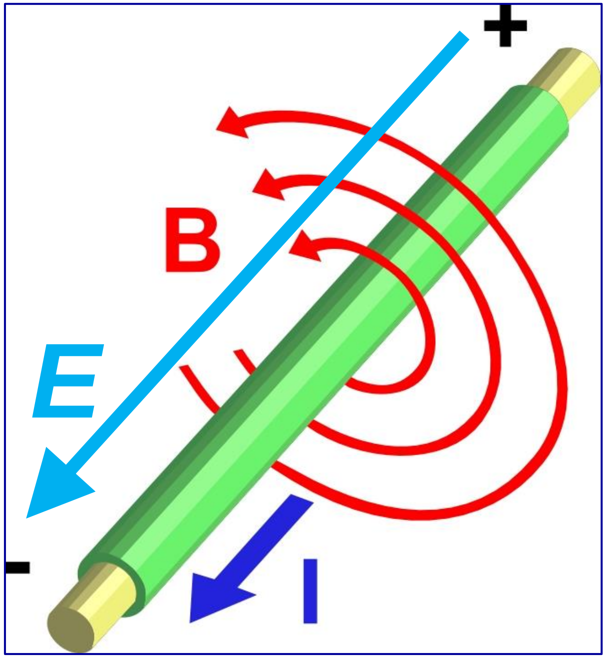
Inducción electromagnética

Campos electromagnéticos dependientes del tiempo

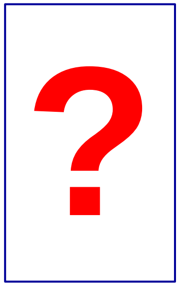
https://es.khanacademy.org/science/physics/magnetic-forces-and-magnetic-fields#magnetic-flux-faradays-law

Inducción electromagnética

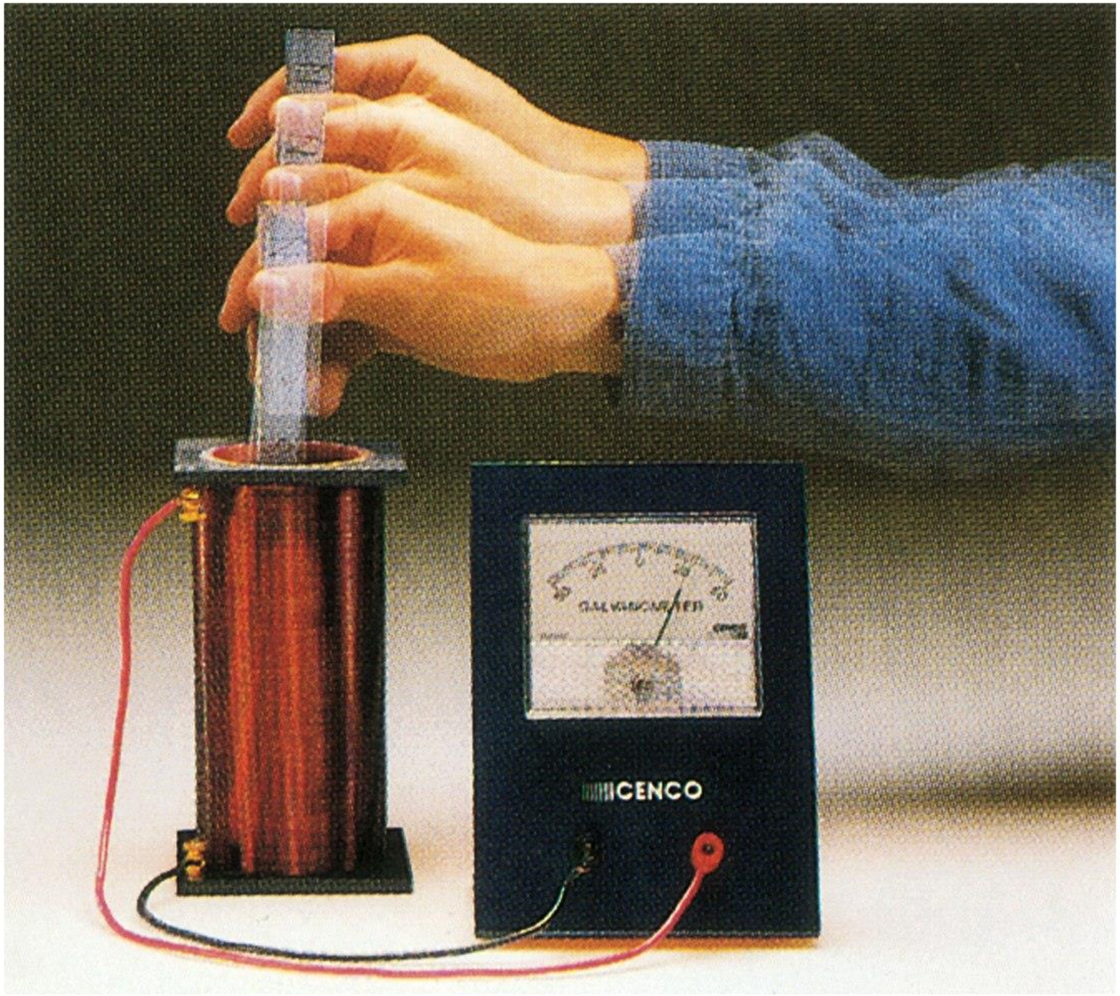
- Hemos visto que un campo eléctrico ***E*** crea una corriente ***I*** en un conductor y a su vez, ésta crea un campo magnético ***B***:



- ¿Es posible el proceso inverso?¿Un campo ***B*** crea un campo ***E***? ¿En qué condiciones?



Inducción electromagnética

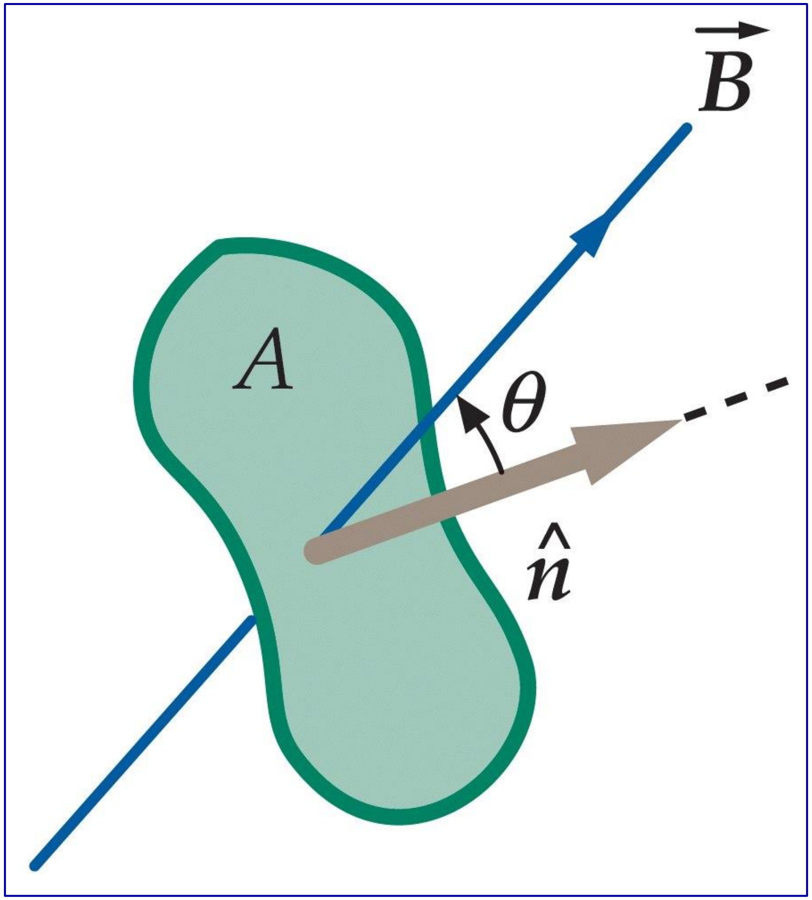


Cuando el imán ***entra*** o ***sale*** de la bobina, se produce una corriente, por lo tanto se ***induce*** una ***f.e.m.***

Flujo magnético

Definición:
Flujo del campo magnético ***B***
a través de una superficie *S* :

$$\phi_m = \int_S \vec{B} \cdot \hat{n}\, dA = \int_S B_n\, dA$$



(completamente análogo al flujo
del campo ***E***.)

