Projekt 2 Metody numeryczne

**Tabela 7.1. Wartości współczynników w metodach typu Rungego-Kutty**

| Rząd metody | Stałe $w_i$ | Wartości współczynników $k_i$ | Metoda |
|---|---|---|---|
| 1 | $w_1$=1 | $\mathbf{k}_1 = h\mathbf{f}(x_n, \mathbf{y}_n)$ | *Eulera* |
| 2 | $w_1$=$w_2$=1/2 | $\mathbf{k}_1 = h\mathbf{f}(x_n, \mathbf{y}_n)$<br>$\mathbf{k}_2 = h\mathbf{f}(x_n + h, \mathbf{y}_n + \mathbf{k}_1)$ | *Heuna* (ulepszona *Eulera*) |
| 3 | $w_1$=$w_3$=1/6<br>$w_2$=2/3 | $\mathbf{k}_1 = h\mathbf{f}(x_n, \mathbf{y}_n)$<br>$\mathbf{k}_2 = h\mathbf{f}(x_n + 0.5h, \mathbf{y}_n + 0.5\mathbf{k}_1)$<br>$\mathbf{k}_3 = h\mathbf{f}(x_n + h, \mathbf{y}_i + \mathbf{k}_1 + 2\mathbf{k}_2)$ | pokrewna metodzie *Simpsona* |
| 4 | $w_1$=$w_4$=1/6<br>$w_2$=$w_3$=1/3 | $\mathbf{k}_1 = h\mathbf{f}(x_n, \mathbf{y}_n)$<br>$\mathbf{k}_2 = h\mathbf{f}(x_n + 0.5h, \mathbf{y}_n + 0.5\mathbf{k}_1)$<br>$\mathbf{k}_3 = h\mathbf{f}(x_n + 0.5h, \mathbf{y}_n + 0.5\mathbf{k}_2)$<br>$\mathbf{k}_3 = h\mathbf{f}(x_n + 0.5h, \mathbf{y}_n + 0.5\mathbf{k}_2)$<br>$\mathbf{k}_4 = h\mathbf{f}(x_n + h, \mathbf{y}_n + \mathbf{k}_3)$ | klasyczna *Rungego-Kutty* |

Metoda ulepszona Eulera ma postać:

$$\mathbf{y}_{n+1} = \mathbf{y}_n + \frac{h}{2}\left[\mathbf{f}(x_n, \mathbf{y}_n) + \mathbf{f}(x_n + h, \mathbf{y}_n + h\mathbf{f}(x_n, \mathbf{y}_n))\right], n = 0,1,\dots,N.$$

Zad1.Dane jest równanie różniczkowe:

$\frac{dy}{dt} = \cos(y)\sin(\frac{t}{4})$ z warunkiem początkowym y(1)=1.

Znajdź rozwiązanie tego równania dla $t \in \langle 1{,}50\rangle$ metodą Eulera-Cauchy'ego. Przyjmij krok całkowania h=0.5. Przetestuj także inne kroki całkowania.

Przedstaw rozwiązanie graficznie w przedziale dla $t \in \langle 1{,}50\rangle$

Zad2.Dane jest równanie różniczkowe:

$\frac{dy}{dt} = (1-2y)y^2$ z warunkiem początkowym y(0)=1.

Znajdź rozwiązanie tego równania dla $t \in \langle 0,5 \rangle$ metodą Rungego-Kutty czwartego rzędu. Przedstaw rozwiązanie graficznie w przedziale dla $t \in \langle 0,5 \rangle$. Przyjmij krok całkowania h=0.5. Przetestuj także inne kroki całkowania.

Przedstaw rozwiązanie graficznie w przedziale dla $t \in \langle 0,5 \rangle$

Zad3.Dane jest równanie różniczkowe:

$\frac{dy}{dt} = \cos(y)\sin(\frac{t}{4})$ z warunkiem początkowym y(1)=1.

Znajdź rozwiązanie tego równania dla $t \in \langle 1,50 \rangle$ metodą Rungego-Kutty czwartego rzędu. Przyjmij krok całkowania h=0.5. Przetestuj także inne kroki całkowania.

