Universidad Autónoma de Madrid

Campo Magnetostatico

27 marzo 2020

Cristina Gomez-Navarro

Relación magnetismo $\leftrightarrow$ electricidad

• Hasta 1820, el magnetismo y la electricidad parecían fenómenos no relacionados entre sí.

• A lo largo del siglo XIX se realizaron los experimentos que muestran que:

1. Cargas en movimiento (corrientes eléctricas) crean campos magnéticos

2. Los *campo magnéticos* ejercen *fuerzas* sobre sobre cargas eléctricas en movimiento (corrientes eléctricas)

Fuentes de campo *B*

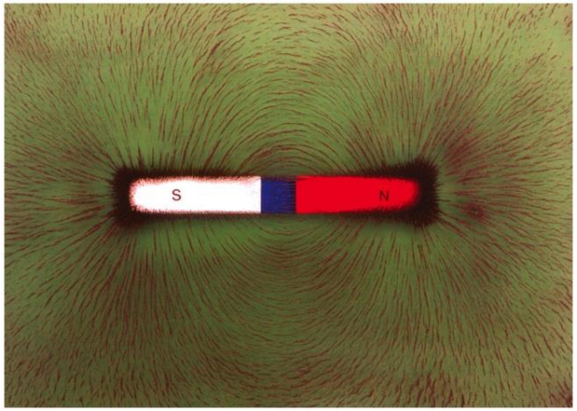
Dos tipos de fuentes:

- **Corrientes eléctricas (cargas en movimiento) Lo veremos con relativa profundidad a continuación**.

- **Imanes permanentes**: Materiales "magnéticos"

  - También se puede considerar que son producidos por corrientes internas "*corrientes de imanación*" en el material.

  - Veremos algo en capítulo 6: "Propiedades magnéticas de la materia". En realidad no se puede explicar desde el punto de vista de la Física Clásica. Requiere Mecánica Cuántica para entenderse.



Fuentes de campo *B*

Una carga **q** que se mueve con una velocidad **v**
crea a su alrededor un campo magnético **B** dado por

$$\boldsymbol{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q\, \boldsymbol{v} \times \boldsymbol{u}_r}{r^2}$$

Donde:

q es el valor de la carga (con signo)

v es la velocidad a la que se desplaza la carga

r es un vector unitario en la dirección que une la posición de la carga y el punto donde calculamos el campo.

r es la distancia entre la posición de la carga y el punto donde calculamos el campo

μo es la permeabilidad magnética del vacío y vale:

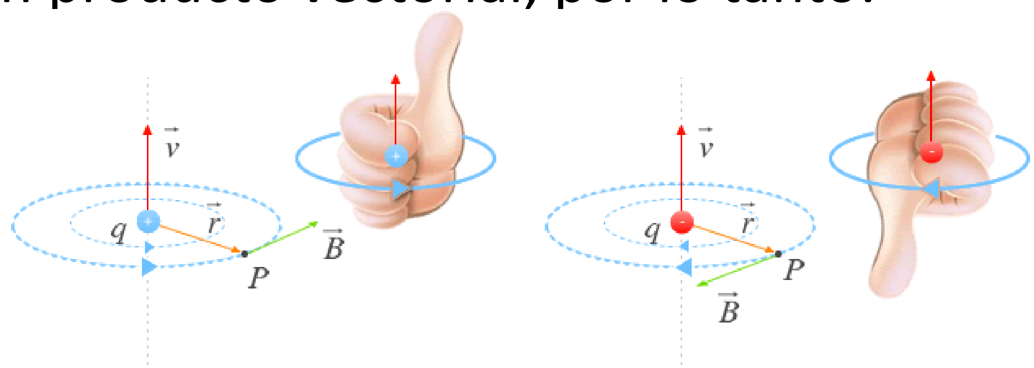
$\mu_o = 4\ \pi\ 10^{-7}\ N/A^2$

Fuentes de campo ***B***

Una carga **q** que se mueve con una velocidad **v**
crea a su alrededor un campo magnético B dado por

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{q\vec{v}\times\hat{r}}{r^2}$$

Nos encontramos con un producto vectorial, por lo tanto:
B es perpendicular a v
B es perpendicular a r



Sentido del campo magnético creado por una carga puntual

Si sitúas el pulgar de la mano derecha sobre la dirección del vector velocidad podrás determinar el sentido del campo eléctrico de la siguiente forma:

Si la carga en movimiento es positiva orienta el pulgar en el mismo sentido que el vector velocidad y sentido contrario si la carga es negativa, el resto de dedos determinará el sentido del vector campo magnético. Esto se conoce como la **regla de la mano derecha**.

https://www.youtube.com/watch?v=jYSoYKrvNpU

Unidades de ***B***

- La unidad de ***B*** en el SI es el **Tesla** (T):

$$[B] = \mathrm{T} = \mathrm{N} / (\mathrm{C\ m/s}) = (\mathrm{N\ s}) / (\mathrm{C\ m})$$

$$= \mathrm{N} / (\mathrm{A\ m}) = \mathrm{V\ s} / \mathrm{m}^2$$

- También se usa (sistema cgs) el **Gauss:** $1\ \mathrm{G} = 10^{-4}\ \mathrm{T}$

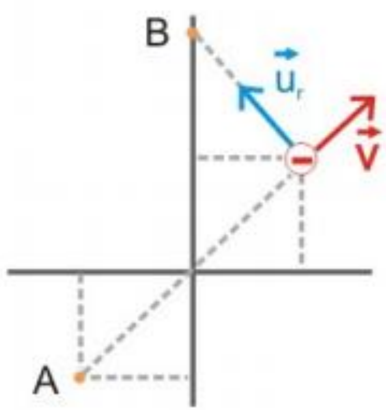
Un ejemplo muy sencillo

1) Un electrón de carga $q = -1.6\ 10^{-19}$ C se mueve con una velocidad $\mathbf{v} = 0.5\ 10^5\ \mathbf{i} + 0.5\ 10^5\ \mathbf{j}$ (m/s). En el momento en que pasa por el punto de coordenadas (1, 1) calcular:

a) el campo magnético **B** que el electrón crea en los puntos (-1, -1) y (0, 2).

Datos: $\mu_0 = 4\pi\ 10^{-7}$ Tm/A

a)



Campo creado por una carga q: $\vec{B} = \dfrac{\mu_0}{4\pi}\, q\, \dfrac{\vec{v}\times\vec{u}_r}{r^2}$

$\vec{B}_A = 0$ ya que $\vec{v}$ y $\vec{u}_r$ son paralelos

En el punto B:

$$r = \sqrt{2} \qquad \vec{u}_r = \frac{1}{\sqrt{2}}(-\vec{i}+\vec{j})$$

$$\vec{B}_B = \frac{4\pi\,10^{-7}}{4\pi}(-1.6\,10^{-19})\frac{1}{\sqrt{2}}\frac{(5\,10^5\,\vec{i}+5\,10^5\,\vec{j})\times(-\vec{i}+\vec{j})}{2}$$

$$\vec{B}_B = -5.65\,10^{-22}\,\vec{k}\ (T)$$

Campo ***B*** creado por una corriente infinitesimal: Ley de Biot-Savart

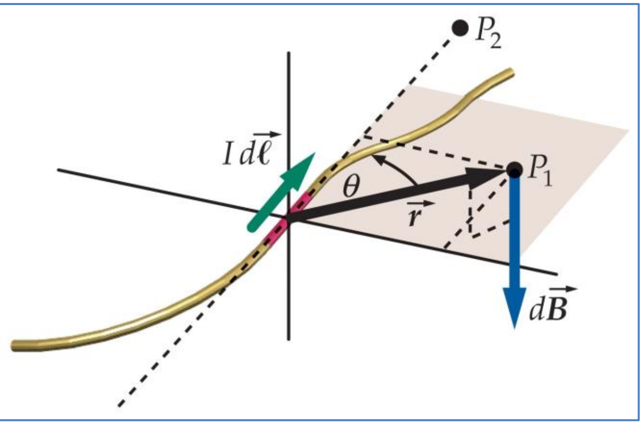
Campo magnético creado por una carga q

$$\boldsymbol{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q\, \boldsymbol{v} \times \boldsymbol{u}_r}{r^2}$$

Campo magnético creado por un dq

$$d\boldsymbol{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{dq\, \boldsymbol{v} \times \boldsymbol{u}_r}{r^2}$$

Utilizando que $dq\, v = dq\, dl/dt = Idl$



obtenemos el Campo magnético creado por un dl de I

$$d\boldsymbol{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I\, d\boldsymbol{l} \times \boldsymbol{u}_r}{r^2}$$

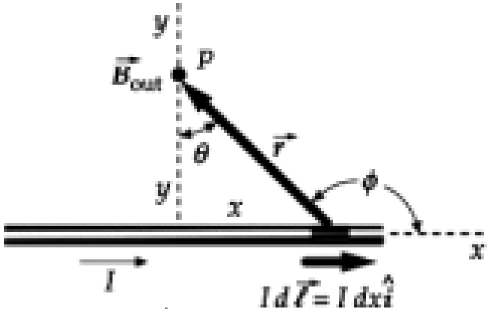
Cálculos de ***B*** producido por diversas configuraciones de corrientes usando la ley de Biot-Savart

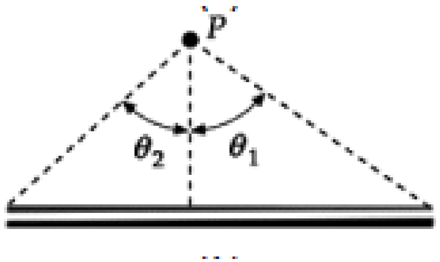
Usamos

$$\boxed{d\boldsymbol{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I\,d\boldsymbol{l} \times \boldsymbol{u_r}}{r^2}}$$

Y luego integramos…..

