

# THESE

Présentée pour obtenir

**LE TITRE DE DOCTEUR  
DE L'INSTITUT NATIONAL POLYTECHNIQUE DE TOULOUSE  
ET LE TITRE DE DOCTEUR  
DE L'ECOLE SUPERIEURE DE COMMUNICATION DE TUNIS**

École doctorale : GEET

Spécialité : Micro-ondes, Electromagnétisme, et Optoélectronique

Par

**Mohamed BOUSSALEM**

**ETUDE ET MODELISATION DE STRUCTURES DE TRANSMISSION  
NON UNIFORMES APPLICATIONS A L'ADAPTATION D'IMPEDANCE  
ET AU FILTRAGE**

Soutenue le 18 JUILLET 2007 devant le jury composé de :

Pr.	Victor Fouad HANNA	Président & Rapporteur	Université Paris VI
Pr.	Abdelaziz SAMET	Rapporteur	INSAT Tunis
Pr.	Jacques DAVID	Directeur de thèse	ENSEEIH
M.C HDR.	Fethi CHOUBANI	Directeur de thèse	SUP'COM Tunis
Pr.	Habib ZANGAR	Membre	FST Tunis
Pr.	Raymond CRAMPAGNE	Membre	ENSEEIH
Dr Ing.R.	Tan-Hoa VUONG	Membre	ENSEEIH



---

# Dédicaces

*A la mémoire de ma grand-mère Habiba MALOUCHE*

*A la mémoire de mes grands-parents, Amor BOUSSALEM, Chedli ALLANI, Rihana ALLANI*

*A mes très chers parents Sayed BOUSSALEM et Zeineb ALLANI BOUSSALEM*

*à ma très chère sœur Mouna BOUSSALEM,*

*A toute ma famille,*

*A tous mes amis,*

---

# Remerciements

Le travail présenté dans ce manuscrit s'est déroulé au sein du laboratoire de l'école nationale supérieure d'électronique, d'électrotechnique, d'informatique, d'hydraulique et télécommunications (ENSEEIHT) de Toulouse ainsi qu'au laboratoire 6Tel de l'école supérieure de communications de Tunis.

Je tiens tout d'abord à exprimer ma profonde gratitude aux membres du jury :

- à Monsieur **Victor Fouad Hanna**, professeur à l'université de Paris VI, qui m'a fait l'honneur d'avoir accepté de juger ce travail en qualité de rapporteur et de présider mon jury de thèse.

- à Monsieur **Habib ZANGAR**, Professeur à la Faculté des sciences de Tunis pour avoir accepté de juger le travail de cette thèse.

- à Monsieur **Abdelaziz SAMET**, Professeur à L'INSAT TUNIS pour m'avoir fait l'honneur d'accepter de juger le travail de cette thèse en qualité de rapporteur.

- à Monsieur **Raymond Crampagne**, Professeur à l'ENSEEIHT, j'exprime toute ma gratitude pour m'avoir guidé et s'être investi sans compter pour mener à bien cette étude.

- à Monsieur Tan Hoa vuong maître de conférence à l'ENSEEIHT, pour avoir accepté de juger mon travail.

- à Messieurs **Jacques David**, et **Fethi CHOUBANI**, Professeurs à l'ENSEEIHT, et à SUPCOM, qu'il trouvent ici l'expression de mes sincères remerciements d'avoir bien voulu diriger mes travaux de Doctorat. Je leur exprime ma plus

---

profonde gratitude et ma reconnaissance pour tous leurs encouragements et conseils, et toutes les ressources techniques et matérielles qu'ils ont mis à ma disposition pour l'accomplissement de ce travail. Je les remercie pour la confiance qu'ils ont manifestée en me confiant cette étude et aussi pour les discussions constructives que nous avons eues au cours de ces années. Le travail présenté est également un travail d'équipe. De tels résultats n'auraient pu être obtenus sans plusieurs membres du laboratoire qui m'ont aidé à leur manière, soit directement, soit simplement en me manifestant de la sympathie, tels Docteur **Tan-Hôa Vuong**, Docteur **Hafedh GAHA**, et bien d'autres encore : doctorants et enseignants à l'N7. Ils ont contribué à ce que ces années de thèse se déroulent sous le signe de la bonne humeur

Je remercie également l'institut français de coopération de Tunis de l'ambassade de France en Tunisie ainsi que le ministère Tunisien de la recherche et de l'innovation technologie pour leur soutien financier.

Je terminerai mes remerciements en pensant à mes parents qui m'ont permis de réussir des études aussi longues. Je les remercie vivement de m'avoir donné les moyens matériels, mais surtout pour leur soutien de tous les instants pour accomplir cette thèse. Sans oublier aussi ma très chère sœur Mouna Boussalem ( Mannou) pour son soutien et tous ses encouragements.

Je remercie aussi tous mes amis Jean Pierre Mario, Hachem Khadri (Bichou), Mokhtar Haouet (Houta), Yassine sellemi, Syrine Charfi, Sami Chaouachi, Ali Yalaoui (Aloulou), Cristian Avram, Bastien Rocarias sans tout les autres.

---

## Liste des travaux découlant de cette thèse

### Revues avec comité de lecture

**M.Boussalem**, J.David, F.Choubani, R.Crampagne. : "A Pseudo Analytic Solution in Fourier Series Forms of The Propagation Equation in Non Uniform Transmission Lines". *WSEAS International, Journal* September 2005. Issue 9, Volume 4, pp 1177-1184.

### Conférences Internationales

**M.Boussalem**, J.David, F.Choubani, R. Crampagne : " Intelligence use of non uniform transmissions lines to design actives and passive microwave circuits" Progress in electromagnetic Research Symposium, PIERS 2006, Tokyo – JAPON pp 26,30.

**M.Boussalem**, F.Choubani, J.David, R.Crampagne. : " Harmonic supression in low pass filter designed by non uniform transmissions lines", *12th IEEE International conference on electronics, Circuits and Systems*, Gammarth, Tunisia, 11-14 December 2005.

**M.Boussalem**, J.David, F.Choubani, R.Crampagne.: " Apport des lignes de transmissions non uniformes pour la maîtrise de harmoniques dans les circuits actifs RF" , *18Eme colloque international Optiques Hertzienne et Diélectrique*, Hammamet Tunisie, 6-8 Septembre 2005, conférence proceeding. pp 330-333.

**M.Boussalem**, J.David, F.Choubani, R.Crampagne. : "Exact Analysis of non uniform coupled transmissions lines by numerical solution of Hill's equation" , *5th WSEAS International Conference on power Systems and Electromagnetic Compatibility*, Corfu, Grèce, 23-25 Août 2005 pp 121-124.

J. David, **M. Boussalem**, H. Gaha, T.H. Vuong, D. Voyer and H. Aubert, "Méthodes expérimentales pour la caractérisation HF de composants embarqués" Colloque International sur les Technologies Automobiles, Sousse 26, 27 Avril 2007.

T.H. Vuong, H. Gaha, **M. Boussalem**, J. David, F. Choubani, " Les communications sans fils dans l'automobile" " Colloque International sur les Technologies Automobiles, Sousse 26, 27 Avril 2007.

H. Gaha, **M. Boussalem**, **J. David**, F. Choubani, T.H Vuong, A. Bouallègue, " Natural Fractal Shapes for Novel Multiband Antenna Design, " *Microwave Symposium, MMS'2006,Genova(Italy)* September 19-21, 2006

**M. Boussalem**, H. Gaha, J. David, F. Choubani, R. Crampagne, " Analysis of Non Uniform Transmission Lines Using The Direct Numerical Resolution of Hill's Equation" Progress In Electromagnetics Research, PIERS'2007 Prague, 27- 30 Août 2007.

---

# Table des matières

Table des matières .....	7
Liste de figures .....	10
Liste de Tableaux.....	14
Résumé.....	15
Introduction générale.....	17
Bibliographie introduction générale.....	19
 Chapitre I Modélisation des lignes de Transmissions Non uniformes.....	21
I Introduction.....	22
II Définition de l'équation de Hill.....	23
III Ecriture des équations du courant et de la tension .....	24
IV Identification des équations des Télégraphistes à une équation de Hill.....	29
IV.1 Elimination du terme en dérivée première .....	29
IV.2 Périodisation de la fonction $J(\xi)$ .....	30
V Résolution de l'équation de Hill.....	31
V. 1 Théorème de Floquet .....	31
V. 2 Etapes de résolution .....	33
V.2.1 Décomposition de $J(\xi)$ en séries de Fourier .....	33
V.2.2 Recherche du déterminant infini.....	34
V.2.3 Ecriture du déterminant sous forme de fonction analytique .....	37
V.2.3.1 Définition de l'équation caractéristique.....	37
V.2.3.2 définition du déterminant $D(\mu)$ .....	37
V.2.3.3 Equation caractéristique.....	38
V.2.4 Détermination des deux exposants de Floquet.....	39
V.2.5 Choix de la période $T$ .....	40
V.2.6 Recherche de fonctions $u_1(\xi)$ et $u_2(\xi)$ .....	40
V.2.7 Algorithme itératif de détermination des exposants de Floquet.....	43
VI Dédution du modèle de la ligne .....	49
VI.1 Détermination de la matrice de chaîne de la ligne .....	50
VI.2 Détermination de la matrice de répartition de la ligne .....	50
VII Modélisation des LNUT couplé a partir de la méthode de Hill.....	52
VII.1 Théorie de superposition des modes pair et impair .....	53
VII.2 Détermination de la matrice de répartition d'une LNUT couplée .....	54
VIII Résultats numériques de quelques lignes non uniformes .....	58
IX Conclusion du chapitre .....	67
Bibliographie du chapitre .....	68
 Chapitre II Etude du comportement fréquentiel des lignes non uniformes .....	72
I Introduction.....	73
II Généralité sur le comportement fréquentiel.....	74
II.1 Ligne quart d'onde court circuitée à une extrémité.....	75

