# Fuentes de campo magnético

J.E. Prieto

Fuente principal de figuras:
“Physics for scientists and engineers” (5th edition),
P.A. Tipler, G. Mosca

# Fuentes de campo ***B***

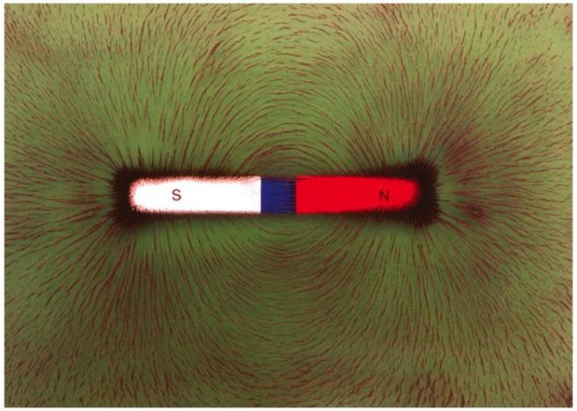
**Dos tipos de fuentes**:

• **Corrientes eléctricas** (cargas en movimiento) (Oersted)

- Lo veremos con relativa profundidad a continuación.

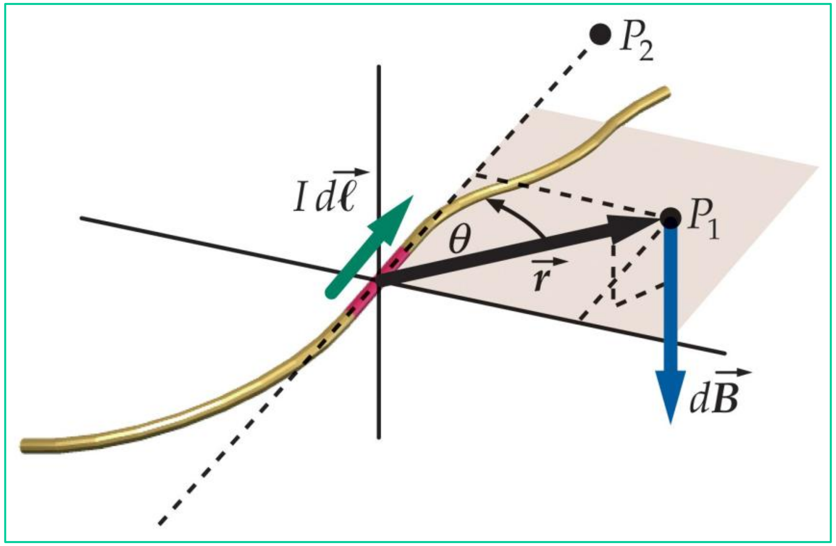
• **Imanes permanentes**: Materiales "magnéticos"

- También se puede considerar que son producidos por corrientes internas "*corrientes de imanación*" en el material.



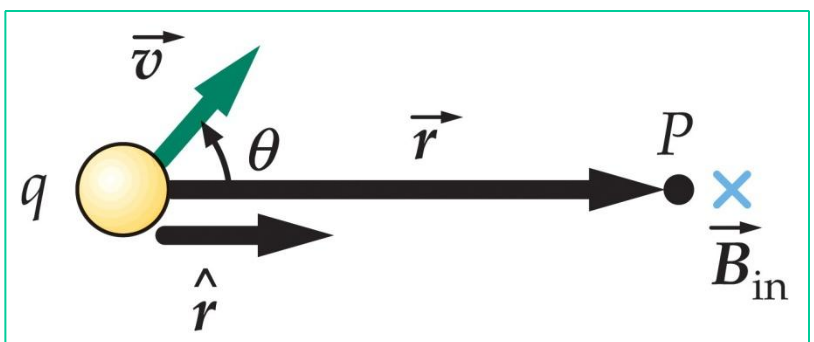

- Veremos algo en capítulo 6: "Propiedades magnéticas de la materia". En realidad no se puede explicar desde el punto de vista de la Física Clásica. Requiere Mecánica Cuántica para entenderse.

# Campo *B* creado por una corriente infinitesimal: Ley de Biot-Savart




$$d\boldsymbol{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\,d\boldsymbol{l}\times\boldsymbol{u}_r}{r^2}$$

• Campo *d**B*** creado en $P_1$ por un elemento de corriente *I d**l*** (Ley de **Biot-Savart** , con $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ N/A$^2$)



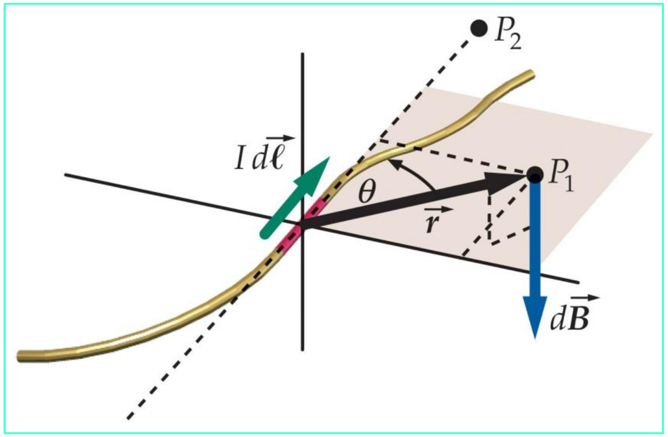

• Variante: campo ***B*** creado por carga puntual *q* que se mueve con velocidad ***v***:

$$I\,d\boldsymbol{l} = dq/dt\,d\boldsymbol{l} = dq\,d\boldsymbol{l}/dt : q\,\boldsymbol{v}$$

$$\boldsymbol{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{q\,\boldsymbol{v}\times\boldsymbol{u}_r}{r^2}$$

# Biot-Savart $\leftrightarrow$ Coulomb

$$d\boldsymbol{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I\, d\boldsymbol{l} \times \boldsymbol{u}_r}{r^2}$$

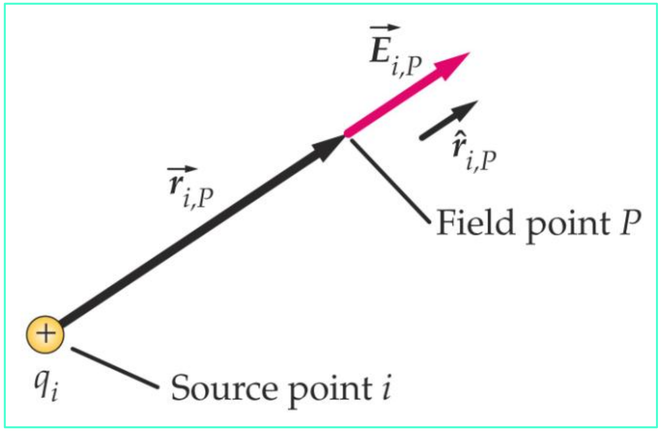



• Ley de **Biot-Savart**: ***dB*** creado por un elemento infinitesimal de corriente *I d**l***

Análoga a la

• Ley de **Coulomb**: ***E*** creado por una carga puntual *q*

$$\boldsymbol{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \boldsymbol{u}_r$$



# Cálculos de ***B*** producido por diversas configuraciones de corrientes usando la ley de Biot-Savart

J.E. Prieto

Fuente principal de figuras:
“Physics for scientists and engineers” (5th edition),
P.A. Tipler, G. Mosca

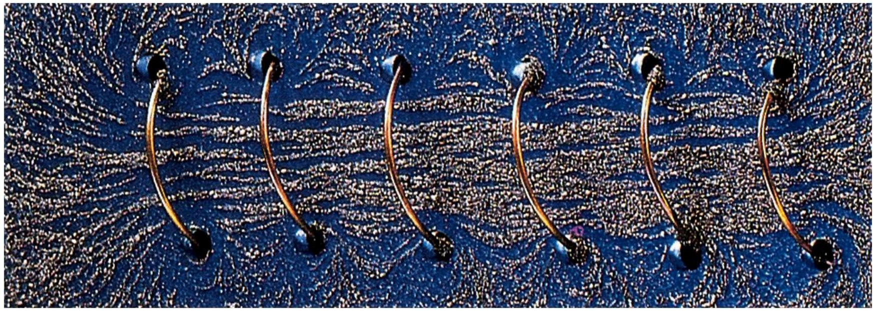
# Ley de Biot-Savart

$$d\boldsymbol{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I\, d\boldsymbol{l} \times \boldsymbol{u_r}}{r^2}$$

