ESPACIOS TANGENTES Y NORMALES

DEFINICIÓN 6.

M subvariedad n-dimensional de $\mathbb{R}^{n+k}$, $\vec{v} \in \mathbb{R}^{n+k}$ es un <u>VECTOR TANGENTE</u> a M en un punto $a \in M$ si existe una curva $\gamma : (-\varepsilon, \varepsilon) \to M$ diferenciable y

$$\gamma(0) = a, \quad \gamma'(0) = \vec{v}.$$

DEFINICIÓN 7 El <u>ESPACIO TANGENTE</u> de una subvariedad M en un punto $a \in M$, que se escribe $T_a(M)$, es el conjunto de todos los vectores tangentes a M en el punto a.

TEOREMA 8.

Sea M una subvariedad n-dimensional de $\mathbb{R}^{n+k}$ y $a \in M$.

1. $T_a(M)$ es un subespacio vectorial n-dim. de $\mathbb{R}^{n+k}$
2. Si F es como en la definición 1
$$T_a(M) = \ker DF(a)$$
3. Si (φ, U) es una parametrización local de M cerca de a como en el teorema 2, con $\varphi(0) = a$,
$$T_a(M) = \operatorname{Img} D\varphi(0)$$

$M \subset \mathbb{R}^{n+k}$ subvariedad y $a \in M$. El <u>HIPERPLANO TANGENTE</u> a M en el punto a es el espacio afín $\{x \in \mathbb{R}^{n+k} : x - a \in T_a(M)\}$.

El <u>HIPERPLANO NORMAL</u> a M en el punto a es el espacio afín $\{x \in \mathbb{R}^{n+k} : x - a \in (T_a(M))^{\perp}\}$.