---

II.2 Ligne quart d'onde ouverte à une extrémité.....	75
II.3 Réalisation d'inductances et de capacités .....	76
II.3.1 Inductance série .....	77
II.3.2 Inductance parallèle.....	77
II.3.3 Capacité parallèle.....	78
II.3.4 Capacité série.....	78
III Lignes de transmission non uniformes .....	79
III.1 Définition de la non uniformité .....	79
III.2 Etude du comportement fréquentiel des LNUT.....	82
III.3 Validation expérimentale .....	86
III.3.1 Etude de la ligne uniforme quart d'onde court circuitée.....	86
III.3.2 Etude de la ligne non uniforme de profil exponentiel en cc.....	87
III.3.3 Etude de la ligne de profil linéaire hyperbolique en cc .....	88
III.4 Interprétations des résultats expérimentaux .....	89
IV Conclusion du chapitre II.....	90
Bibliographie du chapitre II.....	91
Chapitre III Applications des lignes de transmission Non uniformes (LNUT).....	94
I. Introduction.....	95
II Adaptation d'impédance dans le domaine fréquentiel.....	95
III Généralité sur le filtrage micro-ondes.....	100
III.1 Rappels des notions de synthèse des filtres à éléments localisés.....	100
III.2 Rappels des notions de synthèse des filtres à éléments distribués.....	101
IV Application des LNUT dans la conception des filtres Micro-ondes.....	103
IV.1 Introduction .....	103
IV.2 Cas d'un filtre passe bas .....	103
IV.2.1 Problématique .....	103
IV.2.2 Principe .....	105
IV.2.3 Validation expérimentale .....	106
IV.2.4 Discussion des résultats expérimentaux.....	110
IV.3 Cas du filtre coupe bande.....	111
IV.3.1 Choix du gabarit du filtre .....	111
IV.3.2 Conception à partir de ligne .....uniformes.....	112
IV.3.3 Utilisation des lignes de transmission non uniformes .....	113
IV.3.3.1 Objectif .....	113
IV.3.3.2 Principe .....	114
IV.3.4 Eude détaillée .....	114
IV.2.5 Filtre non uniforme.....	117
IV.2.6 Validation expérimentale .....	118
IV.2.7 Discussion des résultats expérimentaux.....	122
V Application des LNUT dans la conception des circuits actifs Micro-onde.....	122
V.1 Introduction .....	122
V.2 Application dans le cas d'un amplificateur de puissance .....	123
V.3 Utilisation des LNUT dans le circuit de polarisation du transistor .....	124



---

V.3.1 Objectif .....	124
V.3.2 Principe .....	124
V.4 Application dans le cas d'un oscillateur micro-ondes .....	127
V.4.1 Objectif .....	127
V.4.2 Principe.....	127
V.4.3 Utilisation des LNUT .....	130
V.4.4 Discussions des résultats obtenues.....	132
V.4.5 Etude du comportement fréquentiel des deux lignes utilisées.....	133
VI Conclusion du chapitre .....	135
 Bibliographie du chapitre III.....	136
Conclusion générale.....	140
 Annexe A.1 Calcul des éléments de la matrice de chaîne M de la ligne à partir des solutions de l'équation de HILL $U_1$ et $U_2$ .....	142
Annexe A.2 Matrice de chaîne - Matrice de répartition.....	145
A.2.I - Détermination du paramètre $S_{11}$ .....	146
A.2.II - Détermination du paramètre $S_{12}$ .....	146
A.2.III - Détermination du paramètre $S_{21}$ .....	147
A.2.IV - Détermination du paramètre $S_{22}$ .....	147
Annexe A.3 Filtre Passe bas.....	148
A.3.1 Gabarit .....	148
A.3.2 Calcul de l'ordre du filtre .....	149
A.3.3 Calcul des éléments du filtre.....	149
A.3.4 Simulation du filtre en éléments discrets .....	150
A.3.5 Calcul des longueurs des éléments du filtre idéal .....	151
Annexe A.4 Filtre coupe bande.....	154
A.4.1 Gabarit .....	154
A.4.2 Transformation du gabarit Coupe-Bande à Passe Bas .....	154
A.4.3 Calcul de l'ordre du filtre .....	155
A.4.4 Calculs des valeurs des différents éléments du circuit .....	156
A.4.5 Filtre Coupe Bande de Butterworth du 5ème ordre en éléments localisés.....	156
A.4.6 Circuit avec des inverseurs d'impédance .....	158
A.4.7 Réalisation du filtre à l'aide de lignes microbandes .....	159

---

# Liste des figures

Figure I.1 : Représentation schématique d'une ligne de transmission uniforme

Figure I.2: Schéma équivalent d'une ligne de longueur élémentaire

Figure I.3 Schéma équivalent d'une L.T.N.U.

Figure I.2 : Périodisation de la fonction  $G(\xi)$

Figure I.3 : Algorithme de calcul des exposants de Floquet

Figure I.4 : Organigramme de modélisation des lignes de transmission non uniformes

Figure I.5 : Organigramme du module 1

Figure I.6 : Organigramme du module 2

Figure I.7 : modèle de ligne de transmission

Figure I.8 : Organigramme du module

Figure I.9 : Ligne de transmission uniforme

Figure I.10 : Ligne non uniforme de profil linéaire

Figure I.11 Circuit électrique équivalent d'une LNUT couplée

Figure I.12 Octopôle L.C.N.U. divisé en deux quadripôles par plan de symétrie

Figure I.13: Octopôle excité en mode pair (a) et impair (b)

Figure I.14 : Ligne de transmission de profil exponentiel

Figure I.15 : Ligne non uniforme de profil exponentiel – linéaire.

Figure II.1 : Différentes topologies de lignes de transmission en technologie planaire

Figure II.2 : Ligne de transmission micro bande

Figure II.3 : Lignes de champ électrique dans la ligne microbande

Figure II.4 : conception d'une inductance série

Figure II.5 : Réalisation d'une inductance parallèle en ligne microbande

Figure II.6 : Réalisation d'une capacité parallèle en ligne microbande

---

Figure II.7 : Différentes formes de lignes non uniformes avec variation de profil P

Figure II.8 : Différentes lignes non uniformes avec variation de profil P et d'épaisseur T

Figure II.9 : Ligne non uniforme conçu à partir de la mise en cascade de lignes uniformes

Figure II.10 : Ligne de transmission uniforme

Figure II.11 : Ligne de transmission non uniforme de profil linéaire

Figure II.12 : Ligne de transmission non uniforme de profil exponentiel

Figure II.13 : Impédance des deux lignes uniforme et non uniformes de profil linéaire

Figure II.14 : Circuit de ligne micro bande quart d'onde court circuité

Figure II.15 : Coefficient de réflexion de lignes uniforme  $\lambda/4$  court circuitée

Figure II.16 : Coefficient de réflexion de lignes uniforme  $\lambda/4$  court circuitée -mesures-

Figure II.16 : Coefficient de réflexion de lignes uniforme  $\lambda/4$  court circuitée -mesures-

Figure II.18 : Coefficient de réflexion de lignes exponentielle  $\lambda/4$  court circuit

Figure II.19 : Coefficient de réflexion de ligne exponentielle  $\lambda/4$  court circuit -mesures-

Figure II.20 : Circuit réel de ligne linéaire hyperbolique  $\lambda/4$  en court circuit

Figure II.21 : Coefficient de réflexion d'une ligne linéaire hyperbolique  $\lambda/4$  court circuitée

Figure II.22 : Coefficient de réflexion de ligne linéaire hyperbolique  $\lambda/4$  court circuit

Figure II.23 : Coefficient de réflexion de ligne linéaire hyperbolique  $\lambda/4$  court circuit

Figure III.1 : Ligne non uniforme réalisant un transformateur d'impédance

Figure III.2 : Coefficient de réflexion pour différentes lignes non uniforme

Figure III.3 : Ligne de transmission microbande avec variations de la largeur du ruban et de l'épaisseur du substrat

Figure III.4 : Gabarit d'un filtre passe bas réel conçu à partir d'éléments localisés.

Figure III.5 : Schématique pour un filtre passe bas à 1 GHz conçu par des lignes uniformes.

Figure III.6 : Réponse du filtre uniforme

Figure III.7 : Schématique pour un filtre passe bas à 1 GHz conçu avec des lignes non uniformes.

---

Figure III.8 : Réponse fréquentielle des deux filtres passe bas.

Figure III.9 : Circuit de filtre passe bas réalisé à partir de lignes uniformes

Figure III.10 : Circuit du filtre passe bas conçu à partir de lignes non uniformes

Figure III.12 : Réponse des deux filtres passe bas A conçu a partir de lignes uniformes B conçu à partir de lignes non uniformes

Figure III.13 : Données obtenues à partir de l'analyseur de réseau vectoriel

Figure III.14 : Gabarit du filtre coupe bande étudiée

Figure III.15 : Schématique de filtre coupe bande conçu à partir de lignes uniformes

Figure III.16 : Réponse fréquentielle du filtre coupe bande conçu à partir de lignes uniformes

Figure III.17 : Schématique du premier élément résonant (ligne uniforme et ligne non uniforme)

Figure III.18 : Comportement fréquentiel des deux lignes

Figure III.20 : Schématique du deuxième élément résonant (ligne uniforme et ligne non uniforme)

Figure III.21 : Schématique du troisième élément résonant (ligne uniforme et ligne non uniforme)

Figure III.22 : Comportement fréquentiel des deux lignes

Figure III.23 : Schématique du filtre coupe bande conçu à partir de LNUT

Figure III.24 : Réponse fréquentielle du filtre coupe bande (uniforme et non uniforme)

Figure III.25 : Circuit réel du filtre Coupe bande conçu à partir de lignes uniformes

Figure III.26 : Circuit réel du filtre Coupe bande conçu à partir de lignes uniformes

Figure III.27 : Réponses des deux filtres A : Filtre uniforme, B : filtre non uniforme

Figure III.28 : Données obtenues à partir de l'analyseur de réseau vectoriel

Figure III.29 : topologie simplifiée de l'utilisation des LNUT dans le cas d'un amplificateur

Figure III.30 : Topologie simplifiée de l'utilisation des LNUT dans le circuit de polarisation d'un transistor

Figure III.31 : Schématique de l'oscillateur étudié avec une ligne résonante uniforme

---

Figure III.32 : Amplitude des différents harmoniques du signal de sortie (cas d'une ligne résonante uniforme)

Figure III.33 : Représentation temporelle du signal de sortie dans le cas d'une ligne uniforme

Figure III.34 : Amplitude des différents harmoniques du signal de sortie (cas d'une ligne résonante non uniforme de profil linéaire)

Figure III.35 : Représentation temporelle du signal de sortie (cas d'une ligne de profil linéaire)

Figure III.36 : Comparaisons des Amplitude des différents harmoniques du signal de sortie

Figure III.37 : Comparaison de la représentation temporelle des signaux de sortie

---

# Liste des tableaux

Tableau I.1 : Système linéaire homogène

Tableau I.2 : Déterminant associé à l'équation de Hill

Tableau I.3 : Système linéaire homogène tronqué

Tableau I.4 : Système linéaire homogène privé de l'élément  $C_0$

Tableau II.1 : Fréquence de résonance de lignes de transmission uniforme et non uniformes.