Campo $\boldsymbol{B}$ creado por una corriente rectilínea





A typical current element $I d\vec{\ell}$ at a distance x from the origin is shown. The vector $\vec{r}$ points from the element to the field point P. The direction of the magnetic field at P due to this element is the direction of $I\,d\vec{\ell} \times \vec{r}$, which is out of the paper. Note that the magnetic fields due to all the current elements of the wire are in this same direction. Thus, we need to compute only the magnitude of the field. The field due to the current element shown has the magnitude (Equation 29-3)

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\,dx}{r^2}\sin\phi$$

It is more convenient to write this in terms of θ rather than ϕ:

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\,dx}{r^2}\cos\theta \qquad \text{29-10}$$

To sum over all the current elements, we need to relate the variables θ, r, and x. It turns out to be easiest to express x and r in terms of θ. We have

$$x = y\tan\theta$$

Then,

$$dx = y\sec^2\theta\,d\theta = y\frac{r^2}{y^2}d\theta = \frac{r^2}{y}d\theta$$

where we have used $\sec\theta = r/y$. Substituting this expression for dx into Equation 29-10, we obtain

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I}{r^2}\frac{r^2\,d\theta}{y}\cos\theta = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I}{y}\cos\theta\,d\theta$$

Let us first calculate the contribution from the current elements to the right of the point $x = 0$. We sum over these elements by integrating from $\theta = 0$ to $\theta = \theta_1$, where θ_1 is the angle between the line perpendicular to the wire and the line from P to the right end of the wire, as shown in Figure 29-13b. For this contribution, we have

$$B_1 = \int_0^{\theta_1}\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I}{y}\cos\theta\,d\theta$$

$$= \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I}{y}\int_0^{\theta_1}\cos\theta\,d\theta = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I}{y}\sin\theta_1$$

Similarly, the contribution from elements to the left of $x = 0$ is

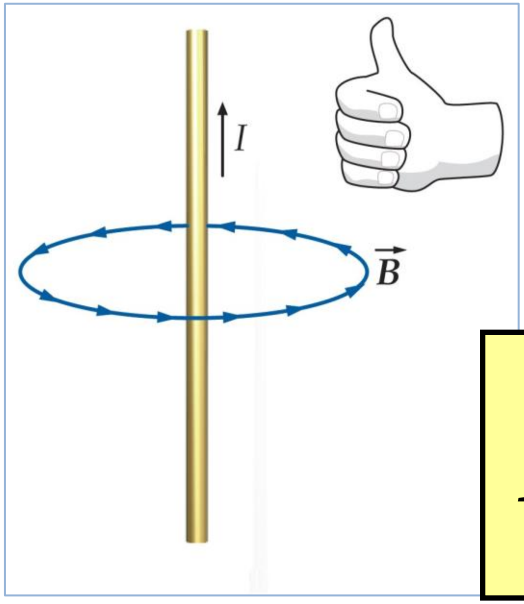
$$B_2 = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I}{y}\sin\theta_2$$

The total magnetic field due to the wire segment is the sum of B_1 and B_2. Writing R instead of y for the perpendicular distance from the wire segment to the field point, we obtain

$$\boxed{B = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I}{R}(\sin\theta_1 + \sin\theta_2)} \qquad \text{29-11}$$

- Campo magnético $\boldsymbol{B}$ creado por una corriente rectilínea (a lo largo del eje x) en un punto P situado a una distancia R.

Resumen: Campo *B* creado por una corriente rectilínea

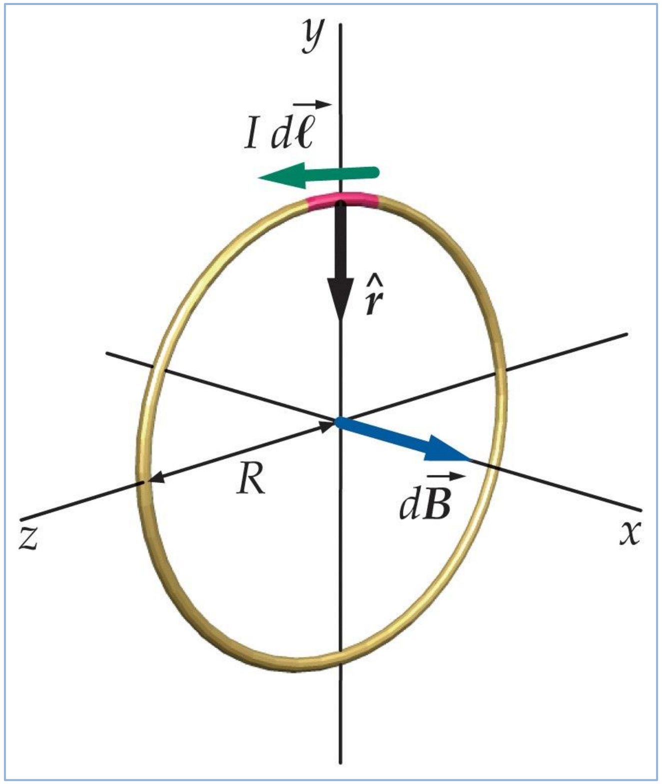


$$\boldsymbol{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}\boldsymbol{u}_z$$

Campo ***B*** creado por una corriente rectilínea:

- Líneas de ***B***: *circunferencias concéntricas*
- Dirección de ***B***: *tangencial*
- Sentido: *mano derecha*
- Módulo ~ 1 / *R*

Campo *B* creado por una espira de corriente en el centro



$$\boxed{d\boldsymbol{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\,d\boldsymbol{l}\times\boldsymbol{u_r}}{r^2}}$$

