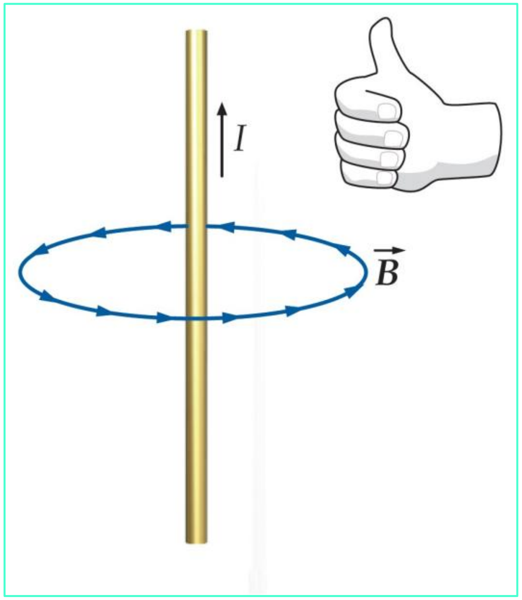
Ley de Ampère

J.E. Prieto

Fuente principal de figuras:
“Physics for scientists and engineers” (5th edition),
P.A. Tipler, G. Mosca

Recordemos: Campo ***B*** creado por una corriente rectilínea infinita

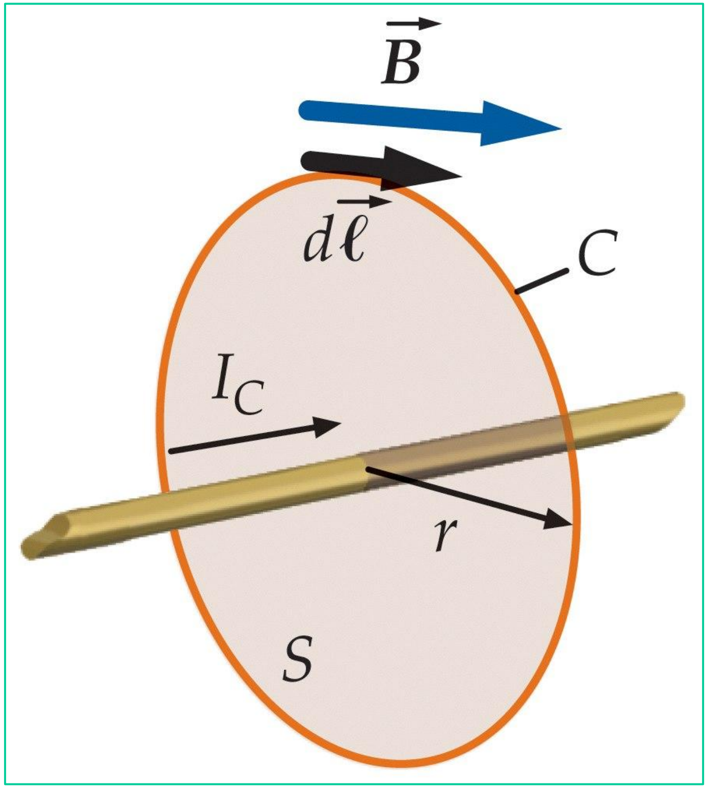


Campo ***B*** creado por una corriente rectilínea:

- Líneas de ***B***: *circunferencias concéntricas*
- Dirección de ***B***: *tangencial*
- Sentido: *mano derecha*
- Módulo ~ 1 / *R*

$$\mathbf{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}\mathbf{u}_\theta$$

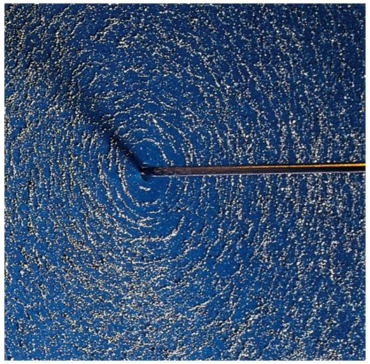
Cálculo de la *circulación* de ***B***



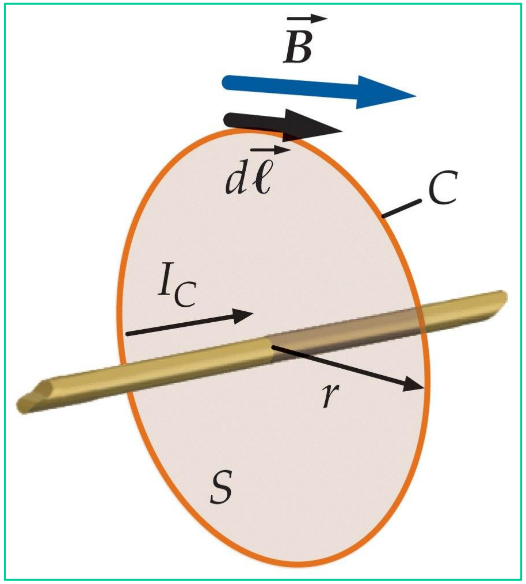
- Circulación de ***B*** : integral de línea de ***B*** a lo largo de un *circuito cerrado*)