Tableau III.1 : Propriétés de certaines structures de transmission

Tableau III.2 : Comparaison des deux filtres passe bas uniforme et non uniforme

Tableau III.3 : Comparaison des deux filtres coupe bande uniforme et non uniforme

Tableau III.4 : Comparaison des caractéristiques des deux topologies d'amplificateur

Tableau III.5 : Récapitulatif des différents niveaux d'harmoniques suivants la ligne utilisée

---

# Résumé

Le but de ce travail est d'exposer l'utilité des lignes non uniformes pour compenser des non linéarités avec une approche physique orientée vers la conception des circuits micro-ondes. En effet, certaines structures de transmission non uniformes bien choisis, peuvent, grâce à leur comportement fréquentiel compenser des parasites harmoniques dans des circuits passifs micro-ondes et aussi une non linéarité dans les circuits actifs. Il suffit pour cela de bien choisir la loi de non uniformité afin de maîtriser une non linéarité connue. Ce travail exposera le cas des lignes de transmission non uniformes conçues et réalisées en technologie microbande (stripline).

La première partie, purement théorique, décrit une méthode originale de modélisation de ces lignes de transmission non uniformes quelque soit leur profil de non homogénéité. Cette méthode nous permet, suite à l'identification à une équation de Hill, de l'équation régissant le problème physique à traiter de résoudre des problèmes de propagation électromagnétique en milieu hétérogène. Son originalité est de fournir une expression analytique générale et explicite de la solution sous la forme d'un développement en série de Fourier, mieux adapté qu'un résultat purement numérique car il confère un sens physique au problème considéré.

La deuxième partie, consistera à définir de manière objective les lignes de transmission non uniformes et à étudier leur comportement fréquentiel ainsi que la différence qu'elles présentent par rapport aux structures de transmissions uniformes classiques.

La dernière partie présente des applications originales de ces lignes dans la réduction des harmoniques parasites générés par des dispositifs passifs ainsi que l'amélioration des circuits actifs en ce qui concerne la présence des harmoniques dans le signal de sortie.

## Mots clés

Micro-ondes – Hyperfréquences – Equation de Hill – Résolution numérique – Lignes de transmissions non uniformes – Technologie planaires – adaptation d'impédance – Filtres passifs Réduction d'harmoniques de circuits actifs – circuits non linéaires.

---

# Introduction Générale



---

# Introduction générale

Le domaine des micro-ondes et des radios fréquences, a connu depuis ces dernières années une forte demande et de très grands progrès technologiques. Le domaine d'application touche aujourd'hui différents domaines allant des applications professionnelles de haute précision comme les systèmes de navigation de télécommunications terrestres et spatiale, la télédétection, la radiométrie, la médecine et santé à des applications grand public comme la télévision, la téléphonie mobile, radiodiffusion, les systèmes d'alarmes et de sécurité.

Ces évolutions se sont naturellement confrontées à différentes contraintes, à savoir :

- Contrainte de minimisation des circuits électroniques qui se traduit par la conception de circuits les plus compacts possibles avec les problèmes de compatibilité électromagnétique associés.
- Contrainte d'optimisation des bandes de fréquences utiles, en effet, pour éviter tout problème d'interférence, il est nécessaire de choisir et d'organiser les bandes de fréquences avec une précision maximale.
- Contrainte de minimisation des coûts de production, certains produits sont destinés à une large diffusion ce qui impose l'utilisation des matériaux et de procédés de fabrication les moins coûteux possibles.

La combinaison de ces différentes contraintes dirige les chercheurs vers une intégration du plus grand nombre de fonctions. La méthode la plus connue est l'utilisation des lignes de transmissions uniformes mises en cascade. L'inconvénient est que ces structures de transmission présentent des discontinuités difficiles à modéliser.

Une autre orientation a conduit les chercheurs à l'introduction de structures de transmission non uniformes ou encore de lignes de transmission non uniformes (LNUT). En effet, ces types de structures présentent un grand avantage puisque leur comportement fréquentiel dépend étroitement de leur géométrie ce qui rendra alors possible d'optimiser le profil de la ligne pour

---

avoir le comportement fréquentiel qui convient le mieux. Cela peut avoir un impact considérable dans la conception des circuits actifs micro-ondes, comme les amplificateurs de puissance, les oscillateurs et aussi les circuits passifs en général et le filtrage en particulier.

C'est dans ce contexte que cette thèse prend place. Elle concernera l'étude, la modélisation et l'application des lignes de transmission non uniformes dans le domaine fréquentiel avec l'objectif de dégager le comportement fréquentiel (de résonance, facteur de qualité) différent de celui présenté par des structure différentes classiques. L'apport de ces lignes de transmission non uniformes (LNUT) pour l'amélioration des performances des circuits passifs et actif micro-ondes sera aussi exposé.

Ainsi, dans le premier chapitre, nous exposerons la modélisation des LNUT, faite grâce à un formalisme mathématique basé sur la résolution d'une équation différentielle du second ordre sans terme en dérivée première appelée équation de Hill. La modélisation consistera à écrire les équations générant la variation du courant et de la tension le long de la structure, et ensuite à les identifier à une équation de Hill. La résolution de cette dernière permettra de déduire les solutions sous forme de coefficients de série de Fourier qui permettront à leur tour, de déduire le modèle de la ligne.

Le deuxième chapitre, décrira le comportement fréquentiel de ces lignes de transmission non uniformes ayant un profil linéaire, exponentiel ou encore hyperbolique. L'étude concernera précisément des lignes de longueur  $\lambda/4$  court circuité ou en circuit ouvert. La comparaison de ces comportements avec celui des structures classiques sera ainsi dégagée.

Ainsi, différentes lignes ayant différents profils ont été étudiés et leur comportement fréquentiel spécifique a été validé expérimentalement.

Le troisième chapitre sera consacré aux applications de ces lignes de transmission non uniformes dans la conception et l'amélioration du comportement des circuits passifs et précisément dans la conception d'un filtre passe bas et un filtre coupe bande. L'impact positif de l'utilisation des LNUT a ainsi été expérimentalement validé.

L'utilisation des LNUT dans la conception des circuits actifs comme en particulier dans le cas d'amplificateur et d'oscillateur micro onde sera abordée dans la deuxième partie de ce chapitre.

---

## Références bibliographiques de l'introduction générale

[IG.1] **S.R. N’Gongo**

” Modélisation des circuits planaires : Application à l’influence du boîtier” Thèse de Doctorat en Electronique, INP Toulouse, 1999.

[IG.2] **F. Gagnet**

” Contribution à l’étude d’interconnexions en circuits intégrés” Thèse de Doctorat en Electronique, INP Toulouse, 1998.

[IG.3] **T.P. Vuong**

”Contribution à l’étude des discontinuités dans les guides d’ondes métalliques creux Applications aux antennes et aux filtres” Thèse de doctorat en électronique, INP Toulouse, 2000.

[IG.4] **G.W. Hill**

”On the part of the motion of the lunar perigee which is a function of the mean motion of the sun and moon” Cambridge U.S.A., 1877, réimprimé dans Acta Mathematica, vol. 8, pp. 1-36, 1886.

---

# Chapitre I

# Modélisation des lignes de Transmissions Non uniformes

### **Résumé :**

*Les lignes de transmissions non uniformes (LNUT) présentent un comportement fréquentiel spécifique différent de celui des lignes de transmissions classiques uniformes. Dans ce premier chapitre, consacré à une étude théorique, nous exposerons une méthode originale de modélisation des LNUT qui, à partir de la loi de non uniformité de la ligne, détermine le modèle de la structure donné par sa matrice de répartition [S].*

*Cette modélisation sera basée sur la résolution numérique de l'équation de Hill, en effet, le processus de modélisation consistera dans un premier temps à écrire les équations de courant, de tension et d'impédance le long d'une ligne de transmission non uniforme et ensuite d'identifier ces équations à des équations de Hill. Dans un deuxième temps nous exposerons les étapes de résolution d'une équation de Hill, pour, finalement, en déduire le modèle de la ligne à partir des solutions trouvées.*

*Cette résolution fera l'objet de plusieurs étapes qui permettront la mise en oeuvre d'un programme de résolution complet.*

---

## I. Introduction

La modélisation des lignes de transmissions non uniformes a fait l'objet de différentes investigations par les chercheurs [1], [2]. Ainsi, plusieurs démarches de modélisation de ces structures ont été étudiées, le principe consiste toujours à déterminer les solutions des équations de courant, de tension et d'impédance le long de la structure et cela en tenant compte de sa non uniformité pour ensuite déduire un modèle précis de cette dernière. Nous noterons ainsi l'étude effectuée par **M. Khalaj Amirhosseini** [3], [4] qui consiste à déterminer un modèle basé sur les sources équivalents ou encore les travaux de **Jacques DAVID** [5] dont la modélisation peut être basée sur la recherche des solutions littérales exactes. Une autre méthode, de modélisation, basée sur la résolution numérique de l'équation de Hill a aussi été évoquée dans la littérature, et c'est sur cette dernière que notre démarche de modélisation va être basée compte tenu de la précision de la méthode ainsi que sa capacité à modéliser des structure de transmission non uniformes ayant n'importe quel profil de non uniformité.

