

## Problema de Optimización

Tesis de Postgrado

15 de diciembre de 2017

Pablo Diaz - 12634581

### 1. Formulación MPC

#### 1.1. Caldera

**Variables Controladas** Las variables controladas son presión de vapor, nivel de oxígeno y nivel de agua.

**Variables Manipuladas** Las variables manipuladas son combustible, flujo de aire y flujo de agua.

**Perturbaciones medidas** La perturbación medida es la demanda de vapor.

**Perturbaciones no medidas** A los 90 minutos de operación, se produce un cambio en las propiedades del combustible.

El control de la caldera es un problema con las siguientes dimensiones:

$$y \in [0, 100] \times [0, 100] \times [0, 100] \quad (1a)$$

$$u \in [0, 100] \times [0, 100] \times [0, 100] \quad (1b)$$

$$p \in [0, 100] \quad (1c)$$

$$\dot{x}(t) = f(x, u), x(0) = x_0 \quad (1d)$$

Dependiendo del método de identificación de sistemas, se hará uso o no del modelo en espacio de estados (para N4SID se utiliza este modelo). El modelo es no lineal; sin embargo, para efectos de planta de prueba interesa solo un punto de operación, caracterizado por:

$$y_0 = [41, 41; 28, 75; 38, 60] \quad (2a)$$

$$u_0 = [32, 98; 46, 22; 25, 34] \quad (2b)$$

$$d_0 = 35, 78 \quad (2c)$$

##### 1.1.1. Formulación Restricciones

En el concurso, se establecen las siguientes restricciones:

$$|\Delta u_i(k)| \leq 1 \text{ pps } \forall i \quad (3a)$$

$$0,95y_{2_0} \leq y_2 \leq 1,05y_{2_0} \quad (3b)$$

Estas restricciones representan un conjunto convexo y lineal de restricciones.

### 1.1.2. Formulación Modelo Entrada-Salida

En el caso del uso de *random forests*, no se utiliza la formulación en espacio de estados. Se utiliza en cambio un modelo entrada-salida **no lineal y no diferenciable**:

$$y(k+1) = f_{RF}(\{u(k-d_u), d_u=0, \dots, n_u\}, \{y(k-d_y), d_y=0, \dots, n_y\}, \{p(k-d_p), d_p=0, \dots, n_p\})$$

En la notación anterior se intenta dejar de forma explícita el uso de valores pasados de las entradas y valores pasados de las salidas. Esto guarda estricta relación con las formulaciones ARMAX y (dependiendo de las propiedades del ruido) CARIMA del control MPC clásico.

La metodología para la obtención del modelo predictivo en base a *random forests* es la siguiente:

1. Generación de excitaciones sobre la planta de prueba de distinta forma (sinusoidales, cuadradas, escalones y diente de sierra). Estas señales se generan de forma apropiada para que no violen los rangos establecidos para la planta. El proceso se somete a estas excitaciones y combinaciones de ellas simultáneamente, registrándose las salidas.
2. Recopilación de datos entrada-salida.
3. Especificación del llamado “tiempo efectivo de reacción”  $\tau_r$ . Este tiempo se puede entender análogamente a una constante de tiempo en sistemas lineales: pasado un tiempo efectivo de reacción se observa un cambio razonable en las variables. El tiempo efectivo de reacción se eligió como 5 veces el tiempo de muestreo del sistema (0.5 segundos).
4. Alimentación a algoritmo de *random forests* de las series de tiempo de las señales y combinaciones de estas retrasadas (múltiplos de  $\tau_r$ ). Las combinaciones son elegidas de forma representativa y arbitraria. Este algoritmo se hace con hiper-parámetros estandarizados de 100 árboles y tamaño mínimo de hoja de 10 muestras.
5. Cálculo de métricas relevantes de error: MSE, coeficiente de correlación y *out of bag error*.
6. Selección en base a mejor criterio de métrica escogida (MSE) de los mejores  $\kappa_y$  modelos para cada variable  $y$ .
7. Optimización bayesiana de los hiper-parámetros de los  $\kappa_y$  modelos escogidos.
8. Cálculo de mismas métricas de error y selección del mejor modelo  $f_y$  para cada variable  $y$ .

El modelo predictivo obtenido en base a *random forests* actualmente se encuentra en un estado sub-óptimo por los siguientes motivos:

- Horizonte de simulación quizás insuficiente.
- Falta de optimización bayesiana del primer conjunto de mejores modelos  $\kappa_y$ .

Una vez obtenido el modelo  $f_{RF}$  que es un predictor **a un paso**, se “eleva” su horizonte de predicción a  $N_y$  pasos realimentando las salidas predichas  $\hat{y}(k+j)$ ,  $j = 1, \dots, N_y$ . Existe también un horizonte de control  $N_u$ . Se tienen las siguientes consideraciones:

- Cuando  $j > N_u$ , se asume que las variables manipuladas quedan constantes. En otras palabras,

$$\Delta u(k+j) = 0 \quad \forall j > N_u$$

- Las  $N_y$  predicciones se pueden ver como  $N_y$  **restricciones** que relacionan las entradas con las salidas. Estas restricciones son del tipo no lineal (debido a la función  $f_{RF}$ ) y por lo tanto hacen necesario otros métodos de optimización.

- Una primera aproximación podría ser basada en los principios de Bellman y programación dinámica: fijar  $u(k)$  y optimizar para esta variable en primera instancia. Una vez encontrado el óptimo para esta (y habiendo asumido que la entrada permanece igual en todo el horizonte  $N_y$ ), optimizar para  $u(k+1)$  y así sucesivamente. Esta noción de metodología es búsqueda local de soluciones óptimas; sin embargo, existen métodos que lo transforman en búsqueda global.
- Otra alternativa (basada por ejemplo en algoritmos genéticos y *pattern search*) es la minimización de todo el vector  $u(k+j)$  simultáneamente. Esta será la alternativa preferida.

### 1.1.3. Función Objetivo

Se especificarán dos funciones objetivos distintas (dos controladores y experiencias distintas):

**Función objetivo cuadrática** La primera formulación será utilizando el MPC para garantizar estabilidad del sistema mediante una función objetivo cuadrática, de la forma:

$$\min_u J(u, y) = \sum_{k=1}^{N_y} (y(t+k) - w(t+k))^2 + \lambda \sum_{k=0}^{N_u} (\Delta u(t+k))^2 \quad (4a)$$

**Función objetivo lineal** Esta formulación es la final e ideal, pues corresponde a una arquitectura de control en dos niveles (nivel estabilizante regulatorio y nivel optimizante).