

Całkowanie funkcji wymiernych — metoda ułamków prostych

Zadanie 1. Ustalenie postaci rozkładu na ułamki proste

Dla każdej z poniższych funkcji ustal postać rozkładu na ułamki proste *bez wyznaczania współczynników*.

$$1. \frac{3x + 1}{(x - 2)(x + 1)}$$

$$2. \frac{5x - 4}{(x - 1)^2(x + 2)}$$

$$3. \frac{2x^2 + 1}{(x + 3)(x^2 + 1)}$$

$$4. \frac{x}{(x - 1)(x + 1)^2}$$

$$5. \frac{4x + 7}{(x - 2)^3}$$

$$6. \frac{x^2 + 2}{(x + 1)(x^2 + 4)}$$

$$7. \frac{6x - 1}{(x - 3)(x^2 + 1)}$$

$$8. \frac{x + 5}{(x + 2)^2(x - 1)}$$

$$9. \frac{2x^2 + x + 1}{(x - 1)^2(x^2 + 1)}$$

$$10. \frac{1}{(x + 1)(x + 2)(x + 3)}$$

Zadanie 2. Wyznaczenie współczynników ułamków prostych

Dla każdej z poniższych funkcji wykonaj rozkład na ułamki proste i *wyznacz współczynniki*, rozwiązujeając odpowiedni układ równań.

$$1. \frac{3x + 1}{(x - 2)(x + 1)}$$

$$2. \frac{5x - 4}{(x - 1)^2(x + 2)}$$

$$3. \frac{2x^2 + 1}{(x+3)(x^2+1)}$$

$$4. \frac{x}{(x-1)(x+1)^2}$$

$$5. \frac{4x+7}{(x-2)^3}$$

$$6. \frac{x^2+2}{(x+1)(x^2+4)}$$

$$7. \frac{6x-1}{(x-3)(x^2+1)}$$

$$8. \frac{x+5}{(x+2)^2(x-1)}$$

$$9. \frac{2x^2+x+1}{(x-1)^2(x^2+1)}$$

$$10. \frac{1}{(x+1)(x+2)(x+3)}$$

Zadanie 3. Obliczenie całki

Oblicz poniższe całki, stosując rozkład na ułamki proste.

$$1. \int \frac{3x+1}{(x-2)(x+1)} dx$$

$$2. \int \frac{5x-4}{(x-1)^2(x+2)} dx$$

$$3. \int \frac{2x^2+1}{(x+3)(x^2+1)} dx$$

$$4. \int \frac{x}{(x-1)(x+1)^2} dx$$

$$5. \int \frac{4x+7}{(x-2)^3} dx$$

$$6. \int \frac{x^2+2}{(x+1)(x^2+4)} dx$$

$$7. \int \frac{6x-1}{(x-3)(x^2+1)} dx$$

$$8. \int \frac{x+5}{(x+2)^2(x-1)} dx$$

$$9. \int \frac{2x^2 + x + 1}{(x - 1)^2(x^2 + 1)} dx$$

$$10. \int \frac{1}{(x + 1)(x + 2)(x + 3)} dx$$