La modélisation se fera en différentes étapes successives conduisant à la détermination d'un modèle précis de la structure comme suit :

- 1) Ecriture des équations de courant, de tension et d'impédance de la ligne non uniforme tout en tenant compte de son profil de non uniformité.
- 2) Identification de ces équations à des équations de Hill sans terme en dérivée première.
- 3) Résolution numérique de l'équation de Hill.
- 4) Dédution de la matrice de répartition de la ligne.

---

## II Définition de l'équation de Hill

L'équation de Hill est définie comme étant une équation différentielle du second ordre sans terme en dérivée première et à coefficients périodiques.

Cette équation a été présentée pour la première fois par l'astronome américain [6] G.W. HILL qui l'avait établie pour analyser et mettre en évidence l'influence de l'attraction gravitationnelle du soleil sur le mouvement du périégée de la lune [7]. Cette équation a été utilisée dans différents domaines comme l'astronomie, l'électronique de puissance [8] etc. ...

Dans notre étude, l'équation de HILL permettra de résoudre analytiquement et sans approximation les équations de propagation le long d'un tronçon de ligne de transmission de profil non uniforme tout en tenant compte de sa variation géométrique qui sera mise sous forme de fonction mathématique.

La notation originale de cette équation est la suivante :

$$\frac{d^2 w}{dt^2} + \theta.w = 0 \quad (1.1)$$

Ainsi dans tout problème d'électromagnétisme, nous pouvons ramener les équations des télégraphistes à des équations de cette forme :

$$\frac{d^2 U(\xi)}{dt^2} + G(\xi).U(\xi) = 0 \quad (1.2)$$

Dans laquelle :

$U(\xi)$  étant la variable du problème considéré.

$G(\xi)$  la fonction mathématique qui représente la variation de la structure non uniforme, elle est réelle dans le cas de matériaux ou lignes sans pertes, complexes dans le cas avec pertes.

$\xi$  étant la variable d'espace.

---

La résolution de cette équation de HILL nous permettra d'avoir les solutions des équations des télégraphistes, ces solutions permettront de déterminer la matrice de réparation de la ligne et d'avoir ainsi, un modèle précis de notre structure de transmission non uniforme.

La démarche de résolution, basé sur les déterminants infinis de HILL, consiste à écrire les équations des télégraphistes qui décrivent la propagation le long des lignes de transmissions en tenant compte de la variation géométrique de ces structures non uniformes. Ensuite d'identifier ces équations de propagations à des équations de HILL sans terme en dérivée première. Cela se fait en posant des changements de variable, en éliminant les termes en dérivée première et en périodisant la fonction de non uniformité  $G(\xi)$ .

### III Ecriture des équations de courant et de tension

Dans le cas le plus uniforme, une ligne de transmission uniforme de longueur  $l$  et d'impédance caractéristique  $Z_c$  est représentée de la manière suivante :

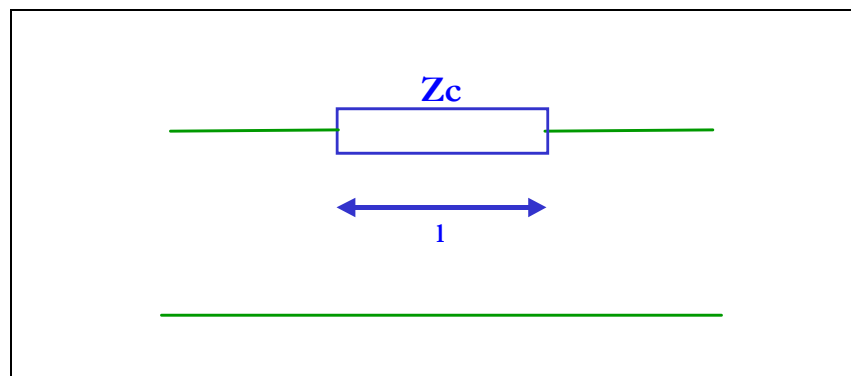


Figure I.1 : Représentation schématique d'une ligne de transmission uniforme

Considérons un élément de ligne de longueur élémentaire  $dx$ ,  $V$  et  $V+dV$  représentent respectivement les tensions à l'entrée et à la sortie de cet élément infinitésimal. Il en est de même pour le courant à savoir  $I$  et  $I+dI$ . Les grandeurs  $V$  et  $I$  dépendent des variables  $x$  et  $t$  le long de la ligne. Le schéma équivalent d'une telle ligne en éléments localisés est le suivant :



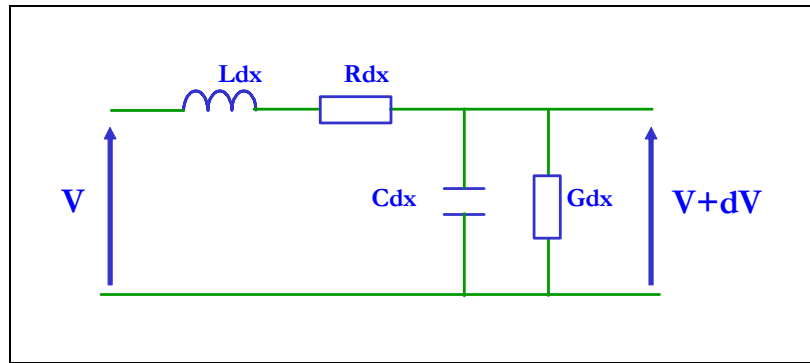


Figure I.2: Schéma équivalent d'une ligne de longueur élémentaire

Le modèle présenté dans la figure II.1 est constitué des éléments localisés suivants, appelés aussi éléments primaires de la ligne (constantes linéiques) :

$R$  : Résistance linéique ( $\Omega/m$ )

$L$  : Inductance linéique ( $H/m$ )

$G$  : Conductance linéique ( $S/m$ )

$C$  : Capacité linéique ( $F/m$ )

Le domaine de validité d'un tel modèle est limité aux lignes pour lesquelles on peut définir une impédance caractéristique, et celui des lignes en TEM pur (triplaque, coaxiale) et quasi TEM (microbande, coplanaire).

Dans le cas d'une ligne uniforme, les éléments localisés ( $R$ ,  $L$ ,  $C$ ,  $G$ ) restent constants le long de cette ligne. Cependant, dans le cas d'une ligne de transmission non uniforme (L.T.N.U.), ces éléments varient en fonction de la variable  $x$ , c'est-à-dire tout au long de la ligne.

Dans ce cas le schéma équivalent d'une L.T.N.U. peut être représenté de la manière suivante :

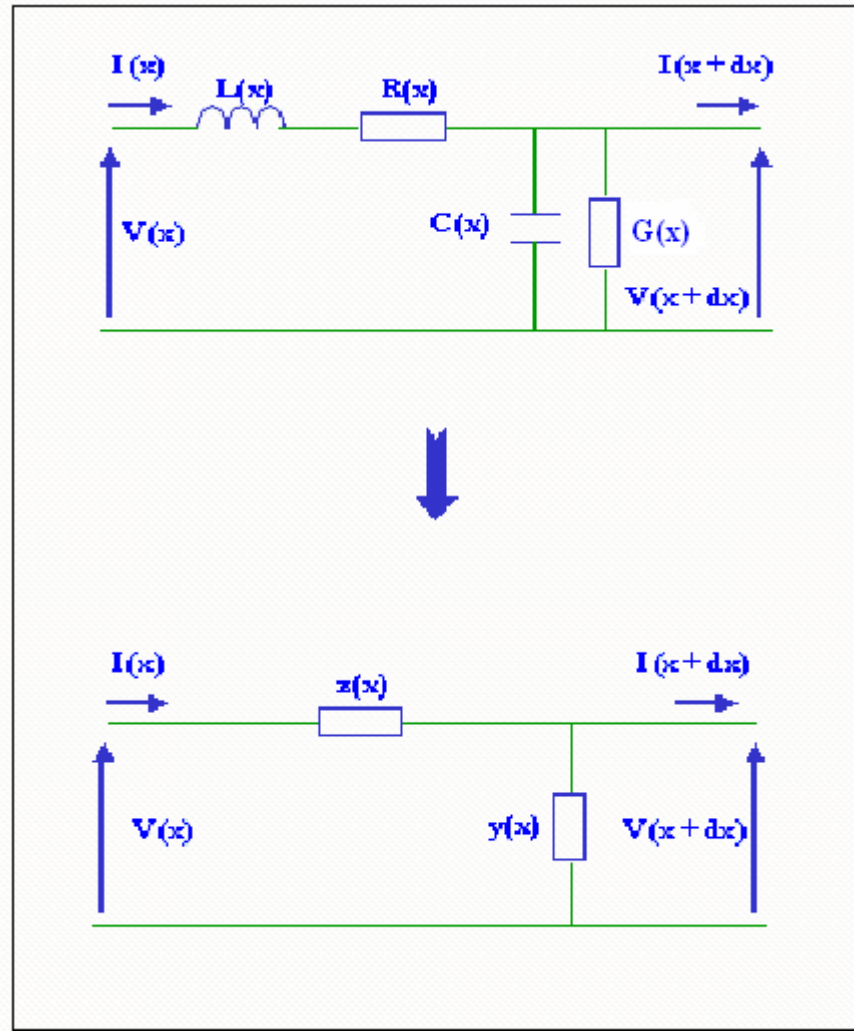


Figure I.3 Schéma équivalent d'une L.T.N.U.

D'après le schéma de la figure I.2, et en considérant que l'on se situe dans le domaine temporel, on obtient [9] :

$$Z(x) = R(x) + jL(x)\omega \quad (1.3)$$

$$Y(x) = G(x) + jC(x)\omega \quad (1.4)$$

Dans lesquels  $z(x)$  est l'impédance linéique,  $y(x)$  l'admittance linéique,  $R(x)$  et  $G(x)$  les pertes engendrées par la ligne.

---


$$V(x) - V(x + dx) = I(x)Z(x)dx \quad (1.5)$$

$$I(x)Z(x) = - \frac{V(x+dx)-V(x)}{dx} = - \frac{dV(x)}{dx} \quad (1.6)$$

$$V(x)Y(x) = - \frac{dI(x)}{dx} \quad (1.7)$$

En combinant ces différentes équations, nous pourrions écrire que :

$$\frac{d^2V(x)}{dx^2} - \frac{dV(x)}{dx} \cdot \frac{dZ(x)}{dx} \frac{1}{Z(x)} - Y(x) \cdot Z(x) \cdot V(x) = 0 \quad (1.8)$$

$$\frac{d^2I(x)}{dx^2} - \frac{dI(x)}{dx} \cdot \frac{dY(x)}{dx} \frac{1}{Y(x)} - Y(x) \cdot Z(x) \cdot I(x) = 0 \quad (1.9)$$

Ce sont les équations de propagation qui concernent la tension et le courant le long d'une ligne de transmission non uniforme.