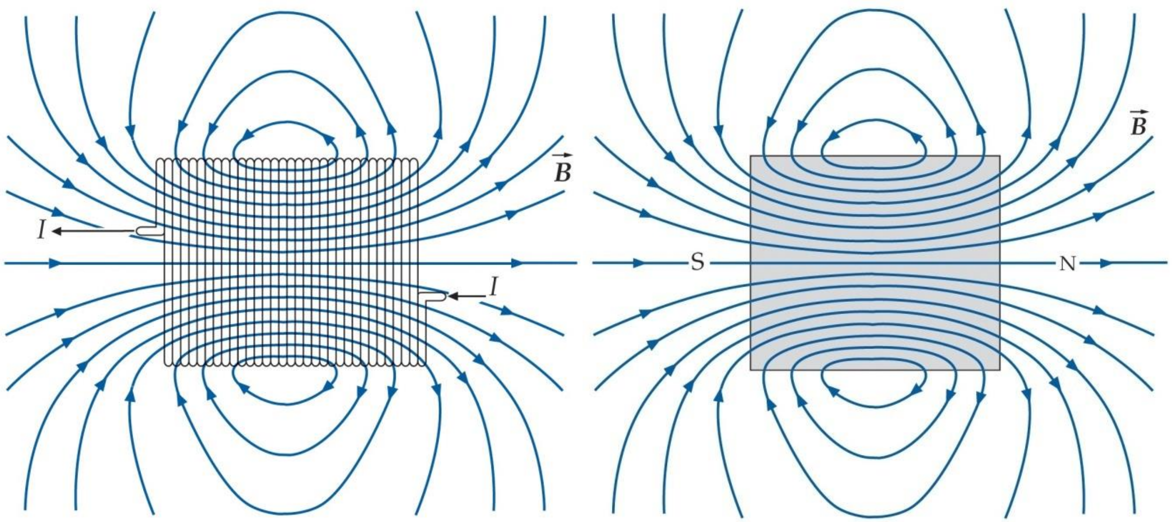
$$dB = \frac{\mu_0\ I\,dl}{4\pi\ R^2}$$

$$\int dl = 2\pi R$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{2R}$$

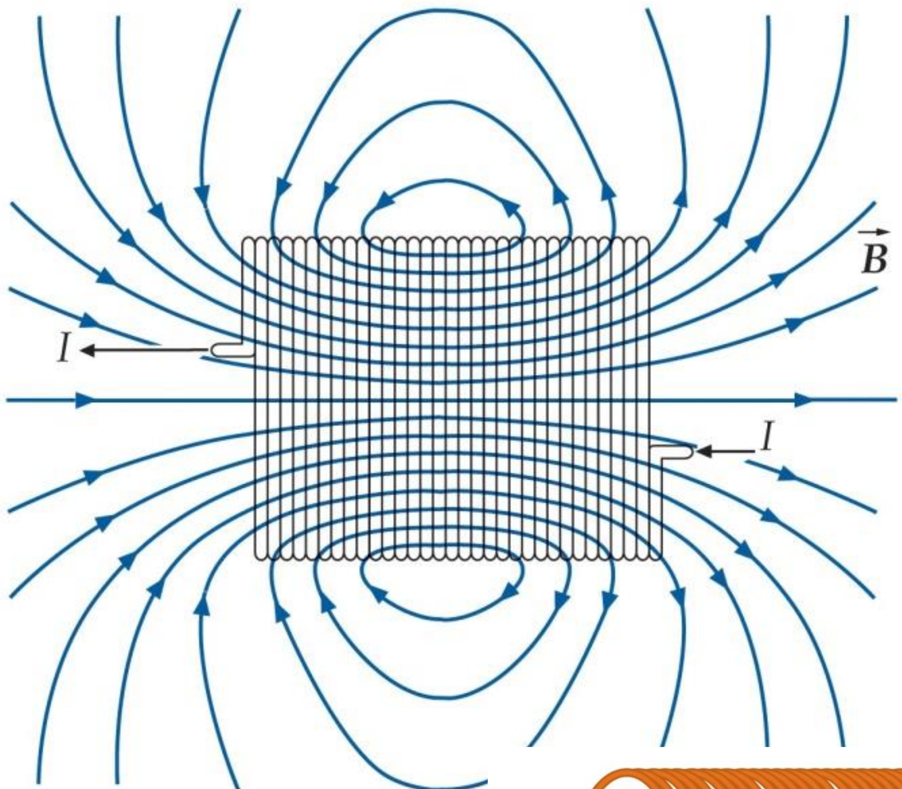
$$\boxed{\boldsymbol{B} = \frac{\mu_0 I}{2R}\boldsymbol{u_x}}$$

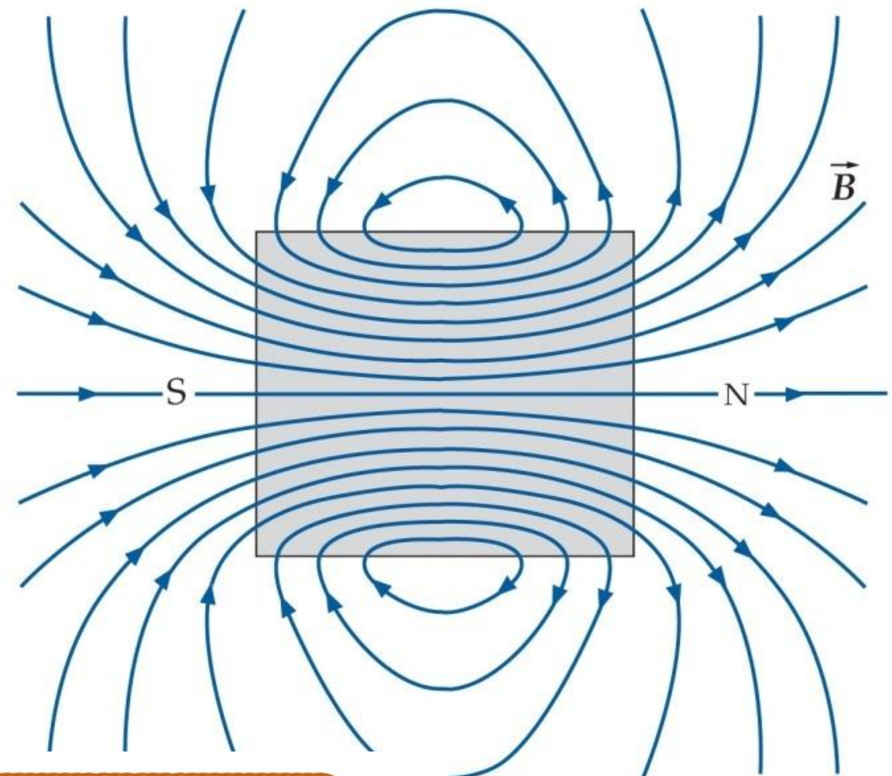
Muchas espiras: un solenoide

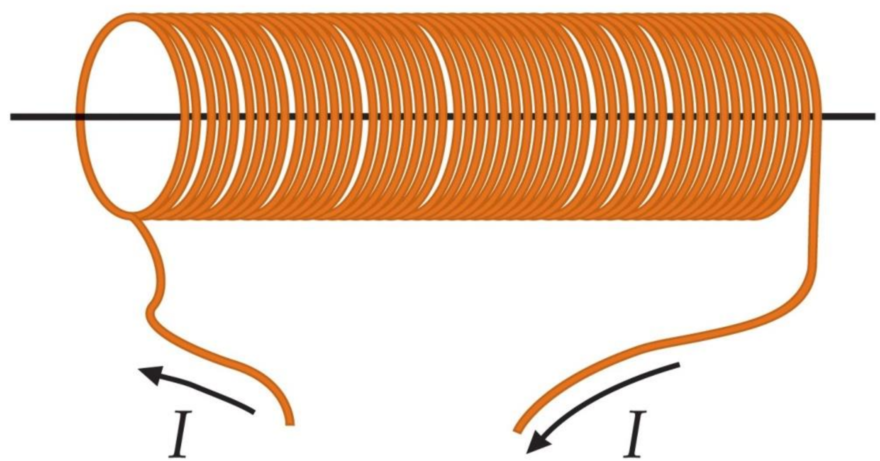


- El campo ***B*** se hace cada vez más homogéneo cuanto más juntas están las espiras

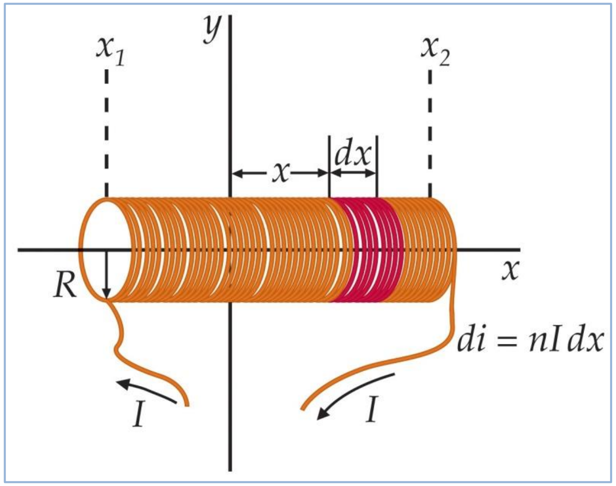
Muchas espiras: un solenoide







Cálculo del campo *B* de un solenoide



$$B_x = \frac{\mu_0 I}{2} \frac{R^2}{(x^2 + R^2)^{3/2}}$$

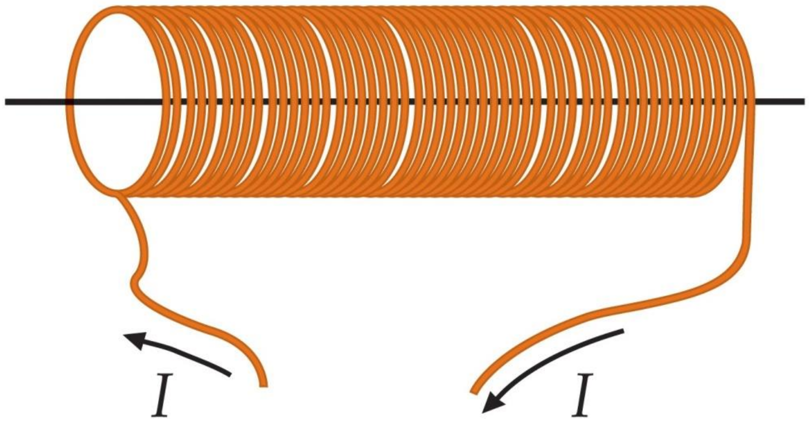
dB_x: Campo creado en x por corriente $di = I\,n\,dx'$,
con densidad de espiras $n = N/L$
: Campo creado en 0 por corriente di en x' :

$$dB_x(0) = \frac{\mu_0 I R^2 n}{2} \frac{dx'}{(x'^2 + R^2)^{3/2}}$$

Integrando en x', el campo en $x = 0$ es:

$$B_x(0) = \frac{\mu_0 I R^2 n}{2} \int_{x_1}^{x_2} \frac{dx'}{(x'^2 + R^2)^{3/2}}$$

Cálculo del campo ***B*** de un solenoide



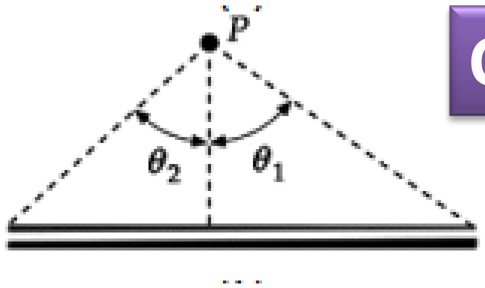
$$\boxed{B_x = \mu_0 n I}$$

donde $\boxed{n=N/L}$

n numero de vueltas
L longitud de la bobina

http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica3/magnetico/solenoide/solenoide.html

