Método de Arranjo

Metodo para grupo.

É possivel dar: nota 1 para criterio mais importante

nota 2 para criterio menos importante

...

nota q para criterio com importancia minima

Essas notas são transformadas da seguinte forma.

O criterio com nota 1 recebe "q".

O criterio com nota 2 recebe "$q-1$".

⋮

O ultimo criterio q recebe "1"

Se sabemos grau j_p^z para criterio p, na opinião de especialista z, é possivel usar

$$\lambda_p = \frac{\sum_{z=1}^{\ell} j_p^z}{\sum_{p=1}^{q} \sum_{z=1}^{\ell} j_p^z}, \quad p=1,\dots,q. \qquad (*)$$

Exemplo. $q=4$, $l=3$

p	$r=1$	$r=2$	$r=3$
1	4	3	4
2	1	2	1
3	2	1	3
4	3	4	2

p	$r=1$	$r=2$	$r=3$
1	1	2	1
2	4	3	4
3	3	4	2
4	2	1	3

$$\lambda_1 = \frac{1+2+1}{1+2+1+4+3+4+3+4+2+2+1+3} = \frac{4}{30} = 0{,}133$$

$$\lambda_2 = \frac{4+3+4}{30} = \frac{11}{30} = 0{,}367$$

$$\lambda_3 = \frac{3+4+2}{30} = \frac{9}{30} = 0{,}300$$

$$\lambda_4 = \frac{2+1+3}{30} = \frac{6}{30} = 0{,}200$$

Metodo de Determinação das Notas

Pode ser usada a escala 0 - 10.
O especialista pode dar notas h_p^z que são frações, pode dar iguais para diferentes critérios.

É possível usar (*), se considerar

$$j_p^z = \frac{h_p^z}{\sum_{p=1}^{q} h_p^z}.$$

Exemplo.

$$h_p^z \quad \begin{array}{cccc} p & z=1 & z=2 & z=3 \\ 1 & 2 & 4 & 2 \\ 2 & 8 & 6 & 8 \\ 3 & 7 & 9 & 4 \\ 4 & 5 & 1 & 6 \end{array} \Rightarrow j_p^z \quad \begin{array}{cccc} p & z=1 & z=2 & z=3 \\ 1 & 0{,}09 & 0{,}20 & 0{,}10 \\ 2 & 0{,}36 & 0{,}30 & 0{,}40 \\ 3 & 0{,}32 & 0{,}45 & 0{,}20 \\ 4 & 0{,}23 & 0{,}05 & 0{,}30 \end{array}$$

$$\lambda_1 = \frac{0{,}09+0{,}20+0{,}10}{0{,}09+0{,}20+0{,}10+0{,}36+0{,}30+0{,}40+0{,}32+0{,}45+0{,}20+0{,}23+0{,}05+0{,}30} = \frac{0{,}39}{3} = 0{,}13$$

$$\lambda_2 = \frac{0{,}36+0{,}30+0{,}40}{3} = \frac{1{,}06}{3} = 0{,}35$$

$$\lambda_3 = \frac{0{,}32+0{,}45+0{,}20}{3} = \frac{0{,}97}{3} = 0{,}32$$

$$\lambda_4 = \frac{0{,}23+0{,}05+0{,}30}{3} = \frac{0{,}58}{3} = 0{,}19$$

Metodo de Comparações Duplas

Deve ser construida matriz

$$B = [b_{pl}], \quad p, l = 1, \ldots, q.$$

$$b_{pl} = \frac{\lambda_p}{\lambda_l} \longrightarrow b_{lp} = \frac{1}{b_{pl}} = \frac{\lambda_l}{\lambda_p}$$

Exemplo.

