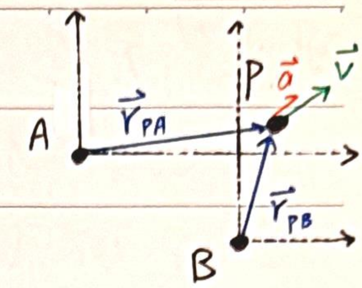
普通物理 I

Date / / No.

相對運動



由A、B兩點觀測點P，則 $\vec{r}_{PA}=\vec{r}_{PB}+\vec{r}_{BA}$

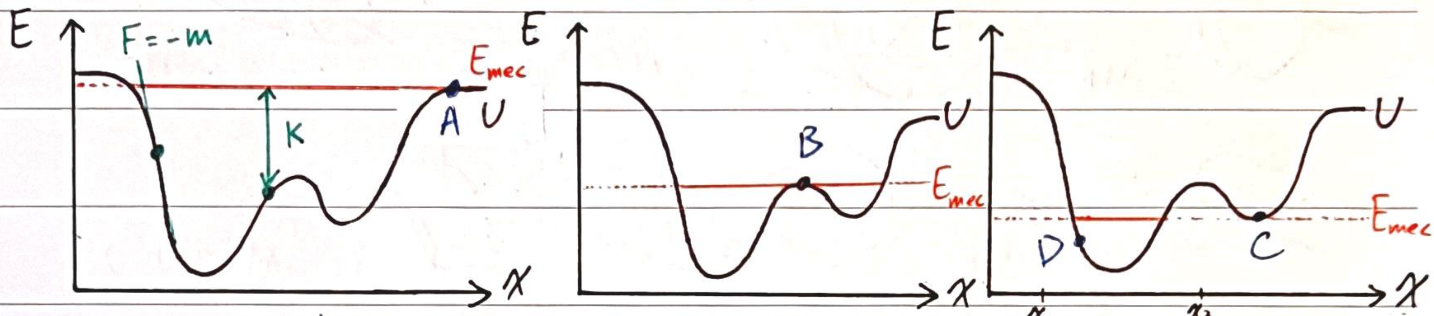
↳ $\vec{v}_{PA}=\vec{v}_{PB}+\vec{v}_{BA}$、$\vec{a}_{PA}=\vec{a}_{PB}+\vec{a}_{BA}$

阻力

$D=\frac{1}{2}C\rho Av^2$，C為阻力係數、ρ為密度、A為有效截面積

↳自由落體終端 → $\frac{1}{2}C\rho Av^2-F_g=0$ → $v_t=\sqrt{\frac{2F_g}{C\rho A}}$ ⇒ 終端速度

位能曲線



A ⇒ K=0 ⇒ 中性平衡　B⇒不穩定平衡　C⇒穩定平衡

D⇒無法到達 x_1 或 x_2 ⇒ Potential well

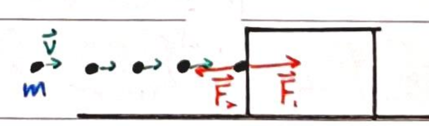
功與能

$W=\Delta E=\Delta E_{mec}+\Delta E_{th}+\Delta E_{int}$（內能，如化學能）

$W=0$ ⇒ 能量守恆 ⇒ $\Delta E_{mec}+\Delta E_{th}+\Delta E_{int}=0$

連續轟炸

$J=-n\Delta p$ ⇒ $F=-\frac{n}{\Delta t}m\Delta v$



彈性碰撞

$$v_{1f}=\frac{m_1-m_2}{m_1+m_2}v_{1i}+\frac{2m_2}{m_1+m_2}v_{2i}$$

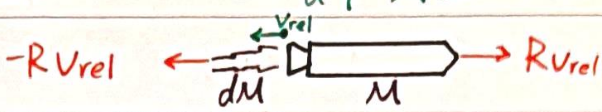
$$v_{2f}=\frac{m_1-m_2}{m_1+m_2}v_{2i}+\frac{2m_1}{m_1+m_2}v_{1i}$$

$$\Rightarrow\begin{cases} m_1v_{1i}+m_2v_{2i}=m_1v_{1f}+m_2v_{2f} \\ \frac{1}{2}m_1v_{1i}^2+\frac{1}{2}m_2v_{2i}^2=\frac{1}{2}m_1v_{1f}^2+\frac{1}{2}m_2v_{2f}^2 \end{cases}$$

