# Continuous Optimization

- Professor:  PhD Roger Behling.
- Date: 2019.2.
- Tech Stack: Python 3.

## Problem statement

## Solution

A solução passa pelo seguinte código:

```
import numpy
import random

# example do wikipedia de matriz 3x3 (simétrica) definida positiva
Q = numpy.matrix([[2, -1,0], [-1,2, -1],[0,-1,2]])

b = numpy.matrix([[1],[1],[1]])

x_initial = numpy.matrix([[2],[2],[2]])

# equivale 10^(-10)
tolerance = 0.0000000001

def grad_f(x):

    return Q*x + b

def iteration_x_classic(x, n):

    alpha = -grad_f(x)

    divide_transpose =
(numpy.dot(numpy.transpose(alpha),alpha)/numpy.dot(numpy.transpose(alpha),Q*alph
a))

    return x + divide_transpose[0, 0] * alpha

def classic_grad(Q, b, x_initial, tolerance):

    x_final = x_initial

    x_next = iteration_x_classic(x_initial, 1)
```

```
    counter = 1

    aux_list = []

    while numpy.linalg.norm(x_next - x_final) > tolerance:

        aux_list.append(x_next)

        x_final = x_next

        x_next = iteration_x_classic(x_next, counter + 1)

        counter += 1

    return aux_list, counter

def iteration_x_stochastic(x, n):

    if (random.random() > 0.5):
        sign_stochastic = 1

    else:
        sign_stochastic= -1

    random_value = (random.random() % 0.2) * sign_stochastic

    d_n = -grad_f(x) *(1 + random_value)

    return x + (numpy.dot(numpy.transpose(d_n), d_n) /
numpy.dot(numpy.transpose(d_n), Q * d_n))[0, 0] * d_n

def stochastic_grad(Q, b, x_initial, tolerance):

    x_final = x_initial

    x_next = iteration_x_stochastic(x_initial, 1)

    counter = 1

    aux_list = []

    while numpy.linalg.norm(x_next - x_final) > tolerance:
        aux_list.append(x_next)
        x_final = x_next
        x_next = iteration_x_stochastic(x_next, counter + 1)
        counter += 1
    return aux_list, counter

print ("Número de passos do gradiente clássico:",
(classic_grad(Q,b,x_initial,tolerance))[1])
print ("Número de passos do gradiente estocástico:",
(stochastic_grad(Q,b,x_initial,tolerance))[1])
```

Inicialmente, de maneira ilustrativa, o código retorna:

```
Número de passos do gradiente clássico: 60
Número de passos do gradiente estocástico: 40
```

Ambos os métodos possuem o mesmo objetivo: encontrar o valor mínimo da função. No exemplo ilustrativo acima, é possível perceber que o método do gradiente clássico levou mais tempo.

Entretanto, esse fato não é conclusivo, afinal, um dos métodos possui um componente aleatório e, consequentemente, uma certa variância. Assim, foi adicionado um pequeno trecho de código que gera uma simulação repetindo o mesmo processo 100 vezes:

```
for i in range(1,101):
    print ("classici num. de passos:",(classic_grad(Q,b,x_initial,tolerance))
[1],"| random num. de passos:", (stochastic_grad(Q,b,x_initial,tolerance))[1])
```