Unidad de flujo magnético: el Weber

$$[\Phi_m] = 1\ \mathrm{Wb} = 1\ \mathrm{T\ m^2}$$

Ley de inducción de Faraday

- **Si el flujo magnético varia a través del área rodeada por un circuito, se produce en el circuito una Fuerza Electromotriz (fem, ϵ, similar a ΔV) igual a la (-) variación del flujo**

$$\boxed{\epsilon = -\frac{d\Phi_m}{dt}}$$

Ley de Faraday: la fuerza electromotriz inducida es igual a la variación del flujo magnético en el tiempo.

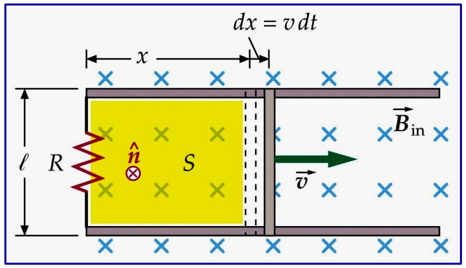
Ley de Lenz (signo negativo en la Ley de Faraday):

La f.e.m. inducida siempre tiene un *sentido* tal *que su efecto (la corriente inducida) se opone a la causa que la genera*.

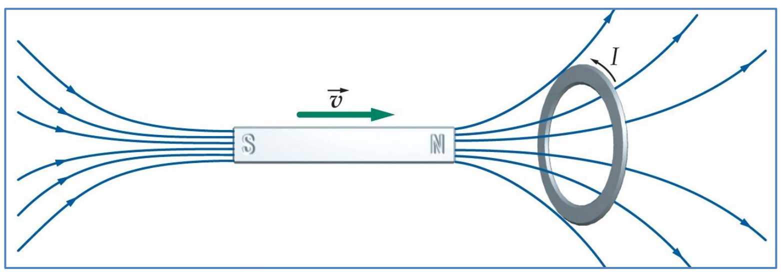
Ejemplo ley de Faraday
Cómo podemos variar el flujo magnético

$$\phi_m = \int_S \vec{B} \cdot \hat{n}\, dA = \int_S B_n\, dA$$

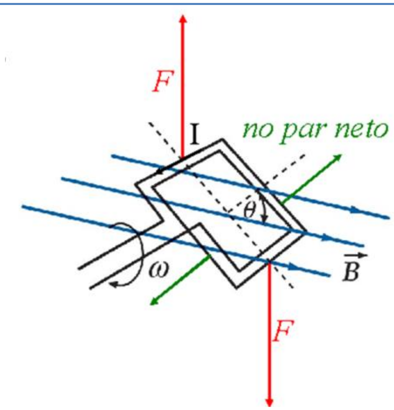
$$\boxed{\epsilon = -\frac{d\Phi_m}{dt}}$$



Circuitos con área variable. Barra que desliza



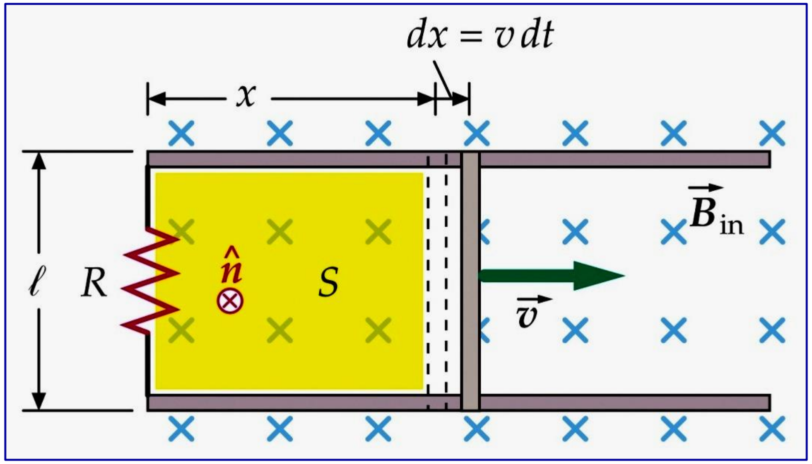
Moviendo un imán con respecto a una espira



Girando una espira en un B uniforme

Ejemplo ley de Faraday: F.e.m. de movimiento

Barra deslizante que cierra un circuito



$$\boxed{\epsilon = -\frac{d\Phi_m}{dt}}$$

$$\Phi_B = \int \vec{B} \cdot d\vec{A} = BLx$$

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi_B}{dt} = -BL\frac{dx}{dt}$$

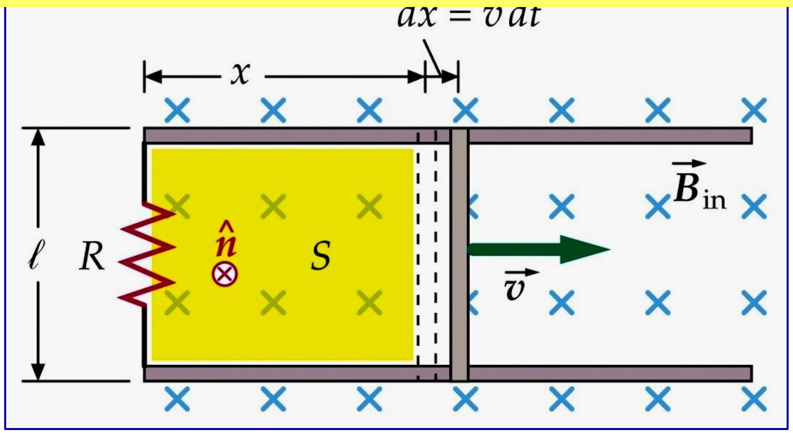
$$\varepsilon = -BLv$$

Si la resistencia en el circuito es R, la magnitud de la corriente inducida será:

$$I = \frac{|\varepsilon|}{R} = \frac{BLv}{R}$$

Ejemplo ley de Faraday: F.e.m. de movimiento

Barra deslizante que cierra un circuito. Sentido de la I



$$\boxed{\epsilon = -\frac{d\Phi_m}{dt}}$$

Ley de Inducción de Faraday

•Si definimos el signo de ***n*** como en el dibujo, el flujo magnético Φ_m **aumenta** cuando la barra se mueve con velocidad ***v***.

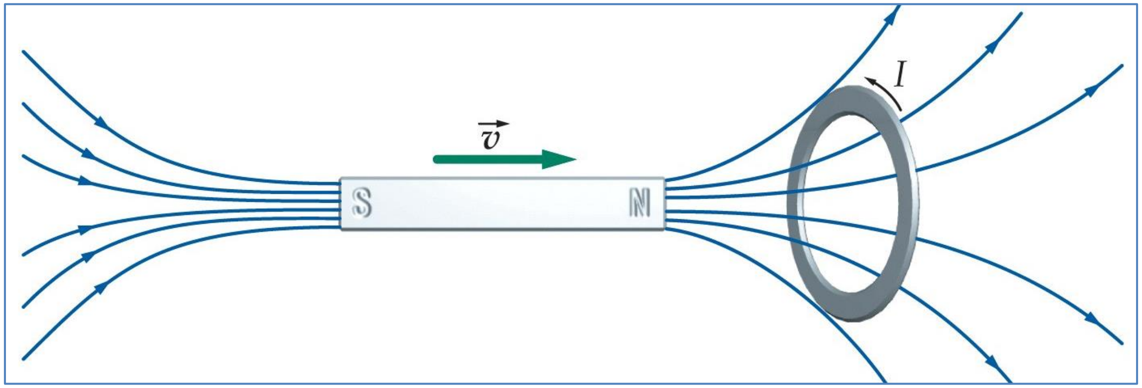
•La mano derecha nos dice que el sentido positivo del circuito es el sentido *horario* (dedos en ese sentido $\rightarrow$ pulgar en dirección de ***n***).

