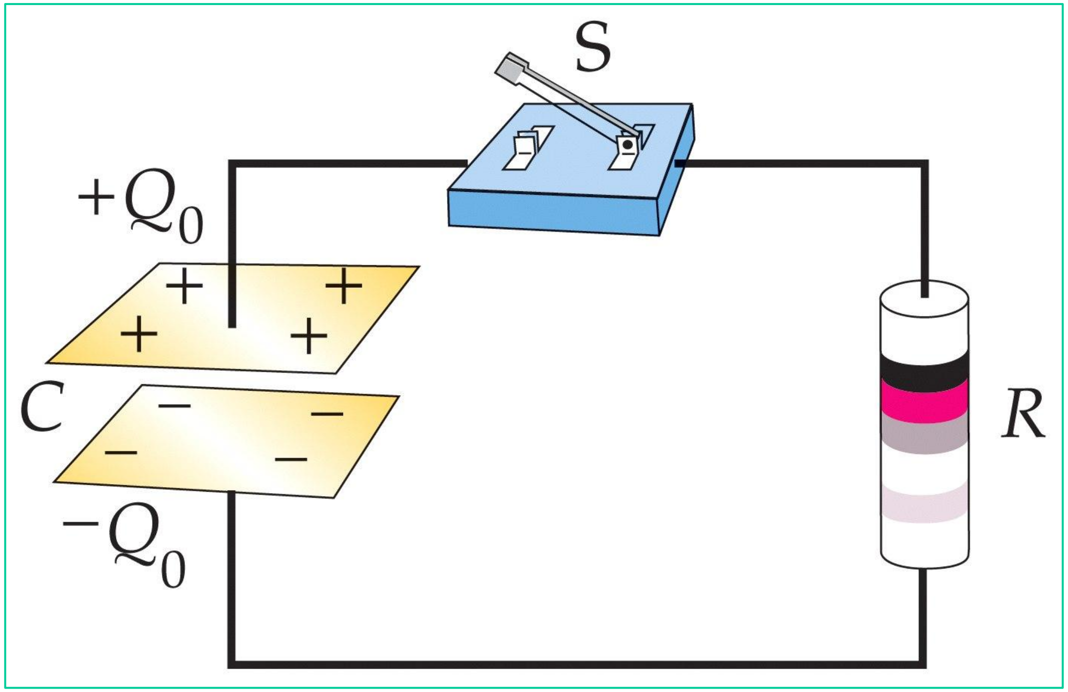
Corrientes variables en el tiempo: Régimen transitorio de circuitos RC

J.E. Prieto

Fuente principal de figuras:
“Physics for scientists and engineers” (5th edition),
P.A. Tipler, G. Mosca

Carga y descarga de un condensador



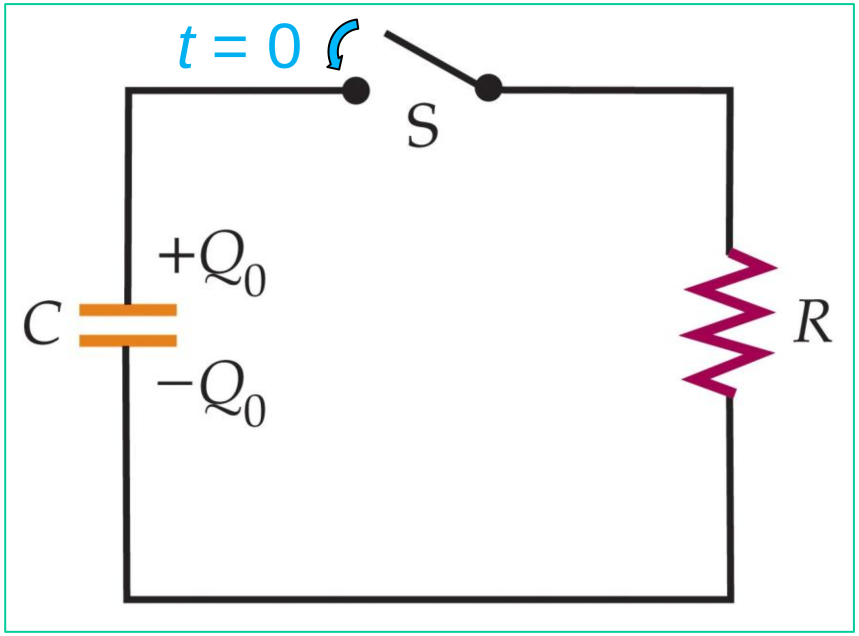
Ejemplo: condensador inicialmente con carga Q_0 , en $t = 0$ se cierra el circuito a través de una resistencia R:

Problema: ¿Cómo evolucionan Q, I con t: $Q(t)$, $I(t)$?

