S173102　朴 東均

No.

(2)(b)
```
def f(x):
    return x**x + x - 5
a = 1
b = 2
while f(c) != 0 and b-a > 2*c.
    if f(c) > 0:
        b = c
    else:
        a = c
    c = (a+b)/2
print(c, f(c))
```

(d) STEP4で $f(c)=0$ または $b-a \leq 0.000002$ が成り立つ。

(i) $f(c)=0$ のとき。

$\beta = c$ より $|\beta - c| = 0 \leq 0.000001$ であるから明らかに成り立つ。

(ii) $b-a \leq 0.000002$ のとき。

$f(a)<0<f(b)$ と中間値の定理より

$\exists \bar{x} \in (a,b)$ s.t. $f(\bar{x})=0$

このとき $\bar{x}=\beta$ であるから $\beta \in (a,b)$

よって $a<\beta<b$ より $a-c<\beta-c<b-a$

$$\Rightarrow -\frac{b-a}{2} = a-c < \beta - c < b-a = \frac{b-a}{2}$$

$$\Rightarrow |\beta - c| < \frac{b-a}{2}$$

ゆえに $|\beta - c| < \frac{b-a}{2} \leq 0.000001$

したがって、$|\beta - c| \leq 0.000001$

(3)(b) $f(x)=e^x$ とおく。このとき マクローリンの定理より

$$\exists \theta \in (0,1) \text{ s.t. } e^x = 1 + x + \frac{1}{2!}x^2 + \frac{1}{3!}x^3 + \cdots + \frac{1}{n!}x^n + \frac{e^{\theta x}}{(n+1)!}x^{n+1}$$

このとき $x=-2$ とすると

$$e^{-2} = 1 - 2 + \frac{2^2}{2!} - \frac{2^3}{3!} + \cdots + \frac{(-2)^n}{n!} + \frac{e^{-2\theta}}{(n+1)!}(-2)^{n+1}$$

$$\Rightarrow \left| e^{-2} - \left\{ 1 - 2 + \frac{2^2}{2!} - \frac{2^3}{3!} + \cdots + \frac{(-2)^n}{n!} \right\} \right| = \left| \frac{e^{-2\theta}}{(n+1)!}(-2)^{n+1} \right| = \frac{e^{-2\theta}}{(n+1)!}2^{n+1} < \frac{2^{n+1}}{(n+1)!}$$

であるから、$2^{n+1}/(n+1)! \leq 0.000001$ をみたす $n \in \mathbb{N}$ を定めると差の絶対値が $0.000001$ 未満になる。