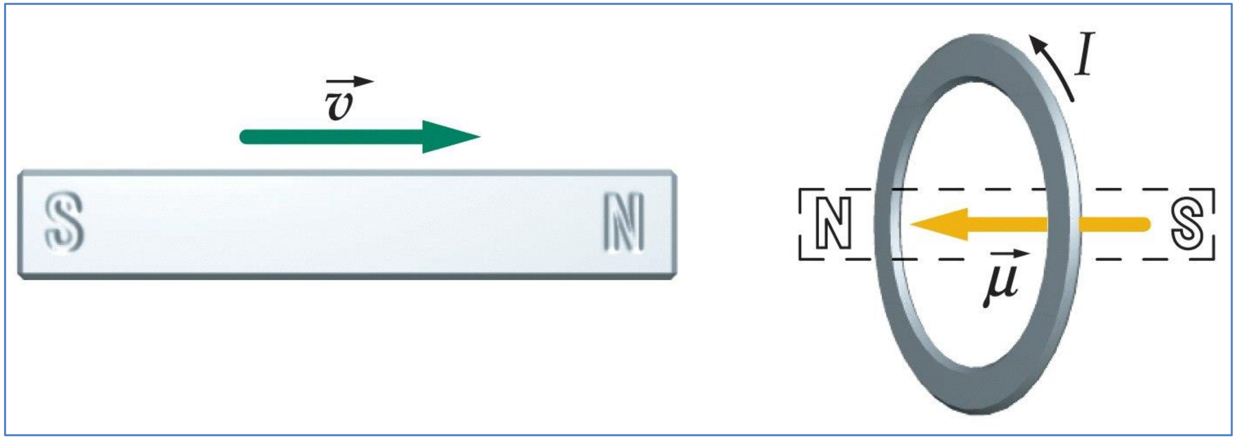
•El signo negativo en la Ley de Faraday nos dice que la f.e.m. inducida y, por tanto, la corriente inducida tienen el *sentido opuesto*: sentido antihorario.

•Verificamos: El campo ***B*** asociado a la corriente inducida tiende a **disminuir** el flujo en el circuito: se **opone** a la causa que lo genera: en este caso el **aumento** del flujo Φ_m : **Ley de Lenz**.

LEY DE LENZ

Ley de Faraday: moviendo espira con respecto a un iman





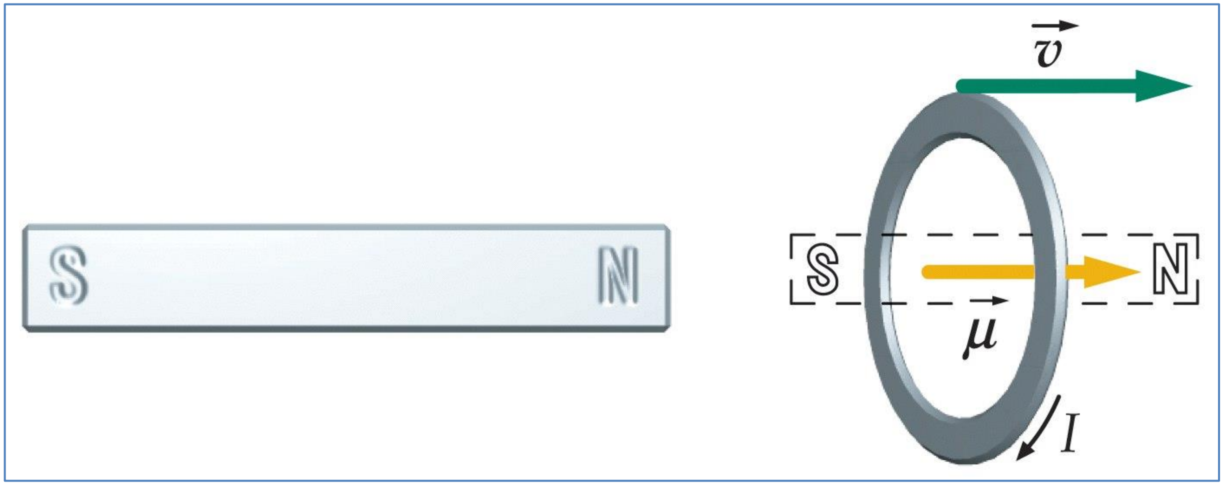
Ley de Lenz:

La f.e.m. inducida siempre tiene un sentido tal que su efecto (la corriente inducida) se opone a la causa que la genera:

- Si el imán se acerca y hay un *aumento* de flujo magnético, la *corriente* producida por la f.e.m. inducida crea un campo ***B*** que tiende a *disminuir* el flujo.

- El campo ***B*** producido por la corriente inducida ejerce *fuerzas* que se *oponen al avance* del imán.

Signo *negativo* en la ley de Faraday: Ley de Lenz



Ley de Lenz:

La f.e.m. inducida siempre tiene un sentido tal que su efecto (la corriente inducida) se opone a la causa que la genera:

- Si la espira se aleja y hay una *disminución* de flujo magnético, la corriente producida por la f.e.m. inducida crea un campo ***B*** que tiende a *aumentar* el flujo y *viceversa*.

En ambos casos, el campo ***B*** producido por la corriente inducida ejerce *fuerzas* que se *oponen al movimiento relativo* imán - espira.

Problema Sencillo para aplicación de ley de Faraday

Un campo magnético uniforme forma un ángulo de 30º con el eje de una circular. bobina de 300 vueltas y un radio de 4 cm. El campo cambia a una velocidad de 85 T / s. Encuentre la magnitud de la fem inducida en la bobina.

RESOLUCION

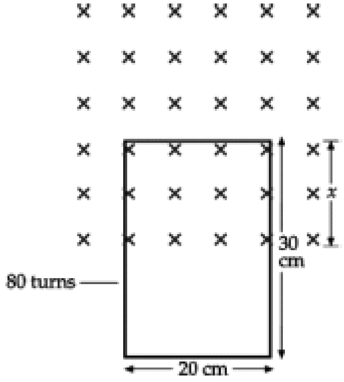
1. The magnitude of the induced emf is given by Faraday's law: $|\mathcal{E}| = \dfrac{d\phi_m}{dt}$
2. For a uniform field, the flux is: $\phi_m = NBA \cos\theta$
3. Substitute this expression for ϕ_m and calculate $|\mathcal{E}|$:

$$|\mathcal{E}| = \frac{d\phi_m}{dt} = \frac{d}{dt}(NBA\cos\theta) = NA\cos\theta\frac{dB}{dt}$$

$$= (300)(3.14)(0.04\text{ m})^2\cos 30°(85\text{ T/s}) = 111\text{ V}$$

Problema Sencillo para aplicación de ley de Faraday

La bobina rectangular de 80 vueltas, 20 cm de ancho y 30 cm de largo, se encuentra en un campo magnético B = 0.8 T dirigido a la página (Figura), con solo mitad de la bobina en la región del campo magnético. La resistencia de la bobina es de 30 Ω. Encuentre la magnitud y dirección de la corriente inducida si la bobina se mueve con una velocidad de 2 m / s (a) hacia la derecha, (b) hacia arriba y (c) hacia abajo



