

S173102 朴 東夕

( )

§14.

(1)  $x = \text{int}(\text{input}(\text{"整数を入力してください: "}))$ 

$$y = 2 \times x - 1$$

for  $i$  in range(0,  $x$ ):print( $y - 2 \times i$ ).(2) (a) STEP1:  $a = \boxed{1}$ ,  $b = \boxed{2}$ ,  $C = (a+b)/2$  とする。STEP2へ進む。STEP2:  $C^2 + C - 5 \neq 0$  かつ  $b - a > 0.000002$  ならば STEP3へ進む。

そうでなければ STEP4へ進む。

STEP3:  $C^2 + C + 5 > 0$  ならば  $b = C$  ( $b$  に  $C$  の値を代入) とし $C^2 + C + 5 < 0$  ならば  $a = C$  ( $a$  に  $C$  の値を代入) とする。そして  $C = (a+b)/2$  とし STEP2へ進む。STEP4:  $C$  と  $C^2 + C - 5$  の値を表示し、終了する。(b) def  $f(x)$ :return  $x \times x + x - 5$  $i = 1$  $a = 1$  $b = 2$  $C = (a+b)/2$ while  $2 \times C \leq b - a$ :if  $f(C) > 0$ : $b = C$ 

else:

 $a = C$  $C = (a+b)/2$  $i = i + 1$ print( $C, f(C)$ )(c) 二分法より  $a$  と  $b$  の間の距離 ( $b - a$ ) が  $0.00001(0)$  に近接(収束)する。よって、STEP2 と STEP3 を繰り返すことで  $b - a \leq 0.000002$  を満たすことになる。

したがって、STEP4へ進め、アルゴリズムは必ず終了する。

(d) (c) の過程を通じて、 $a$  と  $b$  の間の距離 ( $b - a$ ) が  $0.00001(0)$  に近接(収束)する。これは  $|b - c|$  が  $0.00001(0)$  に近接(収束)する過程と同じ形である。よって、アルゴリズムを通じて  $|b - c| \leq 0.000001$  が満たされるようになる。

(3) (a) <マクロ-リンの定理>

関数  $f(x)$ : 0 を含む 開区間  $I = (a, b)$  で  $C^{n+1}$  級関数

このとき,  $\forall x \in (a, b)$  に對して,

$$\exists \theta \in (0, 1) \text{ s.t. } f(x) = f(0) + f'(0)x + \frac{f''(0)}{2!}x^2 + \dots + \frac{f^{(n)}(0)}{n!}x^n + \frac{f^{(n+1)}(\theta x)}{(n+1)!}x^{n+1}$$

(b) マクロ-リンの定理より

$$e^x = 1 + x + \frac{1}{2!}x^2 + \dots + \frac{1}{n!}x^n + \frac{e^{\theta x}}{(n+1)!}x^{n+1}$$

このとき,  $x = -2$  とすると

$$e^{-2} = 1 - 2 + \frac{2^2}{2!} - \frac{2^3}{3!} + \dots + \frac{(-2)^n}{n!} + \frac{e^{2\theta}}{(n+1)!}(-2)^{n+1}$$

ここで

$$\left| e^{-2} - \left\{ 1 - 2 + \frac{2^2}{2!} - \frac{2^3}{3!} + \dots + \frac{(-2)^n}{n!} \right\} \right| = \left| \frac{(-2)^{n+1}}{(n+1)!} e^{2\theta} \right| \leq \frac{2^{n+1}}{(n+1)!} \leq 2.$$

であるから,  $2 < \varepsilon$  に對して,  $\forall n \in \mathbb{N}$ :

$$\left| e^{-2} - \left\{ 1 - 2 + \frac{2^2}{2!} - \frac{2^3}{3!} + \dots + \frac{(-2)^n}{n!} \right\} \right| < \varepsilon.$$

よって  $\left| e^{-2} - \left\{ 1 - 2 + \frac{2^2}{2!} - \frac{2^3}{3!} + \dots + \frac{(-2)^n}{n!} \right\} \right|$  は 0 に収束する.

