Pablo Cuesta Sierra. NIA: 422974. Problema Semana 5.

1

$$A = \frac{1}{9}\begin{pmatrix} 1 & 8 & -4 \\ 8 & 1 & 4 \\ -4 & 4 & 7 \end{pmatrix}. \qquad A = A^t.$$

$$A \cdot A^t = A^2 = \frac{1}{81}\begin{pmatrix} 81 & 0 & 0 \\ 0 & 81 & 0 \\ 0 & 0 & 81 \end{pmatrix} = I \Rightarrow A \text{ ortogonal.}$$

$$\det(A) = \frac{1}{9^3} \qquad (-9-8(72)-4(9\cdot 4)) = \frac{-1-64-16}{9^2} = -1$$

A es simétrica, y traza $(A) = 1 \longrightarrow$ A es una simetría respecto a un plano de $\mathbb{R}^3$.

$$E(1) = \operatorname{Ker}(A - I)$$

$$9(A-I) = \begin{pmatrix} -8 & 8 & -4 \\ 8 & -8 & 4 \\ -4 & 4 & -2 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} -2 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow E(1) = L\left(\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}\right)$$

$$\vec{u_1} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \vec{u_2} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad A(\vec{u_1}) = \vec{u_1}, \quad A(\vec{u_2}) = \vec{u_2}$$

Esta función es una simetría ortogonal respecto al plano $\langle \vec{u_1}, \vec{u_2} \rangle$.