- ¿Qué sucede al **conectar** o **desconectar** un circuito formado por una resistencia R y un condensador C (circuito RC)?

- El **condensador** tarda un cierto tiempo en **cargarse** o **descargarse**: *régimen transitorio*: $Q(t)$, $I(t)$

Descarga de un condensador



- Proceso de **descarga**:
  - *Carga inicial* : Q_0
  - En t = 0 se *cierra* el circuito y *comienza la descarga.*
- Ley de Kirchhoff

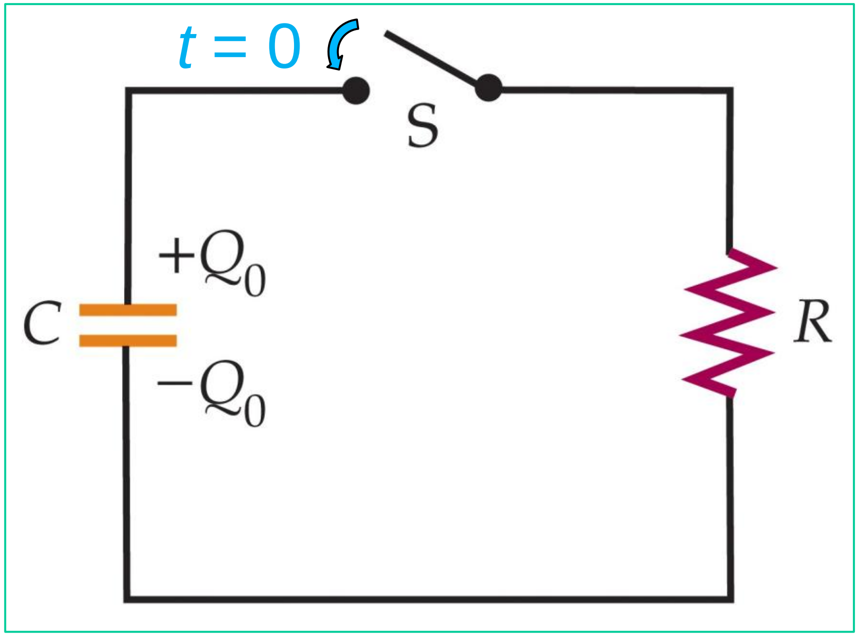
$$V_C + V_R = 0$$

$$\frac{Q}{C} + IR = 0$$

$$\rightarrow \boxed{\begin{array}{c} \dfrac{dQ}{dt} + \dfrac{1}{RC} Q = 0 \\ Q(0) = Q_0 \end{array}}$$