Problema Sencillo para aplicación de ley de Faraday: resolución

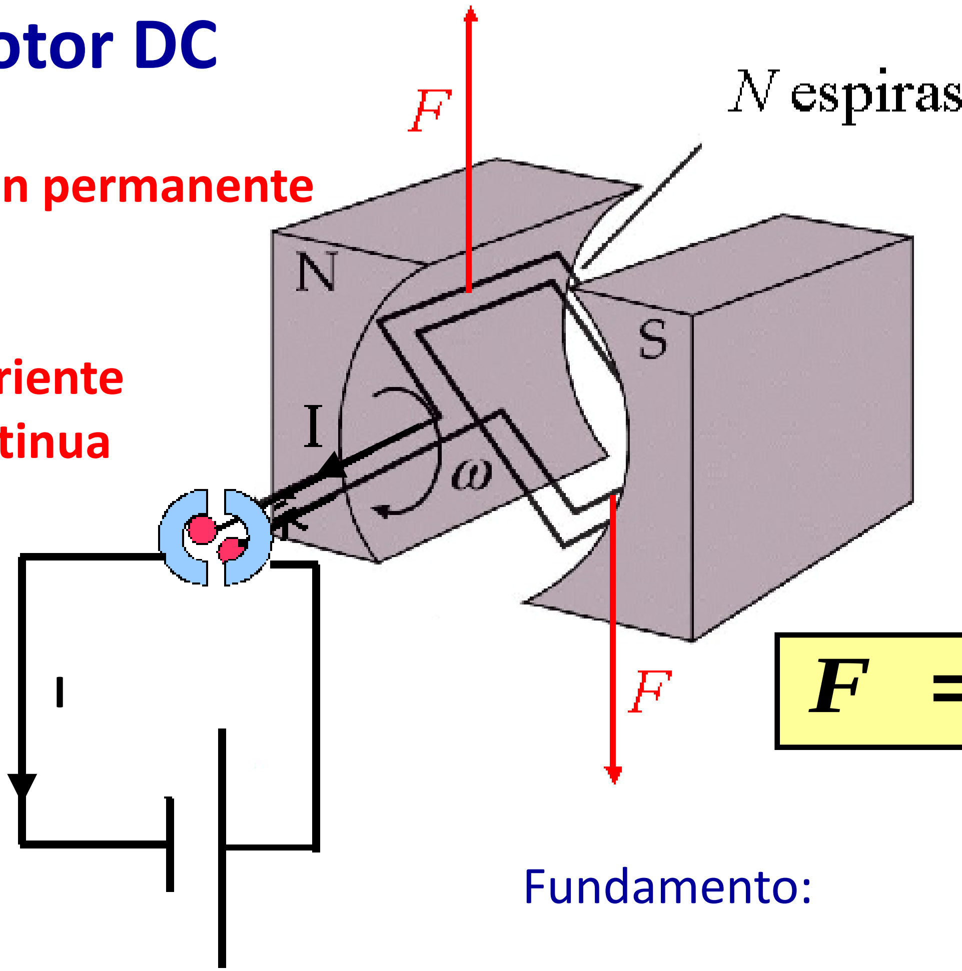
(*a*)1.	The magnitude of the induced current equals the emf divided by the resistance:	$I=\frac{\lvert\mathcal{E}\rvert}{R}$
2.	The magnitude of the induced emf is given by Faraday's law:	$\lvert\mathcal{E}\rvert=\frac{d\phi_m}{dt}$
3.	When the coil is moving to the right (or to the left), the flux does not change (until the coil leaves the region of magnetic field). The current is therefore zero:	$\lvert\mathcal{E}\rvert=\frac{d\phi_m}{dt}=0$ $I=0$
(*b*)1.	The flux is the product of *B* and the area, which is given by (20 cm)*x*:	$\phi_m=NB(20\,\text{cm})x$
2.	Compute the rate of change of the flux when the coil is moving up:	$\frac{d\phi_m}{dt}=NB(20\,\text{cm})\frac{dx}{dt}=(80)(0.8\text{ T})(0.20\text{ m})(2\text{ m/s})=25.6\text{ V}$
3.	Calculate the magnitude of the current:	$I=\lvert\mathcal{E}\rvert/R=\frac{25.6\text{ V}}{30\ \Omega}=0.853\text{ A}$
4.	Since the inward flux is increasing, the induced current will be in the sense as to produce outward flux:	The current is counterclockwise.
(*c*)	When the coil moves downward at 2 m/s, the current has the same magnitude as when it moves upward, but is oppositely directed:	$I=0.853$ A clockwise

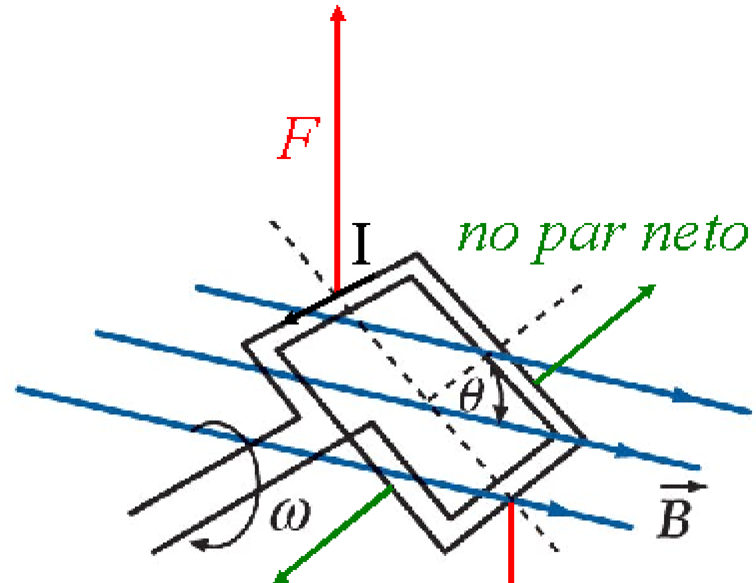
Aplicación: Generador de corriente alterna (AC)

Motor DC

Imán permanente

Corriente continua



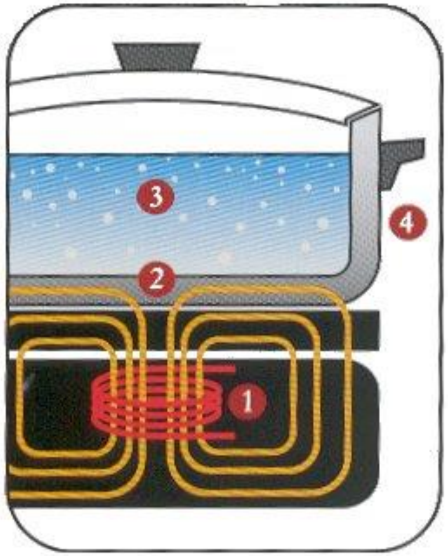


$$\boxed{\boldsymbol{F} = (I\,\boldsymbol{u}_L)\times\boldsymbol{B}\,L}$$

Fundamento:

- **Fuerza magnética** sobre una **corriente**
- Sobre una **espira** de corriente: **par de giro**

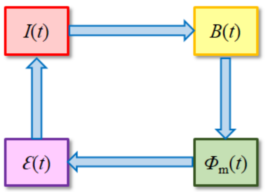
Aplicación: Cocina de *inducción*

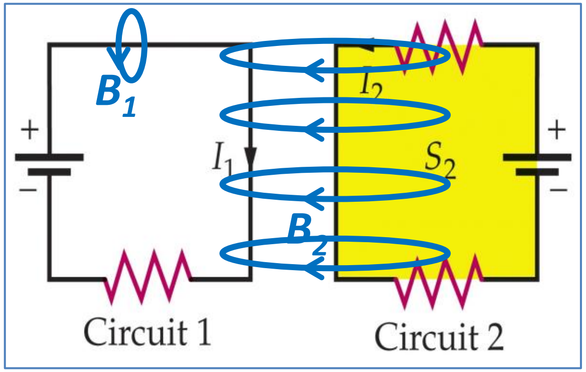


Un *campo magnético variable* $\boldsymbol{B}(t)$ produce un *flujo magnético variable* $\Phi_m(t)$ en el recipiente metálico. La f.e.m. inducida en el recipiente produce *corrientes de Foucault* (*eddy currents*) que disipan energía en forma de calor (efecto Joule): el recipiente se calienta.

Inductancia (mutua)

Consideremos dos circuitos C_1 y C_2 en interacción mutua:





- El campo $\boldsymbol{B_2}$ que crea I_2 contribuye al flujo Φ_1 por el circuito C_1 (contribución $\Phi_{1,2}$) .
- Recíprocamente, el campo $\boldsymbol{B_1}$ que crea I_1 contribuye al flujo Φ_2 por el circuito C_2 (contribución $\Phi_{2,1}$) .

DEFINICION DE COEFICIENTE DE INDUCCION O INDUCTANCIA M

El coeficiente de inducción del circuito 2 sobre el circuito 1 es M_{12}

$$\epsilon_1 = -M_{12}\frac{dI_2}{dt} \longrightarrow \phi_{12} = M_{12}\, I_2$$

(FARADAY)

Inductancia (mutua)

DEFINICION DE COEFICINETE DE INDUCCION O INDUCTANCIA M

El coeficiente de inducción del circuito 2 sobre el circuito 1 es M_{12}

$$\epsilon_1 = -M_{12}\frac{dI_2}{dt} \xrightarrow{\hspace{6em}} \phi_{12} = M_{12}\, I_2$$

(FARADAY)

El coeficiente de inducción del circuito 2 sobre el circuito 1 es M_{12}

$$\epsilon_2 = -M_{21}\frac{dI_1}{dt} \xrightarrow{\hspace{6em}} \phi_{21} = M_{21}\, I_1$$

(FARADAY)