Przedstaw rozwiązanie graficznie w przedziale dla $t \in \langle 1,50 \rangle$

Zad4.Dane jest równanie różniczkowe:

$\frac{dy}{dt} = (1-2y)y^2$ z warunkiem początkowym y(0)=1.

Znajdź rozwiązanie tego równania dla $t \in \langle 1,5 \rangle$ metodą Rungego-Kutty czwartego rzędu. Przedstaw rozwiązanie graficznie w przedziale dla $t \in \langle 1,5 \rangle$. Przyjmij krok całkowania h=0.5. Przetestuj także inne kroki całkowania.

Przedstaw rozwiązanie graficznie w przedziale dla $t \in \langle 1,5 \rangle$

Zad5. Dane jest równanie różniczkowe:

$\frac{dy}{dt} = f(t,y) = -4t^3 + 24t^2 - 40t + 16$ z warunkiem początkowym y(0)=1.

Znajdź rozwiązanie tego równania dla $t \in \langle 0,4 \rangle$ metodą Rungego-Kutty czwartego rzędu. Przedstaw rozwiązanie graficznie w przedziale dla $t \in \langle 0,4 \rangle$. Przyjmij krok całkowania h=0.5.

Przedstaw rozwiązanie graficznie w przedziale dla $t \in \langle 0,4 \rangle$

Zad6. Dane jest równanie różniczkowe:

$\frac{dy}{dt} = f(t,y) = -4t^3 + 24t^2 - 40t + 16$ z warunkiem początkowym y(0)=1.

Znajdź rozwiązanie tego równania dla $t \in \langle 0,4 \rangle$ metodą Eulera. Przedstaw rozwiązanie graficznie w przedziale dla $t \in \langle 0,4 \rangle$. Przyjmij krok całkowania h=0.5.

Przedstaw rozwiązanie graficznie w przedziale dla $t \in \langle 0,4 \rangle$

Zad7 Dane jest równanie różniczkowe:

$\frac{dy}{dx} = f(x,y) = \frac{y}{x} + x$. Rozwiązać równanie ulepszoną metodą Eulera (patrz str1 w bieżącym pliku) z warunkiem początkowym y(1)=2 dla przedziału $x \in \langle 1,2 \rangle$ z krokiem $h = 0.1$. Przedstaw rozwiązanie graficznie

Zad8 Dane jest równanie różniczkowe:

$\frac{dy}{dx} = f(x,y) = x + xy + y + 1$. Rozwiązać równanie ulepszoną metodą Eulera (patrz str1 w bieżącym pliku) z warunkiem początkowym y(-1)=1 dla przedziału $x \in \langle -1,1 \rangle$ z krokiem $h = 0.25$. Przedstaw rozwiązanie graficznie.

Zad9 Dane jest równanie różniczkowe:

$\frac{dy}{dx} = f(x,y) = \frac{x^2 cosx + 2y}{x}$. Rozwiązać równanie ulepszoną metodą Eulera (patrz str1 w bieżącym pliku) z warunkiem początkowym y(π)=$\pi^2$ dla przedziału $x \in \langle \pi, 2\pi \rangle$ z krokiem $h = \frac{\pi}{10}$. Przedstaw rozwiązanie graficznie.

Zad10 Dane jest równanie różniczkowe:

$\frac{dy}{dx} = f(x,y) = y - 2x^2 e^{-x}$. Rozwiązać równanie ulepszoną metodą Eulera (patrz str1 w bieżącym pliku) z warunkiem początkowym y(0)=0.5 dla przedziału $x \in \langle 0,2 \rangle$ z krokiem $h = 0.2$. Przedstaw rozwiązanie graficznie.

Zad11 Dane jest równanie różniczkowe:

$\frac{dy}{dx} = f(x,y) = \frac{y}{x}(lny - lnx)$. Rozwiązać równanie ulepszoną metodą Eulera (patrz str1 w bieżącym pliku) z warunkiem początkowym y(1)=$e^2$dla przedziału $x \in \langle 1,3 \rangle$ z krokiem $h = 0.1$. Przedstaw rozwiązanie graficznie.

