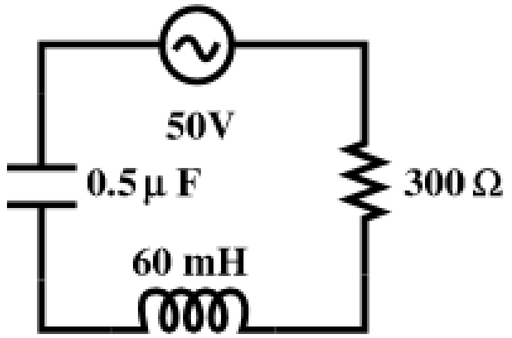
Ejercicios resueltos Tema 8
CORRIENTE ALTERNA

1 En el circuito RCL en serie de la figura, hállense las reactancias X_L y X_C, la impedancia Z, la amplitud I_0 de la corriente, el ángulo de fase ϕ y la amplitud del voltaje en cada elemento. **Hallad también los valores eficaces de cada elemento**

Suponed que $\omega = 10^4$ rad/s



Conocemos las expresiones de la impedancia, las reactancias y el desfase:

Reactancia inductiva: $X_L = \omega L = 600\Omega$
Reactancia Capacitiva: $X_C = 1/\omega C = 200\Omega$
inductancia de un circuito RCL serie:

$$|Z| = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$$

$\boxed{Z=500\ \Omega}$

$$\delta_Z = \arctan\left(\frac{X_L - X_C}{R}\right) .$$

$\boxed{\delta = 0{,}93 \text{ rad}}$

Conocido el voltaje máximo y la impedancia sacamos la corriente máxima o amplitud de corriente

$$I_0 = \frac{V}{z} = \frac{50V}{500\Omega} = 0.1A$$

Conocido la corriente máximo y la reactancia de cada elemento sacamos la caída de voltaje en cada uno de ellos:

$V_0(R) = I_0 \cdot R = 0{,}1 \cdot 300 = 30V$
$V_0(C) = I_0 \cdot X_C = 0{,}1 \cdot 200 = 20V$
$V_0(L) = I_0 \cdot X_L = 0{,}1 \cdot 600 = 60V$

Verificar que se cumple:

$$\boxed{V_0^2 = (V_{L,0} - V_{C,0})^2 + V_{R,0}^2}$$

Valores eficaces

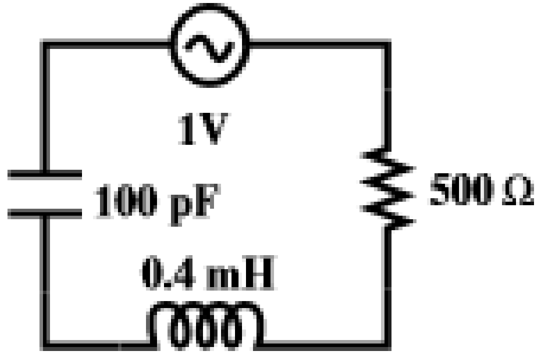
$$V_{eff} = \frac{V_m}{\sqrt{2}}$$

$$V\,L\,eff = \frac{60V}{\sqrt{2}} = 42.43V$$

$$V\,R\,eff = \frac{30V}{\sqrt{2}} = 21.21V$$

$$V\,C\,eff = \frac{20V}{\sqrt{2}} = 14.14V$$

2 **El circuito RLC en serie de la figura se conecta a los terminales de una fuente de CA con un voltaje eficaz constante de 1,0 V y una frecuencia variable. Hallar (a) la frecuencia de resonancia, (b) la reactancia inductiva, la reactancia capacitiva y la impedancia a la frecuencia de resonancia, (c) la corriente eficaz a la frecuencia de resonancia, y (d) el voltaje eficaz a través de cada elemento del circuito a la frecuencia de resonancia.**



