

# Zadania zaliczeniowe Matematyka dla Chemików - semestr zimowy

1. Narysować wykres funkcji  $f(x) = x^2 e^x$
2. Narysować wykres funkcji  $f(x) = x \ln x$
3. Narysować wykres funkcji  $f(x) = x + \frac{1}{x}$
4. Pokazać, że funkcja  $f(x) = xe^{-x^2}$  jest różnowartościowa na przedziale  $(\frac{1}{\sqrt{2}}, \infty)$
5. Udowodnić, że dla  $x \in \mathbb{R}$  spełniona jest nierówność:

$$2x \cdot \arctg(x) \geq \ln(1 + x^2) \quad (91)$$

6. Pokazać, że dla  $x \geq 1$

$$2\arctg(x) + \arcsin \frac{2x}{1+x^2} = \pi \quad (92)$$

7. Znaleźć punkty przegięcia funkcji  $f(x) = x^2 \ln(x)$ .
8. Pokazać, że jeśli  $a$  jest pierwiastkiem wielokrotnym wielomianu  $W(x)$  to jest też pierwiastkiem pochodnej  $W'(x)$
9. Rozwinąć w szereg potęgowy funkcję  $f(x) = \ln(1 + x^2)$  wokół punktu  $x = 0$ . Jaki jest promień zbieżności powstałego szeregu?
10. Policzyć granicę:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln \cos x}{x^2} \quad (93)$$

11. Policzyć granicę:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \cos \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2^2} \cos \frac{x}{2^3} \cdot \dots \cdot \cos \frac{x}{2^n} \quad (94)$$

12. Policzyć całkę nieoznaczoną:

$$\int \sin^3 x dx \quad (95)$$

13. Policzyć całkę nieoznaczoną:

$$\int \frac{\sqrt{5 \ln x + 7}}{x} dx \quad (96)$$

14. Policzyć całkę nieoznaczoną:

$$\int \frac{\operatorname{ctg} x}{\ln(\sin x)} dx \quad (97)$$

15. Policzyć całkę oznaczoną:

$$\int_1^2 \frac{e^{1/x}}{x^2} dx \quad (98)$$

16. Policzyć długość krzywej danej równaniem:

$$f(x) = \ln(1 - x^2) \quad (99)$$

dla  $x \in [0, \frac{1}{2}]$

17. Policzyć pole figury wewnętrz krzywej danej równaniem  $y^2 = x^2 - x^4$

18. Policzyć całkę nieoznaczoną

$$\int \frac{x^2 - 3x + 2}{x^3 + 2x^2 + x} dx \quad (100)$$

19. Policzyć całkę nieoznaczoną

$$\int \frac{dx}{x^4 + x^2 + 1} \quad (101)$$

20. Pokazać, że jeśli funkcja  $f$  jest parzysta na przedziale  $[-a, a]$ , to zachodzi:

$$\int_{-a}^a f(x) dx = 2 \int_0^a f(x) dx \quad (102)$$