Elles définissent les équations des télégraphistes en régime sinusoïdal dont la résolution nous permettra de définir la propagation le long de la ligne.

### *Impédance Caractéristique de la ligne*

L'impédance caractéristique  $Z_c(x)$  le long de la ligne s'écrit comme pour les lignes uniformes :

$$Z_c(x) = \sqrt{\frac{Z(x)}{Y(x)}} = \sqrt{\frac{R(x) + jL(x)\omega}{G(x) + jC(x)\omega}} \quad (1.10)$$

Nous nous proposons de déterminer l'équation de l'impédance locale de la ligne. Nous exprimerons l'impédance en  $(x + dx)$  en fonction de l'impédance en  $x$  et de l'impédance caractéristique de la ligne soit :

---


$$Z(x + dx) = Z_c(x) \cdot \frac{Z(x) + jZ_c(x) \cdot \operatorname{tg}(\beta dx)}{Z_c(x) + jZ(x) \cdot \operatorname{tg}(\beta dx)} \quad (1.11)$$

Donc :

$$\frac{Z(x+dx) - Z(x)}{dx} = \frac{j Z_c^2(x) \cdot \operatorname{tg}(\beta dx) - j Z^2(x) \cdot \operatorname{tg}(\beta dx)}{[Z_c(x) + j Z(x) \cdot \operatorname{tg}(\beta dx)] dx} \quad (1.12)$$

En considérant un élément de longueur infiniment petite de la ligne nous pourrions obtenir l'équation à laquelle obéit l'impédance locale de la lignes non uniforme.

Cette équation s'écrit :

$$\frac{dZ(x)}{dx} = -j \cdot \beta \frac{Z(x)}{Z_c(x)} + j \beta \cdot Z_c(x) \quad (1.13)$$

Pour l'application pointue et très précise de ces lignes non uniformes, il fallait utiliser un formalisme mathématique qui nous permettait d'analyser ces structures de la manière la plus exacte possible tout en tenant compte des différents phénomènes qui peuvent exister comme les pertes ou encore la dispersion.

Ce formalisme devrait permettre de résoudre les équations (I.8), (I.9) et (I.13) qui gènèrent la tension, le courant, l'impédance locale de la ligne non uniforme et cela sans aucune approximation

Il sera basé sur la résolution numérique de l'équation de Hill. Cela nous permettra d'avoir des solutions exactes et par conséquent une modélisation précise de ces lignes que nous pourrions alors utiliser plus facilement pour des applications au filtrage et à l'adaptation d'impédance.

---

## IV Identification des équations des Télégraphistes à une équation de Hill

Dans ce paragraphe nous nous proposons d'écrire les équations des télégraphistes c'est-à-dire les équations qui génèrent le courant et la tension le long de la ligne sous la forme d'une équation de Hill sans terme en dérivée première et à coefficients périodique. Pour cela, deux manipulations mathématiques seront nécessaires : élimination du terme en dérivé première et périodisation de la fonction  $J(\xi)$

$$\frac{d^2 U(\xi)}{dt^2} + G(\xi).U(\xi) = 0 \quad (1.14)$$

Dans laquelle  $U(\xi)$  est l'inconnu (courant ou tension)  $\xi$  est la variable spatiale et  $G(\xi)$  une fonction qui représente la loi de variation ou encore la non uniformité de la ligne de transmission.

### IV 1 Elimination du terme en dérivée première

Afin d'éliminer le terme en dérivée première de l'éq. 1.8, posons [10] :

$$V(x) = \sqrt{z(x)}.U(x) \quad (1.15)$$

Dans ces conditions, il vient successivement :

$$V'(x) = \sqrt{z(x)'}U(x) + \sqrt{z(x)}.U'(x) \quad (1.16)$$

$$V''(x) = \sqrt{z(x)''}U(x) + 2.\sqrt{z(x)'}U'(x) + \sqrt{z(x)}.U''(x) \quad (1.17)$$

Dans ces dernières équations fonction de  $x$  et de  $x$  seulement, ' et '' signifient respectivement les dérivées première et seconde par rapport à la variable  $x$ .

En reportant (1.10), (1.11) et (1.12) dans (1.8), on obtient alors :

$$\begin{aligned} \sqrt{z(x)} \cdot U'''(x) + \left[ 2 \cdot \sqrt{z(x)}' - \frac{z'(x)}{z(x)} \cdot \sqrt{z(x)} \right] \cdot U(x) \\ + \left[ \sqrt{z(x)}'' - \frac{z'(x)}{z(x)} \cdot \sqrt{z(x)}' - z(x) \cdot y(x) \cdot \sqrt{z(x)}' \right] \cdot U(x) = 0 \end{aligned} \quad (1.18)$$

Or on a: 
$$2 \cdot \sqrt{z(x)}'' = \frac{z'(x)}{z(x)} \cdot \sqrt{z(x)} \quad (1.19)$$

et 
$$\frac{z(x)}{\sqrt{z(x)}''} = -\sqrt{z(x)}'' - \frac{z'(x)}{z(x)} \cdot \sqrt{z(x)} \quad (1.20)$$

Donc par conséquent (3.13) devient :

$$U'''(x) - \left[ \frac{\sqrt{z(x)}}{\sqrt{z(x)}''} + z(x) \cdot y(x) \right] \cdot U(x) = 0 \quad (1.21)$$

On obtient alors une équation différentielle du second ordre sans terme en dérivée première.

#### IV 2 Périodisation de la fonction J (ξ) dans la cas des lignes non uniformes

$$J(\xi) = \begin{cases} G(\xi+T) & -3T/2 < \xi < -T/2 \\ G(\xi) & -T/2 < \xi < +T/2 \\ G(\xi+T) & +T/2 < \xi < +3T/2 \end{cases}$$

Ce qui nous donne en remplaçant G (ξ) par J (ξ)

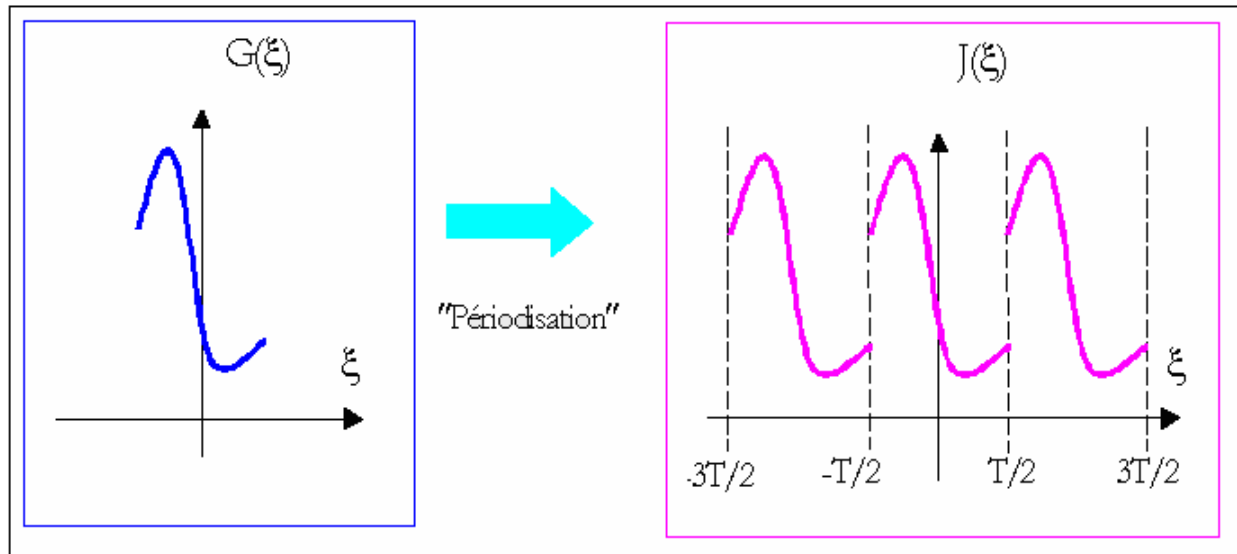


Figure I.4 : Périodisation de la fonction  $G(\xi)$

$$\frac{d^2 U(\xi)}{d\xi^2} + J(\xi) \cdot U(\xi) = 0 \quad (1.22)$$

L'équation précédente est une équation de Hill avec terme en dérivée seconde. La résolution d'une telle équation nous permettra d'obtenir une solution analytique exacte d'un problème considéré.

## V Résolution de l'équation de Hill

### V. 1 Théorème de Floquet

La résolution de l'équation de Hill est basée sur le théorème de Floquet [11] qui nous assure l'existence de deux solutions  $U_1(\xi)$  et  $U_2(\xi)$  linéairement indépendantes.

$$\text{Avec : } \begin{cases} U_1(\xi) = e^{\mu_1 \xi} u_1(\xi) & (1.23) \\ U_2(\xi) = e^{\mu_2 \xi} u_2(\xi) & (1.24) \end{cases}$$

Dans lesquelles,  $\mu_1$  et  $\mu_2$  sont les exposants de Floquet,

$$\begin{aligned} \text{Avec} \quad & \mu_1 = -\mu_2 \\ & \mu_1 = j\alpha \\ & \mu_2 = -j\alpha \end{aligned}$$

Nous remarquons bien que la solution trouvée est en accord avec le phénomène physique qui admet l'existence de deux ondes se propageant en sens inverse, l'une appelée onde progressive (pour  $\mu = \mu_1$ ) et l'autre une onde régressive (pour  $\mu = \mu_2$ ), comme c'est souvent le cas lors de l'étude de la propagation des ondes électromagnétiques dans les structure uniforme (structure uniforme pour laquelle la fonction  $G(\xi)$  est une constante).