Condición de resonancia →

$$X_L = X_C$$

$$\omega L = \frac{1}{\omega C}$$

el mínimo se obtiene cuando las reactancias inductiva y capacitiva se igualan,

$$X_L = X_C \Rightarrow L\omega_0 = \frac{1}{C\omega_0} \Rightarrow \omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}} = 5 \times 10^6 s^{-1}$$

a la frecuencia de resonancia las reactancias inductiva y capacitiva son

$$X_L = X_C = L\omega_0 = 2K\Omega$$

la impedancia a la frecuancia de resonancia equivale a la resistencia,

$$Z(\omega_0) = R = 500\Omega$$

La impedancia tiene su valor mínimo en la resonancia

Conocido el voltaje eficaz del generador y la impedancia sacamos la corriente eficaz

La corriente eficaz que atraviesa el circuito es

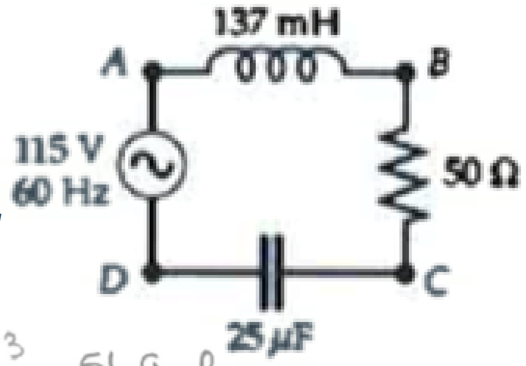
$$I_{eff} = \frac{V_{eff}}{z} = \frac{1V}{500\Omega} = 2mA$$

Conocida la corriente eficaz y la reactancia de cada elemento sacamos el voltaje eficaz en cada uno de ellos:

$$\begin{aligned} V_{R,eff} &= I_{eff}R = 1V \\ V_{C,eff} &= I_{eff}X_C = 4V \\ V_{L,eff} &= I_{eff}X_L = 4V \end{aligned}$$

3

En el circuito de la figura el generador produce una tensión eficaz de 115V a 60 Hz. Hallar la tensión eficaz entre los puntos AB, BC, CD.



En este circuito sabemos que la

$$I_{eff} = \frac{V_{eff}}{Z} = \frac{V_{eff\,gen}}{\sqrt{R^2+(X_L-X_C)^2}}$$

Determinamos las reactancias y con ello el módulo de la impedancia

$$X_L = \omega L = 2\pi f L = 2\pi\, 60\, 137\, 10^{-3} = 51{,}6\ \Omega$$

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi f C} = \frac{1}{2\pi 60\, 25 10^{-6}} = 106{,}1\ \Omega$$

$$R = 50\ \Omega$$

$$Z = \sqrt{R^2+(X_L-X_C)^2} =$$

$$Z = 73{,}96\ \Omega$$

$$\boxed{I_{eff} = \frac{V_{ap\,eff}}{Z} = \frac{115}{73{,}96} = 1{,}55\ A}$$

Conocida la corriente eficaz y la reactancia de cada elemento sacamos el voltaje eficaz en cada uno de ellos:

$$V_{eff\,AB} = I_{eff}\, X_L$$

$$V_{eff\,BC} = I_{eff}\, R$$

$$V_{eff\,CD} = I_{eff}\, X_C$$

V L eff= 80,18 V

V R eff = 77,5 V

V C eff =164,4 V

4 Se carga a 30V un condensador de 5microfaradios y luego se conecta a una bobina de 10mH.

A) ¿Cuánta energía se almacena en el circuito?
B) ¿Cuál es la frecuencia de oscilación del circuito?
C) ¿Cuál es la corriente máxima del circuito?