Ecuación diferencial + condición inicial

Descarga de un condensador



$$\frac{dQ}{dt} + \frac{1}{RC} Q = 0$$

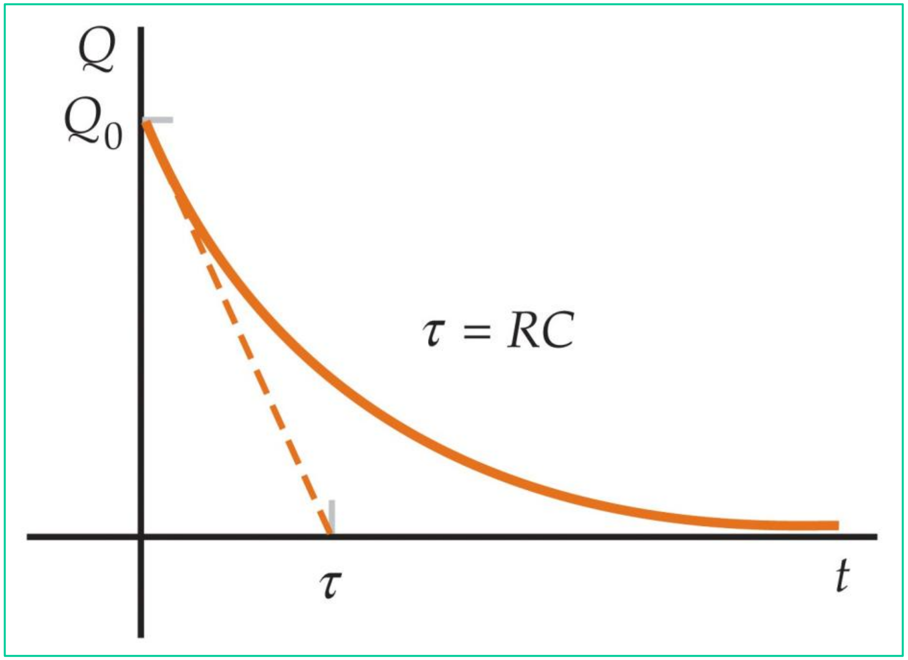
$$Q(0) = Q_0$$

- Ecuación diferencial *lineal*, con *coeficientes constantes* y *homogénea*.
    - **Solución que cumple la condición inicial**:

$$Q(t) = Q_0 \, e^{-\frac{t}{RC}}$$

Descarga de un condensador

Solución del problema (ec. dif + c. i.):



$$Q(t) = Q_0 \, e^{-\frac{t}{RC}}$$

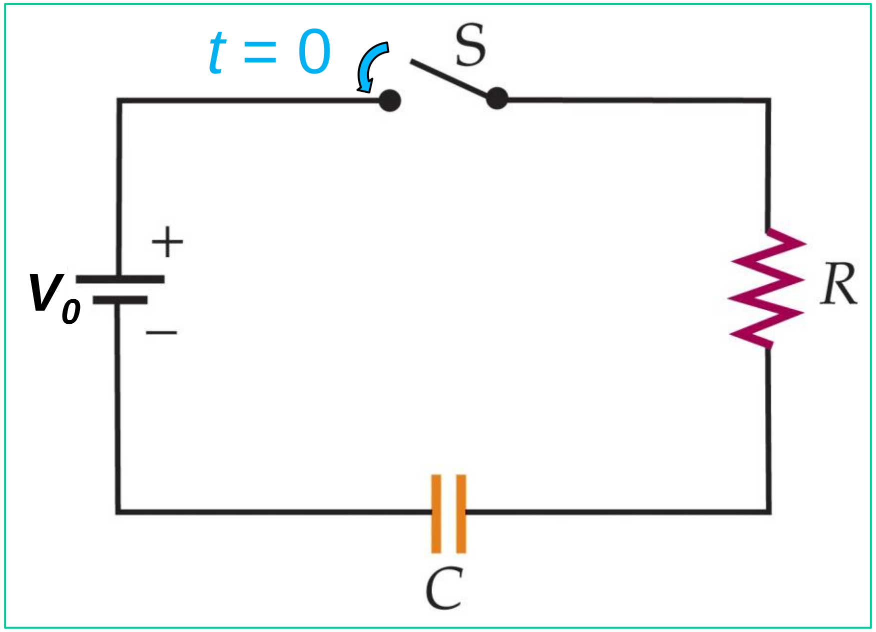
Descarga de un condensador: decaimiento exponencial con constante de tiempo τ

$$\tau = RC$$

τ : **constante de tiempo**: tiempo *característico* de carga y descarga de un circuito *RC* :

- tiempo para el que $Q = e^{-1} Q_0 \approx 0.37\ Q_0$

Carga de un condensador



- Proceso de **carga**: Se *conecta* una fuente
  - *Carga inicial* : 0
  - En *t* = 0 se *cierra* el circuito y *comienza la carga.*
- Ley de Kirchhoff

