PROBLEMA 1. EXAMEN 2 JUNIO 2017.

a). La expresión analítica para $\vec{E}$ es.

$$\vec{E} = \begin{cases} 0\hat{\imath} \ N/C & \text{para} \quad x \leq 2mm \\ 5\hat{\imath} \ N/C & \text{para} \quad 2 \leq x \leq 4mm \\ 0\hat{\imath} \ N/C & \text{para} \quad x \geq 4mm. \end{cases}$$

b). el $\vec{\ }$ punto $x = 3mm$ pertenece a la región donde $\vec{E} = 5\hat{\imath}\ \frac{N}{C}$

$\vec{F} = q\vec{E}$; $\vec{F} = 7 \times 5\hat{\imath} = 35\hat{\imath}$

c). La relación entre V y $\vec{E}$ es $\vec{E} = -\vec{\nabla}V$

aquí $\vec{E} = (E_x, 0, 0)$ luego $V = -\int E_x dx$

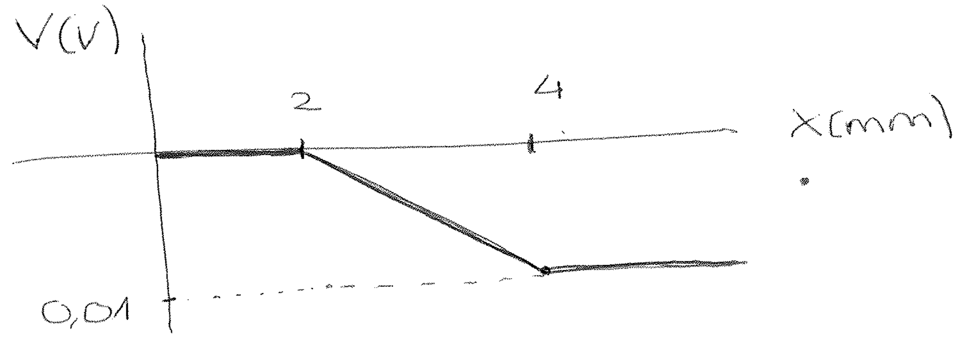
$$V = \begin{cases} x \leq 2mm & V = -\int 0 dx = C_1 \\ 2 \leq x \leq 4mm & V = -\int 5 dx = -5x + C_2 \\ x \geq 4mm & V = -\int 0 dx = C_3 \end{cases}$$

donde $C_1 = 0$ (enunciado).

$C_2 = 0$

$C_3 = -5 \times 0'002 = 0'01\ V$

La representación gráfica del potencial es



d). El campo en el interior de un condensador es

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} \quad \text{donde} \quad \sigma = \frac{Q}{A}$$

Así $E = \dfrac{Q}{\varepsilon_0 A} \longrightarrow Q = E \cdot A\, \varepsilon_0$

$$\boxed{Q = 5 \times 4 \times \varepsilon_0 = 1{,}77\ 10^{-10}\ C}$$

Q es la carga acumulada en cada placa, una placa será $+Q$, la otra $-Q$.

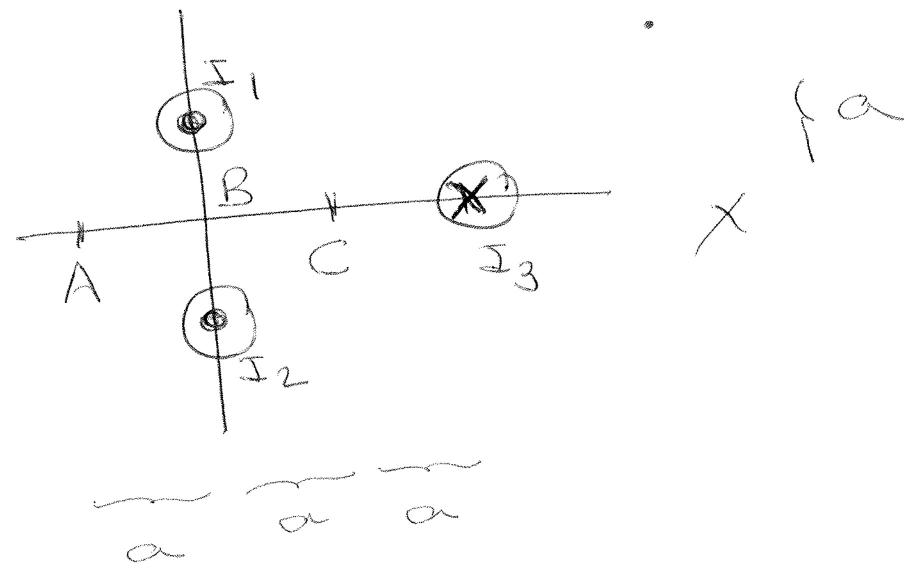
Mayo 2017 (2/6/17)

