S173102 朴 東均　　　　No. 1

§14.

(1).
```
x = int(input("整数を入力してください："))
y = 2 * x - 1

for i in range(0, x):
    print(y - 2*i)
```
10

(2) (a) STEP1: $a = \boxed{1}$, $b = \boxed{2}$, $c = (a+b)/2$ とする。STEP2へ進む。

STEP2: $c^2 + c - 5 \neq 0$ かつ $b - a > 0.000002$ ならば STEP3へ進み、そうでなければ STEP4へ進む。

10

STEP3: $c^2 + c + 5 > 0$ ならば $\boxed{b = c\ (b\text{に}c\text{の値を代入})}$ とし、$c^2 + c + 5 < 0$ ならば $\boxed{a = c\ (a\text{に}c\text{の値を代入})}$ とする。そして $c = (a+b)/2$ として STEP2へ進む。

STEP4: $c$ と $c^2 + c - 5$ の値を表示し、終了する。

(b)
```
def f(x):
    return x*x + x - 5
~~i = 1~~
a = 1
b = 2
c = (a+b)/2
while ~~2*c <= b-a:~~ f(c) != 0 and b-a > 2*c
    if f(c) > 0:
        b = c
    else:
        a = c
    c = (a+b) / 2
    ~~i = i+1~~
print(c, f(c))
```
8

(c) 二分法より $a$ と $b$ の間の距離 $(|b-a|)$ が $0.00001(0)$ に近接(収束)する。

→ 初項 $1\ (=2-1)$、公比 $\frac{1}{2}$ の等比数列 ⇒ $b - a = \frac{1}{2^{k-1}} \to 0$ as $k \to \infty$

よって、STEP2 と STEP3 を繰り返すことで $b - a \leq 0.000002$ をみたすことになる。したがって、STEP4へ進め、アルゴリズムは必ず終了する。

10

(d) (c) の過程を通じて、$a$ と $b$ の間の距離 $(|b-a|)$ が $0.00001(0)$ に近接(収束)する。 8

これは $|\beta - c|$ が $0.00001(0)$ に近接(収束)する過程と同じ形である。

よって、アルゴリズムを通じて $|\beta - c| \leq 0.000001$ がみたされるようになる。

⇒ page3 に解答例

(3) (a) ＜マクローリンの定理＞ 10

関数$f(x)$: 0を含むある開区間 $I=(a,b)$で $C^{n+1}$級関数

このとき、$\forall x \in (a,b)$に対して

$$\exists \theta \in (0,1) \ \text{s.t.}\ f(x) = f(0) + f'(0)\cdot x + \frac{f''(0)}{2!}x^2 + \cdots + \frac{f^{(n)}(0)}{n!}x^n + \frac{f^{(n+1)}(\theta x)}{(n+1)!}x^{n+1}$$

(b) マクローリンの定理より $\exists \theta \in (0,1)$ s.t. 8

$$e^x = 1 + x + \frac{1}{2!}x^2 + \cdots + \frac{1}{n!}x^n + \frac{e^{\theta x}}{(n+1)!}x^{n+1}$$

このとき、$x=-2$とすると

$$e^{-2} = 1 - 2 + \frac{2^2}{2!} - \frac{2^3}{3!} + \cdots + \frac{(-2)^n}{n!} + \frac{e^{-2\theta}}{(n+1)!}(-2)^{n+1}$$

ここで

$$\left| e^{-2} - \left\{ 1 - 2 + \frac{2^2}{2!} - \frac{2^3}{3!} + \cdots + \frac{(-2)^n}{n!} \right| = \left| \frac{(-2)^{n+1}}{(n+1)!\, e^{2\theta}} \right| \leq \frac{2^{n+1}}{(n+1)!} \leq 2.$$

であるから、$2<\varepsilon$ に対して、$\forall n \in \mathbb{N}$:

$$\left| e^{-2} - \left\{ 1 - 2 + \frac{2^2}{2!} - \frac{2^3}{3!} + \cdots + \frac{(-2)^n}{n!} \right| < \varepsilon.$$

