

# РОССИЙСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ДРУЖБЫ НАРОДОВ

## Факультет физико-математических и естественных наук

### Кафедра прикладной информатики и теории вероятностей

#### ОТЧЕТ ПО ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ № 2

#### ВАРИАНТ 6

Дисциплина: Математическое моделирование Выполнили: Нгуен Фыок Дат Номер студенческого билета : 1032195855 Группа: НФИбд-01-20

МОСКВА 2022 г.

**1. Цель работы** Изучить один из примеров построения математических моделей для выбора правильной стратегии при решении задач погона.

#### 2. Теоретическое описание задачи

Например, рассмотрим задачу преследования браконьеров береговой охраной. На море в тумане катер береговой охраны преследует лодку браконьеров. Через определенный промежуток времени туман рассеивается, и лодка обнаруживается на расстоянии  $k$  км от катера. Затем лодка снова скрывается в тумане и уходит прямолинейно в неизвестном направлении. Известно, что скорость катера в 2 раза больше скорости браконьерской лодки. Необходимо определить по какой траектории необходимо двигаться катеру, чтобы нагнать лодку.

#### Постановка задачи

1. Принимаем за  $t_0 = 0$ ,  $X_{l0} = 0$  - место нахождения лодки браконьеров в момент обнаружения,  $X_{k0} = k$  - место нахождения катера береговой охраны относительно лодки браконьеров в момент обнаружения лодки.
2. Введем полярные координаты. Считаем, что полюс - это точка обнаружения лодки браконьеров  $X_{l0}$ , а полярная ось  $r$  проходит через точку нахождения катера береговой охраны (рис. 5.1)

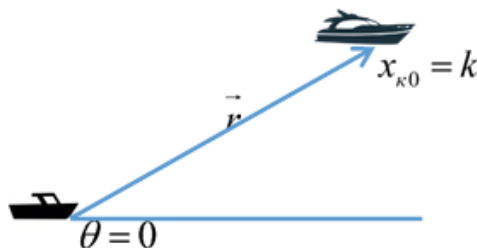


Рис.5.1. Положение катера и лодки в начальный момент времени

3. Траектория катера должна быть такой, чтобы и катер, и лодка все время были на одном расстоянии от полюса, только в этом случае траектория катера пересечется с траекторией лодки. Поэтому для начала катер береговой охраны должен двигаться некоторое время прямолинейно, пока не окажется на том же расстоянии от полюса,

что и лодка браконьеров. После этого катер береговой охраны должен двигаться вокруг полюса удаляясь от него с той же скоростью, что и лодка браконьеров.

4. Чтобы найти расстояние  $x$  (расстояние после которого катер начнет двигаться вокруг полюса), необходимо составить простое уравнение. Пусть через время  $t$  катер и лодка окажутся на одном расстоянии  $x$  от полюса. За это время лодка пройдет  $x$ , а катер  $k - x$  (или  $k + x$ , в зависимости от начального положения катера относительно полюса). Время, за которое они пройдут это расстояние, вычисляется как  $x / v$  или  $(k - x) / 2v$  (во втором случае  $(x + k) / 2v$ ). Так как время одно и то же, то эти величины одинаковы. Тогда неизвестное расстояние  $x$  можно найти из следующего уравнения:  $x/v = (k-v)/2v$  в первом случае или  $x/v = (x+k)/2v$  во втором. Отсюда мы найдем два значения  $x_1=k/3$  и  $x_2=k$ , задачу будем решать для двух случаев.
5. После того, как катер береговой охраны окажется на одном расстоянии от полюса, что и лодка, он должен сменить прямолинейную траекторию и начать двигаться вокруг полюса удаляясь от него со скоростью лодки  $v$ .

Для этого скорость катера раскладываем на две составляющие:  $v_r$  - радиальная скорость и  $v_t$  - тангенциальная скорость (рис. 2).

