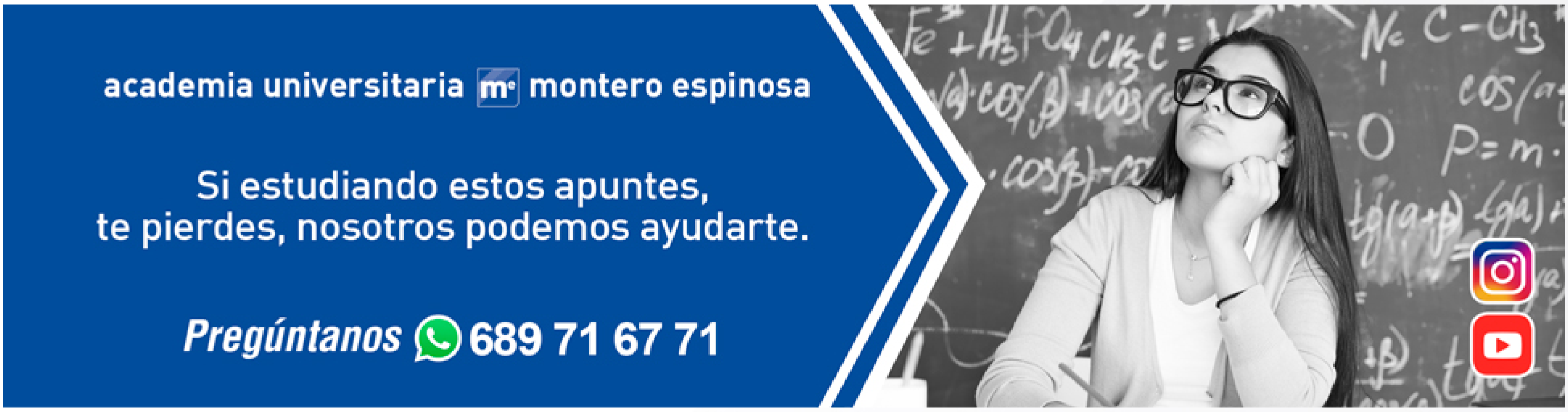
Parcial-2.pdf

Anónimo

Geometría de Curvas y Superficies

2º Grado en Matemáticas

Facultad de Ciencias
Universidad Autónoma de Madrid



Ej. 1	Ej.2	NOTA

Universidad Autónoma de Madrid

Facultad de Ciencias. DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS.
Geometría de Curvas y Superficies. Segundo parcial. 11 de abril de 2019.
Apellidos .... Nombre .... D.N.I. ....

Ejercicio 1.

Sea S el catenoide de parametrización $\mathbb{X}(u,v) = (\cosh v \cos u, \cosh v \operatorname{sen} u, v)$, con $(u,v) \in (0,2\pi) \times \mathbb{R}$. Se pide:

a) Calcular la primera forma fundamental.
b) Calcular la segunda forma fundamental.
c) Calcular las curvaturas principales.
d) Determinar las lineas de curvatura.
e) Calcular la curvatura gaussiana.
f) Determinar las curvas asintóticas.

Ejercicio 2.

Decidir razonadamente (es decir, indicando una demostración o dando un contraejemplo) si los siguientes enunciados son verdaderos o falsos:

a) La esfera tiene un paralelo de puntos parabólicos.
b) Sea S una superficie regular. Supongamos que, en un punto $p \in S$, la curvatura gaussiana es igual a 7, mientras que la curvatura media es igual a 4. Entonces:
  (i) Una de las curvaturas principales en p puede ser igual a 1.
  (ii) Una de las curvaturas principales en p tiene que ser igual a 1.
c) Cualquier curva en la esfera (birregular y parametrizada por longitud de arco) tiene curvatura normal constante.
d) El cilindro $x^2 + y^2 = 1$ es localmente isométrico al plano $z = 0$.
e) Sea $f : S_1 \to S_2$ una isometría local, $\alpha : I \to S_1$ una curva parametrizada por longitud de arco y $\beta = f \circ \alpha : I \to S_2$ la curva imagen. Entonces:
  (i) La curva β está también parametrizada por longitud de arco.
  (ii) Para todo $s \in I$ las curvaturas normales de α y β en s son iguales, es decir, $k_n^{\beta}(s) = k_n^{\alpha}(s)$.