La energía total es constante, van oscilando entre los valores máximos de la energía en la bobina y la energía en el condensador

$$U_{total} = U_e + U_m = \frac{1}{2}\frac{Q_0^2}{C}\cos^2 \omega t + \frac{1}{2}\frac{Q_0^2}{C}\sin^2 \omega t = \frac{1}{2}\frac{Q_0^2}{C}$$

con una condición inicial de condensador cargado con $V = 30V$

En estos circuitos aparece una I alterna, que no se amortigua $I = I_{max} \operatorname{sen} \omega t$ con $\begin{cases} \omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} \\ I_{max} = \omega Q_{max} \end{cases}$

Fijarse: conocida la capacidad y el voltaje, conocemos la carga inicial Qo

b) la frecuencia de oscilación será

$\omega = 1/\sqrt{LC}$

como $f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi}\frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{10\,10^{-3} \times 5\,10^{-6}}} = 712\ Hz$

a)

$U_T = U_C + U_L = \frac{1}{2} Q V_C + \frac{1}{2} L I^2 = cte$

en particular, en el instante inicial la U_C es máxima y la U_L es cero

así $U_T = U_C(t=0) = \frac{1}{2} Q_0 V_{0C} = \frac{1}{2} C V_{0C}^2 = \frac{1}{2} \cdot 5\,10^{-6} (30)^2 = 2,25\ mJ$

no Co

↳ no Co colocto, pero $Q_0 = C V_{0c}$

c) $I = I_{max} \operatorname{sen} \omega t$ con $I_{max} = Q_{max}\omega = Q_0 \omega$

para calcular la carga inicial

$Q_0 = C V_0 = 5\,10^{-6} \times 30 = 150\,10^{-6} = 1,5\,10^{-4}\ C$

Así $\boxed{I_{max} = C V_0 \omega = 0,671\ A}$

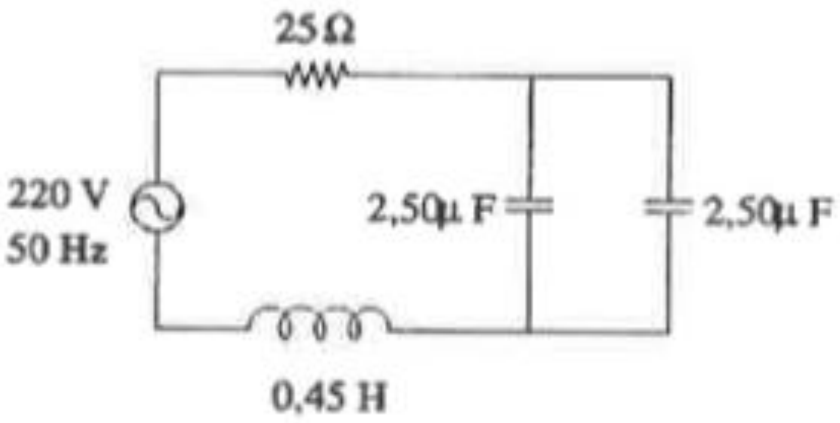
5 El circuito de la figura está alimentado por una fuente alterna de frecuencia $f = 50$ Hz y voltaje eficaz $V_{eff} = 220$V. Calcula:

(a) La corriente *eficaz* I_{eff} que circula por la fuente.

(b) Las potencias *promedio* disipadas en la resistencia P_R, la bobina P_L y los condensadores P_C.

(c) Los valores *eficaces* de los voltajes en la resistencia $V_{C,eff}$, en la bobina $V_{L,eff}$ y en los condensadores $V_{C,eff}$.

(d) Los valores *máximos* de las energías almacenadas en la bobina U_L y en los condensadores U_C.

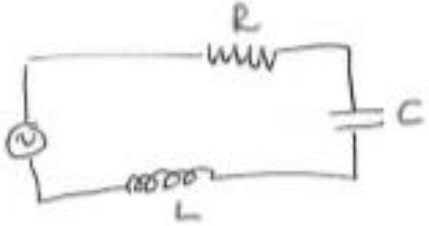


a) I_{eff} por la fuente

1º simplificamos los condensadores en 1

$$C_{eq12} = C_1 + C_2 = 5\mu F$$

Así



donde $I_{eff} = \frac{V_{eff}}{|Z|}$ con $|Z| = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$

vamos calculando cosas

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi\ 50\ \ 5\,10^{-6}} = 636,6\ \Omega$$

$$X_L = \omega L = 2\pi\ 50 \cdot 0'45 = 141,1\ \Omega$$

$$|Z| = \sqrt{25^2 + (141,4 - 636,6)^2} = 495,8\ \Omega$$

$$I_{eff} = \frac{V_{eff}}{Z} = \frac{220}{495,8} = 0'44\ A.$$

b). Potencias promedio disipadas en R, C y L

$\langle P_L\rangle = \langle P_C\rangle = 0 \longrightarrow$ cond y bobinas no disipan.