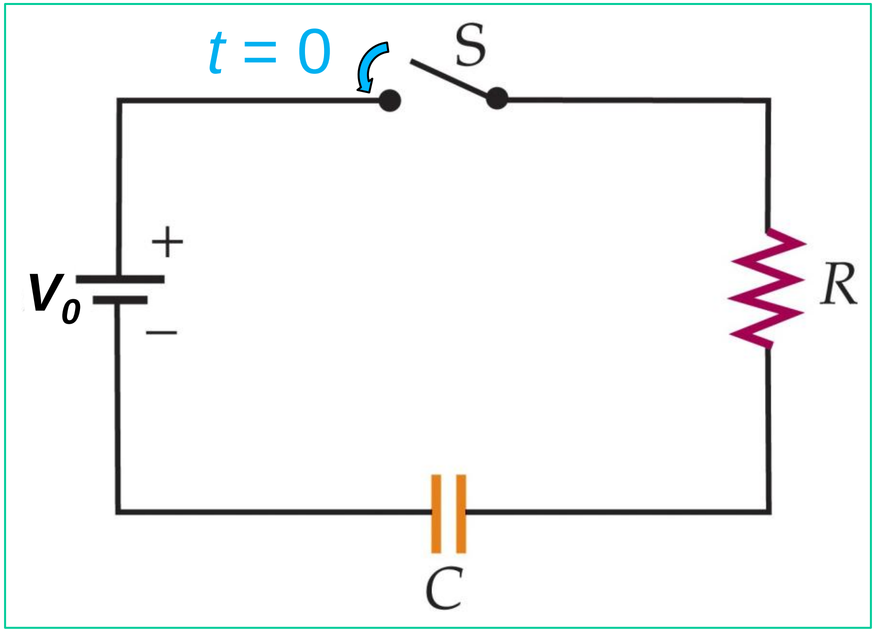
$$-V_0 + V_C + V_R = 0$$

$$\frac{Q}{C} + IR = V_0$$

$$\boxed{\begin{array}{c} \dfrac{dQ}{dt} + \dfrac{1}{RC}Q = \dfrac{V_0}{R} \\ Q(0) = 0 \end{array}}$$

Ecuación diferencial + condición inicial

Carga de un condensador



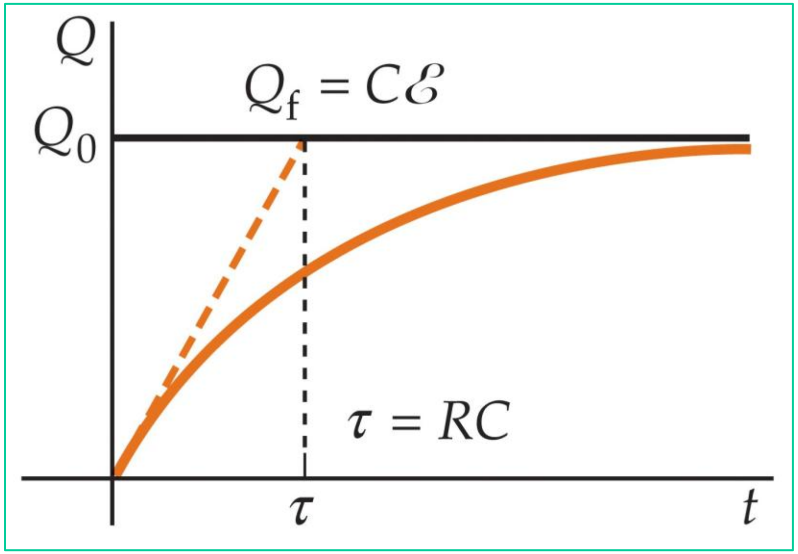
$$\frac{dQ}{dt} + \frac{1}{RC} Q = \frac{V_0}{R}$$

$$Q(0) = 0$$

- Ecuación diferencial *lineal*, con *coeficientes constantes* e *inhomogénea*.
  - **Solución que cumple la condición inicial** (con $Q_0 = C\, V_0$):

$$Q(t) = Q_0 \left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right)$$

Carga de un condensador



Solución del problema (ec. dif + c. i.):

$$\boxed{Q(t) = Q_0 \left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right)}$$