O resultado foi a seguinte tabela:

```
classic num. de passos: 60 | random num. de passos: 43
classic num. de passos: 60 | random num. de passos: 34
classic num. de passos: 60 | random num. de passos: 45
classic num. de passos: 60 | random num. de passos: 46
classic num. de passos: 60 | random num. de passos: 36
classic num. de passos: 60 | random num. de passos: 54
classic num. de passos: 60 | random num. de passos: 43
classic num. de passos: 60 | random num. de passos: 38
classic num. de passos: 60 | random num. de passos: 48
classic num. de passos: 60 | random num. de passos: 54
classic num. de passos: 60 | random num. de passos: 42
classic num. de passos: 60 | random num. de passos: 38
classic num. de passos: 60 | random num. de passos: 53
classic num. de passos: 60 | random num. de passos: 33
classic num. de passos: 60 | random num. de passos: 46
classic num. de passos: 60 | random num. de passos: 38
classic num. de passos: 60 | random num. de passos: 48
classic num. de passos: 60 | random num. de passos: 46
classic num. de passos: 60 | random num. de passos: 39
classic num. de passos: 60 | random num. de passos: 30
classic num. de passos: 60 | random num. de passos: 47
classic num. de passos: 60 | random num. de passos: 53
classic num. de passos: 60 | random num. de passos: 55
classic num. de passos: 60 | random num. de passos: 50
classic num. de passos: 60 | random num. de passos: 36
classic num. de passos: 60 | random num. de passos: 57
classic num. de passos: 60 | random num. de passos: 49
classic num. de passos: 60 | random num. de passos: 47
classic num. de passos: 60 | random num. de passos: 47
classic num. de passos: 60 | random num. de passos: 52
classic num. de passos: 60 | random num. de passos: 52
classic num. de passos: 60 | random num. de passos: 46
classic num. de passos: 60 | random num. de passos: 42
```

```
classic num. de passos: 60 | random num. de passos: 37
classic num. de passos: 60 | random num. de passos: 57
classic num. de passos: 60 | random num. de passos: 44
classic num. de passos: 60 | random num. de passos: 55
classic num. de passos: 60 | random num. de passos: 40
classic num. de passos: 60 | random num. de passos: 54
classic num. de passos: 60 | random num. de passos: 54
classic num. de passos: 60 | random num. de passos: 47
classic num. de passos: 60 | random num. de passos: 54
classic num. de passos: 60 | random num. de passos: 54
classic num. de passos: 60 | random num. de passos: 55
classic num. de passos: 60 | random num. de passos: 43
classic num. de passos: 60 | random num. de passos: 44
classic num. de passos: 60 | random num. de passos: 30
classic num. de passos: 60 | random num. de passos: 33
classic num. de passos: 60 | random num. de passos: 41
classic num. de passos: 60 | random num. de passos: 40
classic num. de passos: 60 | random num. de passos: 48
classic num. de passos: 60 | random num. de passos: 48
classic num. de passos: 60 | random num. de passos: 40
classic num. de passos: 60 | random num. de passos: 40
classic num. de passos: 60 | random num. de passos: 35
classic num. de passos: 60 | random num. de passos: 49
classic num. de passos: 60 | random num. de passos: 44
classic num. de passos: 60 | random num. de passos: 45
classic num. de passos: 60 | random num. de passos: 47
classic num. de passos: 60 | random num. de passos: 47
classic num. de passos: 60 | random num. de passos: 49
classic num. de passos: 60 | random num. de passos: 41
classic num. de passos: 60 | random num. de passos: 47
classic num. de passos: 60 | random num. de passos: 55
classic num. de passos: 60 | random num. de passos: 42
classic num. de passos: 60 | random num. de passos: 48
classic num. de passos: 60 | random num. de passos: 50
classic num. de passos: 60 | random num. de passos: 51
classic num. de passos: 60 | random num. de passos: 41
classic num. de passos: 60 | random num. de passos: 40
classic num. de passos: 60 | random num. de passos: 45
classic num. de passos: 60 | random num. de passos: 42
classic num. de passos: 60 | random num. de passos: 40
classic num. de passos: 60 | random num. de passos: 36
classic num. de passos: 60 | random num. de passos: 54
classic num. de passos: 60 | random num. de passos: 40
classic num. de passos: 60 | random num. de passos: 49
classic num. de passos: 60 | random num. de passos: 57
classic num. de passos: 60 | random num. de passos: 45
classic num. de passos: 60 | random num. de passos: 54
classic num. de passos: 60 | random num. de passos: 37
classic num. de passos: 60 | random num. de passos: 52
classic num. de passos: 60 | random num. de passos: 48
classic num. de passos: 60 | random num. de passos: 40
classic num. de passos: 60 | random num. de passos: 43
classic num. de passos: 60 | random num. de passos: 47
classic num. de passos: 60 | random num. de passos: 57
classic num. de passos: 60 | random num. de passos: 41
classic num. de passos: 60 | random num. de passos: 51
classic num. de passos: 60 | random num. de passos: 52
classic num. de passos: 60 | random num. de passos: 46
```

```
classic num. de passos: 60 | random num. de passos: 39
classic num. de passos: 60 | random num. de passos: 45
classic num. de passos: 60 | random num. de passos: 35
classic num. de passos: 60 | random num. de passos: 42
classic num. de passos: 60 | random num. de passos: 51
classic num. de passos: 60 | random num. de passos: 44
classic num. de passos: 60 | random num. de passos: 41
classic num. de passos: 60 | random num. de passos: 45
classic num. de passos: 60 | random num. de passos: 44
```

Como era de se esperar, o método clássico é **determinístico** e, pela sua natureza, retornou sempre o mesmo número de passos: 60.

O método estocástico, por sua vez, retornou, **na absoluta maioria das vezes**, um número de passos inferior ao método clássico. **Sendo, portanto, mais rápido.**