$$\boxed{\langle P_R\rangle = I_{eff}^2 \times R = (0'44)^2\, 25 = 4,9\ W}$$

c). $V_{eff\,R}$, $V_{eff\,C}$, $V_{eff\,L}$

$V_{eff\,R} = I_{eff} \times R = 0'44 \times 25 = 11\ V$

$V_{eff\,C} = I_{eff}\ X_C = 0'44 \times 636,6 = 280\ V$

$V_{eff\,L} = I_{eff}\ X_L = 0'44 \cdot 141,1 = 62,2\ V$

↳ el $V_{eff\,C1} = V_{eff\,C2}$ porque están en paralelo

¡ojo! ¡$220 \neq V_{eff\,R} + V_{eff\,C} + V_{eff\,L}$!

no están en fase

$$\underbrace{V_{eff}}_{220} = \sqrt{V_{eff\,R}^2 + (V_{eff\,L} - V_{eff\,C})^2}$$

d). U_{max} almacenada en L y C

$$U_{Cmax} = \frac{1}{2} C\, V_{Cmax}^2 = \frac{1}{2} C\, (V_{eff}\sqrt{2})^2 = 0'39\ J$$

$$U_{Lmax} = \frac{1}{2} L\, I_{max}^2 = \frac{1}{2} L\, (I_{eff}\sqrt{2})^2 = 0'087\ J.$$

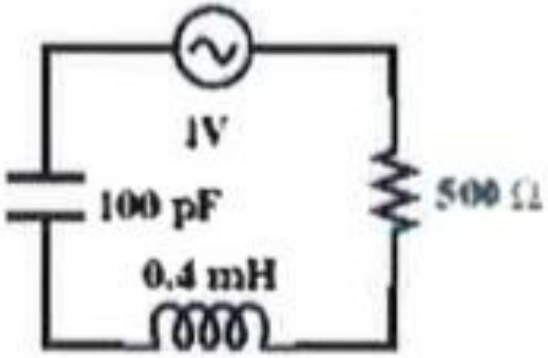
6 En el circuito de la figura el generador tiene un voltaje eficaz constante de 1V y una frecuencia variable. Calcular:

a) la frecuencia de resonancia del circuito.

b) la reactancia inductiva, la reactancia capacitiva y la impedancia a la frecuencia de resonancia

c) la corriente eficaz a la frecuencia de resonancia

d) el voltaje eficaz a través de cada elemento a la frecuencia de resonancia



$\vec{a})$. La frec de resonancia es cuando I max, luego Z mínima

$Z = \sqrt{R^2+(X_C-X_L)^2}$ es mínima cuando $X_C = X_L$

es decir $L\omega = \frac{1}{\omega C} \rightarrow \omega = \sqrt{1/LC}$

$$\omega = \sqrt{1/LC} = \sqrt{\frac{1}{0{,}4\,10^{-3} \times 100\,10^{-12}}} = \frac{1}{4\,10^{-4+10}} = \sqrt{\frac{1}{4\,10^{-14}}} = \sqrt{\frac{10^{14}}{4}} = \frac{1}{2}10^{7} =$$

$$= 0'5\,10^{7} = 5\,10^{6}\ \mathrm{rad}/s^{-1}$$

b). para esta frec

$$X_L = \omega L = 5\,10^{6}\ 0{,}4\,10^{-3} = 2\,10^{3} = 2\,\mathrm{k}\Omega$$

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{\cancel{\quad}\,5\,10^{6}\ 100\,10^{-12}} = \frac{1}{5\,10^{6-10}} = 2\,10^{3} = 2\,\mathrm{k}\Omega$$

ojo, son iguales, deben ser iguales!!