火箭方程式

1. $Rv_{rel}=Ma$ ⇒ Rv_{rel}為推進力(T)，R為$\frac{dM}{dT}$質量變化率

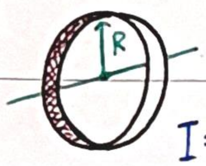
2. $v_f-v_i=v_{rel}\ln\frac{M_i}{M_f}$



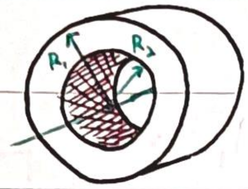
轉動

θ不是向量 ⇒ 無交換率

$K=\frac{1}{2}I\omega^2$，$I=\int r^2dm$ ⇒ 角動慣量

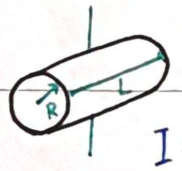


$I=MR^2$



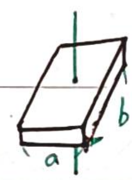
$I=\frac{1}{2}M(R_1^2+R_2^2)$

$I=\frac{1}{2}MR^2$



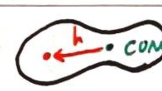
$I=\frac{1}{4}MR^2+\frac{1}{12}ML^2$

$I=\frac{2}{5}MR^2$



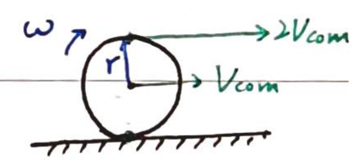
$I=\frac{1}{12}M(a^2+b^2)$

↳ $I=I_{com}+Mh^2$ ⇒ 平移轉軸，h為位移



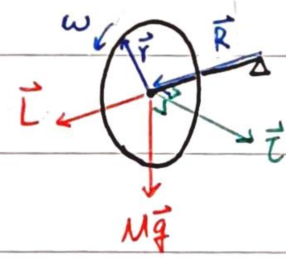
$\vec{\tau}=I\vec{\alpha}$，$P=\vec{\tau}\cdot\vec{\omega}$，$\vec{L}=I\vec{\omega}$

滾動



$\vec{v}_{com}=\vec{r}\vec{\omega}$，$K=\frac{1}{2}mv_{com}^2+\frac{1}{2}I_{com}\omega^2$

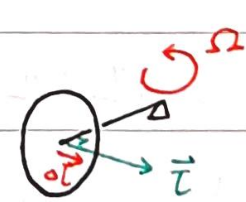
進動



轉動的陀螺儀 ⇒ $\vec{L}=Mr^2\vec{\omega}$

重力造成力矩 ⇒ $\vec{\tau}=\vec{R}\times M\vec{g}$

力矩為角動量的時變率 ⇒ $\Delta L=\vec{\tau}\Delta t$



↳ $\vec{L}$的方向朝$\vec{\tau}$的方向轉 ⇒ 進動

進動角速度 ⇒ $\Omega=\frac{MgR}{I\omega}$

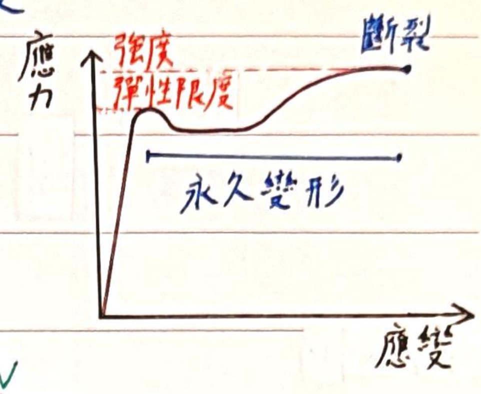
Date / / No.

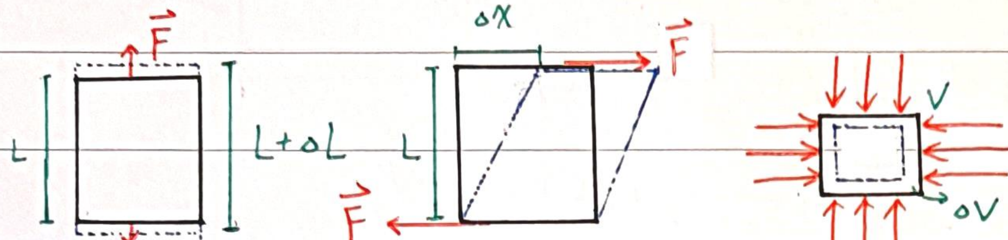
彈性

剛體是一種可以忽略形變的物質，但事實上，受到一應力作用時還是會產生形變。

↳ 應力 = 彈性模量 × 應變

↳ 應力 = F/A，應變 = $\Delta L/L$ (比例)