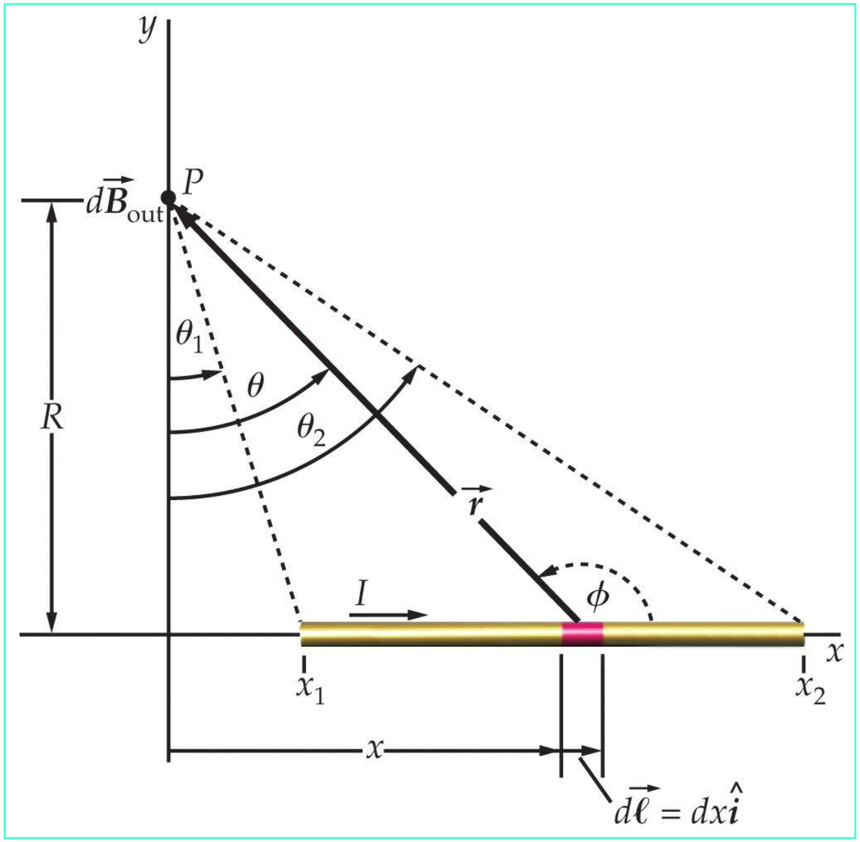
• Ley de **Biot-Savart**: Ejemplos de aplicación para cálculo de campo magnético ***B***:

- *Segmento rectilíneo* de corriente y corriente *rectilínea infinita*
- *Espira circular*
- Muchas espiras: *solenoide*



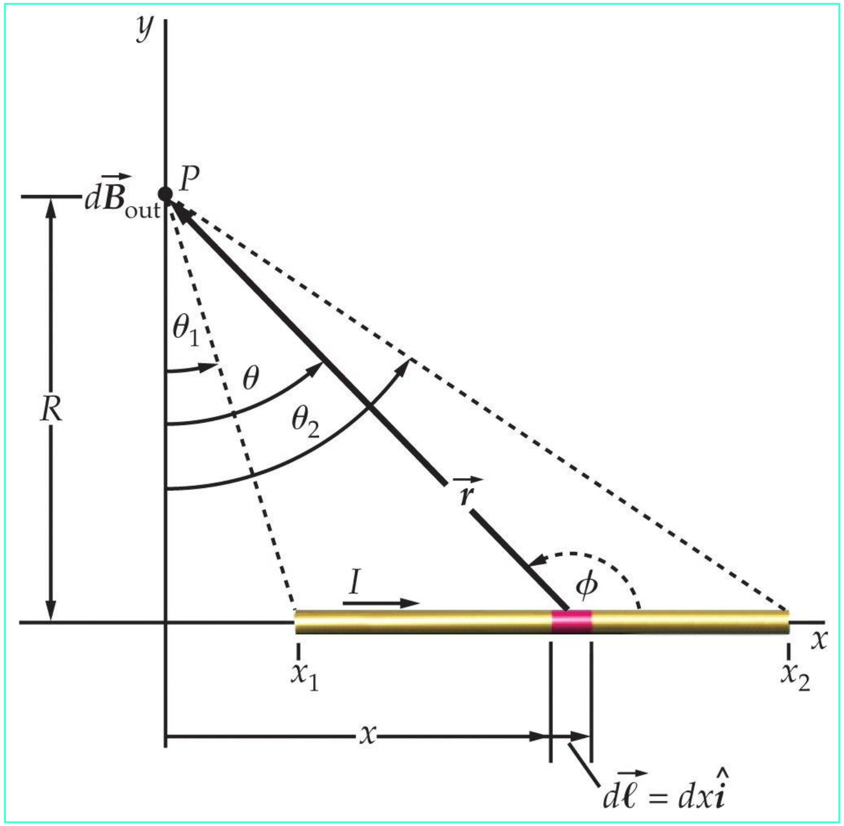


# Campo ***B*** creado por una corriente rectilínea




• Campo magnético ***B*** creado por una corriente rectilínea (a lo largo del eje *x*) en un punto *P* situado a una distancia *R*.

# Campo *B* creado por un segmento rectilíneo de corriente



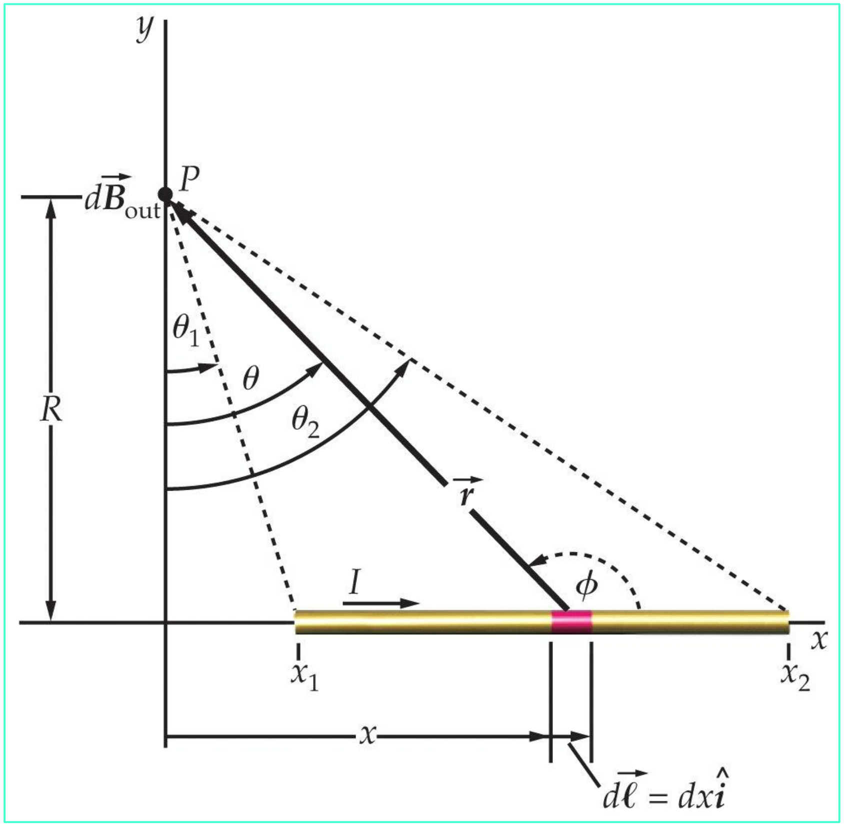

$$\boxed{d\boldsymbol{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\,d\boldsymbol{l}\times\boldsymbol{u_r}}{r^2}}$$

$$d\boldsymbol{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\frac{dx\sin\phi}{r^2}\boldsymbol{u_z}$$

$$\sin\phi = \sin(180^0 - \phi) = \cos\theta$$

$$\rightarrow \quad dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\frac{dx\cos\theta}{r^2}$$