скорость - это скорость, с которой катер удаляется от полюса,

$$v = \frac{dr}{dt} \text{ Нам}$$

нужно, чтобы эта скорость была равна скорости лодки, поэтому полагаем

$$\frac{dr}{dt} = v.$$

Тангенциальная скорость - это линейная скорость вращения катера относительно полюса. Она равна произведению угловой скорости  $\frac{d\theta}{dt}$  на

$$\text{радиус } r, v_t = r \frac{d\theta}{dt}$$

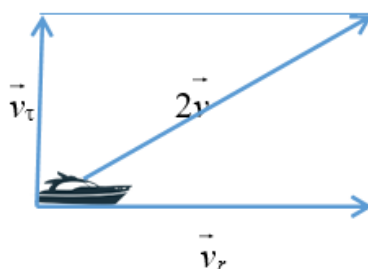


Рис. 5.2. Разложение скорости катера на тангенциальную и радиальную составляющие

Из рисунка видно:  $v_{\tau} = \sqrt{4v^2 - v^2} = \sqrt{3}v$  (учитывая, что радиальная скорость равна  $v$ ). Тогда получаем  $r \frac{d\theta}{dt} = \sqrt{3}v$

6. Решение исходной задачи сводится к решению системы из двух дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dr}{dt} = v \\ r \frac{d\theta}{dt} = \sqrt{3}v \end{cases} \text{ с начальными условиями } \begin{cases} \theta_0 = 0 \\ r_0 = x_1 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} \theta_0 = -\pi \\ r_0 = x_2 \end{cases}$$

Исключая из полученной системы производную по  $t$ , можно перейти к следующему уравнению:

$$\frac{dr}{d\theta} = \frac{r}{\sqrt{3}}$$

Начальные условия остаются прежними. Решив это уравнение, вы получите траекторию движения катера в полярных координатах.

### 3. Решение задачи. Реализация программы

На море в тумане катер береговой охраны преследует лодку браконьеров. Через определенный промежуток времени туман рассеивается, и лодка обнаруживается на расстоянии 6,3 км от катера. Затем лодка снова скрывается в тумане и уходит прямолинейно в неизвестном направлении. Известно, что скорость катера в 2,3 раза больше скорости браконьерской лодки. 1. Запишите уравнение, описывающее движение катера, с начальными условиями для двух случаев (в зависимости от расположения катера относительно лодки в начальный момент времени). 2. Постройте траекторию движения катера и лодки для двух случаев. 3. Найдите точку пересечения траектории катера и лодки **Решение**

1) У нас есть:

$$\frac{dr}{d\theta} = \frac{r}{\sqrt{3}}$$

Начальное условие для 1-го случая:

$$\frac{x_1}{v} = \frac{k-x_1}{2,3v}$$

$$X_1 = \frac{k}{3,3} = \frac{6,3}{3,3}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \theta_0=0 \\ r_0=63/33 \end{array} \right.$$

Начальное условие для 2-го случая:

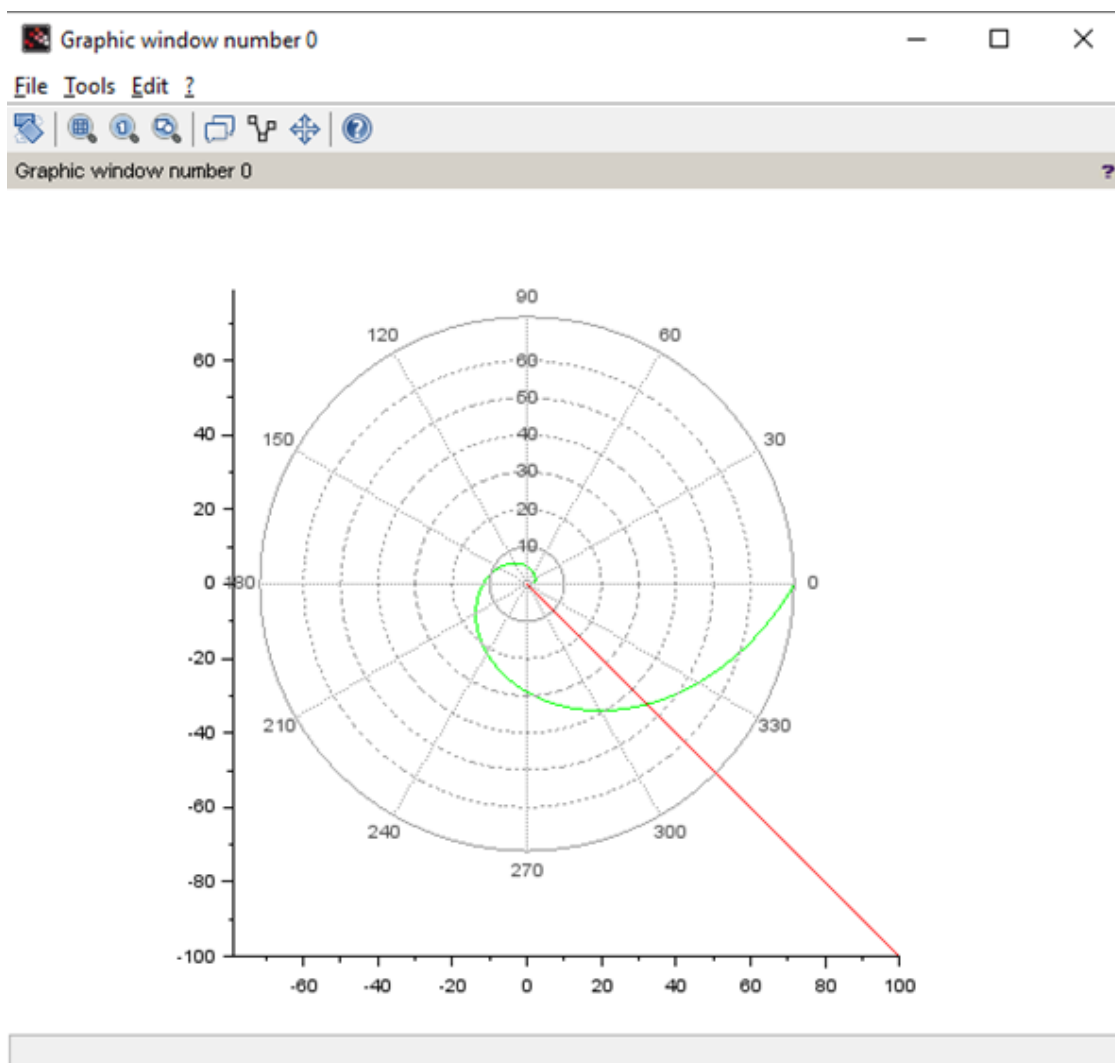
$$\frac{x_2}{v} = \frac{k+x_2}{2,3v}$$

$$X_2 = \frac{k}{1,3} = \frac{6,3}{1,3}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \theta_0=-\pi \\ r_0=63/13 \end{array} \right.$$

2)

\*Случай 1:



Код в Scilab:

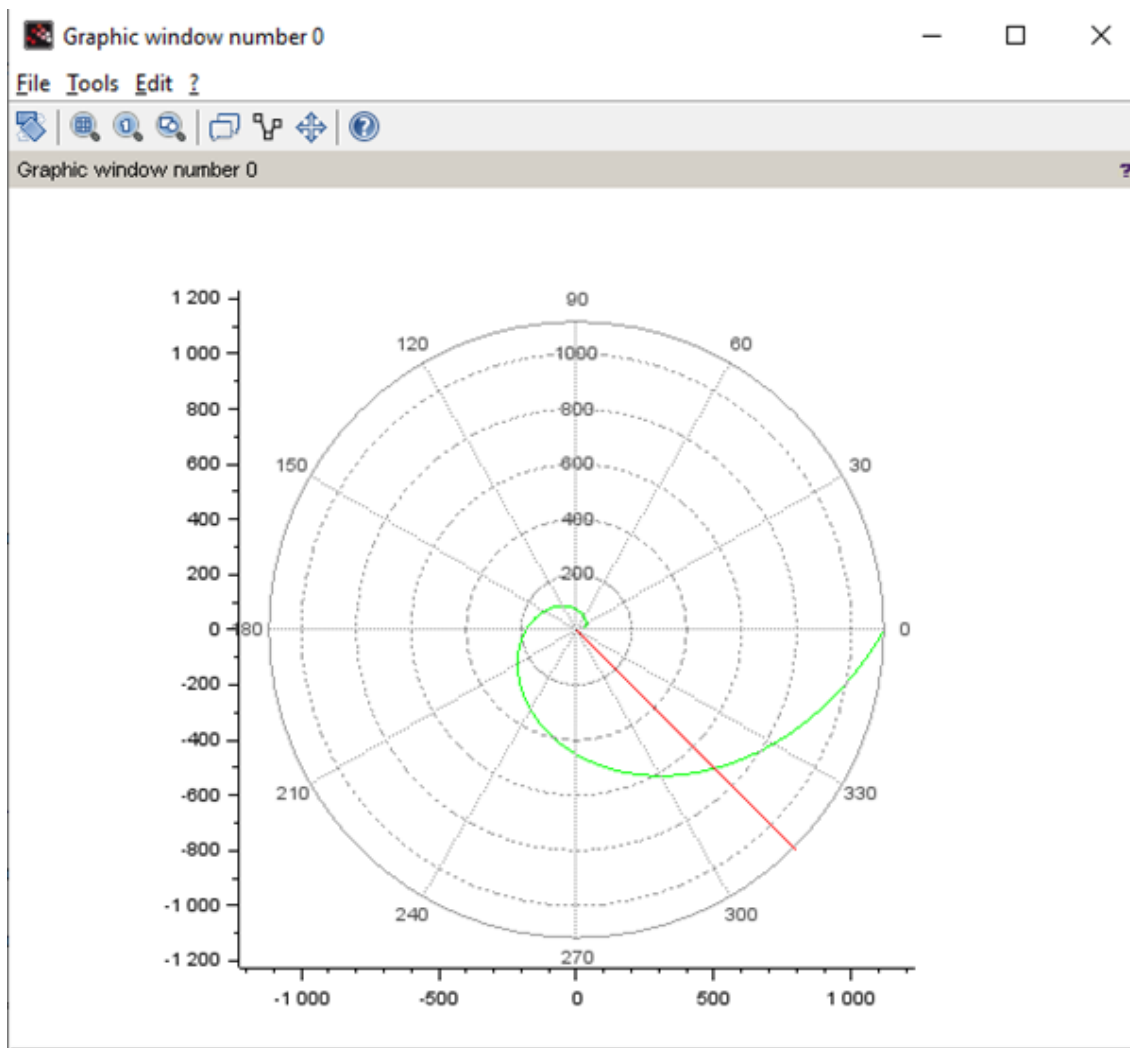
---

```

--> s=63/33;// начальное расстояние от лодки до катера
--> fi=3*pi/4;
--> //функция, описывающая движение катера береговой охраны
--> function dr=f(tetha, r)
    > dr=r/sqrt(3);
    > endfunction;
--> //начальные условия в случае 2
--> r0=s;
--> tetha0=0;
--> tetha=0:0.01:2*pi;
--> r=ode(r0,tetha0,tetha,f);
--> //функция, описывающая движение лодки браконьеров
--> function xt=f2(t)
    > xt=tan(fi)*t;
    > endfunction
--> t=0:1:100;
--> polarplot(tetha,r,style = color('green')); //построение траектории
--> движения катера в полярных координатах
Undefined variable: движения
--> plot2d(t,f2(t),style = color('red'));
--> |

```

\*Случай 2:



Код в Scilab:

```

--> s=63/13;// начальное расстояние от лодки до катера
--> fi=3*pi/4;
--> //функция, описывающая движение катера береговой охраны
--> function dr=f(tetha, r)
  > dr=r/sqrt(3);
  > endfunction;
--> //начальные условия в случае 2
--> r0=s;
--> tetha0=-pi;
--> tetha=0:0.01:2*pi;
--> r=ode(r0,tetha0,tetha,f);
--> //функция, описывающая движение лодки браконьеров
--> function xt=f2(t)
  > xt=tan(fi)*t;
  > endfunction
--> t=0:1:800;
--> polarplot(tetha,r,style = color('green')); //построение траектории
--> движения катера в полярных координатах
Undefined variable: движения
--> plot2d(t,f2(t),style = color('red'));
--> |

```

3)Координаты точки пересечения в полярных координатах:

Случай 1 :  $r \approx 32$  ;  $\theta \approx 315^\circ$

Случай 2 :  $r \approx 500$ ;  $\theta \approx 315^\circ$

**Выход:** Изучил и выполнил требования.