Cálculo del campo ***B: RESUMEN***



CABLE FINTO

$$\boldsymbol{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi R}(\sin\theta_2 - \sin\theta_1)\boldsymbol{u}_z$$

CABLE INFINTO

$$\boldsymbol{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}\boldsymbol{u}_z$$

ESPIRA CIRCULAR EN SU CENTRO

$$\boldsymbol{B} = \frac{\mu_0 I}{2R}\boldsymbol{u}_x$$

BOBINA O SOLENOIDE

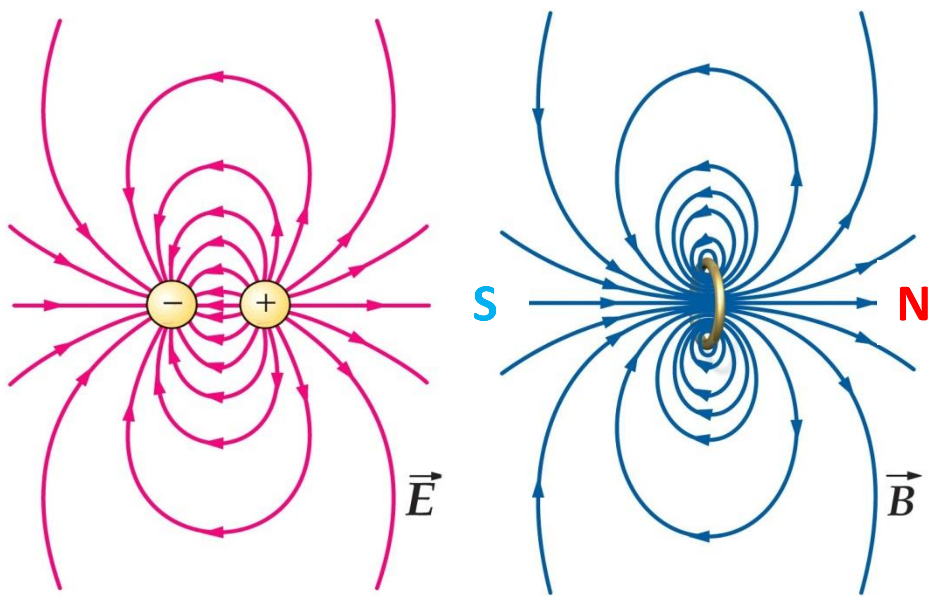
$$B_x = \mu_0 n I$$

Resumen: Líneas del campo ***B***
en todos los casos

Las líneas de campo magnético son ***SIEMPRE cerradas***,
NO TIENEN PRINCIPIO NI FIN (a diferencia del campo eléctrico),
porque
NO hay "fuentes" de campo ***B*** en el sentido
en el que las cargas eléctricas son fuentes de campo ***E***:

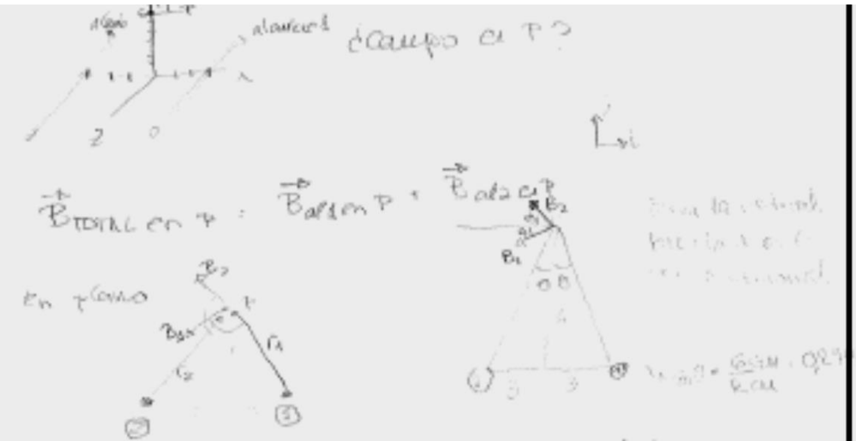
NO HAY MONOPOLOS magnéticos

Dipolo eléctrico



Dipolo magnético

1- Un conductor largo y rectilíneo que transporta una I=1.7A en la dirección positiva de z, se encuentra a lo largo de la línea x=-3cm, y=0. Un conductor semejante que transporta una I=1.7A , en la dirección positiva de z, está situado sobre la línea x=+3cm, y=0. Determinar el campo magnético en un punto del eje y en y=6cm.



La expresión de $\vec{B}$ creado por un hilo ∞

$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}$ en dirección $\perp$ a I y $\perp$ al vector que une el pto con el hilo

distancia al hilo

$\vec{B}_T = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi R_1}(-\cos\theta, -\operatorname{sen}\theta) + \frac{\mu_0 I_2}{2\pi R_2}(-\cos\theta, \operatorname{sen}\theta)$

donde $I_1 = I_2 = I = 1{,}7\ A$

$R_1 = R_2 = \sqrt{3^2_{cm} + 6^2_{cm}} = 6{,}71\ cm = R$

Así

$\vec{B}_T = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}(-2\cos\theta,\ 0) = -2\frac{\mu_0 I}{2\pi R}\cos\theta\ \hat{\imath}$

$= -\frac{\mu_0}{4\pi} \times 4 \times \frac{I}{R}\cos\theta\ \hat{\imath} = -10^{-7} \cdot \frac{4 \cdot 1{,}7}{0{,}0671}\ \hat{\imath} = \boxed{-9{,}09 \cdot 10^{-6}\ T\ \hat{\imath}}$

$\cos\theta = \frac{6}{\sqrt{3^2+6^2}} = \frac{6}{6'71} = 0'894$

2. Determinar el campo magnético en el centro de una espira cuadrada de lado L=50cm por la cual circula una I=1.5A.

El campo en el centro será la suma del creado por cada lado

$\bar{B}_T = \bar{B}_1 + \bar{B}_2 + \bar{B}_3 + \bar{B}_4$

L1 creará, según regla mano dcha campo saliente
L2 " " " " "
L3 " " "
L4 " " "

Como el campo creado por un segmento de cable viene dado por

$\bar{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I}{R} \int_{\theta_1}^{\theta_2} \cos\theta \, d\theta = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I}{R} [\operatorname{sen}\theta_2 - \operatorname{sen}\theta_1]$

donde θ = ángulo según está en el dibujo

Así $\bar{B}_T = 4$ Como $I_1 = I_2 = I_3 = I_4$
y $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = L/2$
$\theta_1 = -45°$
$\theta_2 = 45°$

$\boxed{B_T = 4B_1 = 4 \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I}{L/2} [\operatorname{sen}45 - \operatorname{sen}(-45)] = 4\,10^{-7} \frac{1{,}5}{0{,}5/2} 2\operatorname{sen}45° = 3{,}4\,10^{-6}\,T}$

$B_{TOTAL} = 3{,}4\,10^{-6}\,T$ en dir saliente. $\hat{k}$

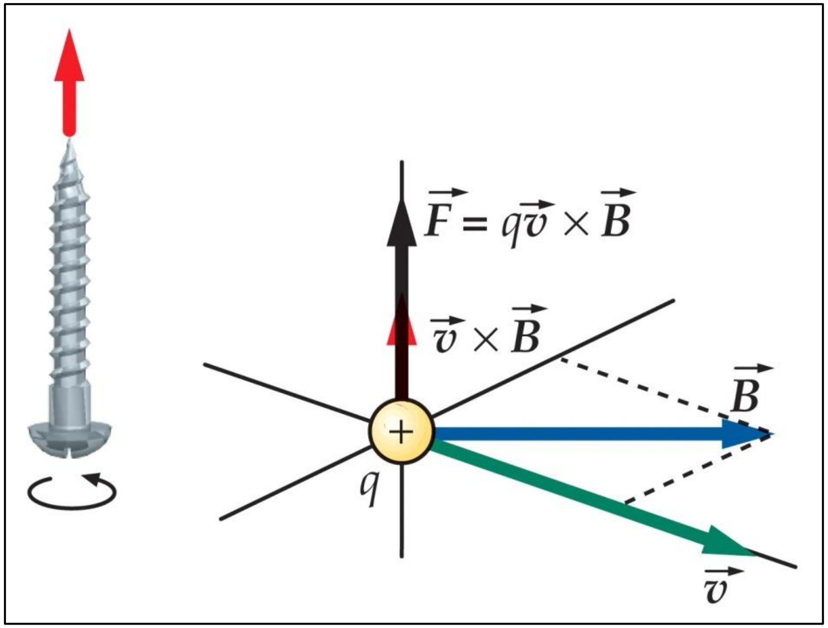
Fuerza de Lorentz

Fuerza *magnética* sobre una partícula de carga *q*

$$\boxed{\boldsymbol{F}_m = q\,\boldsymbol{v}\times\boldsymbol{B}}$$

• Sobre una *carga q* que se mueve con *velocidad* ***v*** en un *campo magnético* ***B*** se ejerce una *fuerza* ***F*** que es