# Campo *B* creado por un segmento rectilíneo de corriente




$$dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{dx \cos\theta}{r^2}$$

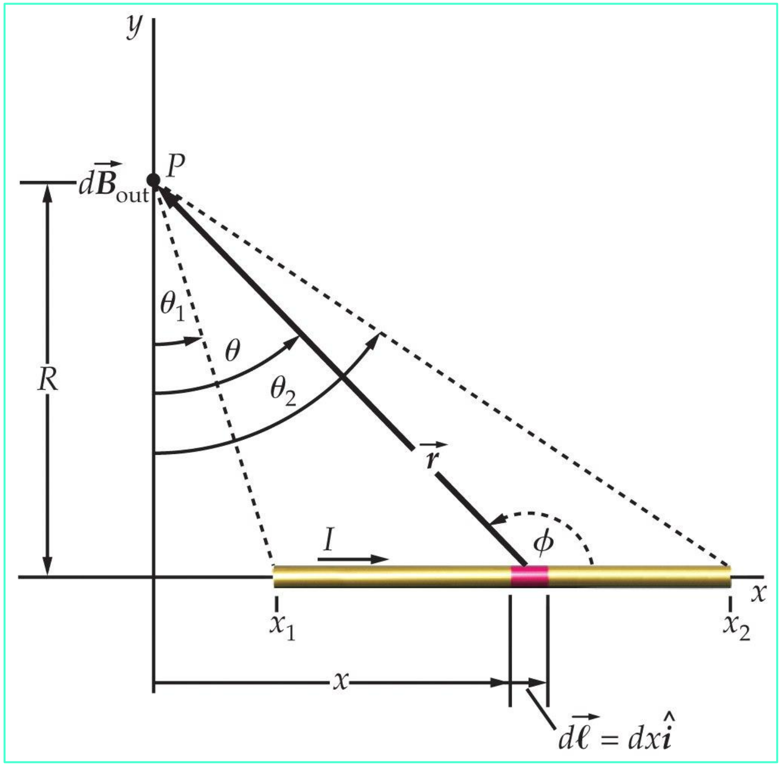
$$x = R\tan\theta \qquad R = r\cos\theta$$

$$dx = \frac{R}{\cos^2\theta} d\theta = \frac{r^2}{R} d\theta$$

$$dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi R} \cos\theta \, d\theta$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi R} \int_{\theta_1}^{\theta_2} \cos\theta \, d\theta$$

# Campo *B* creado por un segmento rectilíneo de corriente




$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi R}\int_{\theta_1}^{\theta_2} \cos\theta \, d\theta$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi R}(\sin\theta_2 - \sin\theta_1)$$

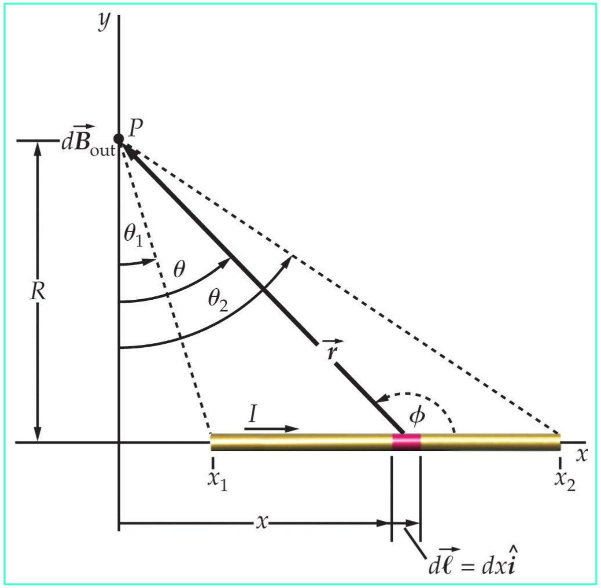
$$\boxed{\boldsymbol{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi R}(\sin\theta_2 - \sin\theta_1)\boldsymbol{u_z}}$$

# Campo *B* creado por una corriente rectilínea infinita

$$\boldsymbol{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi R}(\sin\theta_2 - \sin\theta_1)\boldsymbol{u_z}$$

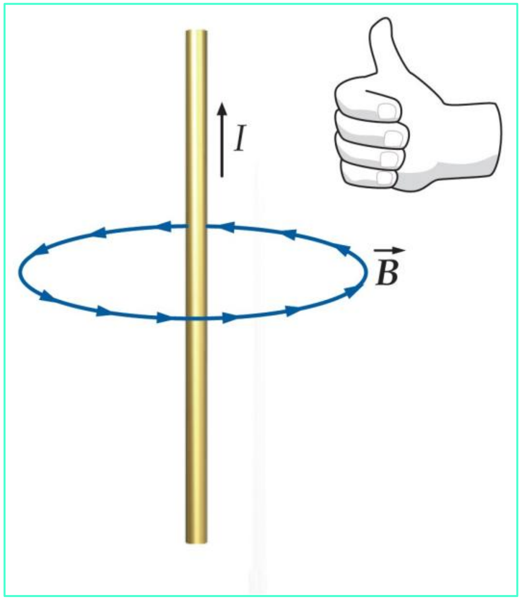
- Corriente rectilínea infinita: Límites:

$$\theta_2 \to \frac{\pi}{2}, \ \theta_1 \to -\frac{\pi}{2}$$




$$\to \quad \boxed{\boldsymbol{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}\boldsymbol{u_z}}$$

# Resumen: Campo ***B*** creado por una corriente rectilínea

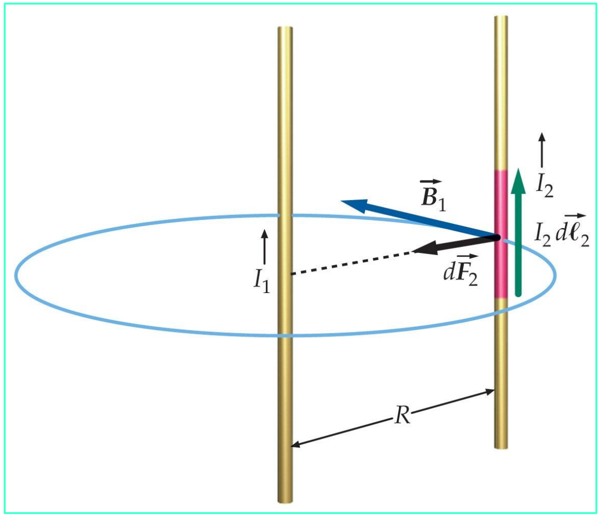



Campo ***B*** creado por una corriente rectilínea:

- Líneas de ***B***: *circunferencias concéntricas*
- Dirección de ***B***: *tangencial*
- Sentido: *mano derecha*
- Módulo ~ 1 / *R*

$$\boldsymbol{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}\boldsymbol{u}_\theta$$

# Fuerza magnética entre dos conductores paralelos




$$\boxed{\frac{F_2}{L_2} = (I_2 u_{L_2}) \times B_1}$$

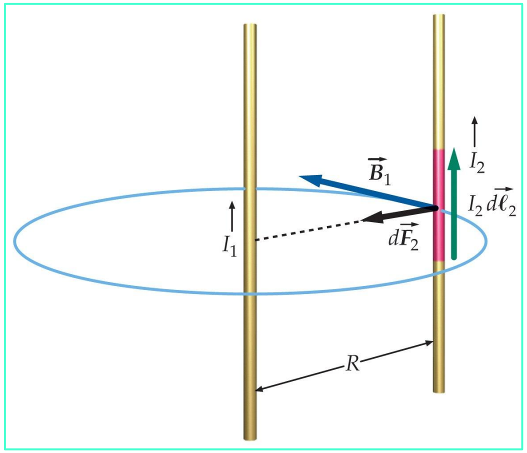
$$\boxed{\frac{F_2}{L_2} = (I_2 u_{L_2}) \times \frac{\mu_0 I_1}{2\pi R} u_{B_1}}$$

Consideramos que *una de las corrientes* ($I_1$) crea un *campo* ($\boldsymbol{B}_1$) que ejerce una *fuerza* ($\boldsymbol{F}_2$) sobre *la otra corriente* ($I_2$) :

$$\rightarrow \boxed{\frac{F_2}{L_2} = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I_1 I_2}{R} u_r}$$

# Fuerza magnética entre dos conductores paralelos

$$\boxed{\frac{\boldsymbol{F}_2}{L_2} = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I_1 I_2}{R}\,\boldsymbol{u}_r}$$