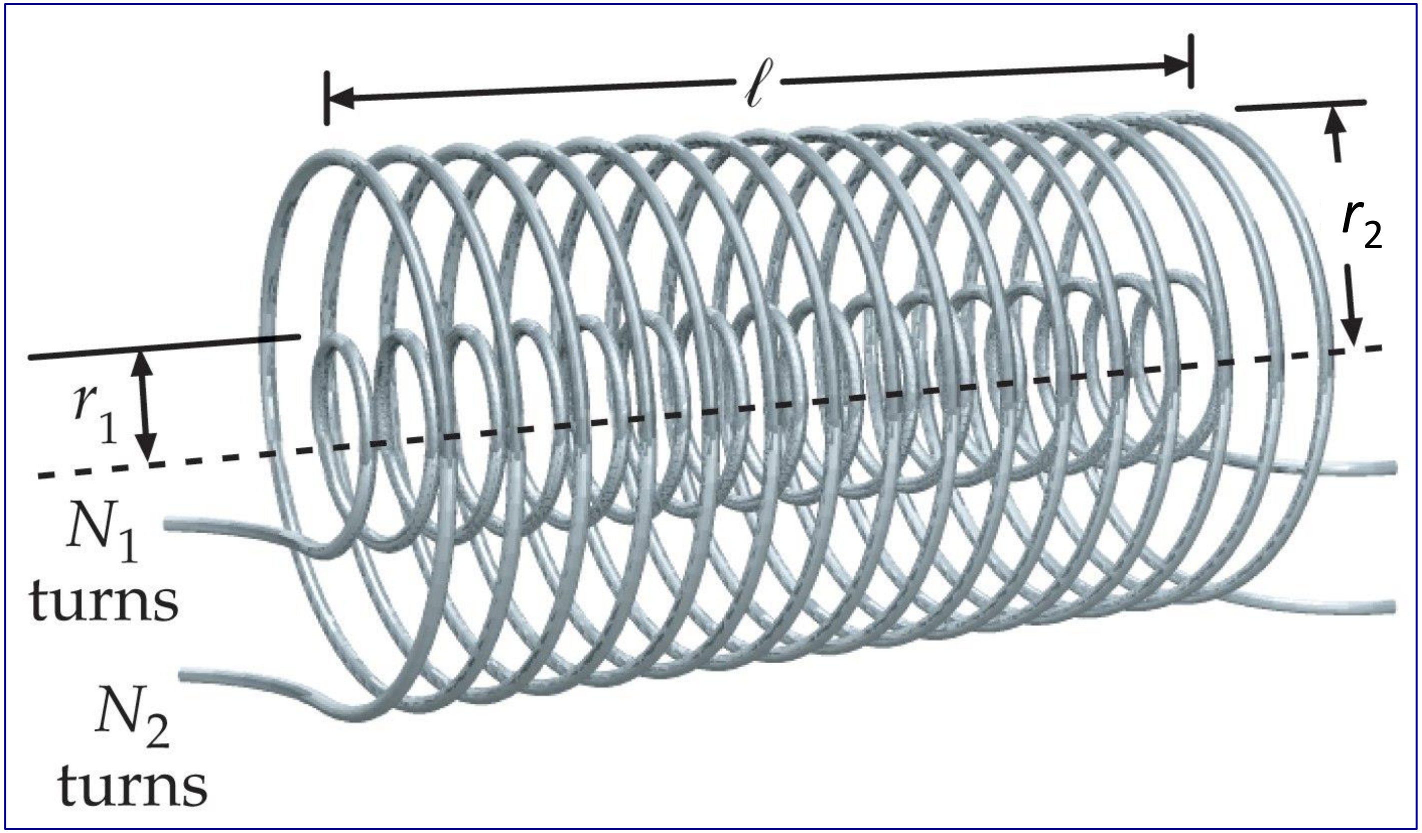
$$M_{12} = M_{21}$$

Inductancia **mutua**

Henrio= Weber/Amperio

Ejemplo: coeficientes *M* de inductancia mutua entre dos solenoides

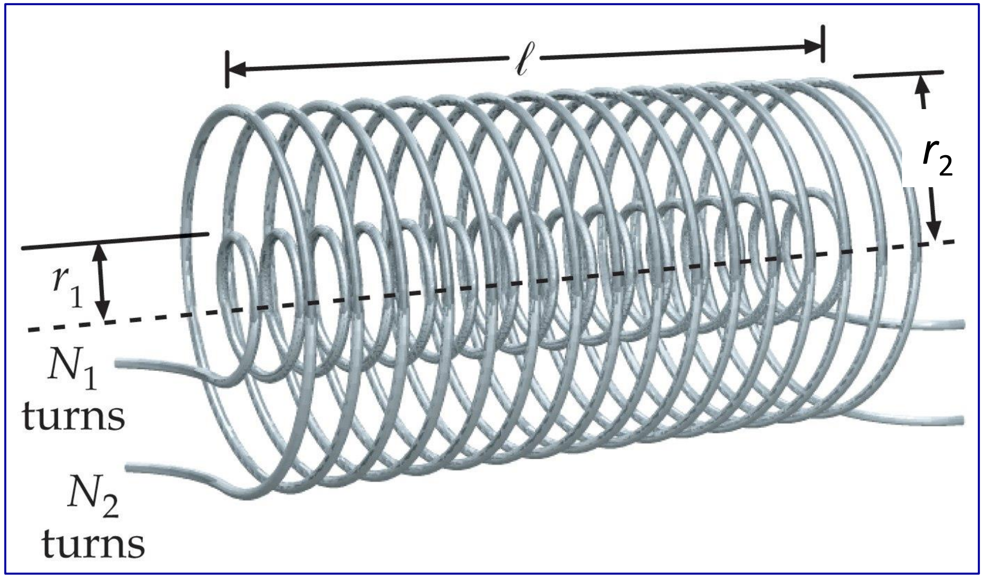
Bobinas circulares concéntricas (solenoides):



Bobina interna: vueltas N_1, radio r_1, sección A_1, longitud l

Bobina externa: vueltas N_2, radio r_2, sección A_2, longitud l

Ejemplo: coeficientes *M* de inductancia mutua entre dos solenoides



$$\Phi_{2,1} = \int \mathbf{B_1}\, d\mathbf{A_2}$$

Solenoide: Campo $\boldsymbol{B_1}$ confinado a A_1:

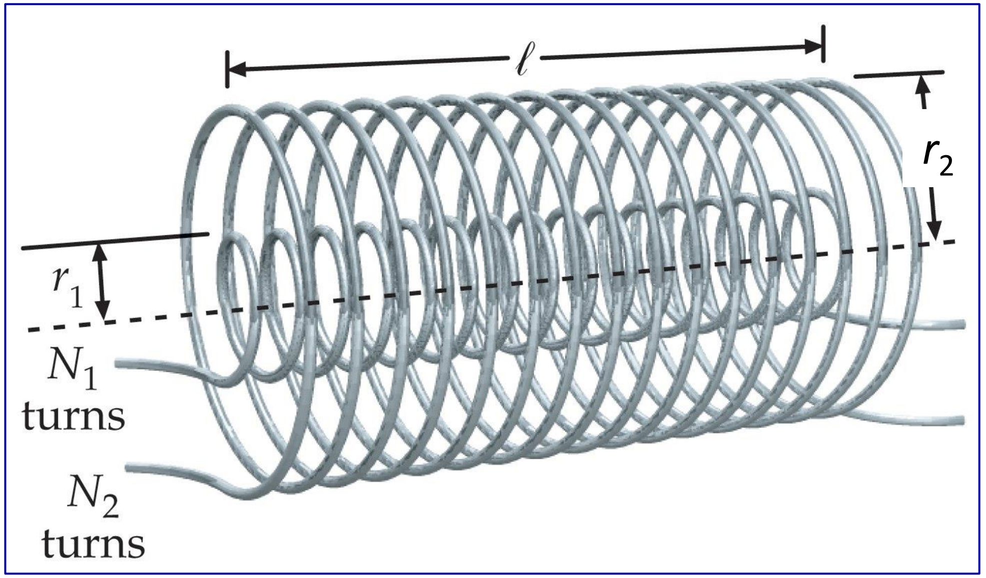
$$\Phi_{2,1} = N_2 B_1 A_1$$

$M_{2,1}$: **Coeficiente de inductancia** del circuito C_1 sobre el C_2.

$$\Phi_{2,1} = N_2(\mu_0 n_1 I_1)\pi r_1^2$$

$$\rightarrow \quad \boxed{M_{2,1} = \mu_0 n_1 n_2 l \pi r_1^2}$$

Ejemplo: coeficientes *M* de inductancia mutua entre dos solenoides



$$\Phi_{1,2} = \int \boldsymbol{B}_2 d\boldsymbol{A}_1$$

$$\Phi_{1,2} = N_1 B_2 A_1$$

$M_{1,2}$: **Coeficiente de inductancia** del circuito C_2 sobre el C_1.

$$\Phi_{1,2} = N_1(\mu_0 n_2 I_2)\pi r_1^2$$

$$\rightarrow \boxed{M_{1,2} = \mu_0 n_1 n_2 l\pi r_1^2 = M_{2,1} = M}$$

M: **Coeficiente de inductancia mutua** entre los circuitos C_1 y C_2.

