Metodo de Multiplicadores de Lagrange

Não permite levar em consideração Rs diretas e Rs funcionais desigualdades.

$$F(x) = F(x_1, \ldots, x_n) \to \underset{x \in \Omega}{\text{extr}} \qquad (1)$$

onde Ω e definida pelas Rs:

$$g_j(x_1, \ldots, x_n) = b_j, \quad j = 1, \ldots, m. \qquad (2)$$

Introduzimos um vetor de multiplicadores de Lagrange

$$\lambda = (\lambda_1, \ldots, \lambda_m). \qquad (3)$$

Construimos a função de Lagrange

$$\phi(x, \lambda) = \phi(x_1, \dots, x_n, \lambda_1, \dots, \lambda_m) = \tag{4}$$

$$= F(x_1, \dots, x_n) + \sum_{j=1}^{m} \lambda_j \left[g_j(x_1, \dots, x_n) - b_j \right]$$

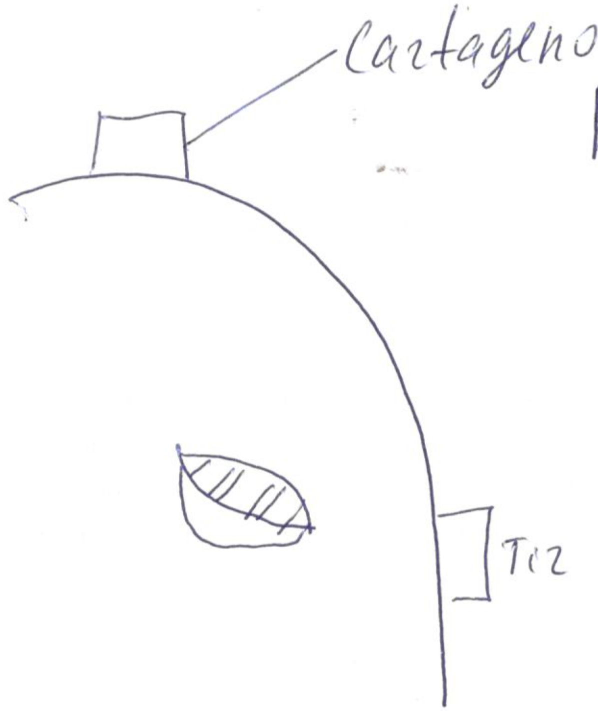
Construimos derivadas:

$$\frac{\partial \phi(x, \lambda)}{\partial x_i} = 0, \quad i = 1, \dots, n \tag{5}$$

$$\frac{\partial \phi(x, \lambda)}{\partial \lambda_j} = 0, \quad j = 1, \dots, m \tag{6}$$

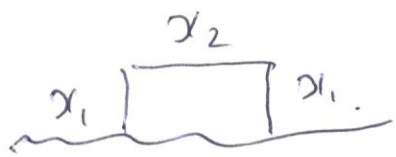
$$\downarrow$$

$$g_j(x_1, \dots, x_n) - b_j = 0 \tag{7}$$



Problema da Didona

Rainha de Tiro



$$F(x_1, x_2) = x_1 \cdot x_2$$

$$2x_1 + x_2 = p$$

$$\Downarrow$$

$$2x_1 + x_2 - p = 0$$

$$\Phi(x, \lambda) = \Phi(x_1, x_2, \lambda) =$$

$$= x_1 x_2 + \lambda [2x_1 + x_2 - p]$$

$$\frac{\partial \Phi(x_1, x_2, \lambda)}{\partial x_1} = x_2 + 2\lambda = 0$$

$$\frac{\partial \Phi(x_1, x_2, \lambda)}{\partial x_2} = x_1 + \lambda = 0$$

$$\partial \Phi(x_1, x_2, \lambda) \quad 2x_1 + x_2 - p = 0$$

2"

$x_2 = -2\lambda$

$x_1 = -\lambda$

$-2\lambda - 2\lambda = p$

$-4\lambda = p$

$\lambda = -\frac{p}{4}$

$x_1 = \frac{p}{4}$

$x_2 = \frac{p}{2}$.