P2 Mayo 2017 ①

Problema 2

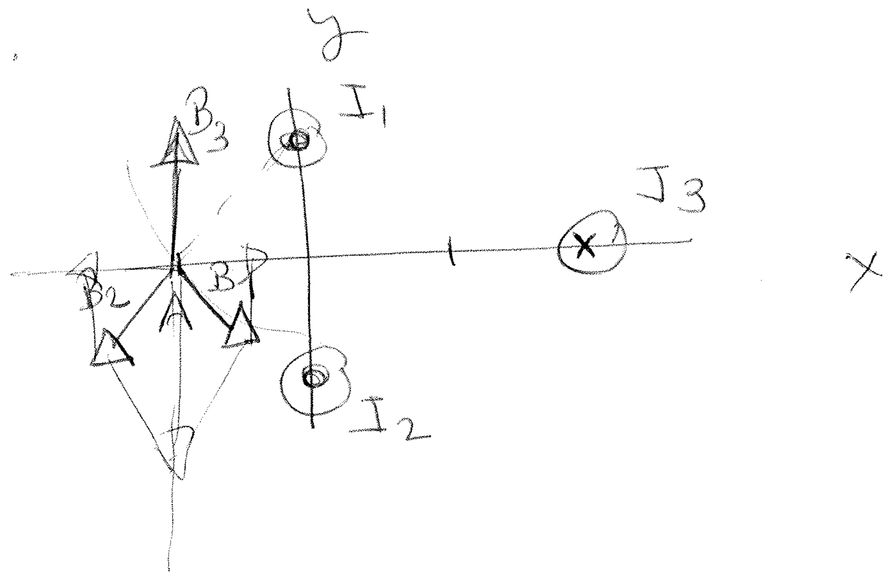
$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

$I_{1,2,3} = 1A$ para los 3 cables



$\vec{B}$ en $A(-a,0)$, $B(0,0)$ y $C(a,0)$, $a = 10cm$

pto A $(-a,0)$: En la dirección x se anulan los campos (B) producidos por los cables 1 y 2 y el campo magnético que produce el cable 3 (I_3) no tiene componente x.



$$|B_1| = |B_2| = \frac{\mu_0\, 1A}{2\pi\sqrt{(0'1)^2+(0'1)^2}\ m} = 1,415 \cdot 10^{-6}\, T$$

$$|B_3| = \frac{\mu_0 \cdot 1A}{2\pi\ (3 \cdot 0'1)m} = 0,665 \cdot 10^{-6}\, T$$

$$\vec{B_1} = 1,415 \cdot 10^{-6} \cos 45^\circ\, \hat{i} - 1'415 \cdot 10^{-6} \operatorname{sen} 45^\circ\, \hat{j}$$

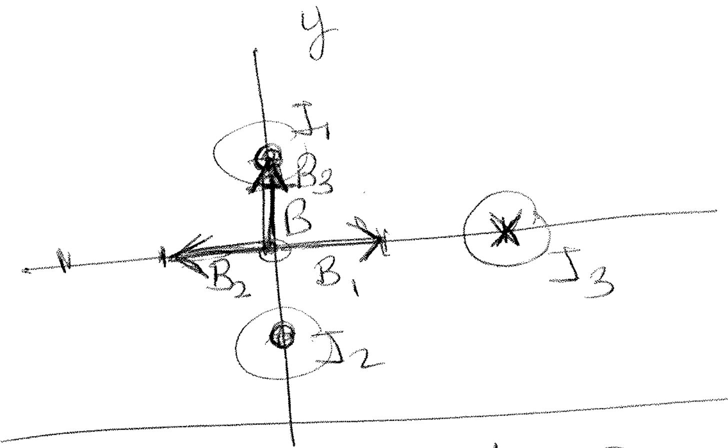
$$\vec{B_2} = -1'415 \cdot 10^{-6} \cos 45^\circ\, \hat{i} - 1'415 \cdot 10^{-6} \operatorname{sen} 45^\circ\, \hat{j}$$

$$\vec{B_3} = 0 \qquad + 0,665 \cdot 10^{-6}\, \hat{j}$$

$$\boxed{B_{TOTAL} \text{ en pto } A = (-2 + 0'665)\, 10^{-6}\, \hat{j} = -1'335 \cdot 10^{-6}\, \hat{j}\ T}$$

pto B(0,0)

En el pto B sólo produce B el cable 3 (I_3) ya que los producidos por los cables 1 (I_1) e 2 (I_2) se anulan.



