**Problem 1:** Lee los detalles sobre la paradoja del fiscal (prosecutor's fallacy) que se presentó en Inglaterra: `https://forensicstats.org/blog/2018/02/16/misuse-statistics-courtroom-sally-clark-case` y `https://tomrocksmaths.com/2021/09/08/the-prosecutors-fallacy/` Describe algunas situaciones en Ciencias de la Computaci´on donde se podría presentar el problema. La respuesta debe ser menos de una hoja.
Ilustra que el fenómeno se presenta más si la probabilidad de ocurencia del evento de interés es chica.

**Solution.**

◇

**Problem 2:** Abajo los datos de mayo 2020 sobre el porcentaje de fallecimientos por COVID en Italia y China, desglosado por edad y también un total. Se observa que por edad, China es siempre arriba de Italia pero en el total, es al revés. Trata de encontrar una explicación para esta paradoja usando los conceptos vistos en clase.

**Solution.**

◇

**Problem 3:** Supongamos que te contrataron como científico de datos en una base aerea durante la segunda guerra mundial. Cada dia salen aviones para misiones de bombardeo. Estudias cada noche el daño en los aviones que regresan de su misión. Aplicas tu algoritmo favorito de aprendizaje máquina y reconocimiento de patrones para buscar cuáles partes se dañan más y por ende valen la pena reforzar en los aviones. ¿Qué sera una limitante muy fuerte para poder llegar a conclusiones contundentes?

**Solution.**

◇

**Problem 4:** En la universidad `Nievrants` se inscribieron 200 alumnos. De una manera arbitraria, estos alumnos son divididos en 10 grupos de 10 alumnos y 1 grupo de 100 alumnos. Tomamos un estudiante particular. Define $X$ como el número de estudiantes en su grupo. Calcula $\mathbf{E}[X]$.
Por otro lado, hay 11 maestros, cada uno es asignado arbitrariamente a un grupo. Tomamos un maestro en particular. Define $Y$ como el número de estudiantes en su grupo. Calcula $\mathbf{E}[Y]$.
Compara $\mathbf{E}[X]$ con $\mathbf{E}[Y]$ , ¿qué resulta? ¿por qué?

**Solution.** Tenemos dos formas de calcular $\mathbf{E}[X]$. La más simple consiste en notar que elegir al azar de manera uniforme nos da 10 la mitad de las veces, mientras que la otra mitad obtenemos 100. Es decir, el valor esperado es

$$\frac{10}{2} + \frac{100}{2} = \frac{110}{2} = 55.$$

También podemos obtener este resultado usando la definición de valor esperado desde el primer paso. Notemos que hay 10 eventos en los cuales obtenemos $X = 10$, pero solo 1 con $X = 100$. Es decir,

$$\begin{aligned}
\mathbf{E}[X] &= \sum_{x \in X} xP(X = x) \\
&= 100P(X = 100) + \sum_{i=1}^{10} 10P(X = 10) \\
&= 100(P(X = 100) + P(X = 10)) \\
&= 100\left(\frac{100}{200} + \frac{10}{200}\right) \\
&= \frac{11000}{200} \\
&= 55.
\end{aligned}$$

◇

**Problem 5:** Tomamos dos v.a. discretas $X$ y $Y$. Alguien se pregunta cuando

$$\mathbf{E}[X/Y] \stackrel{?}{=} \frac{\mathbf{E}[X]}{\mathbf{E}[Y]}.$$

Busca ejemplos cuando es cierto y cuando no es cierto.

**Solution.**

◇

**Problem 6:** Una carta está en uno de los 3 archiveros con igual probailidad. Llama $q_i$ la probailidad de encontrarla buscando rápidamente en el archivero $i$, si la carta se encuntra en $i$ ($i \in \{1, 2, 3\}$). Buscaste rápidamente en el archivero 1 y no encontraste la carta. ¿Cuál es la probabilidad de que esté en este archivero?

**Solution.**

◇

**Problem 7:** Sea $X$ una v.a. con al siguiente distribución:

| | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|
| $P(X = x)$ | 0.2 | 0.1 | 0.4 | 0.3 |

Calcula $\mathbf{E}[X^2]$, $\mathbf{E}[|X - \mathbf{E}[X]|]$ y $\mathbf{Var}(X+1)$. Sean $X_1, X_2 \sim X$ e independientes. Calcula $P(X_1 \neq X_2)$ y $\mathbf{Var}(X_1 X_2)$.

**Solution.**

◇

**Problem 8:** Verifica que $\mathbf{Var}(X) = \mathbf{E}[X_1 - X_2]^2/2$ si $X_1, X_2 \sim X$ e independientes. Lo anterior permite dar otra interpretacion a la varianza de $X$: $\mathbf{Var}(X)$ es proporcional a la esperanza de la distancia al cuadrado entre dos observaciones elegidas de $X$.