AUTO Inductancia

DEFINICION DE COEFICINETE DE INDUCCION O INDUCTANCIA   M

$$\epsilon_1 = -M_{12}\frac{dI_2}{dt} \xrightarrow{\hspace{6em}} \phi_{12} = M_{12}\, I_2$$

(FARADAY)

AUTO Inductancia

$$\epsilon_1 = -M_{11}\frac{dI_1}{dt} \xrightarrow{\hspace{6em}} \phi_{11} = M_{11}\, I_1$$

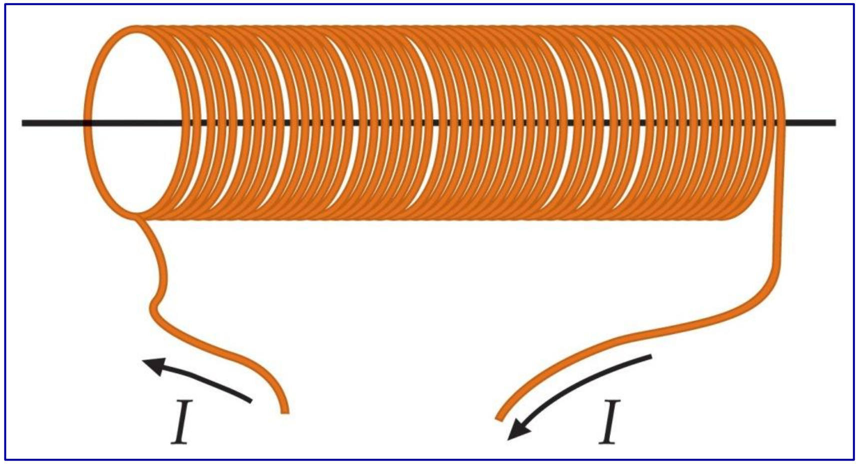
(FARADAY)

$L = M_{11}$ **COEFICIENTE DE AUTOINDUCCION**

$$\in = -L\frac{dI}{dt} \qquad \phi = LI$$

Coeficiente *L* de autoinducción de un solenoide

Bobina circular (solenoide): vueltas *N*, radio *r*, sección *A*, longitud *l*



$$\Phi = \int \mathbf{B}\, d\mathbf{A}$$

$$\Phi = N B A$$

$$\Phi = N(\mu_0 n I)\pi r^2$$

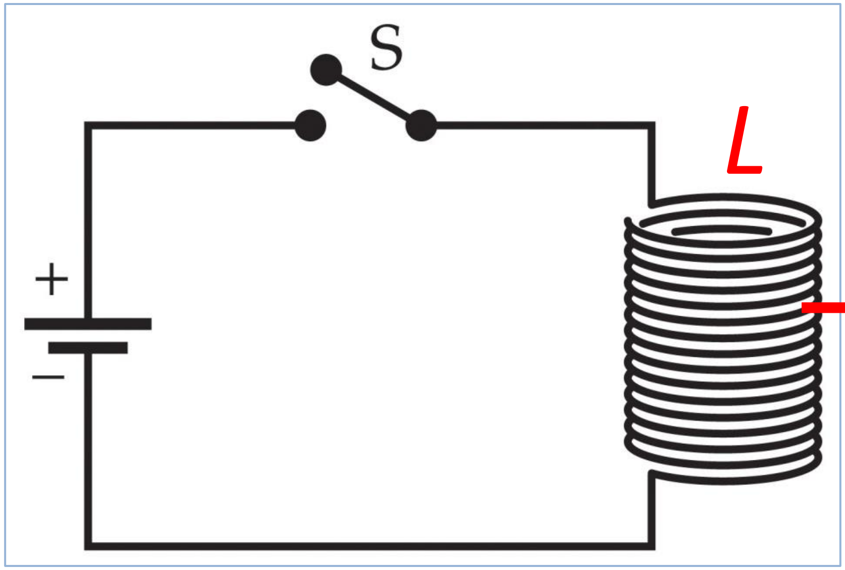
$$\rightarrow \quad \boxed{L = \mu_0 n^2 l \pi r^2 = \mu_0 \frac{N^2}{l} \pi r^2}$$

L: **Coeficiente de autoinductancia** de un solenoide.

Circuitos con autoinductancia *L*

Las bobinas o solenoides son elementos con alta autoinductancia L

Se utilizan en muchos circuitos eléctricos, se denominan muchas veces tan solo autoinductancia o inductancia y se caracterizan por su coeficiente de autoinductancia L (muchas veces abreviado a tan solo a Inductancia)



SIMBOLO DE AUTOINDUCTANCIA EN UN CIRCUITO

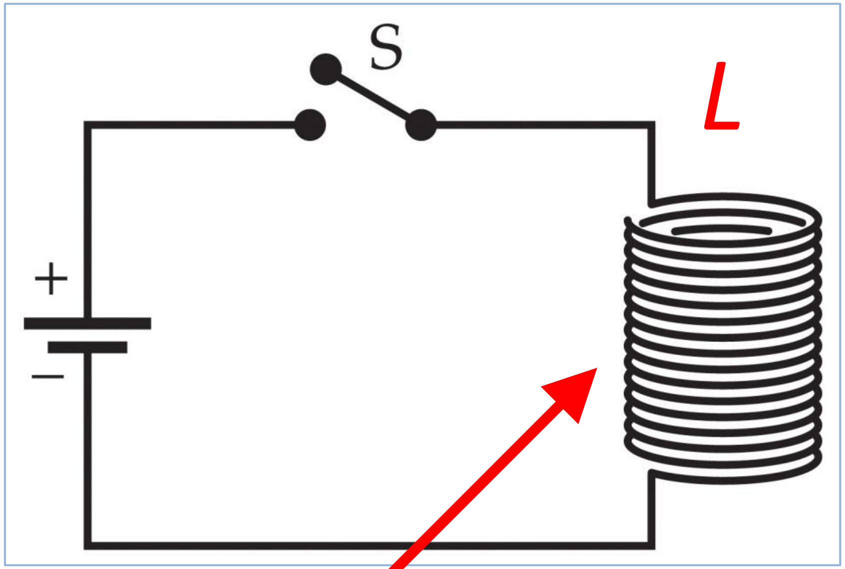
Circuitos con autoinductancia *L*

Circuito con elementos con autoinductancia *L*: comportamientos transitorios en la *conexión* y *desconexión*:

- Al *variar* la corriente *I*, varía ***B*** y el flujo magnético Φ_m y por lo tanto, se *induce* una f.e.m. ε *adicional* en el circuito.

- De acuerdo a la **Ley de Lenz**, la f.e.m. inducida se opone siempre a la causa que origina la variación del flujo Φ_m.

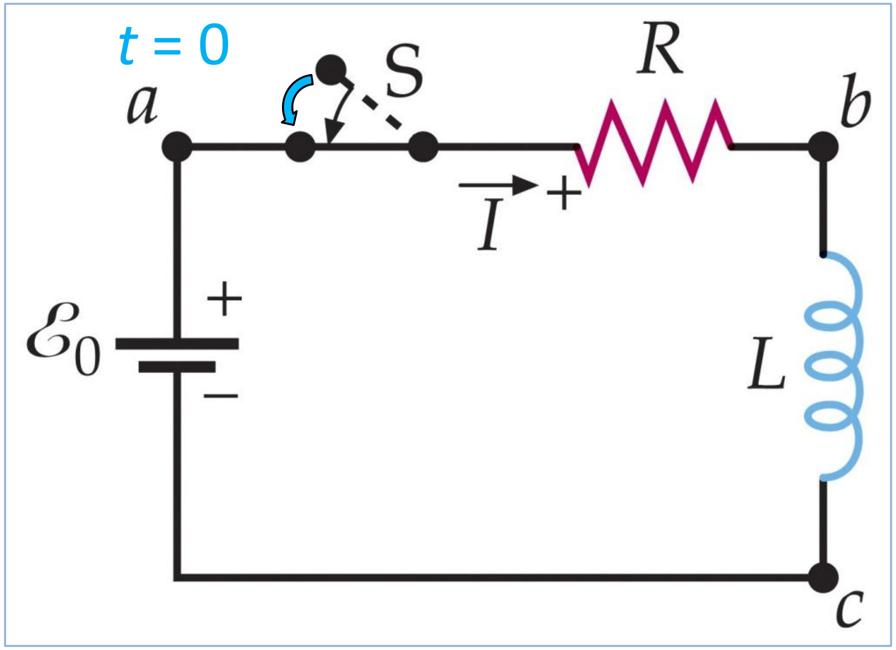
- Problema: ¿Cómo evoluciona *I* con *t*: *I(t)* ?