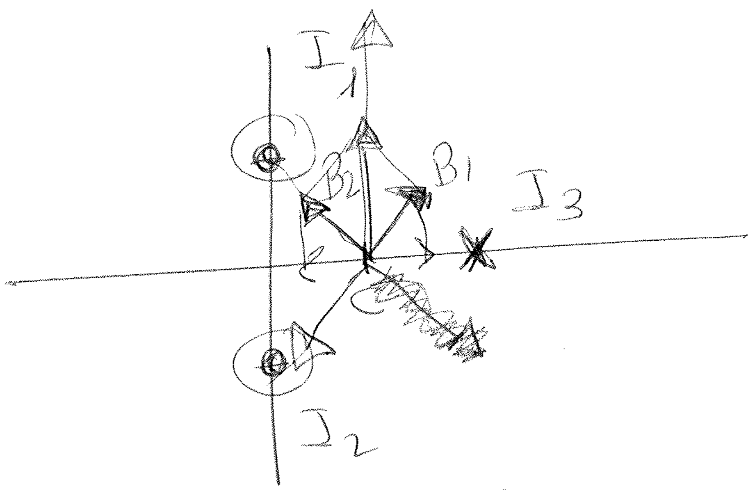
$$|B_3| = \frac{\mu_0\, 1A}{2\pi (2a)}$$

$$|B_3| = 1 \cdot 10^{-6}\, T$$

$$\boxed{B_{TOTAL} \text{ en pto } B = 1 \cdot 10^{-6}\, \hat{j}\ T}$$

pto C (a,0)

En C, en la dirección x se anulan los B producida por I_1 e I_2, sólo componentes $\hat{j}$



$$|B_1| = |B_2| = \frac{\mu_0 \cdot 1A}{2\pi\sqrt{(0'1)^2+(0'1)^2}} = 2,83 \cdot 10^{-6}\ T$$

$$|B_3| = \frac{\mu_0 \cdot 1A}{2\pi\,(0,1)} = 4 \cdot 10^{-6}\ T$$

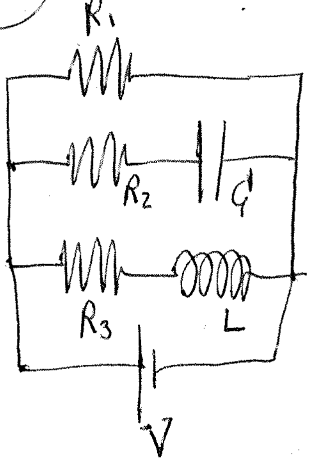
$$\vec{B}_1 = 2,83 \cdot 10^{-6} \cos 45^\circ\,\hat{i} + 2,83 \cdot 10^{-6} \operatorname{sen} 45^\circ\,\hat{j}$$

$$\vec{B}_2 = -2,83 \cdot 10^{-6} \cos 45^\circ\,\hat{i} + 2,83 \cdot 10^{-6} \operatorname{sen} 45^\circ\,\hat{j}$$

$$\vec{B}_3 = \qquad + 4 \cdot 10^{-6}\,\hat{j}$$

$$\boxed{\vec{B}_{TOTAL} \text{ en pto } C = 8 \cdot 10^{-6}\,\hat{j}\ T}$$

(3)



(a) Inmediatamente después de conectar la fuente ($t=0$):

→ $I_1 = \frac{10V}{10\Omega} = \underline{\underline{1A}}$

→ a $t=0$ el condensador está descargado ⇒ $V_C = 0$
⇒ el condensador es equivalente a un cortocircuito a $t=0$. La corriente I_2 está limitada por R_2:

$$\Rightarrow I_2 = \frac{V}{R_2} = \frac{10V}{20\Omega} = \underline{\underline{0{,}5A}}$$

→ a $t=0$ en la bobina se induce una tensión que se opone al establecimiento de la corriente:
(comportamiento transitorio de circuito RL):

$$\underline{\underline{I_3 = 0}}$$

(b) En régimen estacionario ($t \to \infty$)

→ $I_1 = \frac{V}{R_1} = \frac{10V}{10\Omega} = \underline{\underline{1A}}$

→ para $t\to\infty$ el condensador se ha cargado completamente. Ya no hay variación en la carga del condensador ⇒ ya no hay corriente por el condensador ni, obviamente, por la rama 2:

$$\underline{\underline{I_2 = 0}}$$

→ para $t\to\infty$, en el régimen estacionario, ya no hay variación con el tiempo. La f.e.m. inducida en la bobina $V_\varepsilon = -L\frac{dI}{dt}$ es 0 porque I ya no depende de t. La corriente está limitada por la resistencia óhmica de la rama 3:

$$I_3 = \frac{V}{R_3} = \frac{10V}{30\Omega} = \underline{\underline{0{,}33A}}$$

c) $I_{1,0} = \frac{V_0}{R_1} = \frac{V_{eff} \cdot \sqrt{2}}{R_1} = \frac{30\,V \cdot \sqrt{2}}{10\,\Omega} = \underline{\underline{4{,}24\,A}}$