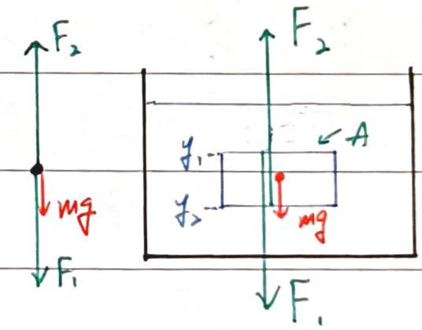
↳張力/壓力　↳剪力　↳液壓

↳ $\frac{F}{A} = E\frac{\Delta L}{L}$　↳ $\frac{F}{A} = G\frac{\Delta x}{L}$　↳ $P = \rho g h = B\frac{\Delta V}{V}$

橢圓軌道衛星

總能只和半長軸有關 ⇒ $E = -\frac{GMm}{2a}$，a為半長軸

液體壓力



靜力平衡 ⇒ $F_2 = F_1 + mg$

↳ $\frac{F_2}{A} = \frac{F_1}{A} + \frac{mg}{A}$

$P_2 = P_1 + \rho g(y_1 - y_2)$

→ 當y_1 = 液面，$(y_1 - y_2)$為h ⇒ $P = P_0 + \rho g h$，P_0為氣壓

氣體壓力

$P = P_0 - \rho_{air} g h$，ρ_{air}為空氣密度

表壓力

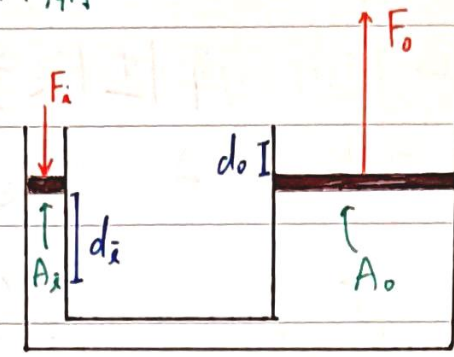
表壓力為測得的壓力 ⇒ $P_g = P - P_0 = \rho g h$

帕斯卡原理

壓力變化會影響到容器和流體的每一個部分

⇒ 任一點的壓力變化和深度無關

液壓槓桿



帕斯卡原理 ⇒ 任一點 $\Delta p = \frac{F}{A}$

$\Delta p = \frac{F_i}{A_i} = \frac{F_o}{A_o} \Rightarrow F_o = F_i \frac{A_o}{A_i}$

$A_i d_i = A_o d_o \Rightarrow d_o = d_i \frac{A_i}{A_o}$

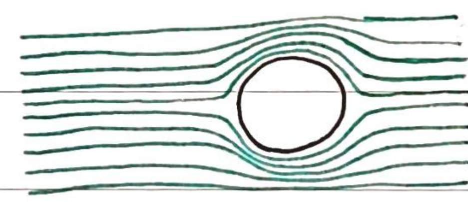
輸出功 $W_o = F_o d_o = F_i \left(\frac{A_o}{A_i}\right) d_i \left(\frac{A_i}{A_o}\right) = F_i d_i$

↳ F_i 做功不變，但可以藉由較小的 F_i 施較大的力

⇒ 省力槓桿

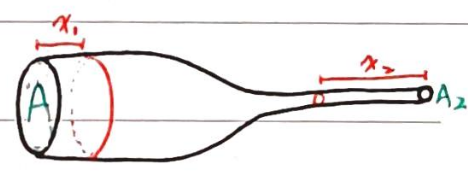
理想流體

1. 任一點的速率不變
2. 不可壓縮 ⇒ 密度不變
3. 無黏滯性 ⇒ 無摩擦力
4. 任一點不會轉動



↳任兩線不相交

連續性

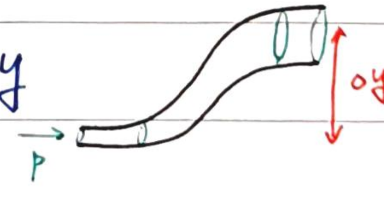


$A_1 x_1 = A_2 x_2 \Rightarrow A_1 v_1 = A_2 v_2 = R_v$

↳ 定值

若密度相同 ⇒ $\rho A v = R_m$

白努力定律



功-動能定理 ⇒ $F\Delta x = \frac{F}{A} \cdot V = \frac{1}{2}mv^2 + mgy$

$\Rightarrow P + \frac{1}{2}\rho v^2 + \rho g y =$ 定值

Date / / No.