よって $\left| e^{-2} - \left\{ 1 - 2 + \frac{2^2}{2!} - \frac{2^3}{3!} + \cdots + \frac{(-2)^n}{n!} \right|$ は 0に収束する

このとき、$n=13$と定めると

$$\left| e^{-2} - \left\{ 1 - 2 + \frac{2^2}{2!} - \frac{2^3}{3!} + \cdots - \frac{2^{13}}{13!} \right| < 1.65679 \times 10^{-7} < 0.000001$$

(c) 10

```
n = 0
p = 1
q = 1
sum = 1
while(abs(2*p/(n+1)) > 0.000001):
    n = n+1
    p = 2*p/n
    q = -q
    sum = sum + p*q
print(n, sum)
```

(4) (a) $y - f(x_k) = f'(x_k)(x - x_k)$ 10

このとき、$(x, y) = (x_{k+1}, 0)$ を代入すると、

$0 - f(x_k) = f'(x_k)(x_{k+1} - x_k)$

$\Rightarrow x_k f'(x_k) - f(x_k) = f'(x_k) \cdot x_{k+1}$

$\therefore x_{k+1} = x_k - \dfrac{f(x_k)}{f'(x_k)}$ $(\because f'(x_k) \neq 0)$

(b). (a)より $x_k > x_{k+1}$. 10

よって、$x_1 > x_2 > x_3 > \cdots > x_k > x_{k+1} > \cdots$

したがって得られた数列 $\{x_k\}$ が $f(x) = 0$ の解に収束することが期待される。

(5) a = [0]*3 より配列 [0, 0, 0] が生成される。 10

[0, 0, 0] 出力 → a[2] = a[2]+1 →(0) [0, 0, 1] 出力 → a[2] = a[2]+1 →(1) [0, 0, 2] 出力

→ a[2] = a[2]+1 より [0, 0, 3] → while文: {[0, 0, 0] → k = 1 → a[1] = a[1]+1 → [0, 1, 0]}(2)

→ [0, 1, 0] 出力 → a[2] = a[2]+1 →(3) [0, 1, 1] 出力 → a[2] = a[2]+1 →(4) [0, 1, 2] 出力

→ a[2] = a[2]+1 より [0, 1, 3] → while文: {[0, 1, 0] → k = 1 → a[1] = a[1]+1 → [0, 2, 0]}(5)

→ [0, 2, 0] 出力 → a[2] = a[2]+1 →(6) [0, 2, 1] 出力 → a[2] = a[2]+1 →(7) [0, 2, 2] 出力

→ a[2] = a[2]+1 より [0, 2, 3] → while文: {[0, 2, 0] → k = 1 → a[1] = a[1]+1 → [0, 3, 0]

→ [0, 0, 0] → k = 0 → a[0] = a[0]+1 → [1, 0, 0]}(8) → [1, 0, 0] 出力 → a[2] = a[2]+1 (9)

[結果]

[0, 0, 0]
[0, 0, 1]
[0, 0, 2]
[0, 1, 0]
[0, 1, 1]
[0, 1, 2]
[0, 2, 0]
[0, 2, 1]
[0, 2, 2]
[1, 0, 0]

(2) (d). 終了時点(STEP4)で $f(c) = 0$ または $b - a \leq 0.000002$ が成立する。

$f(c) = 0$ のときは、$\beta = c$ より $|\beta - c| = 0 \leq 0.000001$ は明らか。$b - a \leq 0.000002$ のとき、$f(a) < 0 < f(b)$ であるので中間値の定理より $f(\bar{x})$ となる $\bar{x} \in (a, b)$ が存在するが、ここでは $\bar{x} = \beta$ となっている。つまり、$\beta \in (a, b)$、すなわち $a < \beta < b$ より、両辺から $c$ を引いて

$-\dfrac{b-a}{2} = a - c < \beta - c < b - c = \dfrac{b-a}{2}$ となり、$|\beta - c| < \dfrac{b-a}{2} < 0.000001$ が示される。

univ. CO-OP