- *proporcional* a *q, v* y *B*
- *perpendicular* a ***v***
- *perpendicular* a ***B***
- *sentido*: de *avance de un tornillo de rosca derecha* al llevar ***v*** hacia ***B***



Fuerza de Lorentz

Fuerza *magnética* sobre una partícula de carga *q*

$$\boxed{\boldsymbol{F}_m = q\,\mathbf{v}\times\mathbf{B}}$$

Fuerza *eléctrica* sobre una partícula de carga *q*

$$\boxed{\boldsymbol{F}_{el} = q\,\boldsymbol{E}}$$

Fuerza total *electromagnética* sobre una partícula de carga *q* en campos ***E*** *y* ***B*** :

$$\boxed{\boldsymbol{F} = q\left(\boldsymbol{E}+\mathbf{v}\times\mathbf{B}\right)}$$

Fuerza de Lorentz

$$\boxed{\boldsymbol{F}_{\boldsymbol{m}} = q\,\boldsymbol{v}\times\boldsymbol{B}}$$

- $\boldsymbol{F_m}$ es *perpendicular* a $\boldsymbol{v}$ y por lo tanto, al desplazamiento $\boldsymbol{v}\,dt$:

$\rightarrow$ $\boldsymbol{F_m}$ *no realiza trabajo W sobre q*

$$dW = \boldsymbol{F}_{\boldsymbol{m}}\,d\boldsymbol{r} = \boldsymbol{F}_{\boldsymbol{m}}\cdot\boldsymbol{v}\,dt = 0$$

$\rightarrow$ *La fuerza* $\boldsymbol{F_m}$ *que ejerce un campo magnético* $\boldsymbol{B}$ *no cambia* $|\boldsymbol{v}|$ *sino sólo la dirección de* $\boldsymbol{v}$:

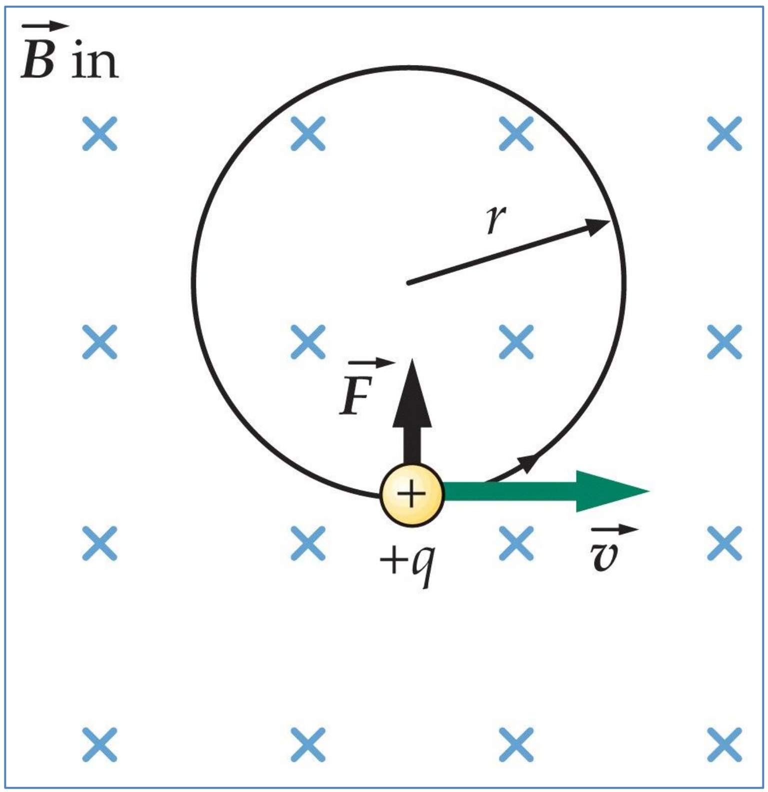
$\rightarrow$ en un campo magnético $\boldsymbol{B}$ *homogéneo*, las partículas cargadas siguen *trayectorias circulares en el plano perpendicular a* $\boldsymbol{B}$ (lo veremos a continuación).

Movimiento de cargas en campo *B*

Fuerza magnética sobre una partícula de carga *q*

$$\boxed{\boldsymbol{F}_m = q\,\boldsymbol{v}\times\boldsymbol{B}}$$

$$\boldsymbol{F} \perp \boldsymbol{v}$$



→ Si el campo ***B*** es *homogéneo*, $\boldsymbol{F}_m$ actúa como **fuerza centrípeta** para un **movimiento circular** en el **plano perpendicular a *B***

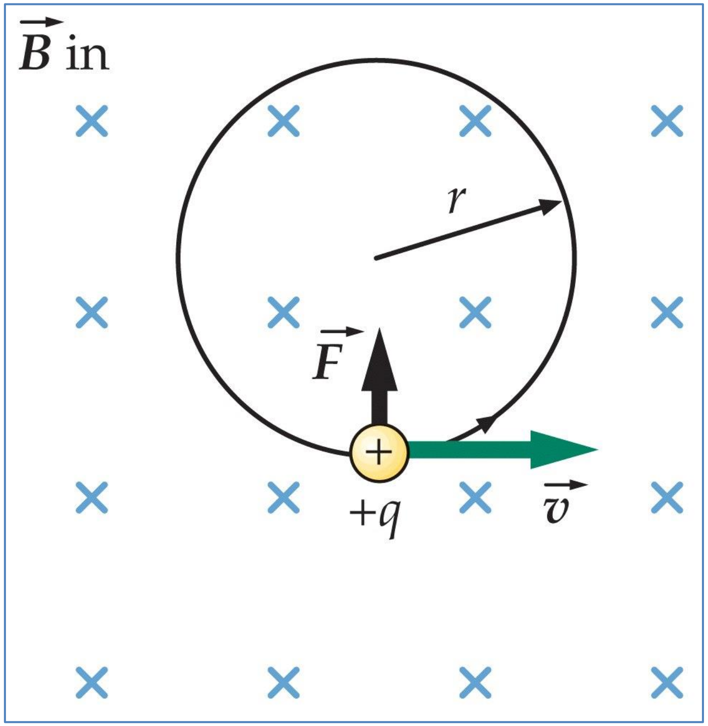
$$F_c = m a_c = F_m$$

$$m\frac{v^2}{R} = q v B$$

R: Radio de curvatura de la órbita

$$\boxed{R = \frac{m v}{q B}}$$

Movimiento de cargas en campo ***B***



R: radio de curvatura

$$\boxed{R = \frac{m\,v}{q\,B}}$$

Periodo de revolución *T* y frecuencia angular ω :

$$\frac{2\pi}{\omega} = T = \frac{2\pi R}{v}$$

$$\boxed{T = \frac{2\pi\,m}{q\,B}} \qquad \boxed{\omega_c = \frac{q\,B}{m}}$$

T, ω : sólo dependen de la relación *q / m* de la partícula.
¡ Independientes de *R* y de *v* ! : **Frecuencia ciclotrón ω_c**

Fuerza magnética sobre una corriente *dl*

Sobre una *corriente I* que circula en una *dirección* $\boldsymbol{u}_L$, *perpendicular a un campo magnético* $\boldsymbol{B}$ se ejerce una *fuerza* $\boldsymbol{F}$ que es

- *perpendicular* a $\boldsymbol{B}$
- *perpendicular* a $\boldsymbol{u}_L$

$$\vec F = q\,\vec v \times \vec B$$

en forma diferencial podemos escribir,

$$d\vec F = dq\,\vec v \times \vec B = \underbrace{dq\,\frac{d\vec l}{dt}}_{I} \times \vec B =$$

$$= I\,d\vec l \times \vec B$$

Así $d\vec F = I\,d\vec l \times \vec B$

y para un conductor, el que sea

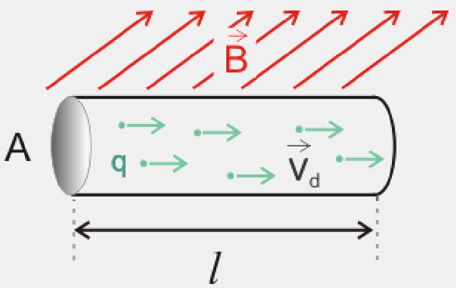
$$\int d\vec F = \vec F_{TOTAL} = \int_\Gamma I\,d\vec l \times \vec B = I \int_\Gamma d\vec l \times \vec B$$

$$\boxed{\vec F = I \int_\Gamma d\vec l \times \vec B}$$

$$\boldsymbol{F} \perp \boldsymbol{B} \qquad \boldsymbol{F} \perp (I\,\boldsymbol{u}_L)$$

Fuerza magnética sobre un cable rectilineo

Si n es el número de cargas q por unidad de volumen, y v_d la velocidad de desplazamiento de las mismas, el número de cargas en un elemento de volumen de longitud l es:



número de cargas
en el volumen V

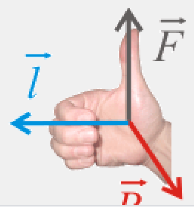
$$nV = n\,l\,A$$

por lo que la fuerza total se calculará multiplicando el número de cargas por la fuerza ejercida sobre cada una de ellas:

$$\vec{F} = (q\vec{v}_d \times \vec{B})\,n\,l\,A = q\,n\,l\,A(\vec{v}_d \times \vec{B})$$

Definimos el vector **l** como un vector de módulo la longitud del conductor y dirección y sentido el que indica la intensidad de corriente. Recordando la expresión de la intensidad I podemos escribir la fuerza como:

$$\boxed{\vec{F} = I\vec{l} \times \vec{B}}$$



$$\boxed{F = (I\,u_L) \times B\,L}$$

$$\boxed{\frac{F}{L} = (I\,u_L) \times B}$$

Fuerza por unidad de longitud

Fuerza ejercida por ***B** externo* sobre una espira cuadrada

4. Fuerza sobre una espira

Puede que, al leer el apartado anterior, te hayas preguntado, bueno ¿y qué?, ¿qué interés tiene conocer la formulita $\overrightarrow{F_m} = I \cdot \vec{L} \times \vec{B}$?