$u_1(\xi)$  et  $u_2(\xi)$  sont des fonctions  $\pi$  périodique et dans la méthode de résolution de l'équation de Hill, elle sont obtenus sous la forme de séries de Fourier qui s'écrivent :

$$\begin{cases} u_1(\xi) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} C_{1,n} \cdot e^{j\omega \cdot n \cdot \xi} \\ u_2(\xi) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} C_{2,n} \cdot e^{j\omega \cdot n \cdot \xi} \end{cases} \quad (1.25)$$

$$(1.26)$$

Dans ces condition, la solution générale de l'équation d HILL  $U(\xi)$  peut se mettre sous l'une des formes suivantes :

$$\begin{aligned} U(\xi) &= D_1 \cdot U_1(\xi) + D_2 \cdot U_2(\xi) \\ &= D_1 \cdot e^{\mu_1 \cdot \xi} \cdot \sum_{n=-\infty}^{+\infty} C_{1,n} \cdot e^{j\omega \cdot n \cdot \xi} + D_2 \cdot e^{\mu_2 \cdot \xi} \cdot \sum_{n=-\infty}^{+\infty} C_{2,n} \cdot e^{j\omega \cdot n \cdot \xi} \end{aligned} \quad (1.27)$$

$U_1(\xi)$  et  $U_2(\xi)$  sont linéairement indépendantes et  $D_1$  et  $D_2$  sont deux constantes que l'on déterminera grâce aux conditions initiales dépendantes du problème que nous considérons.



---

*Remarque : Nous mesurons bien l'importance de la précision des exposants de Floquet sur la précision de la solution.*

## V. 2 Etapes de résolution

Soit  $U(\xi)$  une solution particulière de l'équation,  $U(\xi)$  s'écrit :

$$U(\xi) = e^{\mu \cdot \xi} \cdot \sum_{n=-\infty}^{+\infty} C_n \cdot e^{j \cdot n \cdot \omega \cdot \xi} \quad (1.28)$$

$\mu$  Étant l'exposant de Floquet à déterminer, ainsi que les coefficients du développement en série de Fourier  $C_n$  de  $u(\xi)$ . Pour cela, nous effectuerons successivement les différentes étapes suivantes :

### V.2.1 Décomposition de $J(\xi)$ en série de Fourier

Dans ce qui précède  $J(\xi)$  représente la fonction périodisée de non uniformité de la ligne à modéliser et nous supposons que cette dernière est une fonction  $T$  périodique qui remplit les conditions de Dirichlet [12] suivantes :

- La fonction est bornée.
- Ses maxima et ses minima ainsi que ses points de discontinuité sont en nombres limités.

Dans ces conditions  $J(\xi)$  est développable en série de Fourier dont les termes sont complexes.

$$J(\xi) = \sum_{p=-\infty}^{+\infty} \theta_p \cdot e^{j \cdot p \cdot \omega \cdot \xi} \quad \text{Avec} \quad \theta_p = \frac{1}{T} \int_{\theta}^{\theta+T} f(\xi) \cdot e^{j \omega p \xi} d\xi$$

$\theta_p$  étant le coefficient de rang  $p$  de la décomposition en série de Fourier de la fonction de non uniformité de la ligne.

Afin d'assurer la convergence des déterminants que nous avons à calculer nous supposons que la série  $\sum_{p=-\infty}^{+\infty} \theta_p$  est absolument convergente :

---


$$\sum_{p=-\infty}^{+\infty} |\theta_p| < +\infty$$

### V.2.2 Recherche du déterminant infini

Considérons une solution particulière envisagée par le théorème de Floquet :

$$U(\xi) = e^{\mu \cdot \xi} \cdot \sum_{n=-\infty}^{+\infty} C_n \cdot e^{j \cdot n \cdot \omega \cdot \xi} \quad (1.29)$$

Dans laquelle  $\mu$ , tout comme les coefficients  $C_n$  sont à déterminer.

En substituant dans l'équation de Hill (éq. 1.14) les expressions précédentes de  $J(\xi)$  et de  $U(\xi)$  il devient :

$$\sum_{n=-\infty}^{+\infty} (\mu + j \cdot \omega \cdot n)^2 \cdot C_n \cdot e^{(\mu + j \cdot \omega \cdot n) \cdot \xi} + \left( \sum_{p=-\infty}^{+\infty} \theta_p \cdot e^{j \cdot \omega \cdot p \cdot \xi} \right) \cdot \left( \sum_{n=-\infty}^{+\infty} C_n \cdot e^{(\mu + j \cdot \omega \cdot n) \cdot \xi} \right) = 0 \quad (1.30)$$

En simplifiant par  $e^{\mu \cdot \xi}$  (terme indépendant de  $n$  et  $p$ ) , nous aurons :

$$\sum_{n=-\infty}^{+\infty} (\mu + j \cdot \omega \cdot n)^2 \cdot C_n \cdot e^{j \cdot \omega \cdot n \cdot \xi} + \left( \sum_{p=-\infty}^{+\infty} \theta_p \cdot e^{j \cdot \omega \cdot p \cdot \xi} \right) \cdot \left( \sum_{n=-\infty}^{+\infty} C_n \cdot e^{j \cdot \omega \cdot n \cdot \xi} \right) = 0 \quad (1.31)$$

L'identification des termes en  $e^{j \cdot n \cdot \omega \cdot \xi}$ , donne suivant l'éq. (1.31) le système infini d'équations suivant :

$$(\mu + j \cdot \omega \cdot n)^2 \cdot C_n + \sum_{p=-\infty}^{+\infty} \theta_{n-p} \cdot C_p = 0 \quad (1.32)$$

Qui se met sous la forme matricielle suivante (tableau I.1) :

$$\begin{pmatrix} [-2] & \theta_{-1} & \theta_{-2} & \theta_{-3} & \theta_{-4} \\ \theta_1 & [-1] & \theta_{-1} & \theta_{-2} & \theta_{-3} \\ \theta_2 & \theta_1 & [0] & \theta_{-1} & \theta_{-2} \\ \theta_3 & \theta_2 & \theta_1 & [1] & \theta_{-1} \\ \theta_4 & \theta_3 & \theta_2 & \theta_1 & [2] \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} C_{-2} \\ C_{-1} \\ C_0 \\ C_1 \\ C_2 \end{pmatrix} = 0$$

Dans lequel :  $[n] = (\mu + j \cdot \omega \cdot n)^2 + \theta_0$   $n$  et  $p \in \mathbb{Z}$  et dans notre cas  $-2 \leq n, p \leq 2$

Tableau I.1 : Système linéaire homogène

Il peut aussi se mettre sous la forme d'un déterminant  $\Delta(\mu)$  défini comme suit :

$$\begin{cases} A_{n,n} = (\mu + jn\omega) + \theta_0 \\ A_{n,p} = \theta_{n-p} \end{cases} \quad n \neq p \quad (1.33)$$

Le déterminant  $\Delta(\mu)$  est semi-convergent puisque le produit de la diagonale principale ne converge pas absolument. D'après Whittaker [12], nous pourrions introduire un déterminant absolument convergent formé des termes  $B_{n,p}$ , obtenu en divisant chaque élément du déterminant associé au système infini (éq. 1.24) par l'élément de la diagonale appartenant à la même ligne ce qui nous conduit au nouveau système suivant :

$$\frac{(\mu + j \cdot \omega \cdot n)^2}{(\mu + j \cdot \omega \cdot n)^2 + \theta_0} \cdot C_n + \sum_{p=-\infty}^{+\infty} \frac{\theta_{n-p}}{(\mu + j \cdot \omega \cdot n)^2 + \theta_0} \cdot C_p = 0 \quad n \in \mathbb{Z} \quad (1.34)$$

Ainsi, les éléments associés à ce déterminant s'écrivent :

$$\begin{cases} B_{n,n} = 1 \\ B_{n,p} = \frac{\theta_{n-p}}{(\mu + jn\omega) + \theta_0} \end{cases} \quad n \neq p \quad (1.35)$$

Ce dernier peut aussi se mettre sous la forme d'un déterminant  $D(\mu)$  (tab. I.2) définie comme suit :

$$D(\mu) = \begin{vmatrix} 1 & \frac{\theta_{-1}}{[-2]} & \frac{\theta_{-2}}{[-2]} & \frac{\theta_{-3}}{[-2]} & \frac{\theta_{-4}}{[-2]} \\ \frac{\theta_1}{[-1]} & 1 & \frac{\theta_{-1}}{[-1]} & \frac{\theta_{-2}}{[-1]} & \frac{\theta_{-3}}{[-1]} \\ \frac{\theta_2}{[0]} & \frac{\theta_1}{[0]} & 1 & \frac{\theta_{-1}}{[0]} & \frac{\theta_{-2}}{[0]} \\ \frac{\theta_3}{[1]} & \frac{\theta_2}{[1]} & \frac{\theta_1}{[1]} & 1 & \frac{\theta_{-1}}{[1]} \\ \frac{\theta_4}{[2]} & \frac{\theta_3}{[2]} & \frac{\theta_2}{[2]} & \frac{\theta_1}{[2]} & 1 \end{vmatrix}$$

Dans lequel :  $[n] = (\mu + j \cdot \omega \cdot n)^2 + \theta_0$  n et p  $\in \mathbb{Z}$  et dans notre cas  $-2 \leq n, p \leq 2$

Tableau I.2 : Déterminant  $D(\mu)$  associé à l'équation de Hill

### Convergence absolue de $D(\mu)$

D'après les travaux de Poincaré [13], le déterminant  $D(\mu)$  est convergent si et seulement si la série ci-dessous converge.

$$\sum_{p=-\infty}^{+\infty} \frac{\theta_{n-p}}{(\mu + j \cdot \omega \cdot n)^2 + \theta_0} \cdot C_p \quad (1.36)$$

Elle est le produit des deux séries suivante :

$$\sum_{n=-\infty}^{+\infty} |\theta_n| \quad \text{et} \quad \sum_{p=-\infty}^{+\infty} \left| \frac{1}{(\mu + j \cdot \omega \cdot n)^2 + \theta_0} \right| \quad (1.37)$$

Comme l'a démontré Hill, ces deux séries sont convergentes ce qui induit que la convergence du déterminant  $D(\mu)$  est assurée par la convergence absolue de la série de terme  $\theta_n$  (sauf pour les valeurs de  $\mu$  qui annulent les éléments  $B_{n,p}$ )

---


$$\sum_{n=-\infty}^{+\infty} |\theta_n| < +\infty \quad (1.38)$$

En plus, le système linéaire infini admet une solution pour laquelle les  $C_n$  ne sont pas tous nuls, si et seulement si  $\mu$  satisfait l'équation :

$$D(\mu_1) = 0 \quad (1.39)$$

Avec  $\mu_1$ , exposants de Floquet associés à une solution du théorème de Floquet.

