

РОССИЙСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ДРУЖБЫ НАРОДОВ

Факультет физико-математических и естественных наук

Кафедра прикладной информатики и теории вероятностей

ОТЧЕТ ПО ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ № 1

ВАРИАНТ 6

Дисциплина: Математическое моделирование Выполнили: Нгуен Фьюк Дат Номер студенческого билета : 1032195855 Группа: НФИбд-01-20

МОСКВА 2022 г.

1. Цель работы Изучить один из примеров построения математических моделей для выбора правильной стратегии при решении задач погона.

2. Теоретическое описание задачи

Например, рассмотрим задачу преследования браконьеров береговой охраной. На море в тумане катер береговой охраны преследует лодку браконьеров. Через определенный промежуток времени туман рассеивается, и лодка обнаруживается на расстоянии k км от катера. Затем лодка снова скрывается в тумане и уходит прямолинейно в неизвестном направлении. Известно, что скорость катера в 2 раза больше скорости браконьерской лодки. Необходимо определить по какой траектории необходимо двигаться катеру, чтобы нагнать лодку.

Постановка задачи

1. Принимаем за $t_0 = 0$, $X_{l0} = 0$ - место нахождения лодки браконьеров в момент обнаружения, $X_{k0} = k$ - место нахождения катера береговой охраны относительно лодки браконьеров в момент обнаружения лодки.
2. Введем полярные координаты. Считаем, что полюс - это точка обнаружения лодки браконьеров X_{l0} , а полярная ось r проходит через точку нахождения катера береговой охраны (рис. 5.1)

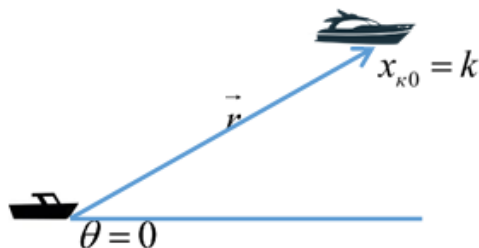


Рис.5.1. Положение катера и лодки в начальный момент времени

3. Траектория катера должна быть такой, чтобы и катер, и лодка все время были на одном расстоянии от полюса, только в этом случае траектория катера пересечется с траекторией лодки. Поэтому для начала катер береговой охраны должен двигаться некоторое время прямолинейно, пока не окажется на том же расстоянии от полюса,

что и лодка браконьеров. После этого катер береговой охраны должен двигаться вокруг полюса удаляясь от него с той же скоростью, что и лодка браконьеров.

4. Чтобы найти расстояние x (расстояние после которого катер начнет двигаться вокруг полюса), необходимо составить простое уравнение. Пусть через время t катер и лодка окажутся на одном расстоянии x от полюса. За это время лодка пройдет x , а катер $k - x$ (или $k + x$, в зависимости от начального положения катера относительно полюса). Время, за которое они пройдут это расстояние, вычисляется как x / v или $(k - x) / 2v$ (во втором случае $(x + k) / 2v$). Так как время одно и то же, то эти величины одинаковы. Тогда неизвестное расстояние x можно найти из следующего уравнения: $x/v = (k-v)/2v$ в первом случае или $x/v = (x+k)/2v$ во втором. Отсюда мы найдем два значения $x_1=k/3$ и $x_2=k$, задачу будем решать для двух случаев.
5. После того, как катер береговой охраны окажется на одном расстоянии от полюса, что и лодка, он должен сменить прямолинейную траекторию и начать двигаться вокруг полюса удаляясь от него со скоростью лодки v .

Для этого скорость катера раскладываем на две составляющие: v_r - радиальная скорость и v_t - тангенциальная скорость (рис. 2).