Alocaçao de Carga Reativa entre Maquinas Sincronas

Perdas em Maquina Sincrona:

$$\Delta P = \frac{D_1}{Q_n} Q + \frac{D_2}{Q_n^{\,2}} Q^2 \qquad (8)$$

$Q_{n1} = 0{,}633$ Mvar

$Q_{n2} = 0{,}511$ Mvar

$Q_{n3} = 1{,}020$ Mvar

$D_{11} = 0{,}00474$ MW

$D_{21} = 0{,}00661$ MW

$D_{31} = 0{,}00992$ MW

$D_{21} = 0{,}00442$ MW

$D_{22} = 0{,}00556$ MW

$D_{23} = 0{,}00829$ MW

$$\Delta P_1 = \frac{0{,}00474}{0{,}633} Q_1 + \frac{0{,}00442}{0{,}633^2} Q_1^2 = \qquad (9)$$

$$= 0{,}00749\, Q_1 + 0{,}01104\, Q_1^2$$

$$\Delta P_2 = \frac{0{,}00661}{0{,}511} Q_2 + \frac{0{,}00556}{0{,}511^2} Q_2^2 = \qquad (10)$$

$$= 0{,}01294\, Q_2 + 0{,}02244\, Q_2^2$$

$$\Delta P_3 = \frac{0{,}00992}{1{,}020} Q_3 + \frac{0{,}00829}{1{,}020^2} Q_3^2 = \qquad (11)$$

$$= 0{,}00973\, Q_3 + 0{,}00797\, Q_3^2$$

---

problema è:

$$F(x_1, x_2, x_3) = 0{,}00749\, x_1 + 0{,}01104\, x_1^2 + \qquad (12)$$

$$+ 0{,}01294\, x_2 + 0{,}02244\, x_2^2 + 0{,}00973\, x_3 + 0{,}00797\, x_3^2 \to \text{min}$$

$$0 \le x_1 \le 0{,}6 \qquad (13)$$

$$0 \le x_2 \le 0{,}5 \qquad (14)$$

$$0 \le x_3 \le 1{,}2 \qquad (15)$$

$$x_1 + x_2 + x_3 = 1{,}8 \qquad (16)$$

$$x_i \ge 0, \quad i = 1, 2, 3 \qquad (17)$$

Na primeira etapa, ignoramos Rs diretas. Se o resultado de solução satisfaz as Rs diretas, então a solução final é obtida. Se valores das variaveis não entram em Rs diretas, então usamos a abordagem de relaxamento.

Primeira Etapa

Minimizamos (12) com consideração (16). Construimos a função de Lagrange:

$$\phi(x,\lambda) = \phi(x_1, x_2, x_3, \lambda) =$$

$$= 0{,}00749 x_1 + 0{,}01104 x_1^2 + 0{,}01294 x_2 + 0{,}00224 x_2^2 +$$
$$+ 0{,}00973 x_3 + 0{,}00797 x_3^2 + \lambda(x_1 + x_2 + x_3 - 1{,}8). \qquad (18)$$

Temos

$$\frac{\partial \phi(x,\lambda)}{\partial x_1} = 0{,}00749 + 0{,}002208 x_1 + \lambda = 0 \qquad (19)$$

$$\frac{\partial \phi(x,\lambda)}{\partial x_2} = 0{,}01294 + 0{,}04488 x_2 + \lambda = 0 \qquad (20)$$

$$\frac{\partial \phi(x,\lambda)}{\partial x_3} = 0{,}00973 + 0{,}01594 x_3 + \lambda = 0 \qquad (21)$$

$$\frac{\partial \phi(x,\lambda)}{\partial \lambda} = x_1 + x_2 + x_3 - 1{,}8 = 0 \qquad (22)$$

A solução é

$$x_1^0 = 0{,}716$$

$$x_2^0 = 0{,}231$$

$$x_3^0 = 0{,}0853$$

$$\overline{\phantom{0{,}0853000}}$$

$$1{,}800.$$

Entretanto $x_1^0 = 0{,}716 > 0{,}6$ (olhar (13)).

Por isso, usamos o relaxamento,

colocando $x_1 = 0{,}6$ (fixamos na fronteira)

$$\Phi(x,\lambda) = \Phi(x_2, x_3, \lambda) =$$

$$= 0{,}01294\,x_2 + 0{,}02244\,x_2^2 + 0{,}00973\,x_3 + $$
$$+ 0{,}00797\,x_3^2 + \lambda\,(x_2 + x_3 - 1{,}2) \qquad (23)$$

Temos

$$\frac{\partial \Phi(x,\lambda)}{\partial x_2} = 0{,}01294 + 0{,}04488\,x_2 + \lambda = 0 \qquad (24)$$

$$\frac{\partial \Phi(x,\lambda)}{\partial x_3} = 0{,}00973 + 0{,}01594\,x_3 + \lambda = 0 \qquad (25)$$

$$\frac{\partial \Phi(x,\lambda)}{\partial \lambda} = x_2 + x_3 - 1{,}2 = 0 \qquad (26)$$

A solução é

$$x_1^0 = 0{,}6$$
$$x_2^0 = 0{,}262$$
$$x_3^0 = 0{,}938 \qquad \text{OK!}$$
$$\overline{1{,}800}$$