Cálculo II

27 de mayo de 2020

1º del Grado en Matemáticas
1º de Doble titulación en Ingeniería Informática-Matemáticas
Curso 2019-2020

Convocatoria ordinaria (modelo B)

Apellidos y Nombre ______________________________ D.N.I. ____________

Debes resolver este modelo si tu DNI termina en un número impar.

La realización de la convocatoria ordinaria es individual pero se permite el uso de apuntes o libros durante la misma.

Debes justificar todas tus respuestas.

1. (3 puntos) Considera la función

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{x^2 y}{x^2+y^4}, & (x,y) \neq (0,0) \\ 0, & (x,y) = (0,0). \end{cases}$$

   a) ¿Es f diferenciable en $(0,0)$?

   b) Determina la ecuación del plano tangente a la gráfica de f en el punto $\left(1,1,\frac{1}{2}\right)$.

2. (3 puntos)

   a) Calcula el valor de la siguiente integral

$$\int_{\pi}^{2\pi} \left(\int_{y-\pi}^{\pi} \frac{\operatorname{sen} x}{x}\, dx \right) dy\,.$$

   b) Calcula el volumen del sólido S dentro de la esfera $x^2+y^2+z^2=9$ y sobre la hoja superior, es decir $z>0$, del hiperboloide $x^2+y^2-z^2=-1$.

3. (2 puntos) Calcula el valor de la integral de línea

$$\int_C -y^3 dx + x^3 dy$$

   donde C es la circunferencia unidad en el plano $\mathbb{R}^2$ orientada en sentido antihorario.

4. (2 puntos) Sea $f:\mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ una función continua tal que para todo $(x,y,z) \in \mathbb{R}^3$ se tiene : $f(-x,-y,-z) = -f(x,y,z)$. Demuestra que

$$\int_S f \;\, dS = 0,$$

   donde S es la esfera unidad.