1

Asignatura .... Grupo ....
Apellidos .... Nombre ....
Ejercicio del día ....

a) $\vec{E} = -\vec{\nabla} V \Rightarrow \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix} = -\begin{pmatrix} \frac{\partial V}{\partial x} \\ \frac{\partial V}{\partial y} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -(6x+y) \\ -(x+10y) \end{pmatrix}$

$V(x,y) = 3x^2 + xy + 5y^2$

en $(1,1)$ $\quad \vec{E} = \begin{pmatrix} -7 \\ -11 \end{pmatrix} \frac{N}{C} = -7\frac{N}{C}\,\hat{u}_x - 11\frac{N}{C}\,\hat{u}_y$

b) el campo $\vec{E}$ es $\perp$ a las superficies equipotenciales (superficies con $V = cte$) $\Rightarrow$ vale cualquier vector perpendicular a $\vec{E}$. Por ejemplo, el $\begin{pmatrix} 11 \\ -7 \end{pmatrix}$.

c) El trabajo W que debemos realizar es igual a la variación de energía potencial: $W = \Delta U$.

$$\Delta U = q \cdot \Delta V = q\left(V^f - V^i\right) = q\left[V(2,2) - V(1,1)\right]$$

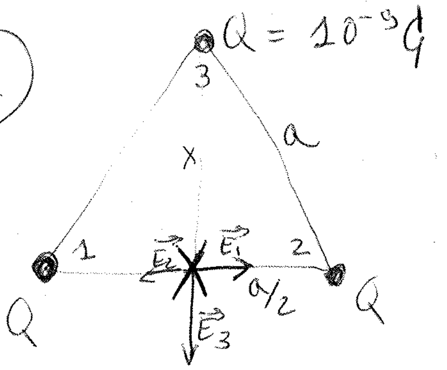
$$V(2,2) = 3\cdot 2^2 + 2\cdot 2 + 5\cdot 2^2\ V = 36\ V$$

$$V(1,1) = 3\cdot 1^2 + 1\cdot 1 + 5\cdot 1^2\ V = 9\ V$$

$$\Rightarrow \quad W = \Delta U = 3\cdot 10^{-6}\,C\cdot(36-9)\,V$$

$$W = 8{,}1\cdot 10^{-5}\ J$$

②



$$x = \sqrt{a^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{3a^2}{4}}$$

$$\Rightarrow x = \frac{\sqrt{3}}{2} a = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 10 \text{ cm}$$

$$\simeq 8{,}67 \text{ cm} = 0{,}0867 \text{ m}$$

ⓐ En el punto medio de un lado, los campos producidos por las cargas 1 y 2 se cancelan, por lo tanto sólo permanece el producido por la carga 3

$$\vec{E} = \underbrace{\vec{E}_1 + \vec{E}_2}_{=0} + \vec{E}_3 .$$

$$\vec{E} = \vec{E}_3 = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 x^2} (-\hat{u}_y)$$

$$\Rightarrow |\vec{E}| = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 x^2} \simeq \underline{\underline{1200 \frac{N}{C}}}$$

ⓑ $$V = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 \left(\frac{a}{2}\right)} \cdot 2 + \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} a}$$

$$= 360 \text{ V} + 104 \text{ V} = \underline{\underline{463 \text{ V}}}$$

ⓒ hay 3 pares de cargas Q–Q a una distancia a:

$$U = 3 \cdot \frac{Q^2}{4\pi\varepsilon_0 a} = \underline{\underline{2{,}69 \cdot 10^{-7} \text{ J}}}$$

(o bien $U = \frac{1}{2} \sum_i Q_i V_i$, con V_i el potencial en el lugar de una carga (producido por las otras 2 a una distancia a):

$$\Rightarrow U = \frac{1}{2} \cdot 3 Q \cdot V = \frac{3}{2} \cdot (10^{-9} \text{C}) \cdot 180 \text{ V}$$
$$= \underline{\underline{2{,}7 \cdot 10^{-7} \text{ J}}}$$

$$V_i = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 a} \cdot 2 = 180 \text{ V}$$
)

ⓓ En el infinito, la energía cinética debe ser suficiente para llegar al punto final (en reposo) donde U vale $q \cdot V$ (del apdo. b)

$$\Rightarrow \frac{1}{2} m v^2 = U = qV \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2qV}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19} \text{C} \cdot 463 \text{ V}}{6{,}68 \cdot 10^{-27} \text{ kg}}}$$

$$\Rightarrow \boxed{v = 1{,}49 \cdot 10^5 \frac{m}{s}}$$

3

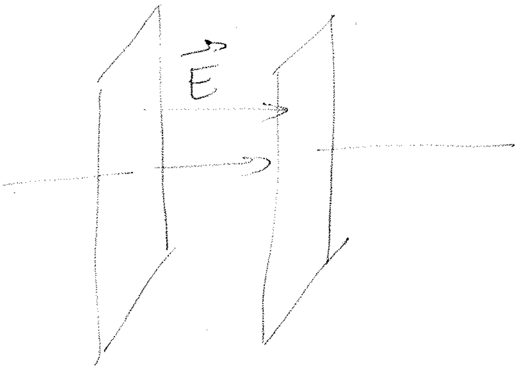
Hoja nº ....

UNIVERSIDAD AUTONOMA DE MADRID

Asignatura .... Grupo ....

Apellidos .... Nombre ....

Ejercicio del día ....



a) Condensador plano-paralelo

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} = \frac{Q}{A\,\varepsilon_0} = \frac{10^{-5}C}{500 \cdot (0{,}01\,m)^2 \cdot 8{,}86 \cdot 10^{-12}\frac{C^2}{Nm^2}}$$

$$E = 2{,}26 \cdot 10^{7}\ \frac{N}{C}$$

Condensador plano-paralelo: $V = E \cdot d$

$$\Rightarrow V = 2{,}26 \cdot 10^{7}\frac{N}{C} \cdot 0{,}10\,m = \underline{2{,}26 \cdot 10^{6}\,V}$$

b) El trabajo necesario es igual a la energía electrostática almacenada en el condensador

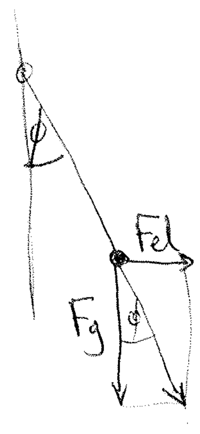
$$W = U = \frac{1}{2} C V^2 = \frac{Q^2}{2C}$$

Condensador plano-paralelo:

$$C = \frac{\varepsilon_0 A}{d} = 4{,}43 \cdot 10^{-12}\,F$$

$$\Rightarrow W = U = \frac{(10^{-5}\,C)^2}{2 \cdot 4{,}43 \cdot 10^{-12}\,\frac{C}{V}} = \underline{11{,}3\ J}$$

c)



$$\tan\phi = \frac{F_{el}}{F_g} = \frac{q \cdot E}{mg}$$

$$= \frac{5 \cdot 10^{-8}\,C \cdot 2{,}26 \cdot 10^{7}\frac{N}{C}}{0{,}020\,g \cdot 9{,}81\,\frac{m}{s^2}} = \frac{1{,}13\,N}{0{,}19\,N}$$

$$\Rightarrow \tan\phi = 5{,}76 \Rightarrow \underline{\phi = 80{,}2^{\circ}}$$