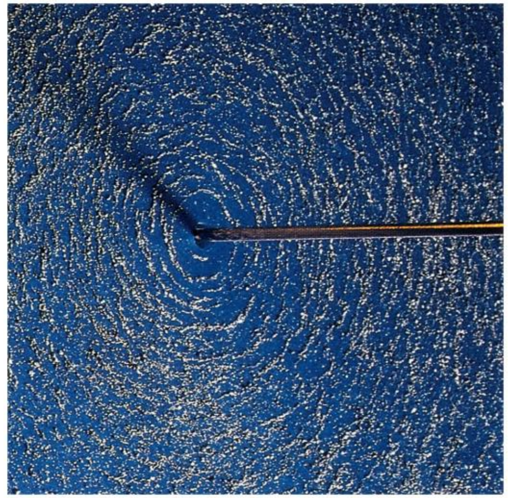
$$\boxed{\oint_C \boldsymbol{B}\, d\, \boldsymbol{l}}$$

- Consideremos el caso más simple posible:
  - Corriente *I* rectilínea infinita
  - Camino: circunferencia de radio *R* centrada en el conductor



Cálculo de la *circulación* de ***B***





$$\boxed{\mathbf{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}\mathbf{u}_\theta}$$

En la circunferencia de radio *R*:

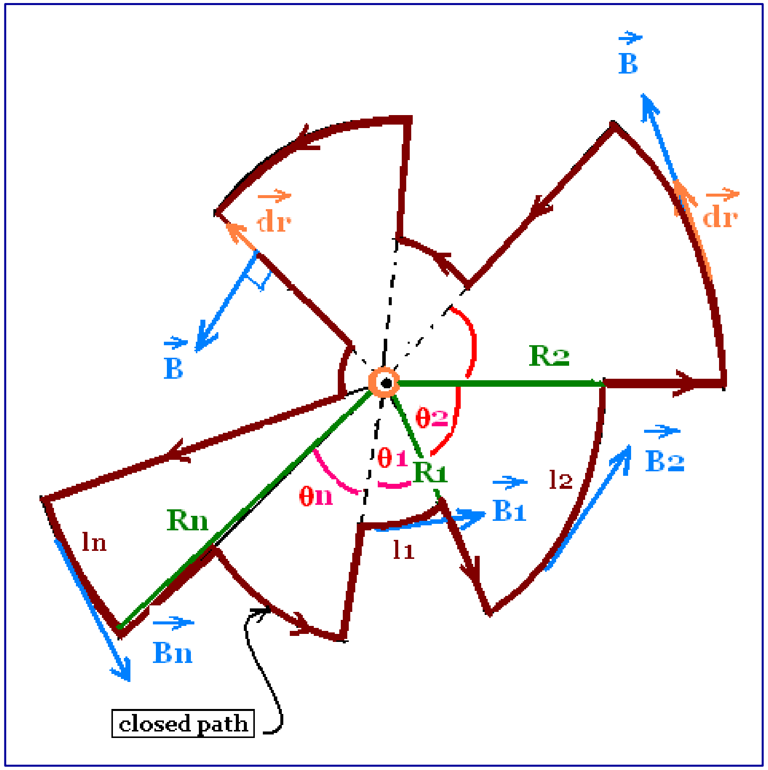
$$d\mathbf{l} = R\,d\theta\,\mathbf{u}_\theta$$

$$\rightarrow \quad \oint \mathbf{B}\,d\mathbf{l} = \frac{\mu_0 I}{2\pi}\oint d\theta$$

$$\boxed{\oint_C \mathbf{B}\,d\mathbf{l} = \mu_0 I}$$

Ley de Ampère

Ley de Ampère



Se trata en realidad de una ley completamente general para el campo ***B*** *estático*:

- Tomando una curva *C* cualquiera, se puede dividir el desplazamiento en tramos
  - en dirección radial $\boldsymbol{u}_r$ y
  - en dirección tangencial $\boldsymbol{u}_\theta$

$$d\boldsymbol{l} = r\, d\theta\, \boldsymbol{u}_\theta + dr\, \boldsymbol{u}_r$$

