

Ecuaciones-diferenciales-Parcial...



carlymb



Ecuaciones Diferenciales



2º Grado en Matemáticas



**Facultad de Ciencias
Universidad Autónoma de Madrid**

Ecuaciones Diferenciales, GRADO EN MATEMÁTICAS, UAM

Año 2020/2021

Examen parcial/final

19 de abril de 2021

Apellidos y nombre:

D.N.I.:

INSTRUCCIONES

- El examen consta de cuatro preguntas y su duración es de dos horas.
- Cada problema se debe contestar en una hoja diferente. Pon tu nombre y tu número de DNI en todas las hojas.

1. (4 puntos) Decide razonadamente si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas. Las respuestas sin justificación no serán tenidas en cuenta.

(A) (0,5 puntos) Existe una función F que depende explícitamente de t y de y tal que la ecuación $y' = F(t, y)$ tiene como solución $y(t) = e^{t^3}$.

(B) (0,5 puntos) Sean f y g funciones de clase C^1 en $[a, b]$. Su Wronskiano es siempre 0 o nunca se anula en $[a, b]$.

(C) (1 punto) La ecuación $y' = y^{\frac{1}{3}}(1 + y^2)$ tiene solución única para todo dato inicial. $y' = y^{\frac{1}{3}}(1 + y^2)$ $\frac{dy}{dx} = y^{\frac{1}{3}}(1 + y^2)$ $\frac{dy}{y^{\frac{1}{3}}(1 + y^2)} = dx$ $\int \frac{dy}{y^{\frac{1}{3}}(1 + y^2)} = \int dx$ $\frac{3}{2} y^{\frac{2}{3}} - \frac{3}{5} y^{\frac{5}{3}} = x + C$

(D) (1 punto) La función $\mu(x, y) = 3xy$ es un factor integrante de la ecuación

$$\frac{|x|}{xy} + \frac{y'}{x} = 0. \quad \frac{1}{y} + \frac{y'}{x} = 0 \quad \frac{1}{y} = -\frac{y'}{x} \quad \frac{1}{y} = -\frac{1}{x} \quad \frac{1}{y} = -\frac{1}{x} \quad \frac{1}{y} = -\frac{1}{x}$$

(E) (1 punto) Si $p(x)$ es un polinomio de grado n , la ecuación

$$xy'(x) + y(x) = p(x)$$

tiene exactamente una solución polinómica de grado n .

2. (2 puntos) Una chuleta de ternera de 1 kg de peso, inicialmente a una temperatura de 30° , se deposita a las 12:00h en un horno que está a 200° . Treinta minutos más tarde, la temperatura interior de la chuleta es de 80° . Sabiendo que la chuleta estará bien asada cuando su interior llegue a los 105° , determinar a qué hora deberemos sacarla del horno.

3. (2 puntos) El puente de Cangas de Onís, en Asturias, vibra de manera natural de acuerdo con la ecuación

$$y''(t) + \epsilon y'(t) + y(t) = 0,$$

donde $\epsilon \geq 0$. Por el mismo están cruzando unos manifestantes contrarios a los cierres de las minas de carbón de la zona. El impacto agregado de sus pasos se puede considerar una fuerza externa F dada por $F(t) = \cos(t)$. Calcular la magnitud de la oscilación del puente en función del valor de ϵ .

4. (2 puntos) Sabiendo que

$$G(x) = \begin{pmatrix} -\frac{3}{4}x - \frac{1}{2} \\ \frac{1}{4}x + \frac{1}{4} \end{pmatrix}$$

es solución de

$$Y'(x) = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} Y(x) + \begin{pmatrix} x \\ 0 \end{pmatrix},$$

encontrar todas las demás.