Vale, la idea de este apartado es que cambies de opinión o, mejor dicho, la concepción de lo que sigue es sentar las bases para que alteres tu parecer.

¿Cómo se va a hacer? Pues el quid de la cuestión está en imaginar una espira rectangular como la de la figura, por la que circula una corriente I, situada en un campo magnético constante **B**.

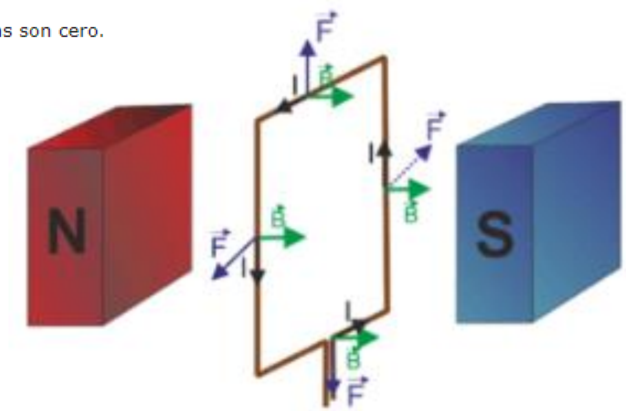
Todo lo que hay que hacer es aplicar la fórmula anterior a cada uno de los cuatro lados de la espira. Piénsalo y comprobarás lo siguiente:

- Sobre los lados que se ha dibujado horizontales actúan fuerzas iguales y de sentido contrario. Ambas se anulan y no producen ningún efecto.
- En cambio, sobre los lados dibujados verticalmente las dos fuerzas que actúan también son iguales y de sentido contrario pero, en este caso y como puedes comprobar en la parte inferior de la figura, ambas fuerzas no están alineadas y provocan un par que tiende a girar la espira.

Este giro de la espira es lo más interesante de todo esto que se está hablando. En general, se puede afirmar que, si se introduce una espira por la que circula una corriente en un campo magnético, **la espira gira hasta situarse de forma perpendicular al campo**.

Cuando la espira se coloca perpendicular al campo la espira está en equilibrio porque, tanto las fuerzas como los pares de fuerzas son cero.

Si quieres, puedes ampliar esta idea en el apartado siguiente.



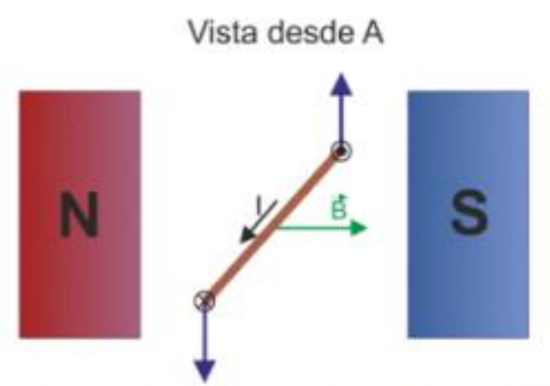
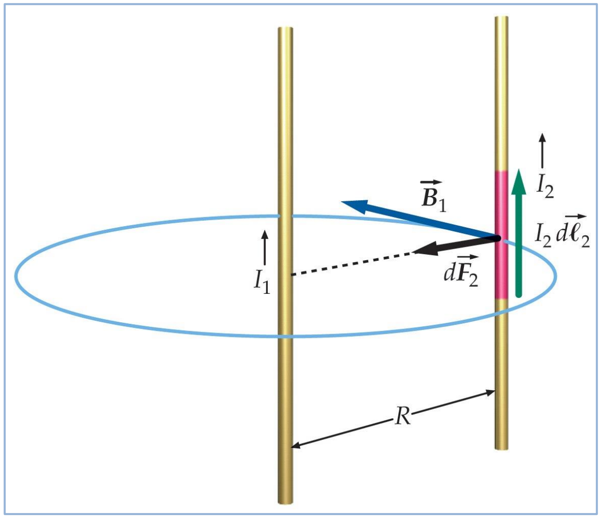


Imagen de Juancarcole en Wikimedia Commons. CC

Fuerza magnética entre dos conductores paralelos



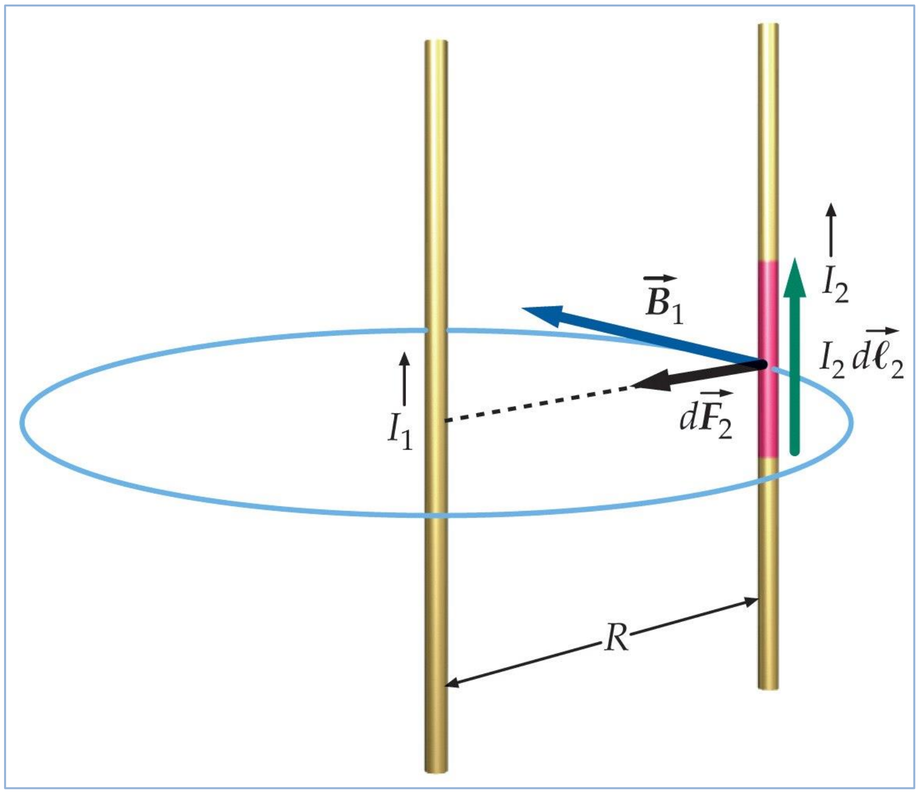
$$\frac{\boldsymbol{F}_2}{L_2} = (I_2 \boldsymbol{u}_{L_2}) \times \boldsymbol{B}_1$$

$$\frac{\boldsymbol{F}_2}{L_2} = (I_2 \boldsymbol{u}_{L_2}) \times \frac{\mu_0 I_1}{2\pi R} \boldsymbol{u}_{B_1}$$

Consideramos que *una de las corrientes* (I_1) crea un *campo* ($\boldsymbol{B}_1$) que ejerce una *fuerza* ($\boldsymbol{F}_2$) sobre *la otra corriente* (I_2) :

$$\rightarrow \quad \frac{\boldsymbol{F}_2}{L_2} = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I_1 I_2}{R} \boldsymbol{u}_r$$

Fuerza magnética entre dos conductores paralelos



$$\frac{\boldsymbol{F}_2}{L_2} = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I_1 I_2}{R}\boldsymbol{u}_r$$

Signos:

Corrientes paralelas:
atracción

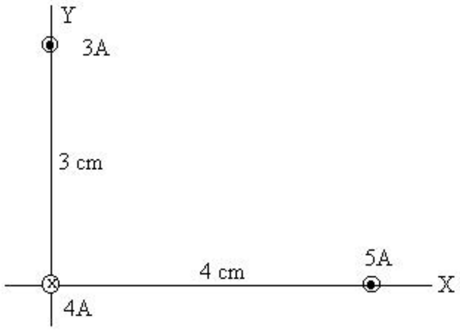
Corrientes antiparalelas:
repulsión

Efecto hall

https://www.youtube.com/watch?v=TWS4_S_-f3c

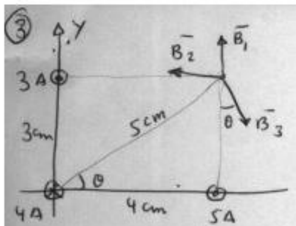
PARA PRACTICAR

Os recomiendo hacer los siguiente ejercicios sencillos



Sabiendo que los símbolos representan corrientes rectilíneas indefinidas perpendiculares al plano del papel, y en el sentido indicado.