**Amperio: definición**

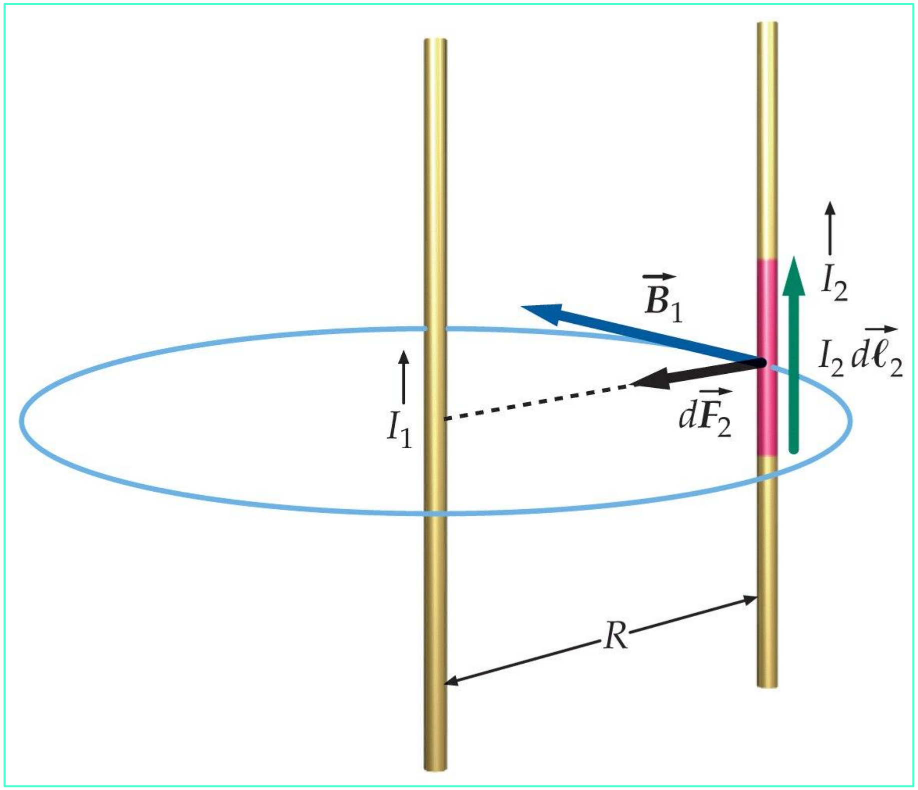
The ampere is the constant electric current that, when maintained in two straight parallel conductors of infinite length and of negligible circular cross sections placed one meter apart in a vacuum, would produce a force between the conductors equal to $2 \times 10^{-7}$ newtons per meter of length.

DEFINITION — AMPERE

$$\boxed{\mu_0 = 4\pi\times10^{-7}\ \frac{N}{A^2}}$$

***μ*₀ : permeabilidad magnética del vacío**

# Fuerza magnética entre dos conductores paralelos



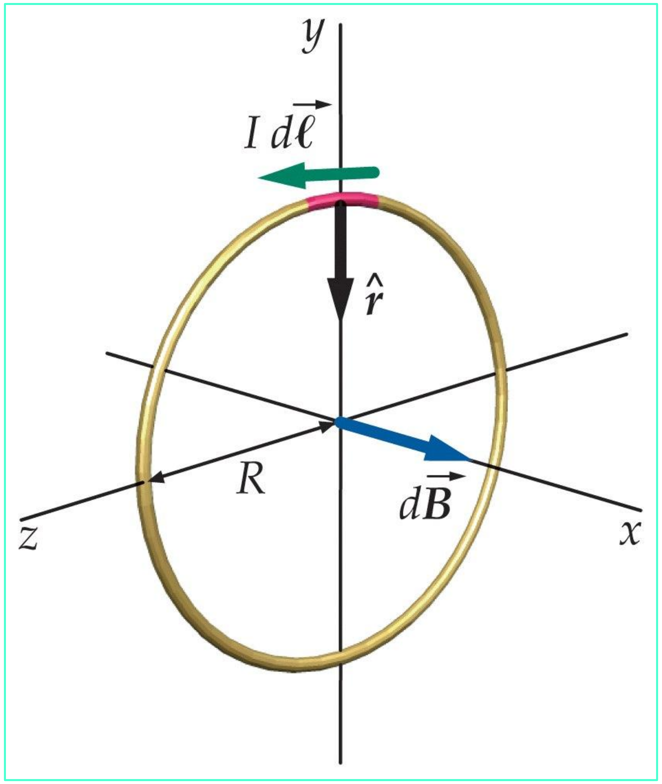

$$\frac{\boldsymbol{F}_2}{L_2} = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I_1 I_2}{R} \boldsymbol{u_r}$$

Signos:

**Corrientes paralelas: atracción**

**Corrientes antiparalelas: repulsión**

# Campo *B* creado por una espira de corriente en el centro




$$\boxed{d\boldsymbol{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\,d\boldsymbol{l}\times\boldsymbol{u_r}}{r^2}}$$

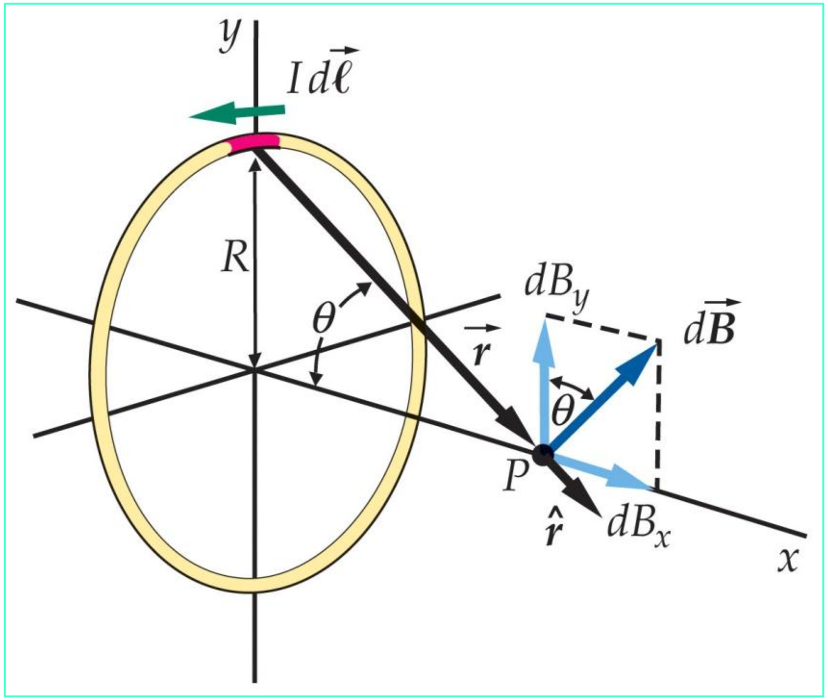
$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\,dl}{R^2}$$

$$\int dl = 2\pi R$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{2R}$$

$$\boxed{\boldsymbol{B} = \frac{\mu_0 I}{2R}\boldsymbol{u_x}}$$

# Campo *B* creado por una espira de corriente en un punto sobre el eje




$$\boxed{d\boldsymbol{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\,d\boldsymbol{l}\times\boldsymbol{u}_r}{r^2}}$$

• Componentes $dB_y$ se anulan por simetría:

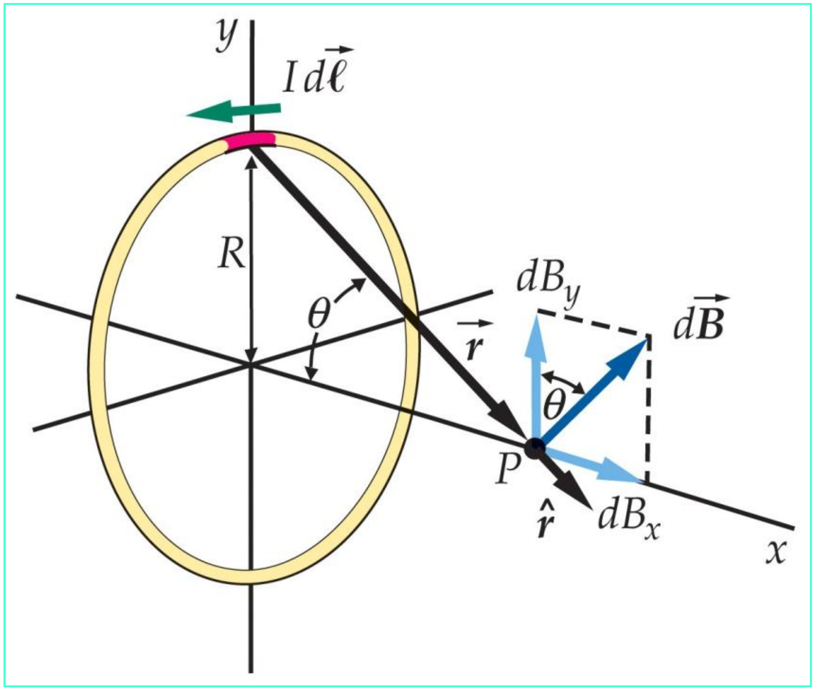
$$dB_y = 0$$

• Componente $B_x$:

$$dB_x = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\,dl}{r^2}\sin\theta$$

$$\sin\theta = \frac{R}{r} = \frac{R}{\sqrt{x^2+R^2}}$$

# Campo *B* creado por una espira de corriente en un punto sobre el eje




$$dB_x = \frac{\mu_0}{4\pi} I\,dl \frac{R}{r^3}$$

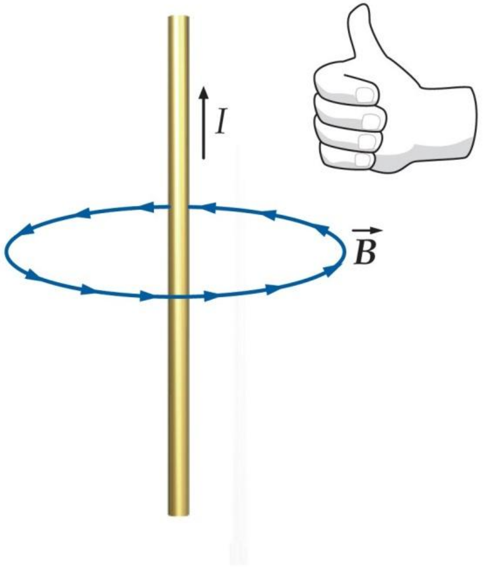
$$dB_x = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{R}{r^3} dl$$

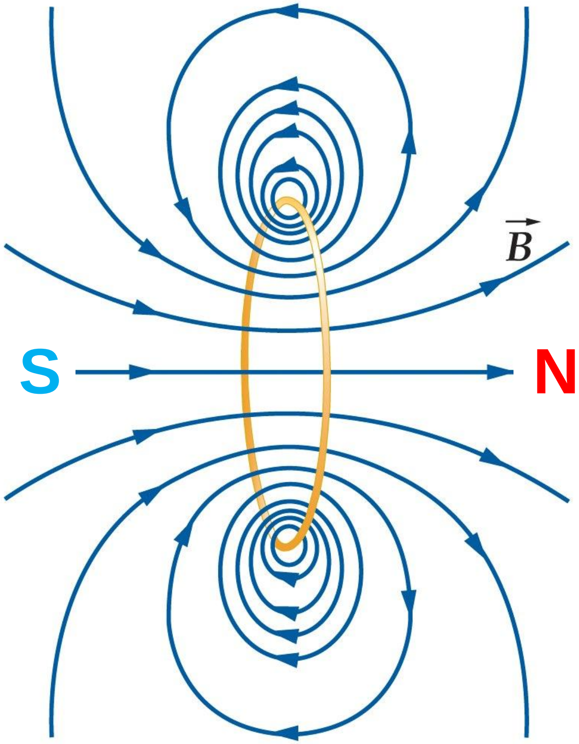
$$= \frac{\mu_0 I R}{4\pi} \frac{dl}{\left(x^2+R^2\right)^{3/2}}$$

$$\int dl = 2\pi R$$

$$\boxed{B_x = \frac{\mu_0 I}{2} \frac{R^2}{\left(x^2+R^2\right)^{3/2}}}$$

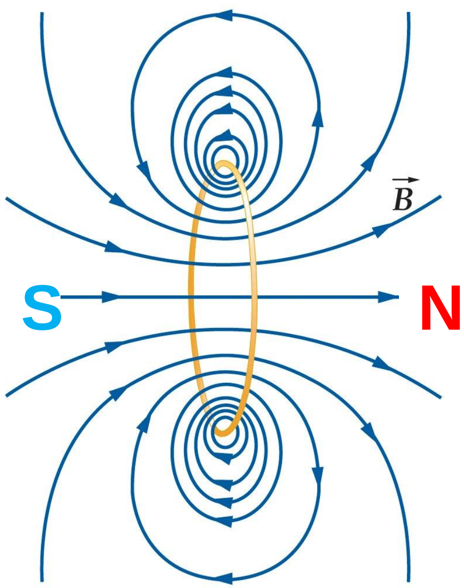
# Líneas de campo ***B*** de una espira de corriente




Hemos creado un ***dipolo magnético***

# Líneas de campo ***B*** de una espira de corriente




• Campo ***B*** del dipolo magnético (*campo dipolar*) : campo en lugares "lejanos" (aquí del eje *x*)

$\rightarrow$ Corresponde a tomar el límite $x >> R$ en la expresión exacta:

$$B_x = \frac{\mu_0 I}{2} \frac{R^2}{(x^2+R^2)^{3/2}}$$

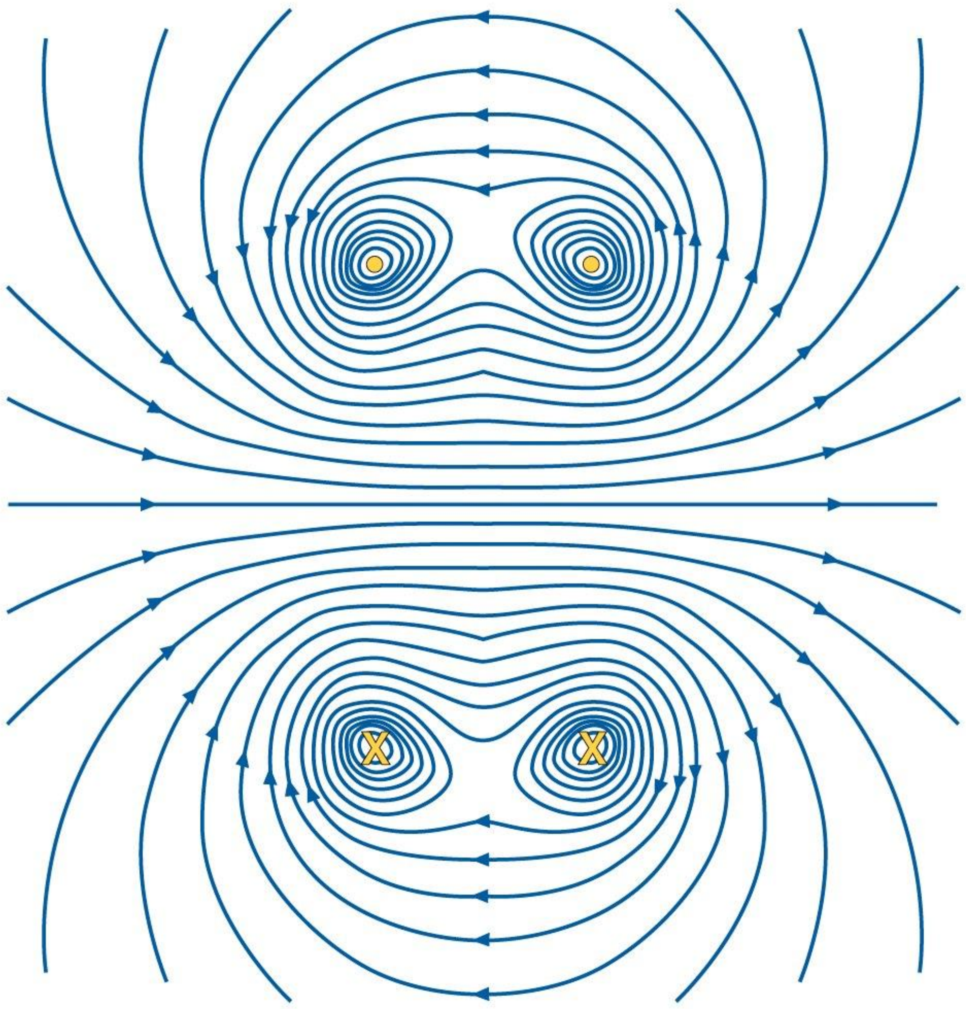
$$\rightarrow \boxed{B_x \approx \frac{\mu_0 I R^2}{2} \frac{1}{x^3}}$$

**Recordamos**:

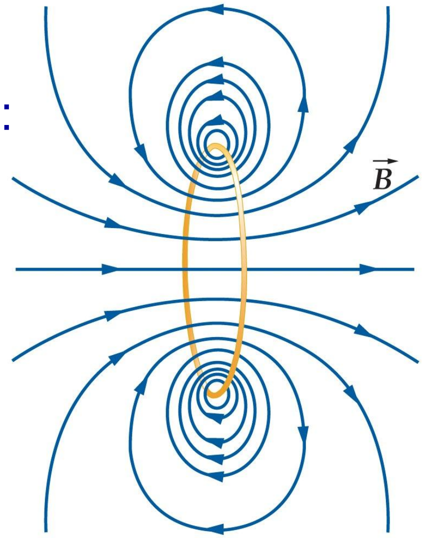
El campo ***E*** de un *dipolo eléctrico* decae como $r^{-3}$.