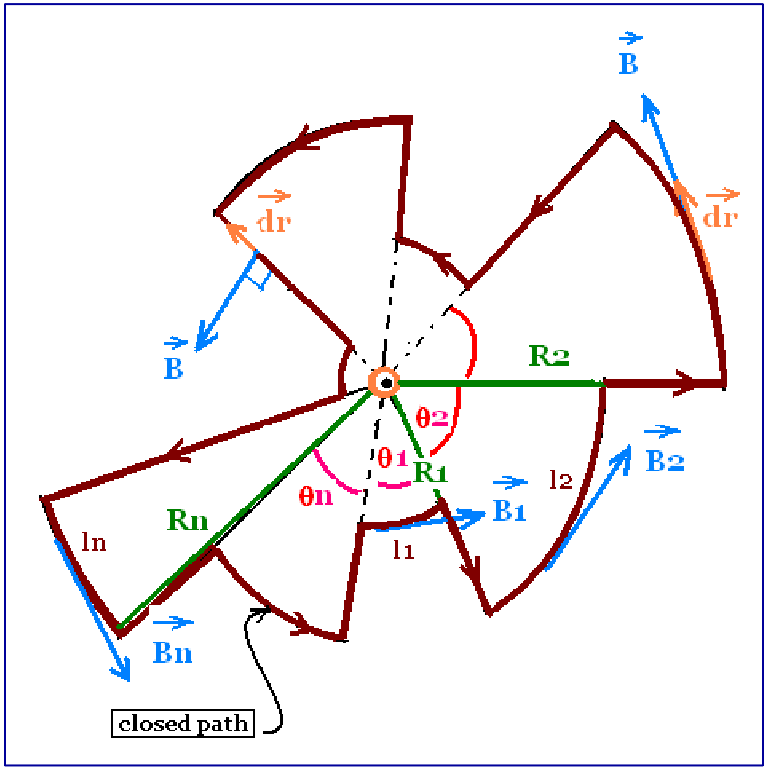
$\rightarrow$ Sólo contribuyen a la circulación

$$\oint \boldsymbol{B}\, d\boldsymbol{l}$$

los tramos tangenciales (en la dirección de $\boldsymbol{u}_\theta$)

$$\boldsymbol{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}\boldsymbol{u}_\theta$$

Ley de Ampère



→Sólo contribuyen a la circulación los tramos tangenciales (en la dirección de $\boldsymbol{u}_\theta$):

$$d\boldsymbol{l} = r\,d\theta\,\boldsymbol{u}_\theta$$

$$\boxed{\boldsymbol{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}\boldsymbol{u}_\theta}$$

$$\oint \boldsymbol{B}\,d\boldsymbol{l} = \frac{\mu_0 I}{2\pi}\oint \frac{r\,d\theta}{r}$$

$$\boxed{\oint_C \boldsymbol{B}\,d\boldsymbol{l} = \mu_0 I_{enc}}$$

I_{enc}: corriente encerrada por C

Ley de Ampère

Resumen: Ley de Ampère

- Ley completamente general para el campo ***B*** *estático*:

- La corriente que contribuye es la corriente total encerrada por *C*.

$$\boxed{\oint_C \mathbf{B}\, d\mathbf{l} = \mu_0 I_{enc}}$$

Ley de Ampère: la circulación de ***B*** a lo largo de cualquier camino cerrado *C* es igual a μ_0 por la corriente encerrada por *C*.

Ley de Ampère

$$\oint_C \mathbf{B}\, d\mathbf{l} = \mu_0 I_{enc}$$

Ley de Ampère

Ley de Ampère: Importantísma en magnetostática:

- Papel análogo al de la **Ley de Gauss** para el campo ***E***.
- Nos dice que las **fuentes** del campo ***B*** son las **corrientes**.
- Importante desde el punto de vista *"teórico"*: Es la ley fundamental del campo ***B*** magnetostático.
- Muy útil también en el aspecto *"práctico"*: Permite calcular fácilmente ***B*** en situaciones de *gran simetría* (evitando el uso de la ley de Biot-Savart)

Ley de Ampère: ejemplos de aplicación

J.E. Prieto

Fuente principal de figuras:
“Physics for scientists and engineers” (5th edition),
P.A. Tipler, G. Mosca

(1) Cálculo del campo *B* creado por una corriente rectilínea infinita

$$\oint_C \boldsymbol{B}\, d\boldsymbol{l} = \mu_0 I_{enc}$$

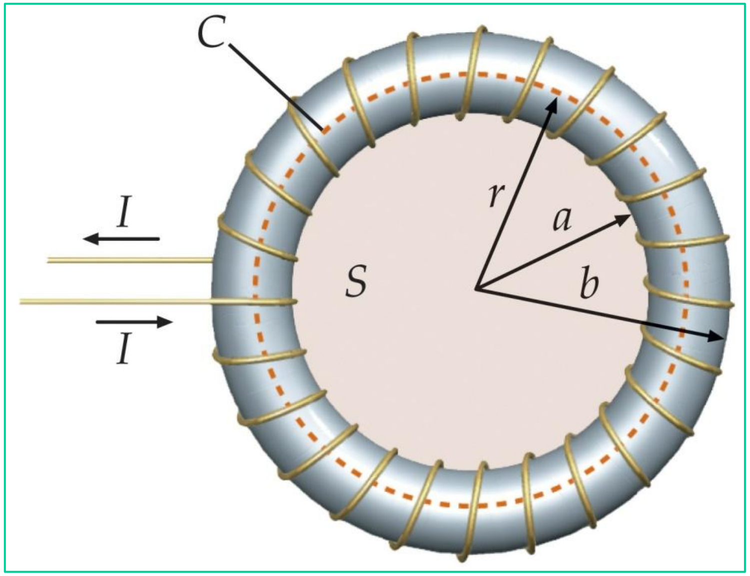
- Por *simetría*, ***B*** *depende sólo de la distancia* *R* al hilo:
  - escogemos circunferencia de radio *R* como *circuito de Ampère.*
- Por *simetría*, esperamos también que ***B*** *sólo tenga componente tangencial* B_θ