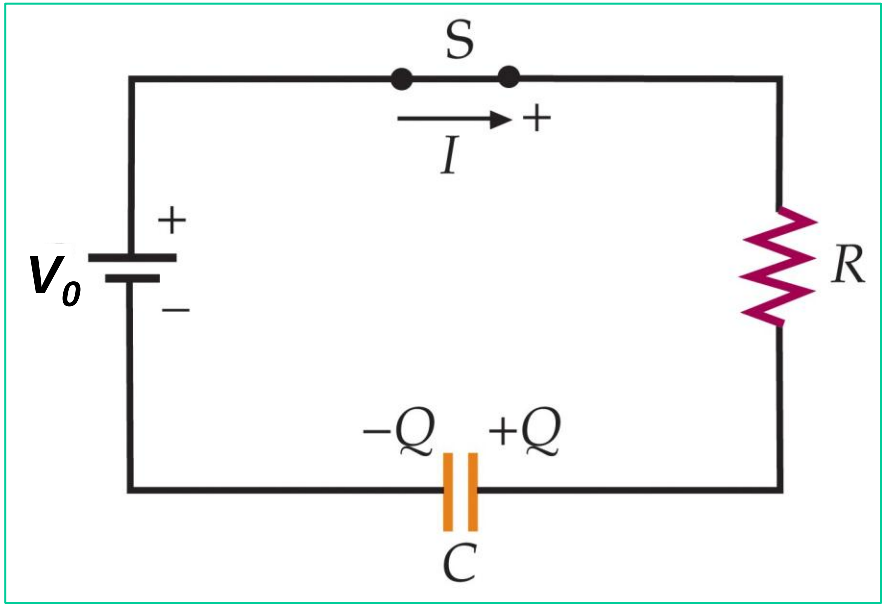
$$\boxed{\tau = RC}$$

De nuevo: **constante de tiempo** τ : tiempo característico de carga y descarga de un circuito *RC* :

Proceso de carga: exponencial con constante de tiempo τ

- tiempo para el que $Q(\tau) = (1 - e^{-1})\, Q_0 \approx 0.63\, Q_0$

Corriente al cargar o descargar un condensador



- Al cargarse o descargarse un condensador, hay una *corriente transitoria*. Por ejemplo, en el proceso de carga:

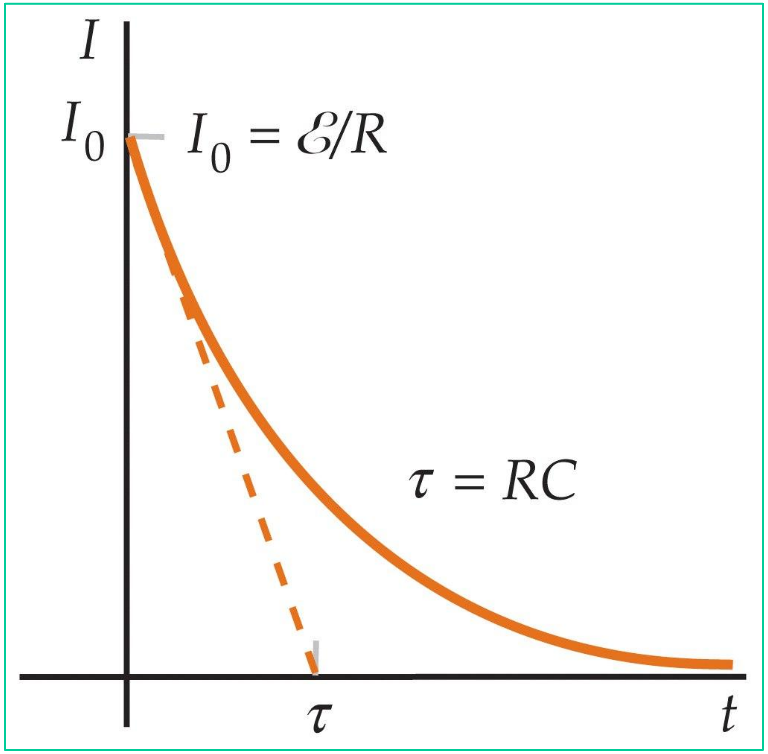
$$\boxed{Q(t) = Q_0\left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right)}$$

$$\boxed{I \equiv \frac{dQ}{dt} = \frac{Q_0}{RC} e^{-\frac{t}{RC}}}$$

$$\boxed{I(t) = \frac{V_0}{R} e^{-\frac{t}{RC}} = I_0 e^{-\frac{t}{RC}}}$$

La corriente decae exponencialmente con constante de tiempo τ.

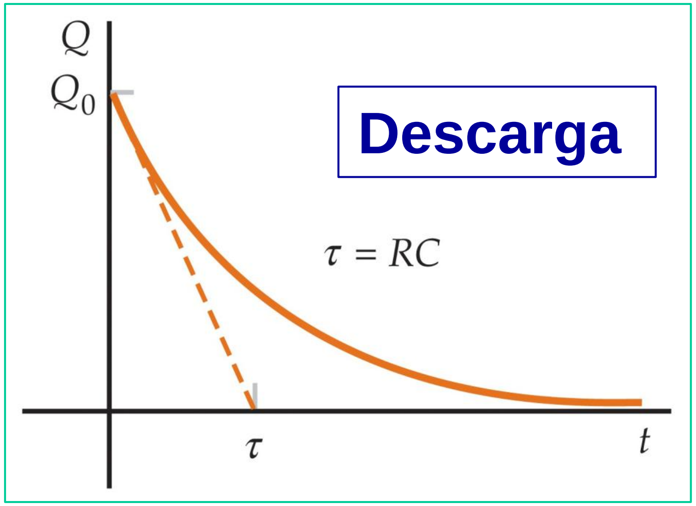
Corriente al cargar o descargar un condensador



