

Kolokwium grupowe z pochodnych - 09.12.2025

Zadanie 1 Udowodnij następującą równość:

$$2\arctg(x) + \arcsin \frac{2x}{1+x^2} = \pi \quad (49)$$

dla $x \geq 1$.

Zadanie 2 Wykaż, że dla $x > 0$ zachodzi:

$$0 < \sqrt[3]{1+x} - 1 - \frac{1}{3}x + \frac{1}{9}x^2 < \frac{5}{81}x^3 \quad (50)$$

Zadanie 3 Zbadaj przebieg zmienności i narysuj wykres funkcji:

$$f(x) = \frac{e^x}{x+1} \quad (51)$$

Zadanie 4 Policz granicę:

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\sqrt[3]{\tg(x)} - 1}{2 \sin^2 x - 1} \quad (52)$$

Zadanie 5 Udowodnij że nierówność:

$$2x\arctg(x) \geq \ln(1+x^2) \quad (53)$$

zachodzi dla wszystkich $x \in \mathbb{R}$

Zadanie 6 Pokaż, że równanie $x^3 + x - 3 = 0$ ma dokładnie jedno rozwiązanie na przedziale $(1, 2)$