

Całkowanie funkcji wymiernych — metoda ułamków prostych

Zadanie 1. Ustalenie postaci rozkładu na ułamki proste

Dla każdej z poniższych funkcji ustal postać rozkładu na ułamki proste *bez wyznaczania współczynników*.

1. $\frac{3x + 1}{(x - 2)(x + 1)}$

2. $\frac{5x - 4}{(x - 1)^2(x + 2)}$

3. $\frac{2x^2 + 1}{(x + 3)(x^2 + 1)}$

4. $\frac{x}{(x - 1)(x + 1)^2}$

5. $\frac{4x + 7}{(x - 2)^3}$

6. $\frac{x^2 + 2}{(x + 1)(x^2 + 4)}$

7. $\frac{6x - 1}{(x - 3)(x^2 + 1)}$

8. $\frac{x + 5}{(x + 2)^2(x - 1)}$

9. $\frac{2x^2 + x + 1}{(x - 1)^2(x^2 + 1)}$

10. $\frac{1}{(x + 1)(x + 2)(x + 3)}$

Zadanie 2. Wyznaczenie współczynników ułamków prostych

Dla każdej z poniższych funkcji wykonaj rozkład na ułamki proste i *wyznacz współczynniki*, rozwiązując odpowiedni układ równań.

1. $\frac{3x + 1}{(x - 2)(x + 1)}$

2. $\frac{5x - 4}{(x - 1)^2(x + 2)}$

3. $\frac{2x^2 + 1}{(x + 3)(x^2 + 1)}$
4. $\frac{x}{(x - 1)(x + 1)^2}$
5. $\frac{4x + 7}{(x - 2)^3}$
6. $\frac{x^2 + 2}{(x + 1)(x^2 + 4)}$
7. $\frac{6x - 1}{(x - 3)(x^2 + 1)}$
8. $\frac{x + 5}{(x + 2)^2(x - 1)}$
9. $\frac{2x^2 + x + 1}{(x - 1)^2(x^2 + 1)}$
10. $\frac{1}{(x + 1)(x + 2)(x + 3)}$

Zadanie 3. Obliczenie całki

Oblicz poniższe całki, stosując rozkład na ułamki proste.

1. $\int \frac{3x + 1}{(x - 2)(x + 1)} dx$
2. $\int \frac{5x - 4}{(x - 1)^2(x + 2)} dx$
3. $\int \frac{2x^2 + 1}{(x + 3)(x^2 + 1)} dx$
4. $\int \frac{x}{(x - 1)(x + 1)^2} dx$
5. $\int \frac{4x + 7}{(x - 2)^3} dx$
6. $\int \frac{x^2 + 2}{(x + 1)(x^2 + 4)} dx$
7. $\int \frac{6x - 1}{(x - 3)(x^2 + 1)} dx$
8. $\int \frac{x + 5}{(x + 2)^2(x - 1)} dx$

9. $\int \frac{2x^2 + x + 1}{(x - 1)^2(x^2 + 1)} dx$

10. $\int \frac{1}{(x + 1)(x + 2)(x + 3)} dx$