$$Z = \sqrt{R^2+\underbrace{(X_C-X_L)^2}_{0}} = \sqrt{R^2} = R = 500\,\Omega.$$

c). La I_{eff}

$$I_{eff} = \frac{V_{eff}}{Z} = \frac{1V}{500} = 2mA.$$

Z a la frec reson $= R$

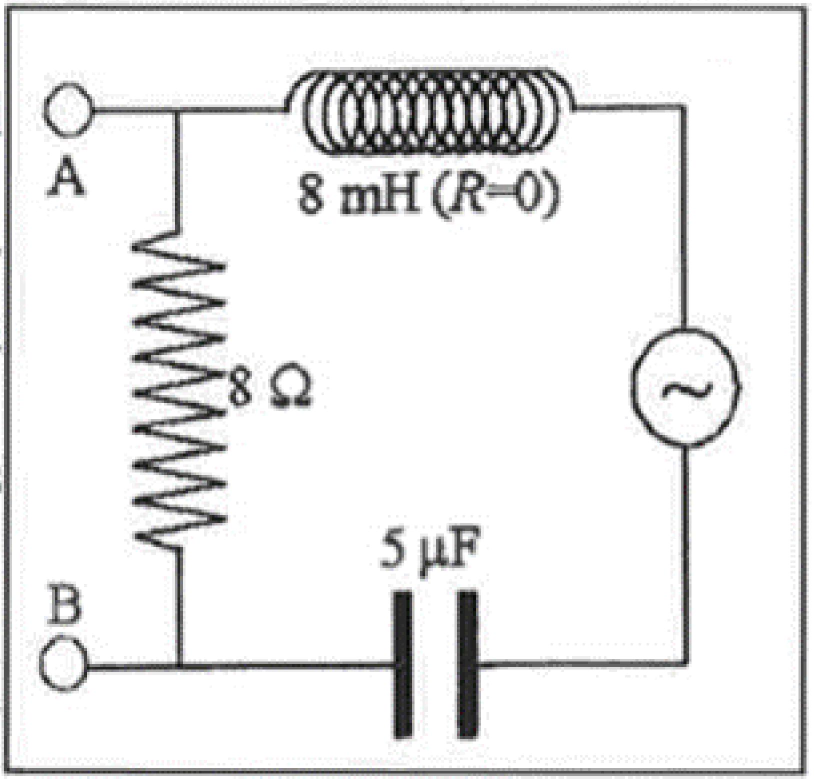
d) Los voltajes eficaces en cada dispositivo son:

$$V_{R\,eff} = I_{eff}\, R = 1V$$

$$V_{C\,eff} = I_{eff}\, X_C = 4V$$

$$V_{L\,eff} = I_{eff}\, X_L = 4V.$$

7 En el circuito de la figura, el generador proporciona una f.e.m. alterna, sinusoidal, con un valor eficaz $V_{eff} = 10$ V. Si la frecuencia f vale 900 Hz, calculad:



(a) El valor *máximo* de la corriente por el circuito y el desfase de la corriente respecto a la f.e.m. aplicada.

(b) La potencia promedio P que suministra el generador y las potencias promedio disipadas en la resistencia P_R , la bobina P_L y en el condensador P_C .

(c) Los valores eficaces de las tensiones entre los terminales de la resistencia ($V_{AB,\ eff}$), del condensador ($V_{C,\ eff}$) y de la bobina ($V_{L,\ eff}$).

(d) Los valores máximos de la energías almacenadas en el condensador y en la bobina.