Determínese el vector campo magnético resultante en P



$$B_1 = \frac{\mu_0 \cdot 3}{2\pi \cdot 0'04} \qquad \bar{B}_1 = \frac{\mu_0}{4\pi}\, 150\, \hat{j}$$

$$B_2 = \frac{\mu_0 \cdot 5}{2\pi \cdot 0'03} \qquad \bar{B}_2 = -\frac{\mu_0}{4\pi}\, \frac{1000}{3}\, \hat{j}$$

$$B_3 = \frac{\mu_0\, 4}{2\pi \cdot 0'05} \qquad \bar{B}_3 = \frac{\mu_0}{4\pi}\, 160 \,\mathrm{sen}\,\theta\, \hat{i} - \frac{\mu_0}{4\pi}\, 160 \cos\theta\, \hat{j}$$

$$\bar{B}_3 = \frac{\mu_0}{4\pi}\, 96\, \hat{i} - \frac{\mu_0}{4\pi}\, 128\, \hat{j}$$

$$\bar{B} = \bar{B}_1 + \bar{B}_2 + \bar{B}_3 = \left(-\frac{712}{3}\, \hat{i} + 22\, \hat{j} \right) \cdot 10^{-7}\ \mathrm{T}$$

PARA PRACTICAR

Os recomiendo hacer los siguiente ejercicios sencillos

5.11 Un solenoide de 0,3 m de longitud está formado por dos capas de alambre. La capa interna tiene 3000 vueltas y la externa 2000, circulando por ellas una corriente de 3A en sentidos opuestos. Despreciando los efectos debidos al tamaño finito del sistema, halle el campo magnético en todas las regiones del espacio.

5.11. Solenoide con capa interna $3 \cdot 10^3$ vueltas
externa $2 \cdot 10^3$ vueltas

por ellas circulan I opuestas = 3A

Hallar B en todas las regiones del espacio.

Un solenoide crea un B en su interior

$B_{int} = \frac{\mu_0 N I}{l}$ y dir dado mano dcha

$B_{ext} = 0.$

regiones a, b, c

En c $B_{ext1} + B_{ext2} = 0 + 0 = 0$

En b $B_{int2} + B_{ext1} = B_{int2} + 0 =$

donde $B_{int2} = \frac{\mu_0 2000 I}{l} \vec{k}$ (saliente)

$\boxed{B_b = 0,025 T \vec{k}}$ → saliente

• En a

$B_T = B_{int1} + B_{int2} =$

$= \underbrace{-\mu_0 \frac{3000 I_2}{l} \vec{k}}_{\text{entrante, por eso negativo}} + \underbrace{\frac{\mu_0 2000 I_1}{l} \vec{k}}_{\text{saliente, positivo}}$

$\boxed{B_a = -0'0125 T \vec{k}}$ → entrante

PARA PRACTICAR

Os recomiendo hacer los siguiente ejercicios sencillos

5.8 Considerar una espira con forma de hexágono regular de lado l por la que pasa una corriente uniforme I. ¿Cuánto vale el campo magnético en el centro de la espira? Compara con el valor resultante para una espira circular de radio l.

$\boxed{5.8}$

¿B centro?

Comparar con B en el centro espira circular de radio = ℓ

$d^2 + \left(\frac{\ell}{2}\right)^2 = \ell^2$

$d = \sqrt{\ell^2 - \left(\frac{\ell}{2}\right)^2}$

$d = \frac{\sqrt{3}}{2}\ell$

B_T = 6 veces B_{lado}

$B_T = 6 \times B_\ell$

$B_\ell = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I}{d_{centro}}(\operatorname{sen}30^\circ - \operatorname{sen}(-30^\circ)) =$

$= \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I}{\frac{\sqrt{3}}{2}\ell}\underbrace{\left[\frac{1}{2} - \left(-\frac{1}{2}\right)\right]}_{1} =$

$\boxed{= \frac{\mu_0}{4\pi}\cdot\frac{2I}{\sqrt{3}\ell}} \Rightarrow B_6 = \frac{6 \cdot 2}{4\pi\sqrt{3}}\frac{\mu_0 I}{\ell} =$

En una espira de radio R

$B_e = \frac{\mu_0 I}{2R} \underset{R=\ell}{=} \frac{\mu_0 I}{2\ell} = \boxed{\frac{1}{2}\frac{\mu_0 I}{\ell}}$

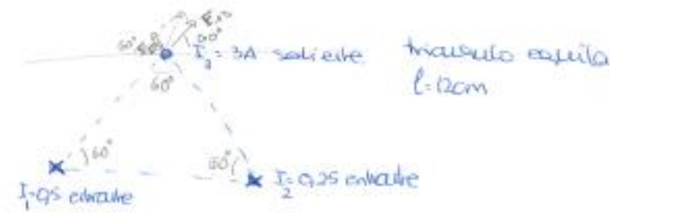
Así $\boxed{\frac{B_6}{B_e} = \frac{24}{4\pi\sqrt{3}} = \frac{6}{\pi\sqrt{3}}}$

PARA PRACTICAR

Os recomiendo hacer los siguiente ejercicios sencillos

5.10 Pasando por los vértices de un triángulo equilátero perpendicular a ellos, se encuentran tres hilos conductores rectilíneos y paralelos separados 12 cm. Las intensidad e que circula por dos de ellos son 0,5A y 0,25A en el mismo sentido. Por el otro cable circula una corriente de 3A en el sentido contrario. Calcular la fuerza por unidad de longitud que experimenta el tercer cable.

5.10



Calcular la F/L sobre I_3.

El campo que crea un cable recto es

$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$ con la dir dada por la mano dcha

La Fza sobre un cable I bajo un B es

$F = IBL$ → con la dir dada por la mano dcha

Así entre dos cables I_i y I_j

$F_{ij} = I_j \frac{\mu_0 I_i}{2\pi r} L$ → se atraen si I mismo sentido; → se repelen si I sentido contrario

Así $F/L = \mu_0 \frac{I_i I_j}{2\pi r}$ → en nuestro caso $r = \ell = 12cm$

En nuestro caso, dibujo

$$\frac{\vec{F}_{13}}{L} = \frac{\mu_0}{2\pi\ell} I_1 I_3 (\cos 60°, \operatorname{sen} 60°) = \frac{\mu_0}{2\pi\ell} I_1 I_3 (1/2, \sqrt{3}/2)$$

$$\frac{\vec{F}_{23}}{L} = \frac{\mu_0}{2\pi\ell} I_2 I_3 (-\cos 60°, \operatorname{sen} 60°) = \frac{\mu_0}{2\pi\ell} I_2 I_3 (-1/2, \sqrt{3}/2)$$

$$\frac{\vec{F}_{TOTAL}}{L} = \frac{\vec{F}_{13}}{L} + \frac{\vec{F}_{23}}{L} = \frac{\mu_0}{2\pi\ell}\left(\frac{I_1 I_3}{2} - \frac{I_2 I_3}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2} I_1 I_3 + \frac{\sqrt{3}}{2} I_2 I_3\right) =$$

$$= \frac{4\pi 10^{-7}}{2\pi \cdot 0{,}12}\left(\frac{0{,}5 \cdot 3}{2} - \frac{0{,}25 \cdot 3}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}(0{,}5 \cdot 3 + 0{,}25 \cdot 3)\right) =$$

$\vec{F}/L =$ ~~~ $\hat{i}$ + ~~~ $\hat{j}$.

PARA PRACTICAR

Os recomiendo hacer los siguiente ejercicios sencillos

5.1 Una partícula que está cargada negativamente se mueve dentro de un campo magnético uniforme. El movimiento, circular, se produce en el sentido horario, de tal manera que tarda 0,01 s en dar una vuelta. Sabiendo que el campo magnético es de 0,1 T, calcular la orientación del campo y la relación carga/masa de la partícula.

5.1 $-q$

B uniforme

mov circular

$T = 0{,}01$ seg

$B = 0{,}1\,T$

¿orientación y q/m de la partícula?

Orientación

$\vec{F} = q\, \vec{v} \times \vec{B}$

dir $-y$ ($-\hat{j}$) <0 dir x ($+\hat{i}$)   dir ?

Como es un mov circular → $\vec{B} \perp \vec{v}$ y $\perp$ a $\vec{F}$ luego será entrante o saliente.

para carga positiva → regla mano dcha
$\vec{v} \times \vec{B}$ saliente = $\vec{F}$ hacia abajo
$\vec{v} \times \vec{B}$ entrante = $\vec{F}$ hacia arriba

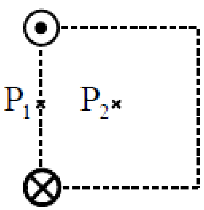
para carga negativa, es al revés puesto que hay un signo − debido a $q<0$.
luego $\vec{F}$ abajo ⇒ B entrante.