$$\oint_C \boldsymbol{B}\, d\boldsymbol{l} = \oint B dl = B(2\pi R) = \mu_0 I$$

$\rightarrow$

$$\boxed{B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}} \qquad \boxed{\boldsymbol{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}\boldsymbol{u}_\theta}$$

(2) Cálculo del campo *B* de un toroide



$$\oint_C \mathbf{B}\, d\mathbf{l} = \mu_0 I_{enc}$$

- Escogemos *circunferencia de radio r* como "*circuito de Ampère*".

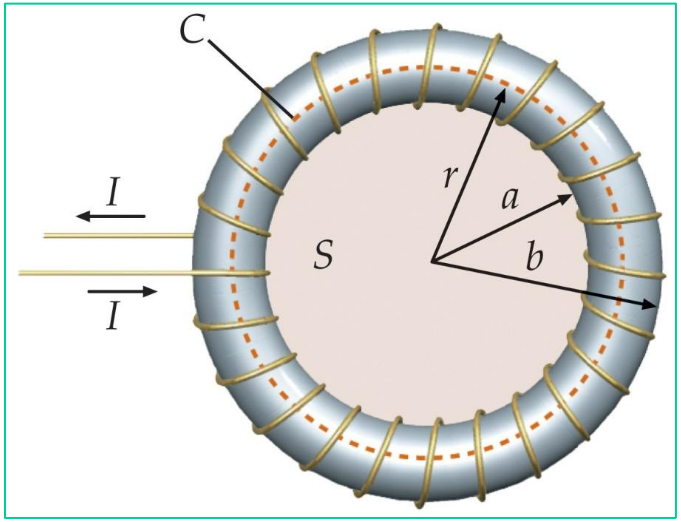
- Si hay muchas espiras *N* y están muy juntas, ***B*** es *homogéneo en el interior* y *tiene la dirección longitudinal*

$$\oint_C \mathbf{B}\, d\mathbf{l} = \oint B dl = B(2\pi r) = \mu_0 N I$$

$$\boxed{B = \frac{\mu_0 N I}{2\pi r}}$$

Resultado válido para $a < r < b$

(2) Cálculo del campo *B* de un toroide



- Dentro del toroide:

  $a < r < b$

$$B = \frac{\mu_0 N I}{2\pi r}$$

- Fuera del toroide:

  $r < a$ ó $r > b$

$$B = 0$$

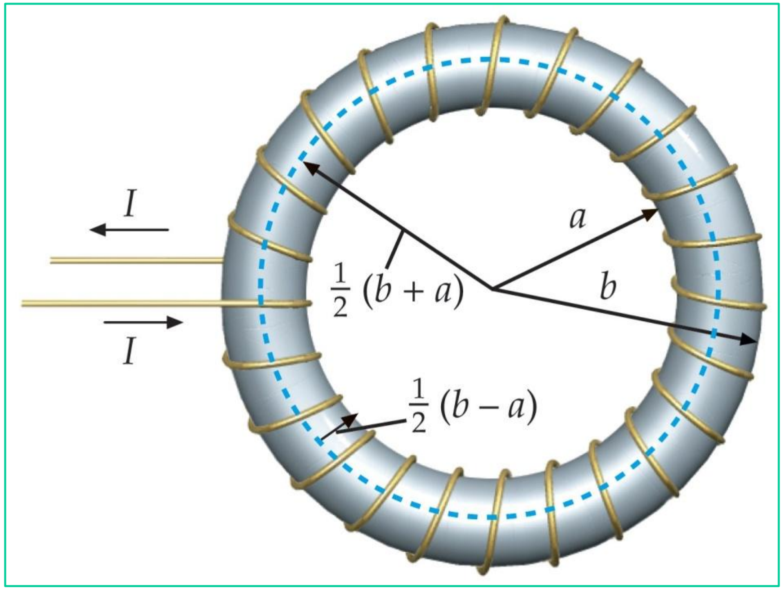
- Resultado depende de *r*. Si el toroide es muy largo comparado con su ancho:

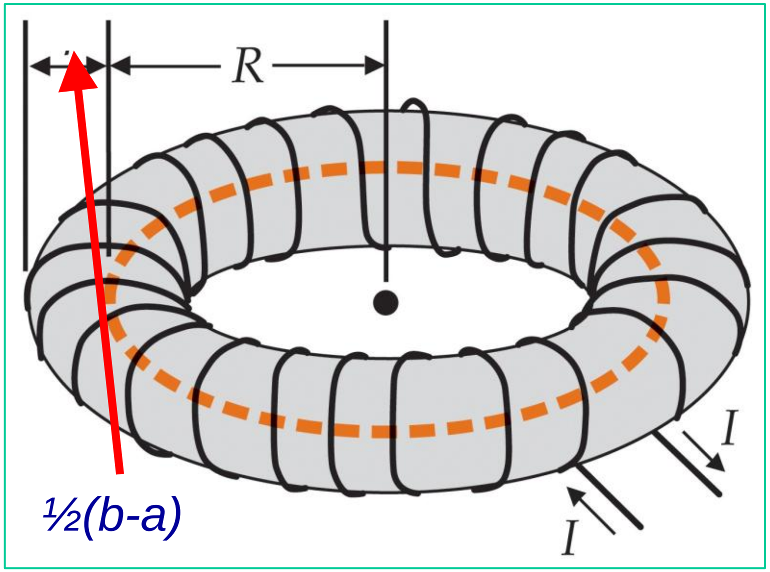
$$R = \frac{1}{2}(b+a) \gg \frac{1}{2}(b-a)$$

$\rightarrow$ Entonces $r \approx R$ y el campo es aproximadamente homogéneo:

$$B = \mu_0 \frac{N}{2\pi R} I$$

(3) Solenoide como límite de un toroide



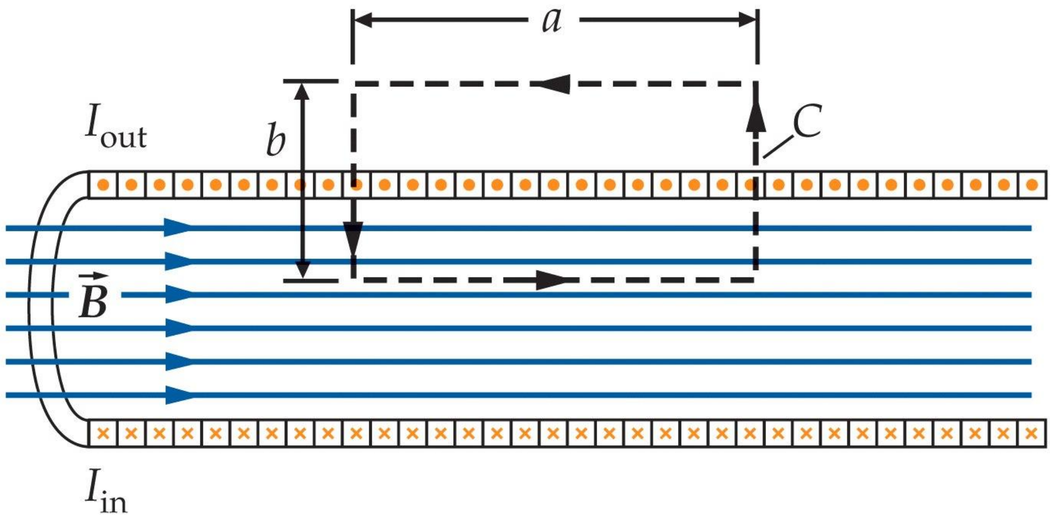


Si el toroide es muy largo comparado con su ancho [*R* >> *½(b-a)*], entonces se convierte en un **solenoide infinitamente largo**: el campo es el mismo en cualquier punto en el interior (campo homogéneo):

$$\boxed{B = \mu_0 \frac{N}{2\pi R} I = \mu_0 n I}$$

- Densidad de espiras *n*: Número de espiras *N* por unidad de longitud $2\pi R$

(4) Cálculo directo del campo *B* de un solenoide



• Escogemos rectángulo *C* como *circuito de Ampère.*

• Si hay muchas espiras *N* y están muy juntas:

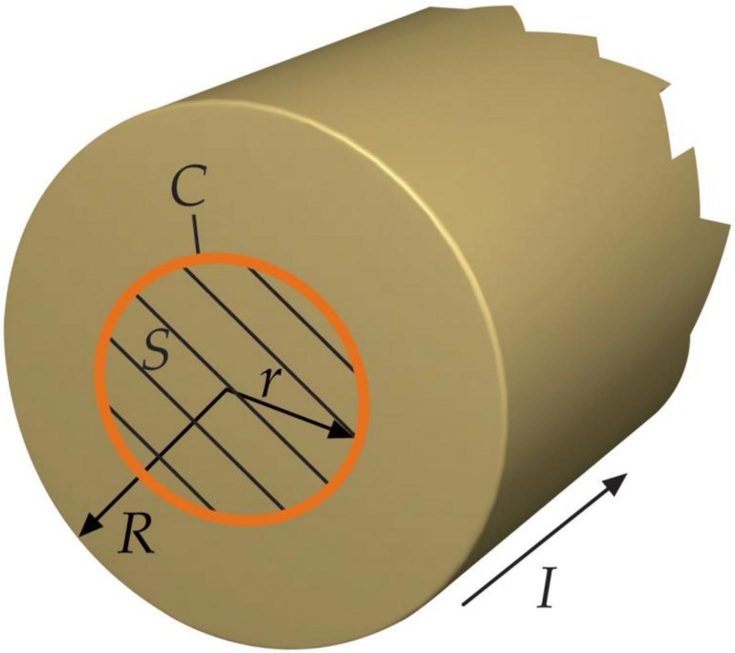
- ***B*** es *homogéneo en el interior*
- tiene la *dirección longitudinal*
- ***B*** ≈ 0 *fuera*

$$\boxed{\oint_C \mathbf{B}\, d\mathbf{l} = \mu_0 I_{enc}}$$

$$\oint_C \mathbf{B}\, d\mathbf{l} = Ba = \mu_0 N I$$

$$\rightarrow \quad \boxed{B = \mu_0 \frac{N}{a} I = \mu_0 n I}$$

(5) Cálculo del campo B producido por una corriente cilíndrica homogénea



$$\boxed{\oint_C \boldsymbol{B}\, d\boldsymbol{l} = \mu_0 I_{enc}}$$

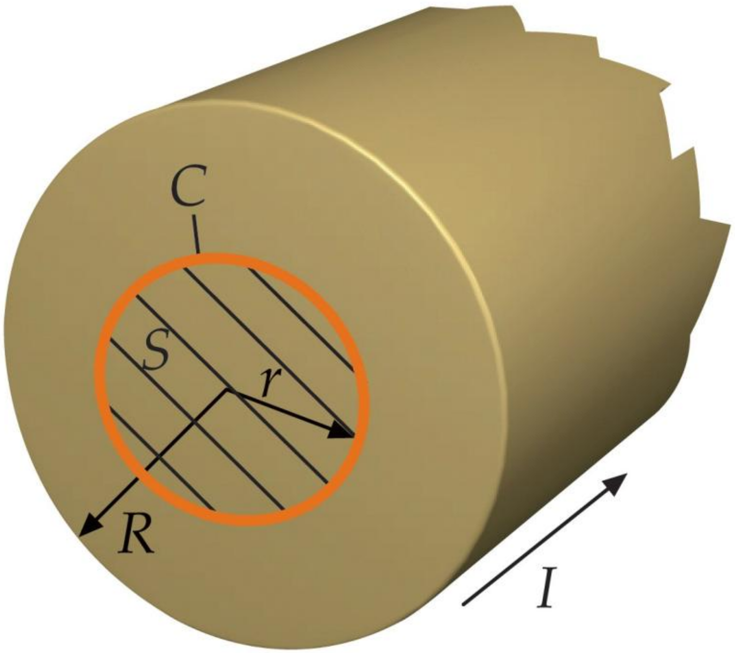
- Escogemos *C*: circunferencia de radio *r* como *circuito de Ampère.*

- *Simetría*:
  - ***B*** *depende sólo de r*
  - ***B*** *tiene sólo componente tangencial*

1. Fuera del conductor (*r* > *R*): $I_{enc} = I$

$$\rightarrow \oint \boldsymbol{B}\, d\boldsymbol{l} = B(2\pi r) = \mu_0 I \rightarrow \boxed{B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}}$$