### **V.2.3 Ecriture du déterminant sous forme d'une fonction analytique**

#### ***V.2.3.1 Définition de l'équation caractéristique***

La détermination des solution de l'équation de Hill passe, dans un premier temps, par la détermination des exposants de Floquet  $\mu_1$  et  $\mu_2$ , ainsi que des coefficients  $C_{1,n}$  et  $C_{2,n}$ , obtenus à partir du développement en série de Fourier de la fonction de non uniformité  $J(\xi)$ . Dans un deuxième temps, la détermination passe par l'identification du déterminant  $D(\mu)$  à une fonction analytique complexe appelée équation caractéristique de l'équation de Hill.

Cette dernière est définie quelque soit :

$$\mu \neq \pm j \cdot \sqrt{\theta_0} - j \cdot \omega \cdot n \quad (1.40)$$

Ce qui veut dire que cette équation caractéristique est valable pour tout terme qui n'annule pas le dénominateur des éléments non diagonaux du déterminant infini

Afin de déterminer cette équation caractéristique, regardons au préalable les propriétés de  $D(\mu)$ .

#### ***V.2.3.2 définition du déterminant $D(\mu)$***

- $D(\mu)$  est  $j\omega$  périodique : puisque  $D(\mu + R\omega)$  avec  $R \in \mathbb{N}$  est obtenu à partir de  $D(\mu)$  par une translation de  $n \cdot p$  lignes et  $n \cdot q$  colonnes.

- 
- Le déterminant  $D(\mu)$  est une fonction paire de  $\mu$  : En effet, le changement de  $\mu$  en  $-\mu$  est compensé par la permutation des lignes  $n$  et  $-n$ , des colonnes  $p$  et  $-p$  ce qui implique que  $D(\mu) = D(-\mu)$ .
  - Les termes  $B_{n,p}$  pour  $n \neq p$ , tendent vers zéro lorsque  $|\mu|$  tend vers l'infini, Par conséquent  $D(\mu)$  tend vers 1 qui est le produit de sa diagonale.
  - les pôles de  $D(\mu)$  sont  $\pm j \cdot \sqrt{\theta_0} - j \cdot \omega \cdot n$ .
  - Si nous considérons que  $\mu_1$  est un zéro de  $D(\mu)$ , puisque  $D(\mu)$  est une fonction paire de  $\mu$  de période  $j\omega$ , alors tous les zéros de  $D(\mu)$  seront égaux à :  $\pm \mu_1 \pm R \cdot j\omega$ .
  - $D(\mu)$  peut être identifié à une fonction qui représentera l'équation caractéristique puisque nous pourrions connaître ses zéros, ses pôles ainsi que son comportement asymptotique.

### V.2.3.3 Equation caractéristique

$D(\mu)$  possède les mêmes propriétés que la fonction ci-dessous [14] :

$$F(\mu) = \frac{(e^{T \cdot \mu} - e^{T \cdot \mu_1}) \cdot (e^{T \cdot \mu} - e^{T \cdot \mu_2})}{(e^{T \cdot \mu} - e^{T \cdot \mu_{01}}) \cdot (e^{T \cdot \mu} - e^{T \cdot \mu_{02}})} \quad (1.42)$$

Dans laquelle  $\mu_1 = -\mu_2$  et  $\mu_{01} = -\mu_{02} = j \cdot \sqrt{\theta_0}$ .

Afin de déterminer l'équation caractéristique, considérons la différence suivante :

$$H(\mu) = D(\mu) - K \cdot F(\mu) \quad (1.43)$$

D'après le théorème de Liouville [15], il existe une valeur de  $K$  telle que  $H(\mu)$ , borné et dépourvu de pôles, soit constante. Dans ce cas, le passage à la limite de  $|\mu|$  tendant vers l'infini permet d'obtenir :

$$H(\mu) = 1 - K \quad (1.44)$$

Pour  $\mu = \mu_1$  nous avons :

$$H(\mu) = 0 \quad (1.45)$$

Dans ces conditions  $K = 1$ , et l'équation caractéristique de l'équation de Hill, s'écrit:

$$D(\mu) = \frac{(e^{T \cdot \mu} - e^{T \cdot \mu_1}) \cdot (e^{T \cdot \mu} - e^{T \cdot \mu_2})}{(e^{T \cdot \mu} - e^{T \cdot \mu_{01}}) \cdot (e^{T \cdot \mu} - e^{T \cdot \mu_{02}})} \quad (1.46)$$

C'est cette dernière équation qui nous permettra de calculer les exposants de Floquet  $\mu_1$  et  $\mu_2$ .

#### V.2.4 Détermination des deux exposants de Floquet

La détermination des exposant de Floquet passe par le calcul du déterminant infini associé à l'équation de Hill et ensuite par la résolution numérique de l'équation caractéristique pour des valeurs particulières de  $\mu$ . En effet, dans le cas où  $\mu=0$ , les éléments non diagonaux (c'est-à-dire lorsque  $n \neq p$ ) de  $D(\mu)$  s'écrivent:

$$B_{n,p} = \frac{\theta_{n-p}}{(\mu + j \cdot \omega \cdot n)^2 + \theta_0} = \frac{\theta_{n-p}}{-(\omega \cdot n)^2 + \theta_0} \quad (1.47)$$

Le calcul du déterminant ne sera possible que pour  $\theta_0 \neq (\omega \cdot n)^2$  et  $n \in \mathbb{N}$ , dans ces conditions, l'équation caractéristique s'écrit :

$$D(0) = \frac{1 - ch(T \cdot \mu_1)}{1 - ch(T \cdot \mu_{01})} \quad (1.48)$$

A partir de la valeur de  $D(\mu)$  calculée numériquement, nous pourrions déduire  $\mu_1 = -\mu_2$  par :

$$\mu_1 = \frac{1}{T} \cdot \arg \{ 1 - D(0) \cdot [1 - ch(T \cdot \mu_{01})] \} \quad (1.49)$$

Nous pourrions aussi trouver une expression analogue à partir de  $D(\mu)$  pour  $\mu = j$ , dans ce cas nous aurons :

$$B_{n,p} = \frac{\theta_{n-p}}{(\mu + j \cdot \omega \cdot n)^2 + \theta_0} = \frac{\theta_{n-p}}{-(1 + \omega \cdot n)^2 + \theta_0} \quad (1.50)$$

Le calcul du déterminant ne sera possible que pour,  $\theta_0 \neq (1 + \omega \cdot n)^2$  et  $n \in \mathbb{N}$ , dans ces conditions, l'équation caractéristique devient :

$$D(j) = \frac{1 + cb(T \cdot \mu_1)}{1 + cb(T \cdot \mu_{01})} \quad (1.51)$$

Ce qui nous permettra de déduire de manière analogue au cas précédent (pour  $\mu = 0$ ), la valeur de  $\mu_1 = -\mu_2$  par :

$$\mu_1 = \frac{1}{T} \cdot \arg cb\{D(j) \cdot [1 + cb(T \cdot \mu_{01})] - 1\} \quad (1.52)$$

### V.2.5 Choix de la période T

Avec un choix judicieux de la période T, il sera possible de déterminer les exposants de Floquet quelque soit la valeur de  $\theta_0$ . En effet, si on choisit T ( $\omega = 2\pi/T$ ) égale  $\pi$  [16], [17], on remarque que les expressions (1.49) et (1.52) sont valables respectivement quelque soit  $\theta_0 \neq (\omega \cdot n)^2$  ou  $\theta_0 \neq (1 + \omega \cdot n)^2$ , c'est-à-dire quelque soit  $\theta_0$  différent du carré d'un nombre pair ou du carré d'un nombre impair.

Par conséquent, on prendra par la suite  $T = \pi$ , car il sera toujours possible de calculer les exposants de Floquet par les expressions (1.49) ou (1.52). Il suffira dans le programme de résolution numérique de prévoir un aiguillage pour choisir D (0) ou D (j) suivant la valeur de  $\theta_0$ .

### V.2.6 Recherche des fonctions $u_1(\xi)$ et $u_2(\xi)$

A ce stade de la résolution, nous limiterons notre calcul à un nombre fini d'harmoniques. En effet, Les coefficients de la série de Fourier  $\theta_n$  de  $J(\xi)$  tendent très rapidement vers zéro et il est inutile d'aller jusqu'à un rang très élevé. Cela a aussi un impact majeur sur le temps de calcul. Nous nous proposerons donc de conserver N harmoniques ; le système d'équations infini se réduit alors à un système fini de  $(2N+1)$  équations à  $(2N+1)$  inconnues suivant :

$$\frac{(\mu + j \cdot \omega \cdot n)^2}{(\mu + j \cdot \omega \cdot n)^2 + \theta_0} \cdot C_n + \sum_{p=-N}^{+N} \frac{\theta_{n-p}}{(\mu + j \cdot \omega \cdot n)^2 + \theta_0} \cdot C_p = 0 \quad -N \leq n \leq N \quad (1.53)$$

Ce qui conduit à la nouvelle notation matricielle, obtenue en gardant les mêmes notations définies précédemment (tab.I.3) :







---

### V.2.7 Algorithme itératif de détermination des exposants de Floquet

En Considérant le déterminant  $D_q(\mu)$  réduit a un ordre fini, cette troncature se fait en ne conservant que les termes de  $D(\mu)$  dont le module est prépondérant tout en gardant sa symétrie. Nous pourrions donc considérer une erreur absolue de troncature égale à  $|D(\mu) - D_q(\mu)|$

D'après les travaux de Rossetto [18], cette erreur de troncature tends vers une limite finie lorsque la valeur de  $\mu$  tend vers l'un des exposants de Floquet. Cette erreur tend vers zéro lorsque  $q$  tend vers l'infini.