(e) La frecuencia f que debe tener la señal del generador para que la corriente eficaz por el circuito sea lo más grande posible. **(10 p.)**

a) circuito RCL serie $\Rightarrow$ $|Z| = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$

$$R = 8\,\Omega$$

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi \cdot 900 \cdot \frac{1}{s} \cdot 5 \cdot 10^{-6} \frac{C}{V}} = 35{,}37\,\Omega$$

$$X_L = \omega L = 2\pi \cdot 900 \cdot \frac{1}{s} \cdot 0.008\,H = 45{,}24\,\Omega$$

$$|Z| = \sqrt{(8\,\Omega)^2 + (45{,}24\,\Omega - 35{,}37\,\Omega)^2} = 12{,}70\,\Omega$$

$$I_0 = \frac{V_0}{|Z|} = \frac{V_{eff} \cdot \sqrt{2}}{|Z|} = \frac{10\,V \cdot \sqrt{2}}{12{,}70\,\Omega} = 1{,}11\,A$$

$$\left.\begin{aligned} I(t) &= I_0 \cos(\omega t - \delta) \\ V(t) &= V_0 \cos \omega t \end{aligned}\right\} \quad \tan\delta = \frac{X_L - X_C}{R} = \frac{45{,}24\,\Omega - 35{,}37\,\Omega}{8\,\Omega} = 1{,}234$$

$$\Rightarrow \delta = 50{,}97^\circ = 0{,}90\,(\text{rad})$$

(b) $\langle P \rangle = V_{eff} \cdot I_{eff} \cdot \cos\delta = 10\,V \cdot \left(\frac{1{,}11\,A}{\sqrt{2}}\right) \cdot \cos 50{,}97° = \underline{\underline{4{,}94\,W}}$

$\langle P_R \rangle = I_{eff}^2 \cdot R = \frac{V_{eff,R}^2}{R}$ pero $\neq \frac{V_{eff}^2}{R}$ con $V_{eff} = 10\,V$

$= \left(\frac{1{,}11\,A}{\sqrt{2}}\right)^2 \cdot 8\,\Omega = \underline{\underline{4{,}93\,W}}$

Es bien conocido que $\langle P \rangle = \langle P_R \rangle$, puesto que $\underline{\langle P_C \rangle = \langle P_L \rangle = 0}$

($\langle P_C \rangle = 0$ porque $I(t)$ está desfasada $-90°$ respecto a $V_C(t)$
$\langle P_L \rangle = 0$ " " " " $+90°$ " " $V_L(t)$)

ⓒ $V_{R,eff} = I_{eff} \cdot R = \frac{I_0}{\sqrt{2}} \cdot R = \frac{1{,}11\,A}{\sqrt{2}} \cdot 8\Omega = \underline{\underline{6{,}28\,V}}$

$V_{C,eff} = I_{eff} \cdot X_C = \frac{I_0}{\sqrt{2}} X_C = \frac{1{,}11\,A}{\sqrt{2}} \cdot 35{,}37\Omega = \underline{\underline{27{,}76\,V}}$

$V_{L,eff} = I_{eff} \cdot X_L = \frac{I_0}{\sqrt{2}} X_L = \frac{1{,}11\,A}{\sqrt{2}} \cdot 45{,}24\Omega = \underline{\underline{35{,}51\,V}}$

ⓓ $U_{el,max} = \frac{1}{2} C V_{C,0}^2$, $V_{C,0} = I_0 X_C = \sqrt{2}\, V_{C,eff}$
$= 39{,}26\,V$

$\Rightarrow U_{el,max} = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 10^{-6} \frac{C}{V} \cdot (39{,}26\,V)^2$

$\Rightarrow \underline{\underline{U_{el,max} = 3{,}85 \cdot 10^{-3}\,J}}$

$U_{mag,max} = \frac{1}{2} L I_0^2 = \frac{1}{2}\, 0.008\,H \cdot (1{,}11\,A)^2$

$\underline{\underline{U_{mag,max} = 4{,}93 \cdot 10^{-3}\,J}}$

ⓔ La corriente se hace <u>máxima</u> a la frecuencia a la que la <u>impedancia</u> es <u>mínima</u>: $|Z| = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$

$\Rightarrow$ a la frecuencia a la que $X_L = X_C \Rightarrow \omega L = \frac{1}{\omega C}$

$\Rightarrow \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{0.008H \cdot 5 \cdot 10^{-6}F}}$

