

1 Problemas Lineales

Queremos estudiar problemas del tipo

$$\mathbf{Ax} = \mathbf{b},$$

donde

$$\mathbf{A} = [a_{ij}]_{i,j=1}^n$$

- Solucion de matriz diagonal con

$$a_{ii} \neq 0 \quad a_{ij} = 0 \quad \forall i \neq j$$

Entonces,

$$\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$$

tiene soluciones $x_i = b_i/a_{ii}$.

- Soluciones de matriz triangular inferior
resolvemos de arriba hacia abajo:

$$\begin{aligned} x_1 &= b_1/l_{11}, \\ x_2 &= \frac{b_2 - l_{11}x_1}{l_{22}} \\ x_k &= \frac{b_k - \sum l_{ki}x_i}{l_{kk}} \end{aligned}$$

- Soluciones de matriz triangular superior

1.1 Gauss-Jordan

Este algoritmo consiste en traingulizar la matriz. **INSERTAR FORMULA:** Como este m'etodo es costoso, hacemos *pivoteo*, que consiste en cambiar columnas y filas, de tal manera que ponemos el mayor valor de la matriz en la diagonal, luego continuamos el proceso. Esto se hace para que las divisiones sean entre números grandes, y tener un algoritmo consistente.

1.2 Calcular inversas

Para encontrar la matriz inversa mediante Gauss-Jordan aumentado, estamos solucionando el sistema de ecuaciones n veces. Entonces, con los algoritmos vistos para resolver el sistema de ecuaciones, podemos hacerlo para $\mathbf{b} = \mathbf{e}_i$, donde $\mathbf{e}_i = (0, \dots, 1, \dots, 0)$.

1.3 Descomposicion LU

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_{11} & 0 & \dots & 0 \\ l_{21} & l_{22} & \dots & 0 \\ \vdots & & & \vdots \\ l_{n1} & l_{n2} & \dots & l_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & u_{12} & \dots & u_{1n} \\ 0 & 1 & \dots & u_{2n} \\ \vdots & & & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 1 \end{bmatrix}$$

We can calculate

$$a_{11} = l_{11}$$

$$a_{21} = l_{21}$$

$$a_{12} = l_{11}u_{12} \implies u_{12} = \frac{a_{12}}{l_{11}}a_{ik} \qquad = Pending$$