(5) Cálculo del campo B producido por una corriente cilíndrica homogénea



$$\boxed{\oint_C \boldsymbol{B}\, d\boldsymbol{l} = \mu_0 I_{enc}}$$

2. Dentro del conductor ($r < R$):

$$I_{enc} = j A = j\ (\pi r^2)$$

$$= \frac{\pi r^2}{\pi R^2} I$$

$\rightarrow$

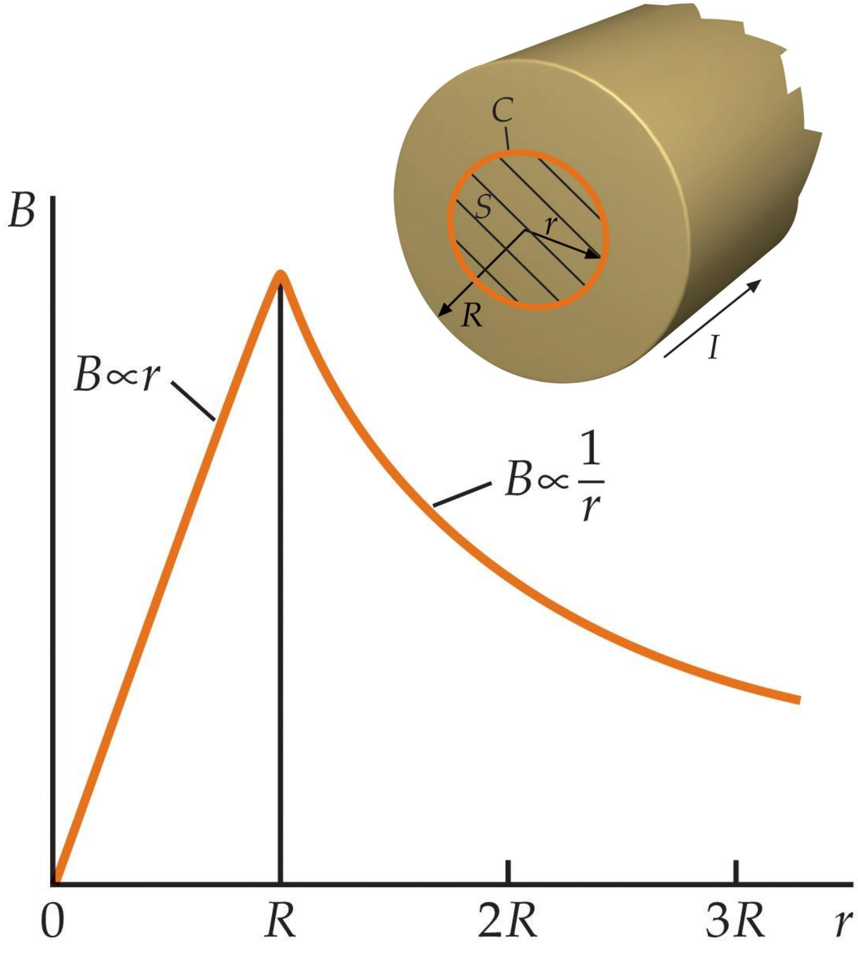
$$\oint \boldsymbol{B}\, d\boldsymbol{l} = B(2\pi r)$$

$$= \mu_0 \frac{r^2}{R^2} I$$

$\rightarrow$

$$\boxed{B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R^2} r}$$

(5) Cálculo del campo B producido por una corriente cilíndrica homogénea. Resumen



1. **Fuera del conductor** ($r > R$):

$$\boxed{\mathbf{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}\mathbf{u}_\theta}$$

(como si fuera un hilo infinitamente delgado)

2. **Dentro del conductor** ($r < R$):

$$\boxed{\mathbf{B} = \frac{\mu_0 I r}{2\pi R^2}\mathbf{u}_\theta}$$

Ley de Gauss para el campo ***B***

J.E. Prieto

Fuente principal de figuras:
“Physics for scientists and engineers” (5th edition),
P.A. Tipler, G. Mosca

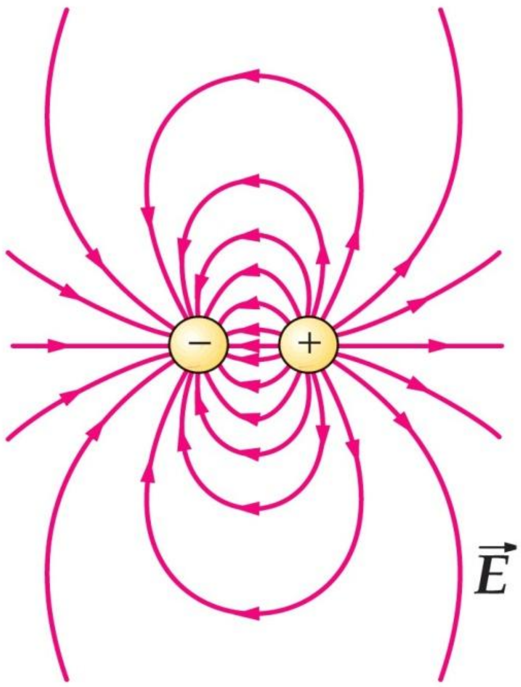
www.uam.es

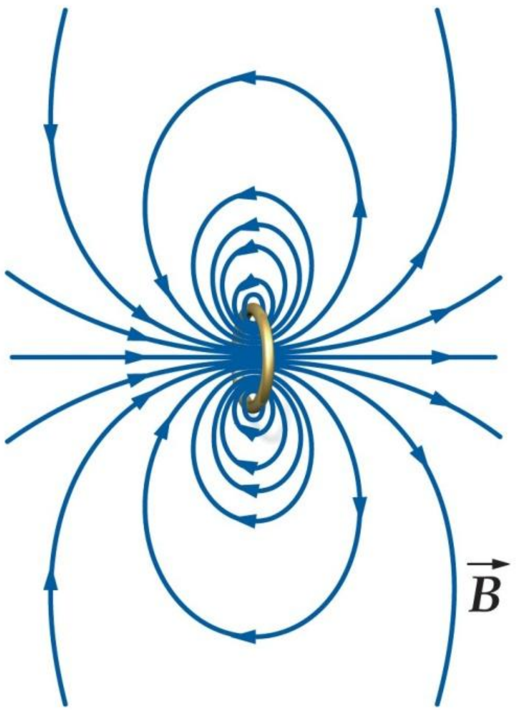
Ley de Gauss para el campo ***B***

- **Líneas de *B***:

- Recordemos que, a diferencia del campo ***E***, las *líneas* de ***B*** *son siempre cerradas*: *no tienen principio ni fin*.

