Modelo 3 18 de mayo

Entrega 3

1) El objetivo del ejercicio es ver cómo eliminar el fenómeno de Runge para la función:

$$f(x) = \frac{25x^3 + 25x^2 + x}{1 + 25x^2}$$

en el intervalo $[-1, 1]$ utilizando o bien splines o bien nodos no equiespaciados. Las dos primeras líneas del programa deben ser

```
1 f = @(x) ...;
2 t = linspace(-1,1,300);
```

donde los puntos suspensivos definen f.

a) [3 puntos] Haz un programa que calcule $\|f(t) - P_n(t)\|_\infty$ para $n = 10, 15, 20, 25, 30$ donde P_n es el polinomio de interpolación para los nodos $\{x_j\}_{j=0}^n$ equiespaciados en $[-1, 1]$, con $x_0 = -1$, $x_n = 1$, y guarde los resultados en un vector fila `err1` de dimensiones 1×5. La variable t es la `t` de la línea 2.

b) [2.75 puntos] Completa el programa para que haga también un cálculo similar pero ahora con S_n reemplazando a P_n, donde S_n es la interpolación con splines. Guarda el resultado en un vector fila `err2`.

c) [3 puntos] Guarda en un vector fila `err3` el resultado cuando P_n se reemplaza por Q_n que es el polinomio de interpolación usando, en vez de los nodos originales, $x_j = -\cos\left(\frac{(2j+1)\pi}{2n+2}\right)$ con $0 \le j \le n$.

d) [1 punto] Añade en tu programa las líneas

```
disp(err1); disp(err2); disp(err2)
figure(1)
...
figure(2)
...
```

donde los puntos suspensivos muestran respectivamente las gráficas de $f(t) - P_{10}(t)$ y $f(t) - Q_{10}(t)$ con los puntos $\{(x_j, 0)\}_{j=0}^{10}$ marcados con círculos.

e) [0.25 puntos] Se puede comprobar que $\|f(t) - Q_7(t)\|_\infty$ tiene el mismo valor que $\|f(t) - Q_6^*(t)\|_\infty$ donde Q_6^* está definido como Q_6 pero omitiendo el primer nodo x_0. Explícalo en unas líneas de comentario.

Instrucciones y pistas: Sube a Moodle un solo fichero llamado `entrega3.m` antes de las 14:30. Se aconseja usar las funciones `polyfit` y `spline` de `matlab/octave` descritas en *Actividades 9*. No es obligatorio que las líneas de *d*) sean consecutivas: los `disp` se pueden separar de los `figure`. En *e*) solo puntúa la explicación, no la comprobación.

Si el programa es correcto, los valores en `err1` crecerán haciéndose inadmisibles (fenómeno de Runge) mientras que los de `err3` se reducen y `err2` es menor todavía.