Zad12 Dane jest równanie różniczkowe:

$\frac{dy}{dx} = 2xy^2 - 2xy$. Rozwiązać równanie ulepszoną metodą Eulera (patrz str1 w bieżącym pliku) z warunkiem początkowym y(0)=0.5 dla przedziału $x \in \langle 0,2 \rangle$ z krokiem $h = 0.1$. Przedstaw rozwiązanie graficznie.

Zad13 Dane jest równanie różniczkowe:

$\frac{dy}{dx} = (x-y)^2 + 1$. Rozwiązać równanie ulepszoną metodą Eulera (patrz str1 w bieżącym pliku) z warunkiem początkowym y(1)=$-1$dla przedziału $x \in \langle 1,3 \rangle$ z krokiem $h = 0.1$. Przedstaw rozwiązanie graficznie.

Zad14 Dane jest równanie różniczkowe:

$\frac{dy}{dx} = -sinx\,\sqrt{y}$. Rozwiązać równanie ulepszoną metodą Eulera (patrz str1 w bieżącym pliku) z warunkiem początkowym y(π)=0 dla przedziału $x \in \langle \pi, \frac{3\pi}{2} \rangle$ z krokiem $h = \frac{\pi}{20}$. Przedstaw rozwiązanie graficznie.

Zad15 Dane jest równanie różniczkowe:

$\frac{dy}{dx} = cosx - sinx - y$. Rozwiązać równanie ulepszoną metodą Eulera (patrz str1 w bieżącym pliku) z warunkiem początkowym y(0)=2 dla przedziału $x \in \langle 0, 3 \rangle$ z krokiem $h = 0.1$. Przedstaw rozwiązanie graficznie.

Zad16 Dane jest równanie różniczkowe:

$\frac{dy}{dx} = f(x,y) = \frac{2y}{3x}(lny - lnx)$. Rozwiązać równanie ulepszoną metodą Eulera (patrz str1 w bieżącym pliku) z warunkiem początkowym y(1)=$e^2$dla przedziału $x \in \langle 1,3 \rangle$ z krokiem $h = 0.1$. Przedstaw rozwiązanie graficznie.

Zad17 Dane jest równanie różniczkowe:

$\frac{dy}{dx} = f(x,y) = \frac{3y}{2x}(lny - lnx)$. Rozwiązać równanie ulepszoną metodą Eulera (patrz str1 w bieżącym pliku) z warunkiem początkowym y(1)=$e^{5/2}$dla przedziału $x \in \langle 1,3 \rangle$ z krokiem $h = 0.1$. Przedstaw rozwiązanie graficznie.

Zad18.Dane jest równanie różniczkowe:

$\frac{dy}{dt} = \cos(y)\sin(\frac{t}{3})$ z warunkiem początkowym y(1)=1.

Znajdź rozwiązanie tego równania dla $t \in \langle 1,50 \rangle$ metodą Rungego-Kutty czwartego rzędu. Przyjmij krok całkowania h=0.5. Przetestuj także inne kroki całkowania.

Przedstaw rozwiązanie graficznie w przedziale dla $t \in \langle 1,50 \rangle$

Zad19.Dane jest równanie różniczkowe:

$\frac{dy}{dt} = (1 - 3y)y^2$ z warunkiem początkowym y(0)=1.

Znajdź rozwiązanie tego równania dla $t \in \langle 1,5 \rangle$ metodą Rungego-Kutty czwartego rzędu. Przedstaw rozwiązanie graficznie w przedziale dla $t \in \langle 1,5 \rangle$. Przyjmij krok całkowania h=0.2. Przetestuj także inne kroki całkowania.

Przedstaw rozwiązanie graficznie w przedziale dla $t \in \langle 1,5 \rangle$

Zad20.Dane jest równanie różniczkowe:

$\frac{dy}{dt} = (1 - 1.5y)y^2$ z warunkiem początkowym y(0)=1.

Znajdź rozwiązanie tego równania dla $t \in \langle 1,5 \rangle$ metodą Rungego-Kutty czwartego rzędu. Przedstaw rozwiązanie graficznie w przedziale dla $t \in \langle 1,5 \rangle$. Przyjmij krok całkowania h=0.25. Przetestuj także inne kroki całkowania.

Przedstaw rozwiązanie graficznie w przedziale dla $t \in \langle 1,5 \rangle$