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 5 & 10 \\ 0{,}2 & 1 & 2 \\ 0{,}1 & 0{,}5 & 1 \end{bmatrix}$$

Se temos matriz B, então

$$\lambda_p = \frac{\sum_{l=1}^{q} b_{pl} \lambda_l}{q}$$

$$\begin{array}{c|cccc|} & \lambda_1 & \lambda_2 & \ldots & \lambda_q \\ \hline \lambda_1 & \frac{\lambda_1}{\lambda_1} & \frac{\lambda_1}{\lambda_2} & \ldots & \frac{\lambda_1}{\lambda_q} \\ \lambda_2 & \frac{\lambda_2}{\lambda_1} & \frac{\lambda_2}{\lambda_2} & \ldots & \frac{\lambda_2}{\lambda_q} \\ \vdots & & & & \\ \lambda_q & \frac{\lambda_q}{\lambda_1} & \frac{\lambda_q}{\lambda_2} & \ldots & \frac{\lambda_q}{\lambda_q} \\ \hline \end{array}$$

$$\lambda_2 = \frac{\frac{\lambda_2}{\lambda_1}\lambda_1 + \frac{\lambda_2}{\lambda_2}\lambda_2 + \ldots + \frac{\lambda_2}{\lambda_q}\lambda_q}{q}$$

$$\lambda_p = \frac{\sum_{l=1}^{q} b_{pl} \lambda_l}{q}$$

$$\Downarrow$$

$$\sum_{l=1}^{q} b_{pl} \lambda_l = q \lambda_p$$

$$\Downarrow$$

$$B\lambda = q \lambda$$

$$\Downarrow$$

$$(B - q I)\lambda = 0$$

I é a matriz identidade.

Se sabemos matriz B, é necessário resolver a última equação para achar o vetor λ.
É possível mostrar, que o rank é igual 1 e autovalor é q. Todos os outros autovalores são iguais 0.
Na realidade, elementos b_{pl} não são grandezas exatas, mas são estimativas de especialistas. A propriedade

$b_{pl} \cdot b_{lm} = b_{pm}$ não é observada.

Então, é necessário considerar

$$(B - \nu_1 I)\lambda = 0$$

onde $\nu_1 = q$.

A diferença $\nu_1 - q$ pode ser considerada como indicar de coordenação das avaliações (transitividade): se ν_1 é perto de q, então λ pode ser considerado como o vetor de coeficientes da importância.

A pessoa deve indicar:

a) que função objetivo é mais importante;

b) a percepção de intensidade da diferença com utilização da escala:

Estimativa da qualidade	Grau
– Significância idêntica	1
– Superioridade fraca	3
– Superioridade forte	5
– Superioridade Evidente	7
– Superioridade absoluta	9

Exemplo

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 5 & 6 & 7 \\ 0,2 & 1 & 4 & 6 \\ 0,17 & 0,25 & 1 & 4 \\ 0,14 & 0,17 & 0,25 & 1 \end{bmatrix}$$

Inicio, por exemplo $y = [1 \; 1 \; 1 \; 1]$

y	By	B^2y	B^3y	B^4y	B^5y	B^6y
					10530,96	47830,61
1	19	119,04	521,88	2311,53	4077,70	18457,00
1	11,2	46,44	194,01	894,03	1993,91	8805,37
1	5,52	19,69	93,44	430,77	749,67	3405,19
1	1,56	7,50	36,98	166,38		

4,55	4,54
4,56	4,53
4,51	4,53
4,51	4,54

$$V_1 = \frac{\sum_{p=1}^{q} y_p^{(m+1)}}{\sum_{p=1}^{q} y_p^{(m)}} = \frac{78496,67}{17302,24} = 4,54$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 & 8 \\ 0,5 & 1 & 2 & 4 \\ 0,25 & 0,5 & 1 & 2 \\ 0,125 & 0,25 & 0,5 & 1 \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} 1 & 8 & 4 & 2 \\ 0,125 & 1 & 2 & 4 \\ 0,25 & 0,5 & 1 & 8 \\ 0,5 & 0,25 & 0,125 & 1 \end{bmatrix}$$

$q = 4, \; V_1 = 4$