¿q/m? $\quad T = \frac{2\pi\, m}{q\, B} \rightarrow \frac{m}{q} = \frac{T B}{2\pi} \rightarrow \frac{q}{m} = \frac{2\pi}{T B}$

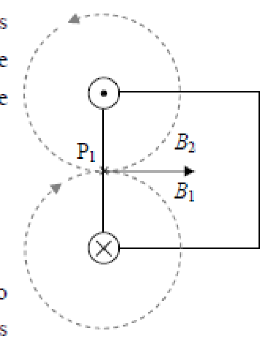
$\frac{q}{m} = \frac{2\pi}{0{,}01 \cdot 0{,}1} = 6283{,}18$

PARA PRACTICAR

1. Dos conductores rectilíneos, paralelos y muy largos transportan corrientes de sentidos contrarios e iguales a 1,5 A. Los conductores son perpendiculares al plano de un cuadrado de lado 10 cm y pasan por dos de los vértices contiguos como se indica en la figura. Calcula el campo magnético en los puntos a) P1 situado en el centro del lado por cuyos extremos pasan los conductores y b) P2 situado en el centro del cuadrado.



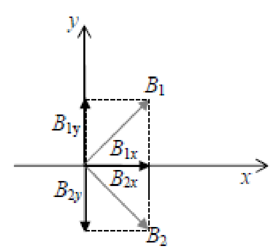
a) El campo magnético en el punto P_1 se obtiene sumando los campos creados por las dos corrientes en ese punto. Tal como se aprecia en el dibujo, el campo magnético en el punto P_1 tiene sentido positivo del eje x.

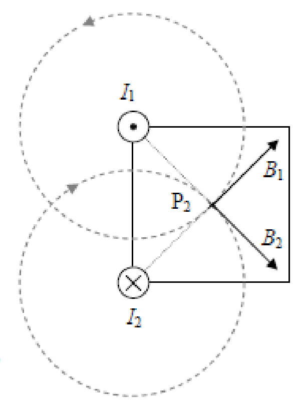


$$B_1 = B_2 = \frac{\mu_0 I}{2\pi R} = \frac{4\pi\cdot 10^{-7}\cdot 1,5}{2\pi\cdot 5\cdot 10^{-2}} = 6\cdot 10^{-6}\,T$$

$$B = B_1 + B_2 = 12\cdot 10^{-6}\,T \longrightarrow \mathbf{B} = 12\cdot 10^{-6}\,\mathbf{i}\,T$$

b) Igual que en el caso anterior, el campo magnético en el punto P_2 sólo tiene componente en el sentido positivo del eje x. Las componentes y de los campos B_1 y B_2 se cancelan entre sí.





La distancia R es la semidiagonal del cuadrado:

$$R = \sqrt{5^2 + 5^2} = \sqrt{50} = 7,1\,cm$$

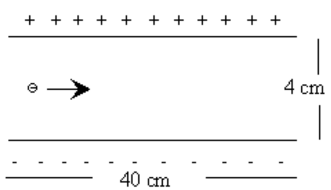
El campo magnético en P_2 es:

$$B = B_{1x} + B_{2x} = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}\cos 45 + \frac{\mu_0 I}{2\pi R}\cos 45 = 2\frac{\mu_0 I}{2\pi R}\cos 45 = \frac{2\cdot 4\pi\cdot 10^{-7}\cdot 1,5}{2\pi\cdot 7,1\cdot 10^{-2}}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2} = 6\cdot 10^{-6}\,T$$

$$\mathbf{B} = 6\cdot 10^{-6}\,\mathbf{i}\,T$$

PARA PRACTICAR

Os recomiendo hacer los siguiente ejercicios sencillos

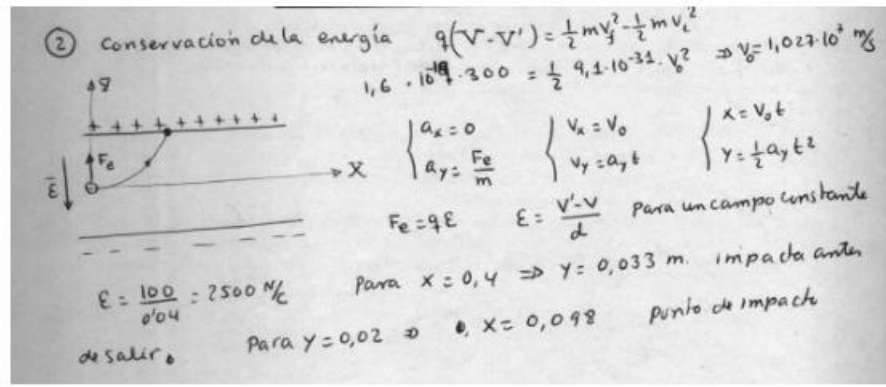


Un electrón es acelerado por una diferencia de potencial de 300 V, entra en una región donde hay un campo eléctrico producido por las placas de un condensador de 40 cm de longitud y separadas 4 cm a las cuales se le aplica una diferencia de potencial de 100 V. Calcular el punto de impacto o la desviación del electrón a la salida de las placas.

Ahora, aplicamos hay un campo magnético perpendicular al plano. Determinar la intensidad y el sentido (hacia dentro o hacia afuera) del campo magnético para que el electrón no se desvíe.

Se suprime el campo eléctrico, determinar el radio de la órbita del electrón. Dibujar su trayectoria. ¿Chocará contra las placas?.

Razónese todas las respuestas haciendo los esquemas correspondientes.



② Conservación de la energía $q(V - V') = \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_i^2$

$1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 300 = \frac{1}{2}\, 9{,}1 \cdot 10^{-31} \cdot v_0^2 \Rightarrow v_0 = 1{,}027 \cdot 10^7\ m/s$

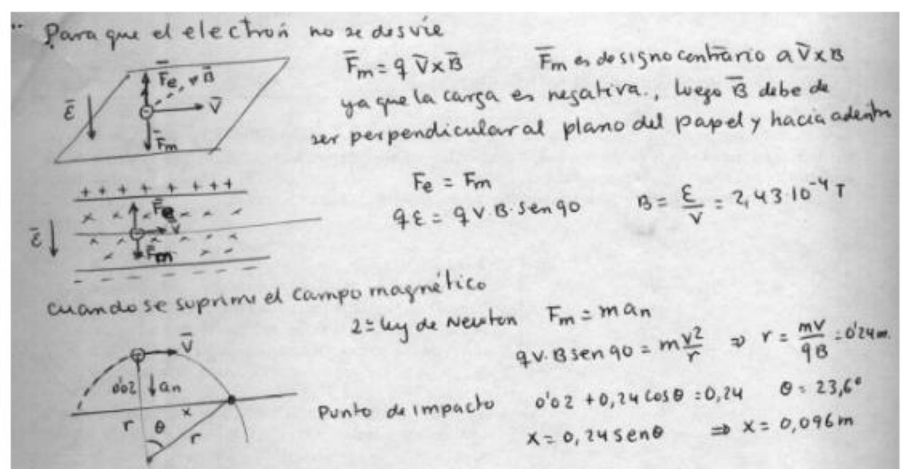
$\begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = \frac{F_e}{m} \end{cases}$ $\begin{cases} v_x = v_0 \\ v_y = a_y t \end{cases}$ $\begin{cases} x = v_0 t \\ y = \frac{1}{2}a_y t^2 \end{cases}$

$F_e = q\mathcal{E}$ $\mathcal{E} = \frac{V' - V}{d}$ Para un campo constante

$\mathcal{E} = \frac{100}{0'04} = 2500\ N/C$

Para $x = 0{,}4 \Rightarrow y = 0{,}033\ m.$ impacta antes de salir.

Para $y = 0{,}02 \Rightarrow x = 0{,}098$ punto de impacto



Para que el electrón no se desvíe

$\bar{F}_m = q\,\bar{v} \times \bar{B}$ $\bar{F}_m$ es de signo contrario a $\bar{v} \times \bar{B}$ ya que la carga es negativa., luego $\bar{B}$ debe de ser perpendicular al plano del papel y hacia adentro

$F_e = F_m$

$q\mathcal{E} = qv \cdot B \cdot \text{sen}\,90$ $B = \frac{\mathcal{E}}{v} = 2{,}43 \cdot 10^{-4}\ T$

Cuando se suprime el campo magnético

2ª ley de Newton $F_m = m a_n$

$qv \cdot B\,\text{sen}\,90 = m\frac{v^2}{r} \Rightarrow r = \frac{mv}{qB} = 0'24\ m.$

Punto de impacto $0'02 + 0{,}24\cos\theta = 0{,}24$ $\theta = 23{,}6°$

$x = 0{,}24\,\text{sen}\,\theta \Rightarrow x = 0{,}096\ m$