$$\boxed{\epsilon = -\frac{d\Phi_m}{dt}}$$

$$\boxed{\epsilon = -L\frac{dI}{dt}}$$

Conexión de una autoinductancia *L*



- Proceso de **conexión** en circuito *RL*:
  - *Corriente inicial*: 0
  - En $t = 0$ se *cierra* el circuito y *comienza la conexión.*
- Ley de Kirchhoff

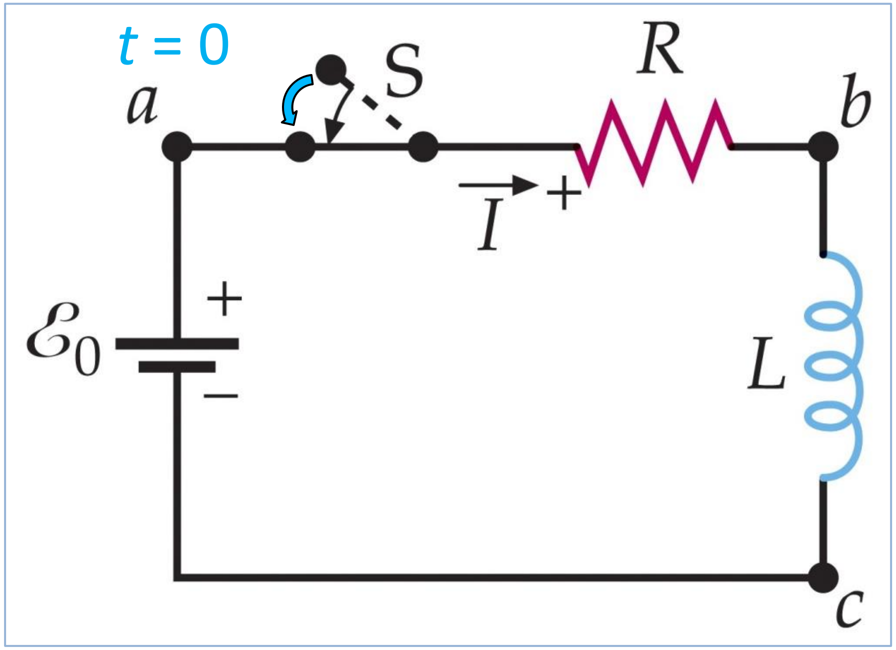
$$-\epsilon_0 + V_R - V_L = 0$$

$$-\epsilon_0 + IR + L\frac{dI}{dt} = 0$$

$$\rightarrow \boxed{\begin{array}{c} I + \dfrac{L}{R}\dfrac{dI}{dt} = \dfrac{\epsilon_0}{R} \\ I(0) = 0 \end{array}}$$

Ecuación diferencial
+ condición inicial

Conexión de una autoinductancia *L*



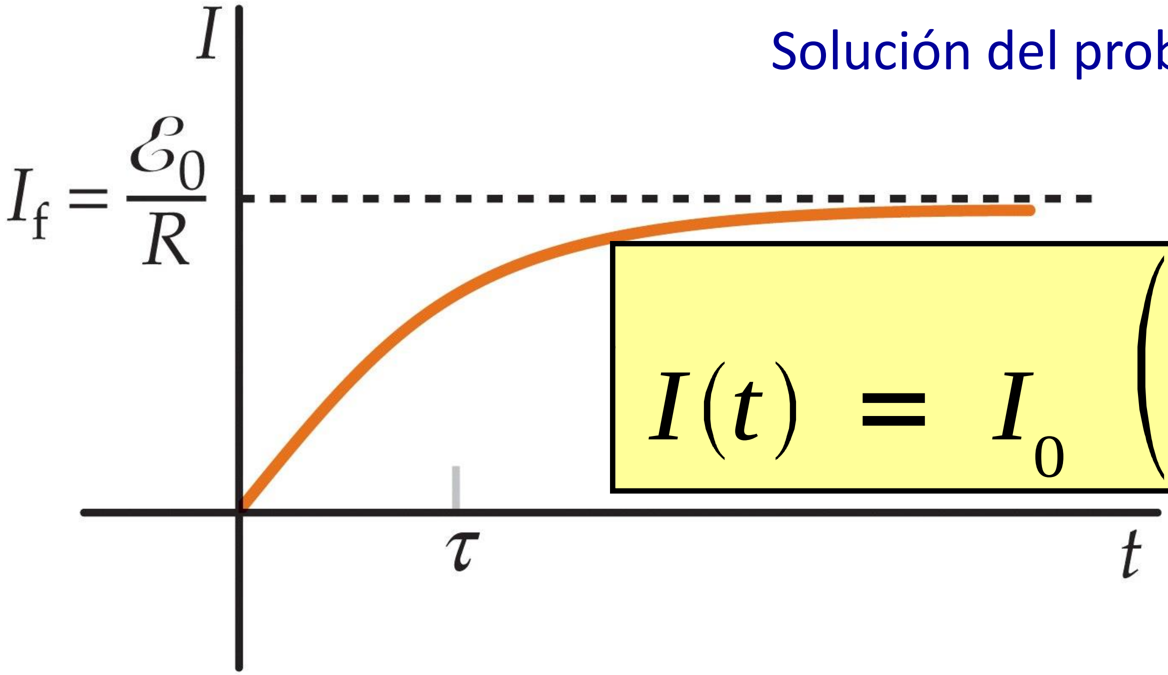
$$I + \frac{L}{R}\frac{dI}{dt} = \frac{\epsilon_0}{R}$$

$$I(0) = 0$$

- Ecuación diferencial *lineal*, con *coeficientes constantes* e *inhomogénea*.
  - **Solución que cumple la condición inicial** (con $I_0 = \varepsilon_0 / R$):

$$I(t) = I_0 \left(1 - e^{-\frac{R}{L}t}\right)$$

Conexión de una autoinductancia L



Solución del problema (ec. dif + c. i.):

$$\boxed{I(t) = I_0 \left(1 - e^{-\frac{R}{L}t}\right)}$$

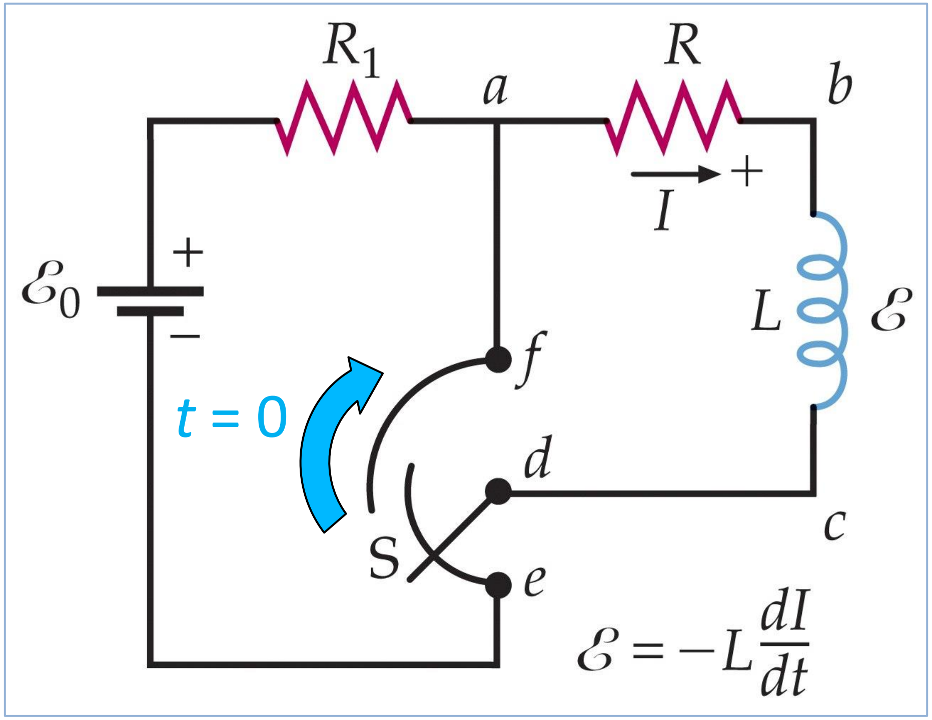
$$\boxed{\tau = \frac{L}{R}}$$

Constante de tiempo τ: tiempo característico de establecimiento de corriente en un circuito RL :