- El campo ***B*** *no tiene fuentes ni sumideros*, (campo *solenoidal*): no se conocen *monopolos magnéticos*.





Ley de Gauss para el campo *B*

- *No hay monopolos magnéticos*:

$\rightarrow$ Si calculamos el flujo de ***B*** a través de cualquier superficie cerrada, el resultado es *siempre* 0

$$\boxed{\oint_S \mathbf{B}\, d\mathbf{S} = 0}$$

Ley de Gauss para el campo magnético

Leyes del campo *magnetostático* ***B*** en forma integral

- **Ley de Gauss**:

$$\boxed{\oint_S \boldsymbol{B}\, d\boldsymbol{S} = 0}$$

(No hay monopolos magnéticos)

- **Ley de Ampère**:

$$\boxed{\oint_C \boldsymbol{B}\, d\boldsymbol{l} = \mu_0 I_{enc}}$$

(Las *fuentes* del campo ***B*** son las *corrientes*)

UNIVERSIDAD AUTONOMA DE MADRID

Leyes del campo *B* magnetostático en forma diferencial

J.E. Prieto

Fuente principal de figuras:
“Physics for scientists and engineers” (5th edition),
P.A. Tipler, G. Mosca

(1) Ley de Gauss para el campo ***B*** en forma diferencial

- **Ley de Gauss** (en forma integral):

$$\boxed{\oint_S \mathbf{B}\, d\mathbf{S} = 0}$$

(No hay monopolos magnéticos)

- Matemáticas: Teorema de Gauss o de la divergencia:

$$\oint_S \mathbf{B}\, d\mathbf{S} = \int_V (\nabla \mathbf{B})\, dV$$

$\rightarrow \quad \boxed{\nabla \mathbf{B} = 0}$

Ley de Gauss para el campo magnético en forma diferencial

(2) Ley de Ampère en forma diferencial

- **Ley de Ampère**: $$\boxed{\oint_C \mathbf{B}\, d\mathbf{l} = \mu_0 I_{enc}}$$

(las fuentes del campo ***B*** son las corrientes)

- Matemáticas: Teorema de Stokes:

$$\oint_C \mathbf{B}\, d\mathbf{l} = \int_S (\nabla \times \mathbf{B})\, d\mathbf{S}$$

- Por otra parte, la corriente a través de una superficie *S* es el *flujo* del vector ***j*** (densidad de corriente):

$$I = \int_S \mathbf{j}\; d\mathbf{S}$$

(2) Ley de Ampère en forma diferencial

$$\rightarrow \quad \int_S (\nabla \times \boldsymbol{B})\, d\boldsymbol{S} = \mu_0 \int_S \boldsymbol{j}\, d\boldsymbol{S}$$

$$\rightarrow \quad \boxed{\nabla \times \boldsymbol{B} = \mu_0 \boldsymbol{j}}$$

Ley de Ampère en forma diferencial

Resumen:
Leyes del campo *magnetostático* ***B***

- **Ley de Gauss**:

$$\boxed{\nabla \boldsymbol{B} = 0}$$

(No hay monopolos magnéticos)

- **Ley de Ampère**:

$$\boxed{\nabla \times \boldsymbol{B} = \mu_0 \boldsymbol{j}}$$

(Las fuentes del campo ***B*** son las corrientes)

Leyes de los campos *electrostático* ***E*** *y magnetostático* ***B***

	Forma integral	Forma diferencial
• **Ley de Gauss *E***: (Las *fuentes* del campo ***E*** son las cargas)	$\oint_S \boldsymbol{E}\, d\boldsymbol{S} = \frac{Q_{enc}}{\epsilon_0}$	$\nabla \boldsymbol{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$
• El campo ***E*** electrostático es *conservativo*:	$\oint_C \boldsymbol{E}\, d\boldsymbol{r} = 0$	$\nabla \times \boldsymbol{E} = 0$
• **Ley de Gauss B**: (*No hay monopolos magnéticos*)	$\oint_S \boldsymbol{B}\, d\boldsymbol{S} = 0$	$\nabla \boldsymbol{B} = 0$
• **Ley de Ampère**: (Las *fuentes* del campo ***B*** son las *corrientes*)	$\oint_C \boldsymbol{B}\, d\boldsymbol{r} = \mu_0 I_{enc}$	$\nabla \times \boldsymbol{B} = \mu_0 \boldsymbol{j}$