このとき,  $n = 13$  と定めると

$$\left| e^{-2} - \left\{ 1 - 2 + \frac{2^2}{2!} - \frac{2^3}{3!} + \dots - \frac{2^{13}}{13!} \right\} \right| < 1.65679 \times 10^{-7} < 0.000001.$$

(c)  $n = 0$

$p = 1$

$q = 1$

$\text{sum} = 1$

while ( $\text{abs}(2 * p / (n+1)) > 0.000001$ ):

$n = n + 1$

$p = 2 * p / n$

$q = -q$

$\text{sum} = \text{sum} + p * q$

print ( $n, \text{sum}$ )

$$(4)(a) \theta - f(x_k) = f'(x_k)(x - x_k)$$

このとき,  $(x, \theta) = (x_{k+1}, 0)$  を代入すると,

$$0 - f(x_k) = f'(x_k)(x_{k+1} - x_k)$$

$$\Rightarrow x_k f'(x_k) - f(x_k) = f'(x_k) \cdot x_{k+1}$$

$$\therefore x_{k+1} = x_k - \frac{f(x_k)}{f'(x_k)} \quad (\because f'(x_k) \neq 0)$$

(b). (a)より  $x_k > x_{k+1}$ .

よって,  $x_1 > x_2 > x_3 > \dots > x_k > x_{k+1} > \dots$

(したがって得られた数列  $\{x_k\}$  が  $f(x) = 0$  の解に収束することが期待される.)

(5)  $a = [0] \times 3$  列配列  $[0, 0, 0]$  が生成される.

$[0, 0, 0]$  出力  $\rightarrow a[2] = a[2] + 1 \xrightarrow{1} [0, 0, 1]$  出力  $\rightarrow a[2] = a[2] + 1 \xrightarrow{2} [0, 0, 2]$  出力

$\rightarrow a[2] = a[2] + 1$  より  $[0, 0, 3] \rightarrow \text{while文: } \{ [0, 0, 0] \rightarrow k=1 \rightarrow a[1] = a[1] + 1 \rightarrow [0, 1, 0] \}_{1,2}$

$\rightarrow [0, 1, 0]$  出力  $\rightarrow a[2] = a[2] + 1 \xrightarrow{3} [0, 1, 1]$  出力  $\rightarrow a[2] = a[2] + 1 \xrightarrow{4} [0, 1, 2]$  出力

$\rightarrow a[2] = a[2] + 1$  より  $[0, 1, 3] \rightarrow \text{while文: } \{ [0, 1, 0] \rightarrow k=1 \rightarrow a[1] = a[1] + 1 \rightarrow [0, 2, 0] \}_{1,5}$

$\rightarrow [0, 2, 0]$  出力  $\rightarrow a[2] = a[2] + 1 \xrightarrow{6} [0, 2, 1]$  出力  $\rightarrow a[2] = a[2] + 1 \xrightarrow{7} [0, 2, 2]$  出力

$\rightarrow a[2] = a[2] + 1$  より  $[0, 2, 3] \rightarrow \text{while文: } \{ [0, 2, 0] \rightarrow k=1 \rightarrow a[1] = a[1] + 1 \rightarrow [0, 3, 0] \}$

$\rightarrow [0, 0, 0] \rightarrow k=0 \rightarrow a[0] = a[0] + 1 \rightarrow [1, 0, 0] \}_{1,8} \rightarrow [1, 0, 0]$  出力  $\rightarrow a[2] = a[2] + 1 \xrightarrow{9}$

**[結果]**

$[0, 0, 0]$

$[0, 0, 1]$

$[0, 0, 2]$

$[0, 1, 0]$

$[0, 1, 1]$

$[0, 1, 2]$

$[0, 2, 0]$

$[0, 2, 1]$

$[0, 2, 2]$

$[1, 0, 0]$