$I_{2,0} = \frac{V_0}{|Z_2|}$; $|Z_2| = \sqrt{R_2^2 + X_C^2}$; $X_C = \frac{1}{\omega C_1} = \frac{1}{2\pi \cdot 500\,s^{-1} \cdot 8 \cdot 10^{-6}\,F}$

$X_C = 39{,}8\,\Omega$

$|Z_2| = \sqrt{(20\,\Omega)^2 + (39{,}8\,\Omega)^2} = 44{,}5\,\Omega$

$\Rightarrow I_{2,0} = \frac{V_{eff} \cdot \sqrt{2}}{|Z_2|} = \frac{30\,V \cdot \sqrt{2}}{44{,}5\,\Omega} = \underline{\underline{0{,}95\,A}}$

$I_{3,0} = \frac{V_0}{|Z_3|}$; $|Z_3| = \sqrt{R_3^2 + X_L^2}$; $X_L = \omega L = 2\pi \cdot 500\,s^{-1} \cdot 16 \cdot 10^{-3}\,H$

$X_L = 50{,}3\,\Omega$

$|Z_3| = \sqrt{(30\,\Omega)^2 + (50{,}3\,\Omega)^2} = 58{,}5\,\Omega$

$\Rightarrow I_{3,0} = \frac{V_{eff} \cdot \sqrt{2}}{|Z_3|} = \frac{30\,V \cdot \sqrt{2}}{58{,}5\,\Omega} = \underline{\underline{0{,}72\,A}}$

Error frecuente: calcular Z_2 como $\cancel{R_2 + X_C}$ y casos similares.

En realidad, tenemos para las impedancias complejas:

$Z_2 = R_2 - i X_C$; $Z_3 = R_3 + i X_L$

y para los módulos: $|Z_2| = \sqrt{R_2^2 + X_C^2}$; $|Z_3| = \sqrt{R_3^2 + X_L^2}$

(d) $\langle P_1 \rangle = V_{eff} \cdot I_{1,eff} \cdot \cos\delta_1$

$= V_{eff} \cdot I_{1,eff}$

$= V_{eff} \cdot \frac{I_{1,0}}{\sqrt{2}}$

$= 30V \cdot \left(\frac{4{,}24A}{\sqrt{2}}\right) = \underline{89{,}9\,W}$

$\delta_1 = 0$ pues en un circuito con R óhmica pura, I y V_R están en fase

---

$\langle P_2 \rangle = V_{eff} \cdot I_{2,eff} \cdot \cos\delta_2$

$= 30V \cdot \left(\frac{0{,}95A}{\sqrt{2}}\right) \cdot \cos(-63{,}3^\circ)$

$\langle P_2 \rangle = \underline{9{,}1\,W}$

δ_2 : desfase entre I y V en circuito serie R C :

$\tan\delta_2 = -\frac{X_C}{R} = -\frac{39{,}8\Omega}{20\Omega} = -1{,}99$

$\Rightarrow \delta_2 = -63{,}3^\circ$

(también es válida la fórmula

$\langle P_2 \rangle = I^2_{2,eff} \cdot R_2 = \frac{1}{2} I^2_{2,0} \cdot R_2$

pero NO $\cancel{\langle P_2 \rangle = \frac{V^2_{eff}}{R_2}}$ con $V_{eff} = 30V$ (ver abajo))

$\langle P_3 \rangle = V_{eff} \cdot I_{3,eff} \cdot \cos\delta_3$

$= 30V \cdot \left(\frac{0{,}72A}{\sqrt{2}}\right) \cdot \cos(59{,}2^\circ)$

$\langle P_3 \rangle = \underline{7{,}8\,W}$

δ_3 : desfase entre I y V en circuito serie RL

$\tan\delta_3 = \frac{X_L}{R} = \frac{50{,}3\Omega}{30\Omega} = 1{,}67$

$\Rightarrow \delta_3 = 59{,}2^\circ$

(también es válido $\langle P_3 \rangle = I^2_{3,eff} \cdot R_3 = \frac{1}{2} I^2_{3,0} \cdot R_3$

pero NO es correcto $\cancel{\langle P_3 \rangle = \frac{V^2_{eff}}{R_3}}$ porque NO TODA $V_{eff} = 30V$ se aplica a R_3 !)