*Campo dipolar magnético* decae como ~ $r^{-3}$

# Dos espiras



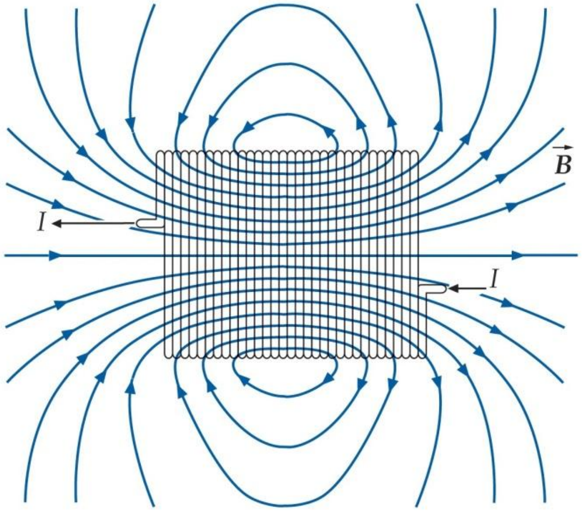
Una espira:

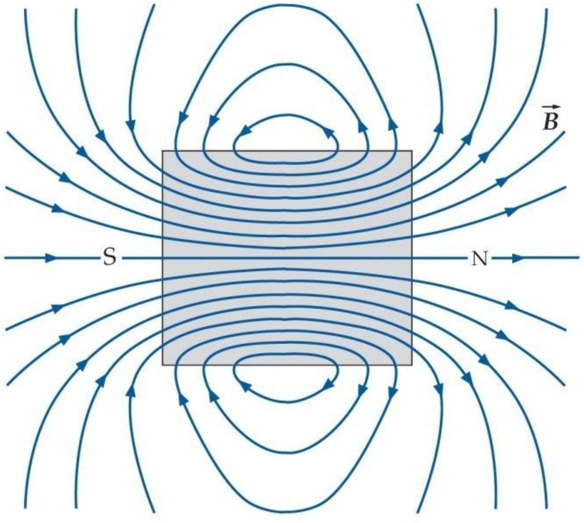



• Si las corrientes van en el mismo sentido, los campos se suman en el centro (superposición):

- El campo ***B*** se hace más homogéneo

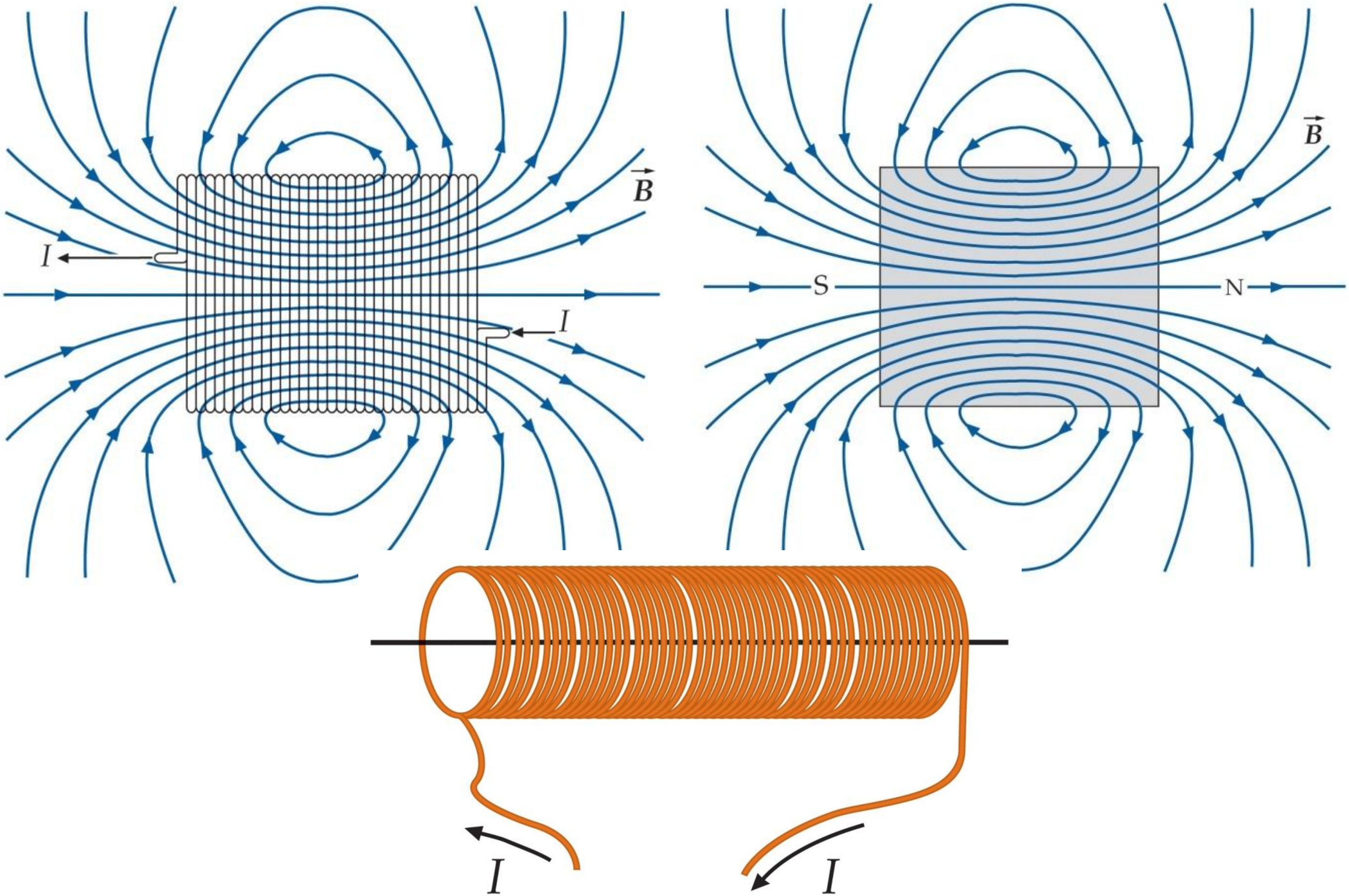
# Muchas espiras: un solenoide



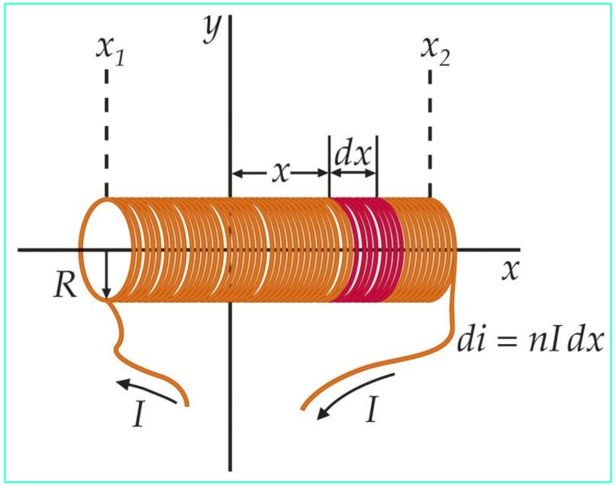




- El campo ***B*** se hace cada vez más homogéneo cuanto más juntas están las espiras

# Muchas espiras: un solenoide



# Cálculo del campo ***B*** de un solenoide




$$B_x = \frac{\mu_0 I}{2} \frac{R^2}{(x^2+R^2)^{3/2}}$$

$dB_x$: Campo creado en $x$ por corriente $di = I\, n\, dx'$,
con densidad de espiras $n = N/L$

: Campo creado en 0 por corriente $di$ en $x'$ :

$$dB_x(0) = \frac{\mu_0 I R^2 n}{2} \frac{dx'}{(x'^2+R^2)^{3/2}}$$

Integrando en $x'$, el campo en $x = 0$ es:

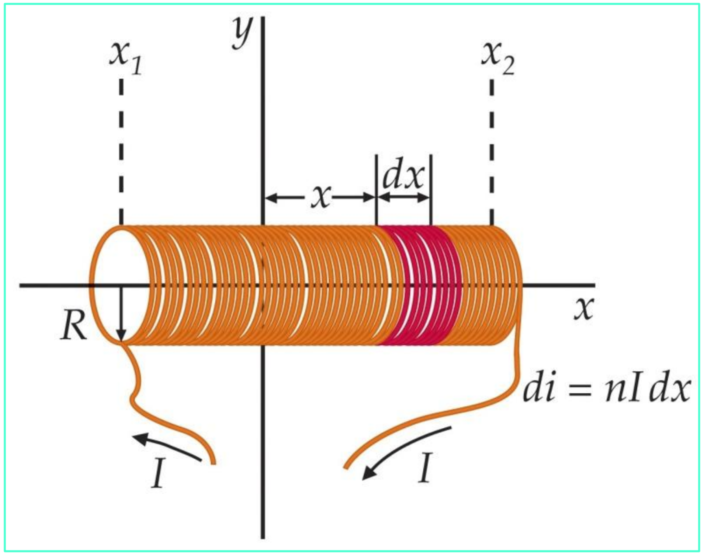
$$B_x(0) = \frac{\mu_0 I R^2 n}{2} \int_{x_1}^{x_2} \frac{dx'}{(x'^2+R^2)^{3/2}}$$

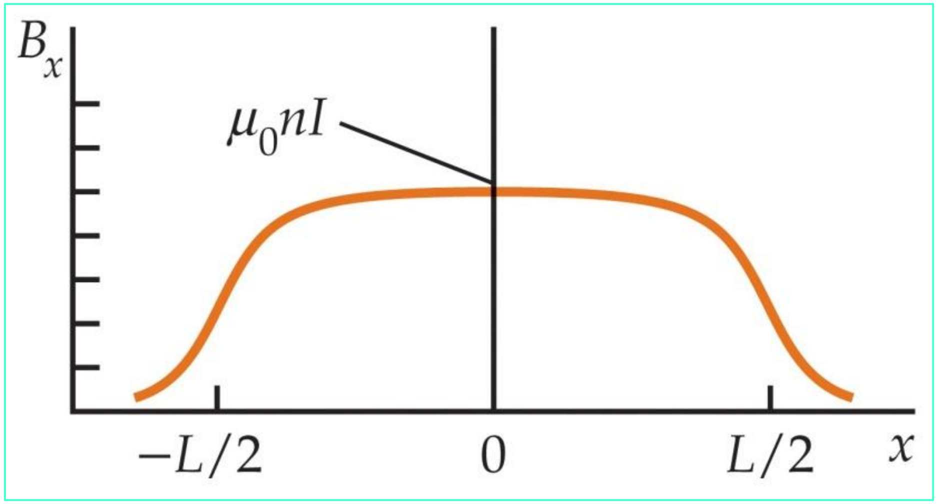
# Cálculo del campo *B* de un solenoide

Resultado:

$$B_x = \frac{1}{2}\mu_0 n I\left(\frac{x_2}{\sqrt{x_2^2 + R^2}} - \frac{x_1}{\sqrt{x_1^2 + R^2}}\right) \qquad 27\text{-}8$$

$B_x$ ON THE AXIS OF A SOLENOID AT $X = 0$




En el límite de un solenoide muy largo ($x_2 \rightarrow \infty$, $x_1 \rightarrow -\infty$):

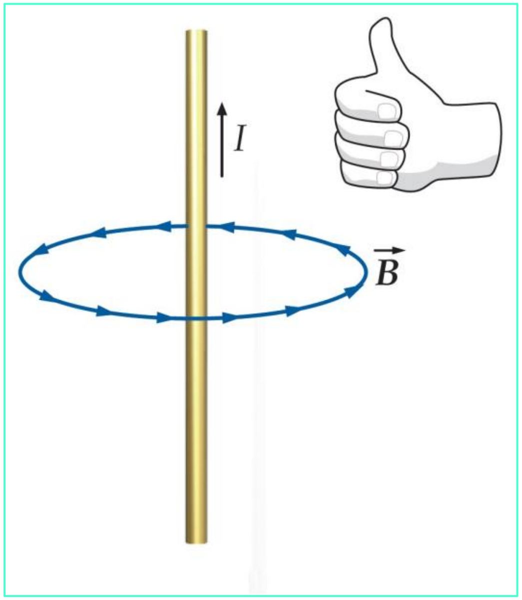
$$\boxed{B_x = \mu_0 n I}$$

# Líneas de campo magnético

J.E. Prieto

Fuente principal de figuras:
“Physics for scientists and engineers” (5th edition),
P.A. Tipler, G. Mosca

# Resumen: Líneas del campo *B* creado por una corriente rectilínea

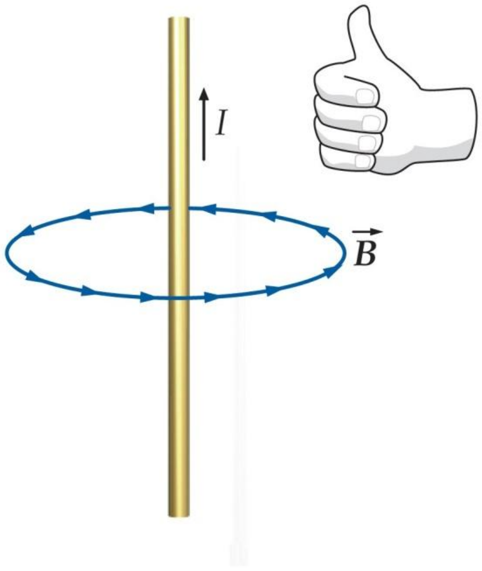


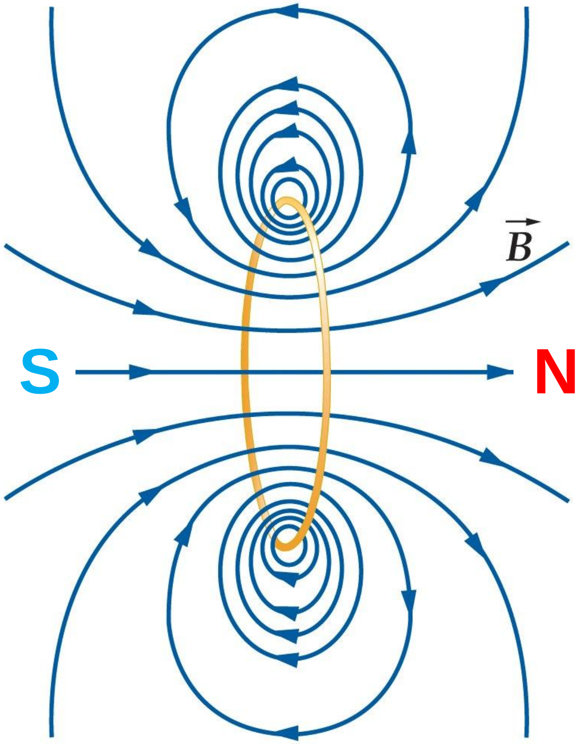

Campo ***B*** creado por una corriente rectilínea:

- Líneas de ***B***: *circunferencias concéntricas*
- Dirección de ***B***: *tangencial*
- Sentido: *mano derecha*
- Módulo ~ 1 / *R*

$$\mathbf{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}\mathbf{u}_\theta$$

# Resumen: Líneas del campo ***B*** creado por una espira de corriente

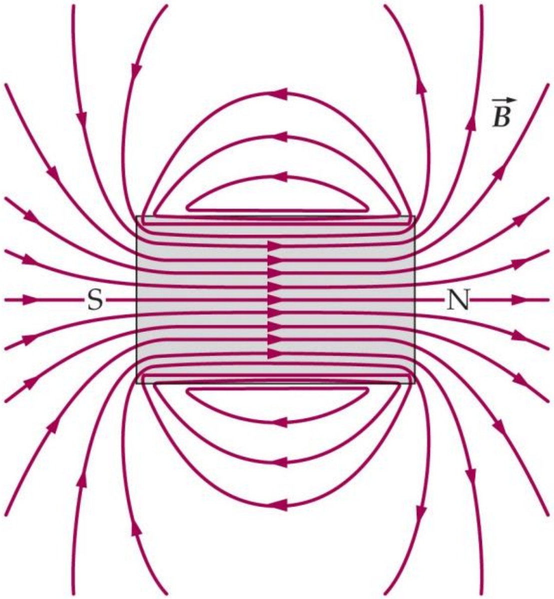



Campo ***B*** de una espira de corriente:

- Realización más simple de un *dipolo magnético*

# Resumen: Líneas del campo ***B*** creado por un solenoide

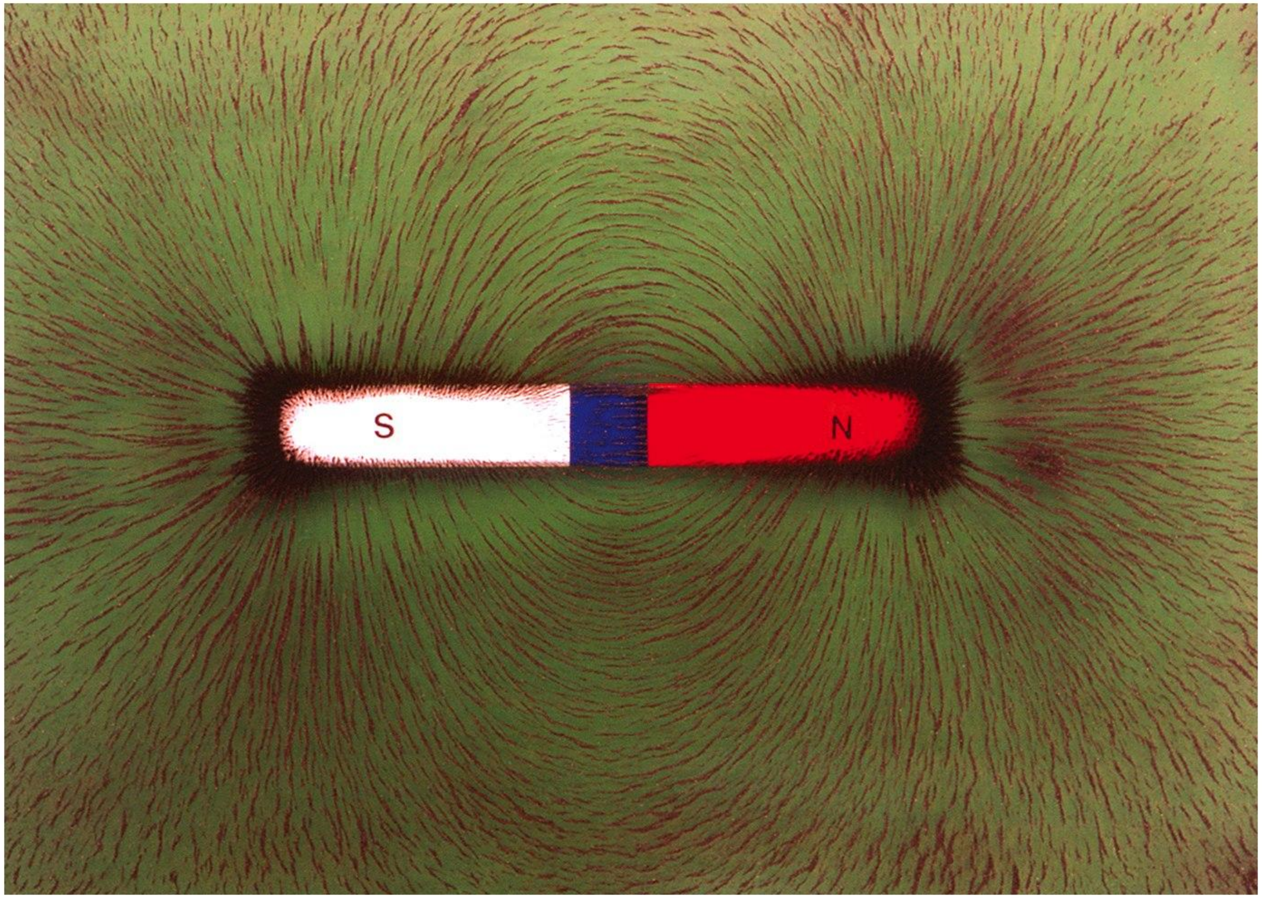



Campo ***B*** en un solenoide:

- *Dentro* del solenoide:
  - ***B*** *en la dirección del eje*
  - ***B*** aproximadamente *homogéneo*
- *Fuera* del solenoide:
  - ***B*** $\approx 0$.

$$\boxed{B = \mu_0 n I}$$

# Líneas de campo ***B***: Imán permanente



# En todos los casos

**Las líneas de campo magnético son *siempre cerradas*,**

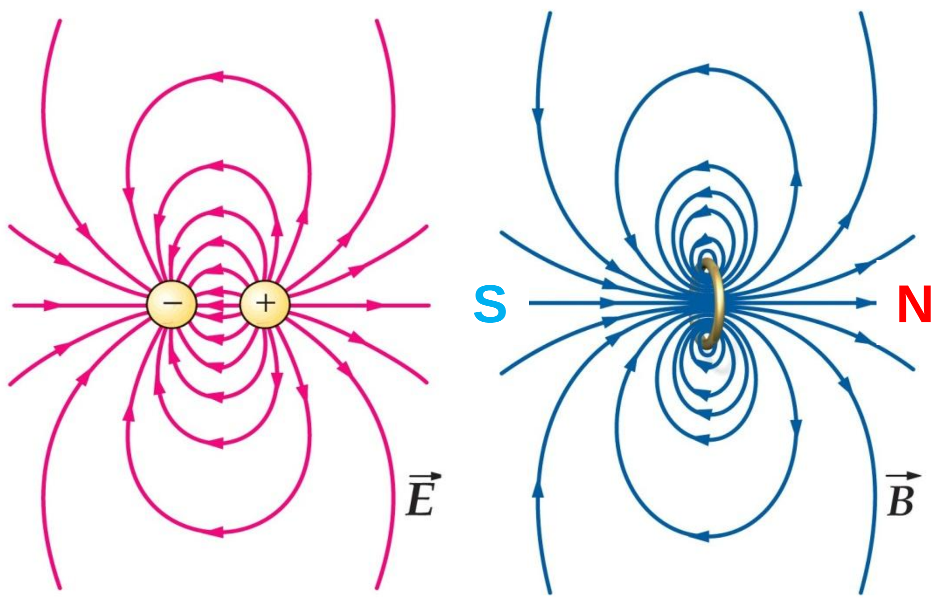
**NO TIENEN PRINCIPIO NI FIN,**

**a diferencia del campo eléctrico.**

**¿Por qué?**

**Porque NO HAY MONOPOLOS MAGNÉTICOS**

**Dipolo eléctrico**



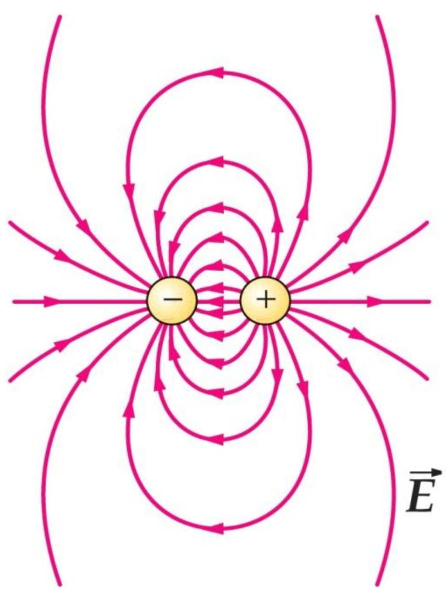

**Dipolo magnético**

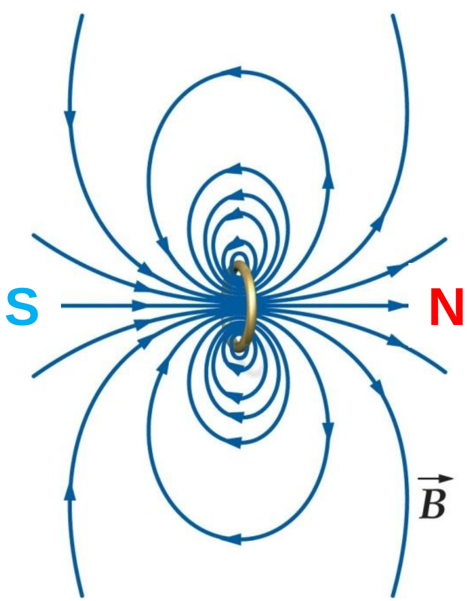
# Resumen: Líneas del campo ***B***
# *en todos los casos*

Las líneas de campo magnético son ***SIEMPRE cerradas***,
***NO TIENEN PRINCIPIO NI FIN*** (a diferencia del campo eléctrico),
porque
NO hay "fuentes" de campo ***B*** en el sentido
en el que las cargas eléctricas son fuentes de campo ***E***:

***NO HAY MONOPOLOS magnéticos***

**Dipolo eléctrico**




**Dipolo magnético**