簡諧運動

$x(t) = R\cos(\omega t + \phi)$，$\phi$為$t=0$時的角位移

$v(t) = -R\omega \sin(\omega t + \phi) = -V_{max}\sin(\omega t + \phi)$

$a(t) = -R\omega^2 \cos(\omega t + \phi) = -a_{max}\cos(\omega t + \phi) = -\omega^2 x(t)$

$F = -kx = -m\omega^2 x \Rightarrow k = m\omega^2$

$U(t) = \frac{1}{2}kR^2\cos^2(\omega t + \phi)$

$K(t) = \frac{1}{2}kR^2\sin^2(\omega t + \phi)$

$\rightarrow E(t) = \frac{1}{2}kR^2$

角簡諧運動

↳ 扭擺

$\tau = -\kappa\theta$，κ (kappa) 為扭力常數

$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{\kappa}}$

單擺

$\tau = -L(W\sin\theta) = I\alpha$

↳ $\alpha = -\frac{mgL\sin\theta}{I} \Rightarrow \theta$在$5^\circ$之內近似於$\sin\theta \Rightarrow \alpha = -\frac{mgL}{I}\theta$

$\begin{cases} a_{SHM}(t) = -\omega^2 x(t) \\ \alpha_{Pendulum} = -\frac{mgL}{I}\theta \end{cases} \rightarrow \omega_{Pendulum} = \sqrt{\frac{mgL}{I}} \Rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mgL}}$

↳ 若 $I = mL^2 \Rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$ ⇒可藉由單擺求得重力場強度

阻尼震盪

阻尼

若阻力 $F_d = bv$，b為阻尼常數

$-bv - kx = ma \Rightarrow m\frac{d^2x}{dt^2} + b\frac{dx}{dt} + kx = 0$

↳ $x(t) = Re^{-\frac{bt}{2m}}\cos(\omega' t + \phi)$，$\omega' = \sqrt{\frac{k}{m} - \frac{b^2}{4m^2}}$

↳ $E(t) \approx \frac{1}{2}kR^2 e^{-\frac{bt}{2m}}$

共振

每個系統都有其自然的角頻率，而當外界的角頻率和其自然角頻率相同時，則會共振

橫波

$y(x,t)=y_m\sin(kx-\omega t)$，$y_m$為振幅，k為波數(每2π長度內振動的次數)，ω為角頻率

$k=\frac{2\pi}{\lambda}$，$\omega=\frac{2\pi}{T}$，$f=\frac{1}{T}=\frac{2\pi}{\omega}$

$v=f\lambda=\frac{\lambda}{T}=\frac{\omega}{k}$

$v_y=-y_m\omega\cos(kx-\omega t)$，垂直速度最大值為$y_m\omega$

繩波波速 $v=\sqrt{\frac{\tau}{\mu}}$ ⇒ μ為線性密度$\frac{m}{l}$，τ為張力

↳繩波波速完全由介質決定，和頻率無關

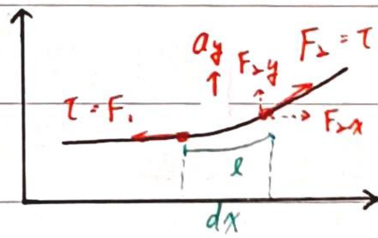
橫波動能 $dK=\frac{1}{2}dm\,v_y^2 \Rightarrow \frac{1}{2}(\mu dx)\omega^2y_m^2\cos^2(kx-\omega t)$

↳平均動能 $\left(\frac{dK}{dt}\right)_{avg}=\frac{1}{4}\mu v\omega^2y_m^2$ → $\frac{dE}{dt}=\underbrace{2}_{K+U}\cdot\frac{1}{4}\mu v\omega^2y_m^2$

震動的物體平均動能和位能相同

↳ $P=\frac{1}{2}\mu v\omega^2y_m^2$，對所有的波有效

波動方程式



假設繩傾斜角度很小，$l\to dx$

$F_{2y}-F_{1y}=dm\,a_y$ ⇒牛頓運動定律 …①

$S_2=\frac{F_{2y}}{F_{2x}}$，$S_1=\frac{F_{1y}}{F_{1x}}$，$\tau=F_2\to F_{2x}$，$\tau=F_1\to F_{1x}$

↳ $F_{2y}=\tau S_2$，$F_{1y}=\tau S_1$，$S_2-S_1=dS$，$S=\frac{dy}{dx}$

① ⇒ $\tau S_2-\tau S_1=(\mu dx)\frac{d^2y}{dt^2} \Rightarrow \frac{d^2y}{dx^2}=\frac{1}{v^2}\frac{d^2y}{dt^2}$ ⇒波動方程式