- tiempo para el que $I(\tau) = (1- e^{-1})\, I_0 \approx 0.63\, I_0$

Proceso de conexión: exponencial creciente con constante de tiempo τ

Desconexión de una autoinductancia *L*



- Proceso de **desconexión** en circuito *RL*:
  - *Corriente inicial* : I_0
  - En $t = 0$ se *desconecta* la fuente y *comienza la desconexión* a través de *R.*
- Ley de Kirchhoff:

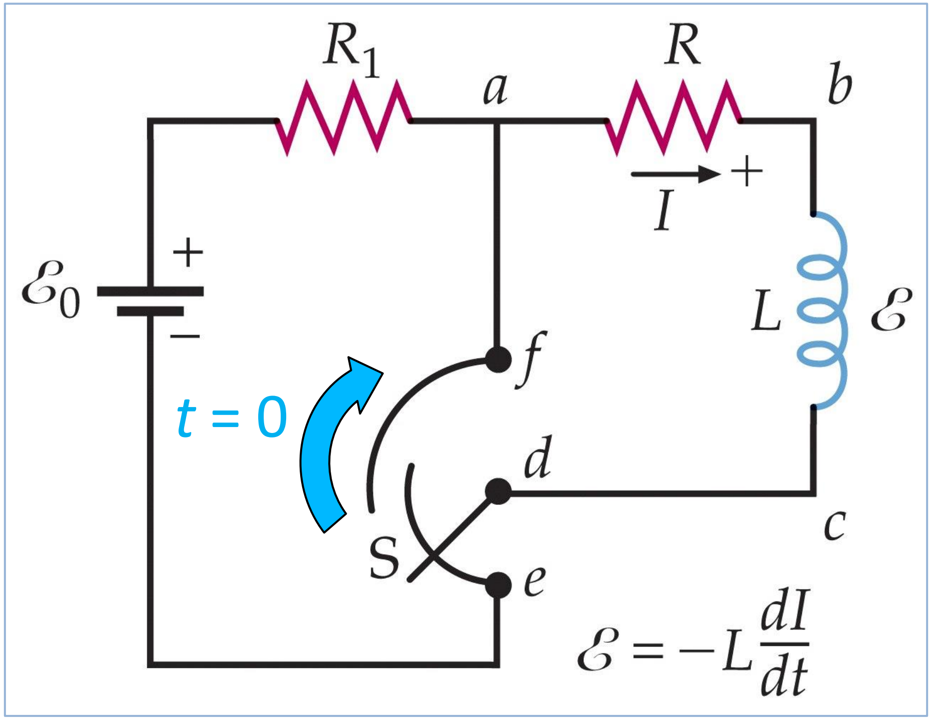
$$V_R - V_L = 0$$

$$IR + L\frac{dI}{dt} = 0$$

$$\rightarrow \boxed{\begin{array}{c} \dfrac{dI}{dt} + \dfrac{R}{L} I = 0 \\ I(0) = I_0 \end{array}}$$

Ecuación diferencial
+ condición inicial

Desconexión de una autoinductancia *L*



$$\frac{dI}{dt} + \frac{R}{L} I = 0$$

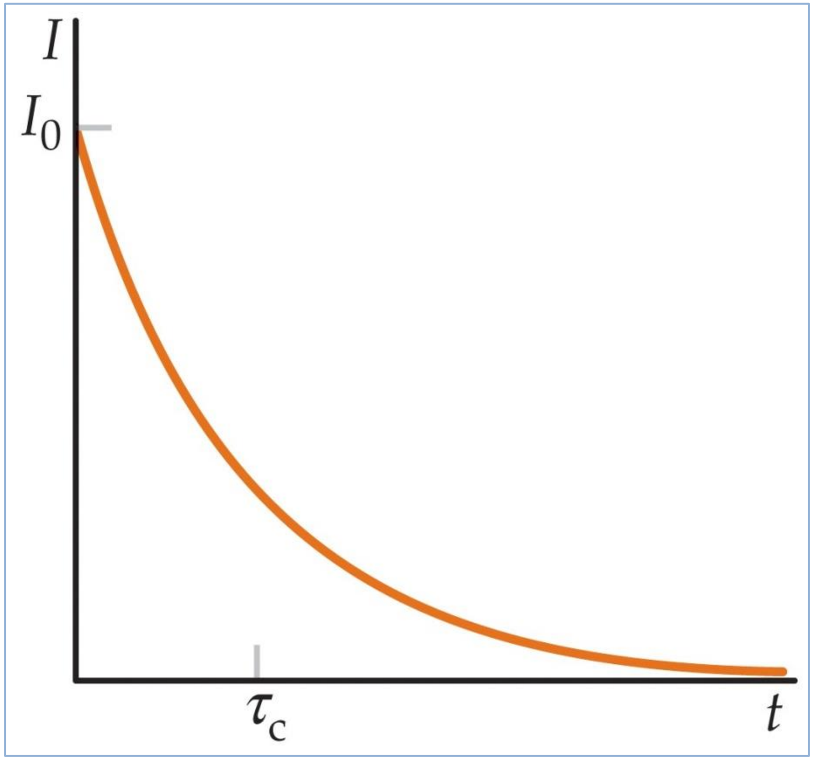
$$I(0) = I_0$$

- Ecuación diferencial *lineal*, con *coeficientes constantes* y homogénea.

Solución que cumple la condición inicial:

$$I(t) = I_0 \, e^{-\frac{R}{L}t}$$

Desconexión de una autoinductancia *L*



Solución del problema (ec. dif + c. i.):

$$I(t) = I_0 \, e^{-\frac{R}{L}t}$$

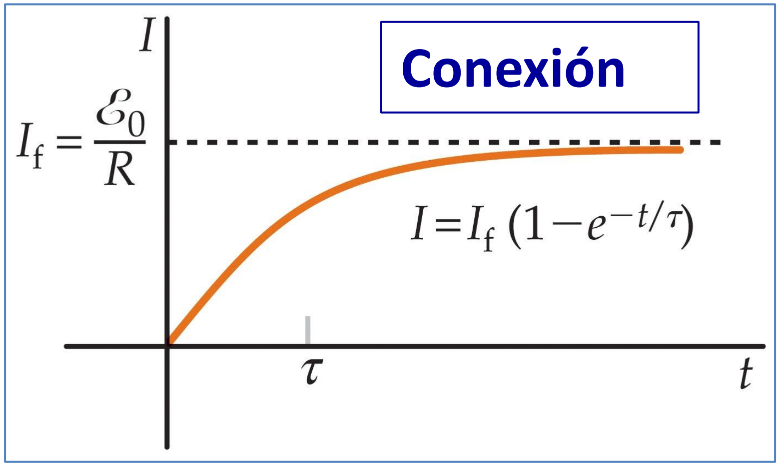
Desconexión de una autoinductancia: decaimiento exponencial con constante de tiempo τ

$$\tau = \frac{L}{R}$$

Constante de tiempo τ: tiempo *característico* de conexión y desconexión de un circuito *RL*:

- tiempo para el que $I = e^{-1} I_0 \approx 0.37\, I_0$

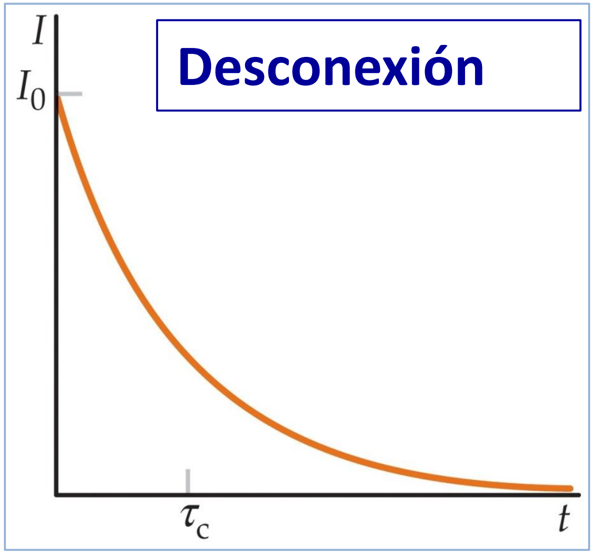
Resumen: Conexión y desconexión de una autoinductancia



$$I(t) = I_0\left(1 - e^{-\frac{R}{L}t}\right)$$

Conexión y **desconexión** de una **autoinductancia**: procesos **exponenciales** con **constante de tiempo** $\boldsymbol{\tau}$

$$\tau = \frac{L}{R}$$



$$I(t) = I_0\, e^{-\frac{R}{L}t}$$