$\omega_0 = 5000 \frac{(rad)}{s}$

$\Rightarrow f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = \underline{\underline{795{,}8\,Hz}}$

frecuencia de resonancia

8

Una bobina de 0.1 H está conectada en serie con una resistencia de 10 Ω y con un condensador. El condensador se elige de forma que el circuito esté en resonancia al conectarlo a una fuente de alterna de 100 V (voltaje máximo) y 60 Hz . Calcular el valor del condensador utilizado

Condición de resonancia.

$$\left(\omega_0 L - \frac{1}{\omega_0 C}\right) = 0 \qquad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

conocida la frecuencia de resonancia y el valor de la inductancia L = 0,1H sacamos de la condición de resonancia el valor de C.

Ojo: hay que pasar los Hz a rad/s

$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot f = 2 \cdot \pi \cdot 60 = 377\, rad/s$$

sustituimos directamente los valores y sacamos C

$$377 = 1/\sqrt{0{,}1 \cdot C} \rightarrow \boldsymbol{C = 7 \cdot 10^{-5} F}$$

9

Un receptor de radio se sintoniza para detectar la señal emitida por una estación de radio. El circuito de sintonía –que puede esquematizarse como un circuito RLC serie– utiliza un condensador de 32.3 pF y una bobina de 0.25 mH. Calcular la frecuencia de emisión de la estación de radio.

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

sustituimos directamente los valores y sacamos ω

$\omega = 1/\sqrt{0{,}25 \cdot 10^{-3} \cdot 32{,}3 \cdot 10^{-12}} = 1{,}11 \cdot 10^{7} rad/s$

Necesitamos sacar la frecuencia *f*

$\omega = 2 \cdot \pi \cdot f \rightarrow f = 1{,}77 \cdot 10^{6}$ Hz =**1,77 MHz**

10

En un circuito RL en serie, la resistencia tiene un valor de R=12 Ω y el coeficiente de autoinducción (L) vale 0,0159H. Si la tensión máxima aplicada a los extremos del circuito vale 230V y la frecuencia es de 50Hz, determinar:

a)Impedancia del circuito
b)Intensidad máxima
c)La caída de tensión en cada elemento

a) **Valor de la impedancia del circuito**

Para poder determinar el valor de la impedancia (Z), hallaremos antes el valor de la reactancia inductiva (X_L). El cual viene dado por la siguiente expresión:

$$X_L = \omega \cdot L$$

<u>Siendo:</u>

X_L = Reactancia inductiva, en ohmios (Ω).

ω = Pulsación (en rad/s) = $2\pi \cdot f$ (siendo "f" la frecuencia de la red, en Hz).

L = Coeficiente de autoinducción de la reactancia, en Henrios (H).

Sustituyendo tenemos:

$$X_L = 2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot 0{,}0159 = 5\ \Omega$$

Sacamos la impedancia directamente

$$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2} = \sqrt{12^2 + 5^2} = 13\ \Omega$$

b) **Valor de la intensidad en el circuito** *(Valores máximos)*

El valor de la intensidad (I), en el circuito, se obtiene como cociente entre el valor de la tensión (V) y el valor de la impedancia (Z).

$$I = \frac{V}{Z} = \frac{230}{13} = 17{,}69\ A$$

c) **Valor de la tensión en bornes de cada elemento**

El valor de la tensión en bornes de la resistencia (V_R) y en bornes de la inductancia (V_L). Se obtiene al multiplicar, respectivamente, el valor de la resistencia (R) y de la reactancia (X_L) por el valor de la intensidad (I) en el circuito.

La tensión en bornes de la resistencia tiene un valor de:

$$V_R = R \cdot I = 12 \cdot 17{,}69 = 212{,}28\ V$$

La tensión en bornes de la reactancia tiene un valor de:

$$V_L = X_L \cdot I = 5 \cdot 17{,}69 = 88{,}45\ V$$

Observar que:

$$\sqrt{V_R^{\,2} + V_L^{\,2}} = \sqrt{212{,}28^2 + 88{,}45^2} = 230\ V \text{ (valor de la tensión de red)}$$