скорость - это скорость, с которой катер удаляется от полюса, $v = \frac{dr}{dt}$. Нам

нужно, чтобы эта скорость была равна скорости лодки, поэтому полагаем

$$\frac{dr}{dt} = v.$$

Тангенциальная скорость - это линейная скорость вращения катера относительно полюса. Она равна произведению угловой скорости $\frac{d\theta}{dt}$ на

радиус r , $v_t = r \frac{d\theta}{dt}$

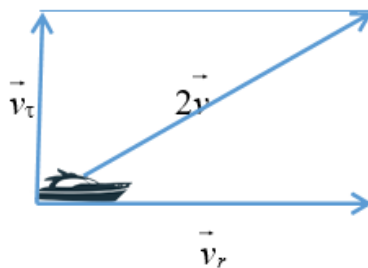


Рис. 5.2. Разложение скорости катера на тангенциальную и радиальную составляющие

Из рисунка видно: $v_{\tau} = \sqrt{4v^2 - v^2} = \sqrt{3}v$ (учитывая, что радиальная скорость равна v). Тогда получаем $r \frac{d\theta}{dt} = \sqrt{3}v$

6. Решение исходной задачи сводится к решению системы из двух дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dr}{dt} = v \\ r \frac{d\theta}{dt} = \sqrt{3}v \end{cases} \text{ с начальными условиями } \begin{cases} \theta_0 = 0 \\ r_0 = x_1 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} \theta_0 = -\pi \\ r_0 = x_2 \end{cases}$$

Исключая из полученной системы производную по t , можно перейти к следующему уравнению:

$$\frac{dr}{d\theta} = \frac{r}{\sqrt{3}}$$

Начальные условия остаются прежними. Решив это уравнение, вы получите траекторию движения катера в полярных координатах.

3. Решение задачи. Реализация программы

На море в тумане катер береговой охраны преследует лодку браконьеров. Через определенный промежуток времени туман рассеивается, и лодка обнаруживается на расстоянии 6,3 км от катера. Затем лодка снова скрывается в тумане и уходит прямолинейно в неизвестном направлении. Известно, что скорость катера в 2,3 раза больше скорости браконьерской лодки. 1. Запишите уравнение, описывающее движение катера, с начальными условиями для двух случаев (в зависимости от расположения катера относительно лодки в начальный момент времени). 2. Постройте траекторию движения катера и лодки для двух случаев. 3. Найдите точку пересечения траектории катера и лодки **Решение**

1) У нас есть:

$$\frac{dr}{d\theta} = \frac{r}{\sqrt{3}}$$

Начальное условие для 1-го случая:

$$\frac{x_1}{v} = \frac{k-x_1}{2,3v}$$

$$X_1 = \frac{k}{3,3} = \frac{6,3}{3,3}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \theta_0=0 \\ r_0=63/33 \end{array} \right.$$

Начальное условие для 2-го случая:

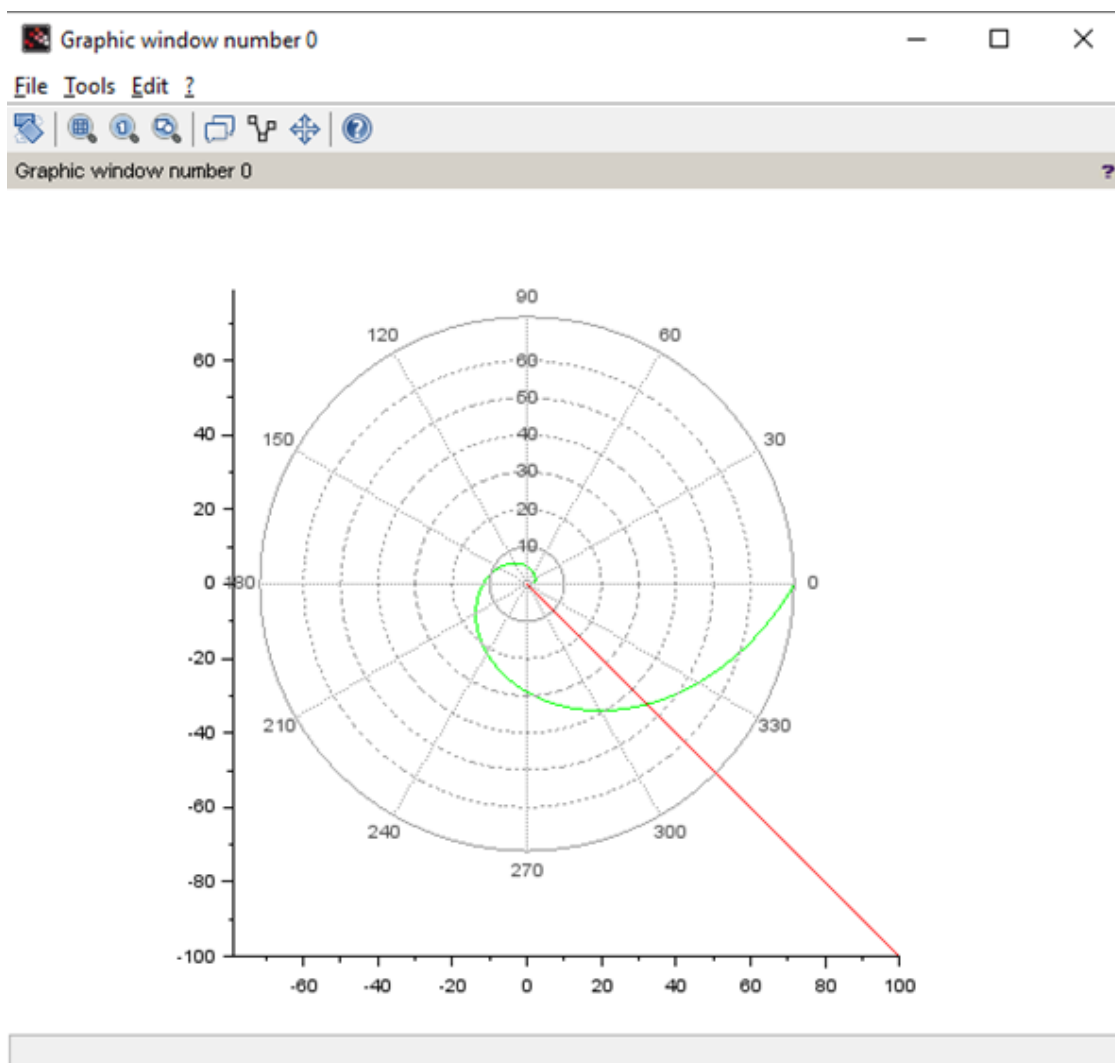
$$\frac{x_2}{v} = \frac{k+x_2}{2,3v}$$

$$X_2 = \frac{k}{1,3} = \frac{6,3}{1,3}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \theta_0=-\pi \\ r_0=63/13 \end{array} \right.$$

2)

*Случай 1:



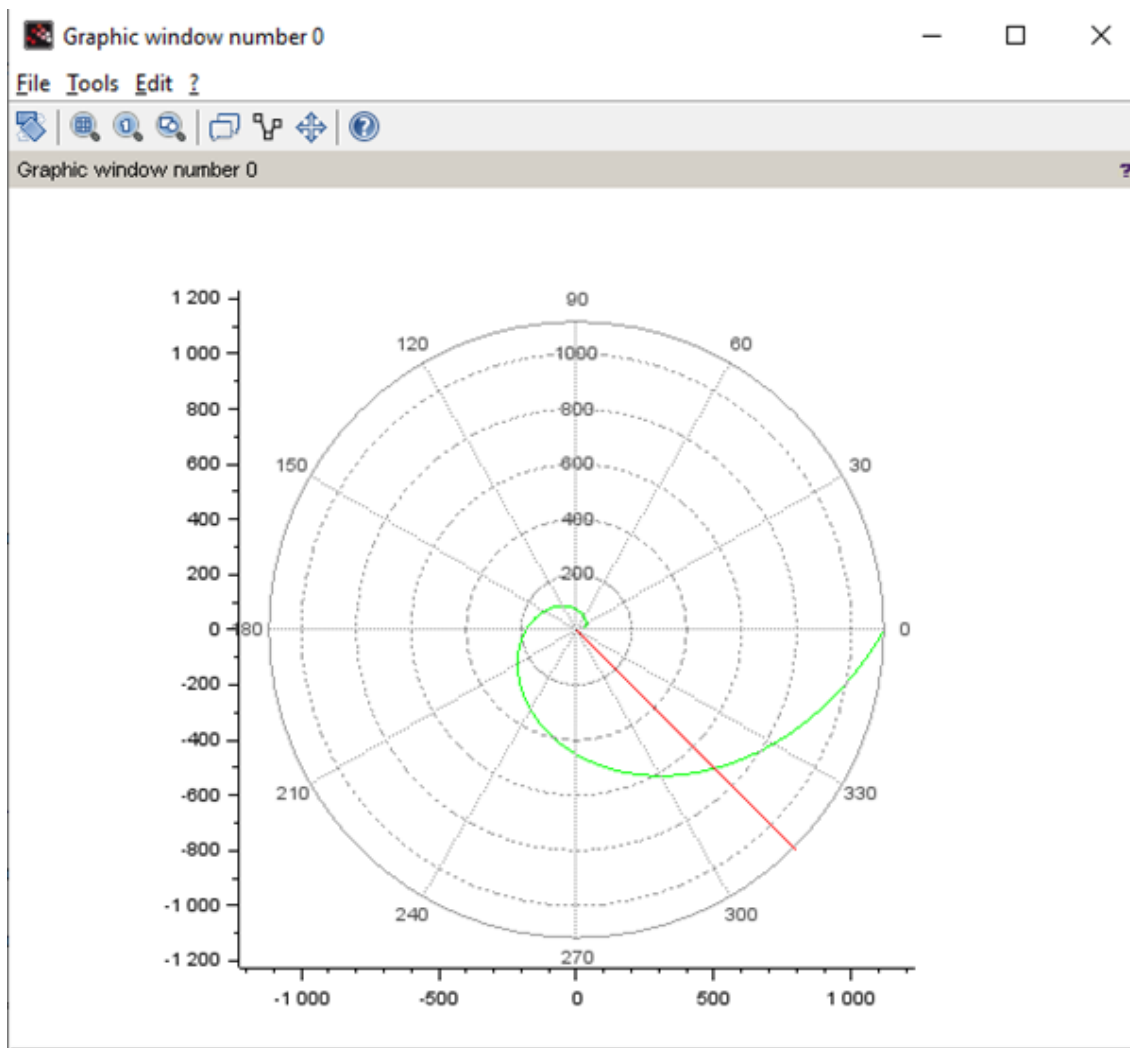
Код в Scilab:

```

--> s=63/33;// начальное расстояние от лодки до катера
--> fi=3*pi/4;
--> //функция, описывающая движение катера береговой охраны
--> function dr=f(tetha, r)
    > dr=r/sqrt(3);
    > endfunction;
--> //начальные условия в случае 2
--> r0=s;
--> tetha0=0;
--> tetha=0:0.01:2*pi;
--> r=ode(r0,tetha0,tetha,f);
--> //функция, описывающая движение лодки браконьеров
--> function xt=f2(t)
    > xt=tan(fi)*t;
    > endfunction
--> t=0:1:100;
--> polarplot(tetha,r,style = color('green')); //построение траектории
--> движения катера в полярных координатах
Undefined variable: движения
--> plot2d(t,f2(t),style = color('red'));
--> |

```

*Случай 2:



Код в Scilab:

```

--> s=63/13;// начальное расстояние от лодки до катера
--> fi=3*pi/4;
--> //функция, описывающая движение катера береговой охраны
--> function dr=f(tetha, r)
> dr=r/sqrt(3);
> endfunction;
--> //начальные условия в случае 2
--> r0=s;
--> tetha0=-pi;
--> tetha=0:0.01:2*pi;
--> r=ode(r0,tetha0,tetha,f);
--> //функция, описывающая движение лодки браконьеров
--> function xt=f2(t)
> xt=tan(fi)*t;
> endfunction
--> t=0:1:800;
--> polarplot(tetha,r,style = color('green')); //построение траектории
--> движения катера в полярных координатах
Undefined variable: движения
--> plot2d(t,f2(t),style = color('red'));
--> |

```

3)Координаты точки пересечения в полярных координатах:

Случай 1 : $r \approx 32$; $\theta \approx 315^\circ$

Случай 2 : $r \approx 500$; $\theta \approx 315^\circ$

Выход: Изучил и выполнил требования.