$$I(t) = \frac{V_0}{R} e^{-\frac{t}{RC}} = I_0 e^{-\frac{t}{RC}}$$

La corriente decae exponencialmente con constante de tiempo τ.

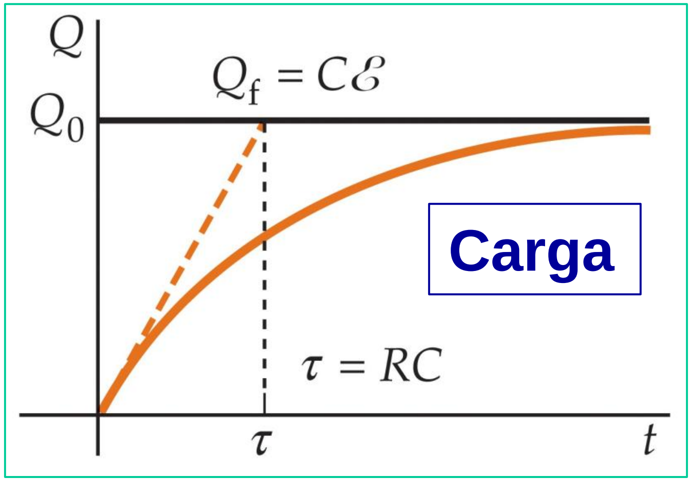
Resumen:
Carga y descarga de un condensador



$$Q(t) = Q_0 \, e^{-\frac{t}{RC}}$$

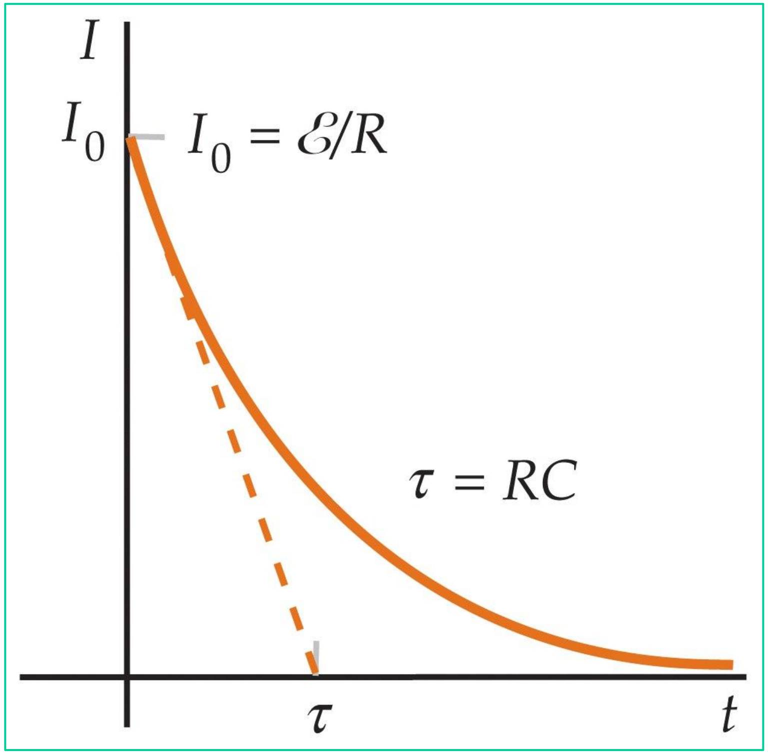
Carga y **descarga** de un **condensador:** procesos ***exponenciales*** con ***constante de tiempo*** τ :

$$\tau = RC$$



$$Q(t) = Q_0 \left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right)$$

Resumen: Corriente al cargar y descargar un condensador



$$I(t) = \frac{V_0}{R} e^{-\frac{t}{RC}} = I_0 e^{-\frac{t}{RC}}$$

La *corriente* también *decae exponencialmente* con *constante de tiempo* τ.

$$\boxed{\tau = RC}$$