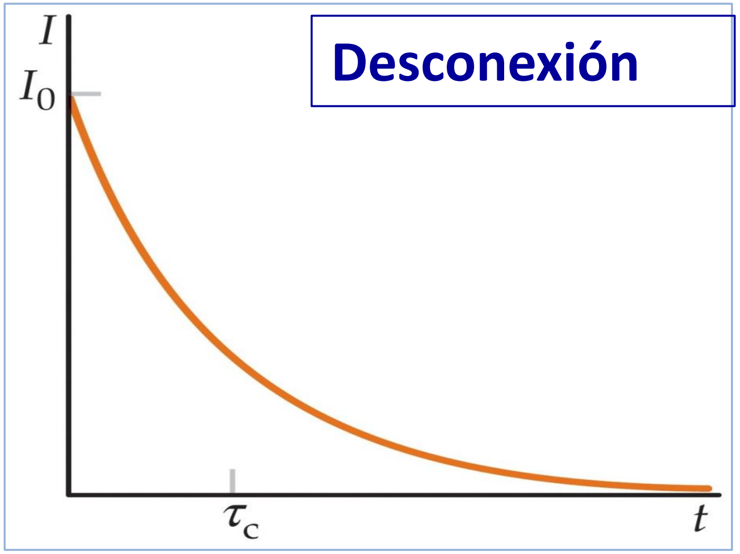
Resumen: Conexión y desconexión de una autoinductancia



$$I(t) = I_0 \left(1 - e^{-\frac{R}{L}t}\right)$$

Conexión y **desconexión** de una **autoinductancia**: procesos **exponenciales** con **constante de tiempo τ**

$$\tau = \frac{L}{R}$$



$$I(t) = I_0\, e^{-\frac{R}{L}t}$$

Dos ejemplos muy sencillos para practicar conceptos de circuitos RL

ejemplo 1: muy sencillo para practicar conceptos de circuitos RL

Se coloca una bobina de autoinductancia de 5.0 mH y una resistencia de 15 Ω a los terminales de una batería de 12 V de resistencia interna insignificante.

(a) ¿Cual es la corriente final (mucho tiempo después de la conexión)?

(b) ¿Cuál es la corriente después de 100 μs?

ejemplo 1: muy sencillo para practicar conceptos de circuitos RL

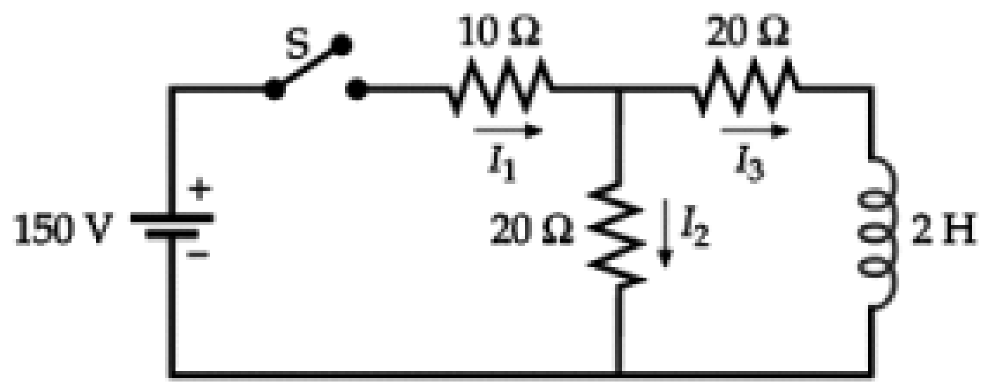
Se coloca una bobina de autoinductancia de 5.0 mH y una resistencia de 15 Ω a los terminales de una batería de 12 V de resistencia interna insignificante.
(a) ¿Cual es la corriente final (mucho tiempo después de la conexión)?
(b) ¿Cuál es la corriente después de 100 μs?

(*a*)	Use Equation 30-20 to find the final current, I_f:	$I_f = \frac{E_0}{R} = \frac{12\,\text{V}}{15\,\Omega} = 0.800\,\text{V}$
(*b*)1.	Use Equation 30-21 to write the current I at any time t:	$I = I_f(1 - e^{-t/\tau})$
2.	Calculate the time constant τ:	$\tau = \frac{L}{R} = \frac{5\times10^{-3}\,\text{H}}{15\,\Omega} = 333\,\mu\text{s}$
3.	Use this result for τ and calculate I for $t = 300\ \mu$s:	$I = I_f(1 - e^{-t/\tau}) = (0.800\ \text{A})(1 - e^{-100/333})$ $= (0.800\ \text{A})(1 - 0.741) = 0.207\ \text{A}$

ejemplo 2: muy sencillo para practicar conceptos de circuitos RL

Para el circuito que se muestra en la Figura 30-24, encuentre las corrientes I_1, I_2 e I_3
(a) inmediatamente después de que se cierra el interruptor S
(b) mucho tiempo después de que el interruptor S tiene estado cerrado
Después de que el interruptor se ha cerrado durante mucho tiempo, se abre de nuevo
Encuentre las tres corrientes
(c) inmediatamente después de abrir el interruptor S y
(d) mucho tiempo después de que se abrió el interruptor S

Figure 30-24



ejemplo 2: muy sencillo para practicar conceptos de circuitos RL

(*a*) The current through the inductor is zero, just as it was before the switch was closed. The current in the left loop equals the emf divided by the equivalent resistance of the two resistors in series:

$$I_1 = I_2 = \frac{150\text{ V}}{10\ \Omega + 20\ \Omega} = 5\text{ A}$$

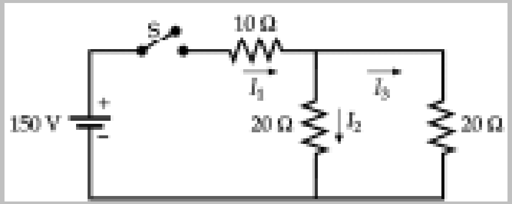
$$I_3 = 0$$

(*b*)1. After a long time, the current is steady and the inductor acts like a short circuit, so we have two 20-Ω resistors in parallel, with the combination in series with the 10-Ω resistor. Redraw the circuit (Figure 30-25) and find the equivalent resistance of the parallel resistors:

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{20} + \frac{1}{20} = \frac{2}{20} = \frac{1}{10}$$

$$R_{eq} = 10\ \Omega$$

Figure 30-25



2. Find the current I_1:

$$I_1 = \frac{150\text{ V}}{10\ \Omega + 10\ \Omega} = 7.5\text{ A}$$

3. Find I_2 and I_3 using the fact that the current in the parallel 20-Ω resistors must be equal:

$$I_2 = I_3 = 3.75\text{ A}$$

(*c*) When the switch is reopened, I_1 must be zero, and the current in the inductor I_3 momentarily remains the same at 3.75 A. Then I_2 must equal $-I_3$:

$$I_1 = 0$$

$$I_3 = 3.75\text{ A}$$

$$I_2 = -I_3 = -3.75\text{ A}$$

(*d*) A long time after the switch is opened, all the currents must be zero.

$$I_1 = I_2 = I_3 = 0$$