Par conséquent, l'erreur commise par troncature sur les exposants de Floquet en remplaçant le déterminant  $D(\mu)$  par  $D_q(\mu)$  dans l'équation caractéristique sera plus faible que  $\mu$  sera proche de l'un des exposants de Floquet. Ainsi, pour la détermination des exposants de Floquet, nous effectuerons le calcul de  $D_q(\mu)$  pour une valeur initiale  $\mu^0$  de  $\mu$  en faisant l'approximation  $D(\mu^0) = D_q(\mu^0)$ , il en résultera donc une erreur sur la détermination des exposants de Floquet qui décroît lorsque l'erreur systématique de troncature décroît. Or cette erreur systématique de troncature est elle-même d'autant plus petite que la valeur de  $\mu^0$  est proche de l'un des exposants de Floquet.

Il suffirait, une fois trouvée une valeur approximative de l'un des exposant de Floquet, de réitérer le processus de convergence jusqu'à ce que l'erreur commise soit inférieure à une valeur limite que nous aurions fixé au début.

Le calcul supplémentaire présenté dans l'organigramme ne nécessitera pas beaucoup de temps de calcul et cela nous permettra de contrôler l'erreur systématique commise par troncature.

La figure ci-dessous expose l'organigramme de détermination des exposants de Floquet avec les différentes étapes qui le constituent.

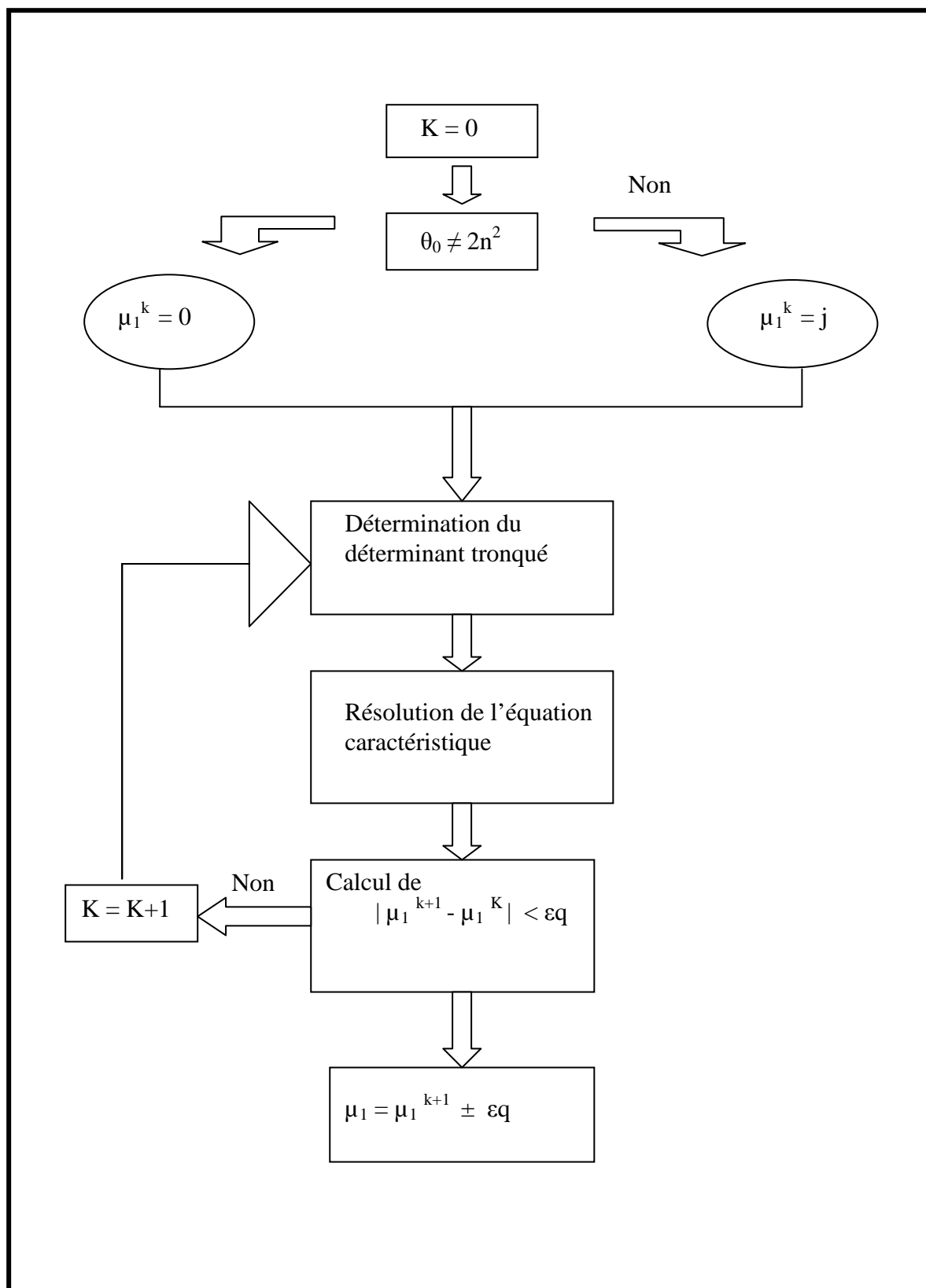


Figure I.5 : Algorithme du calcul des exposants de Floquet

---

*Remarque*

*Lorsque la fonction  $J(\xi)$  relative à la loi de non uniformité de la ligne comporte peu d'harmonique, il ne sera pas utile d'utiliser l'algorithme itératif de calcul des exposants de Floquet puisque ce dernier se fait directement en calculant  $\mu_1$  et  $\mu_2$  à partir des expressions (2.40) et (2.43).*

A titre illustratif, les figures suivantes exposent l'organigramme complet de modélisation d'une ligne de transmission non uniforme. Ce dernier étant la succession de 3 trois modules de calcul donc l'organigramme simplifié est exposé respectivement aux figures (I.6), (I.7) et (I.8).

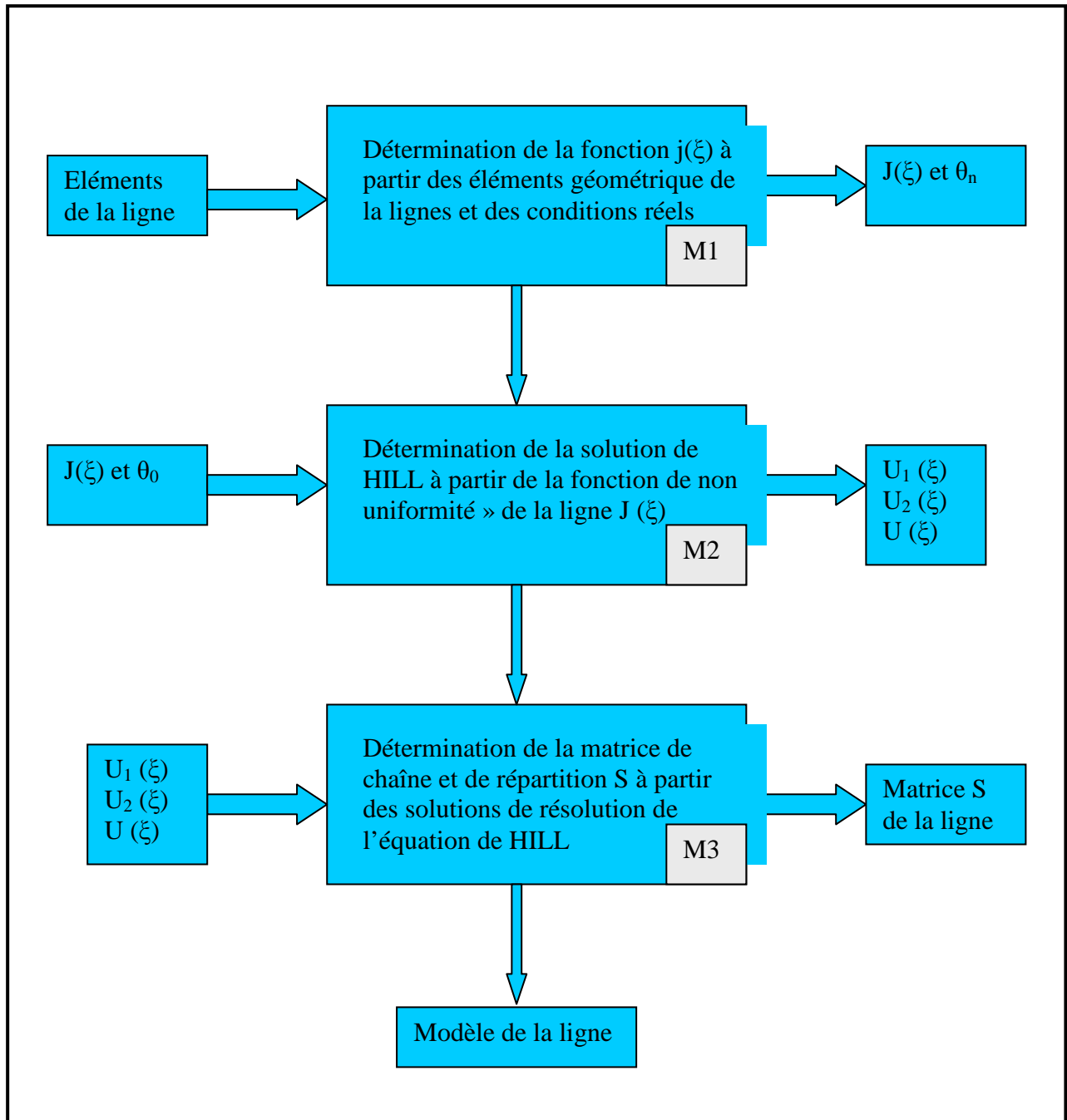


Figure I.6 : Organigramme de modélisation des lignes de transmission non uniformes

*Remarque*

*Pour le module 1, il est possible soit d'introduire les paramètres définissant la ligne, relatifs à son impédance caractéristique, soit d'introduire les paramètres définissant la ligne relatifs à sa géométrie.*

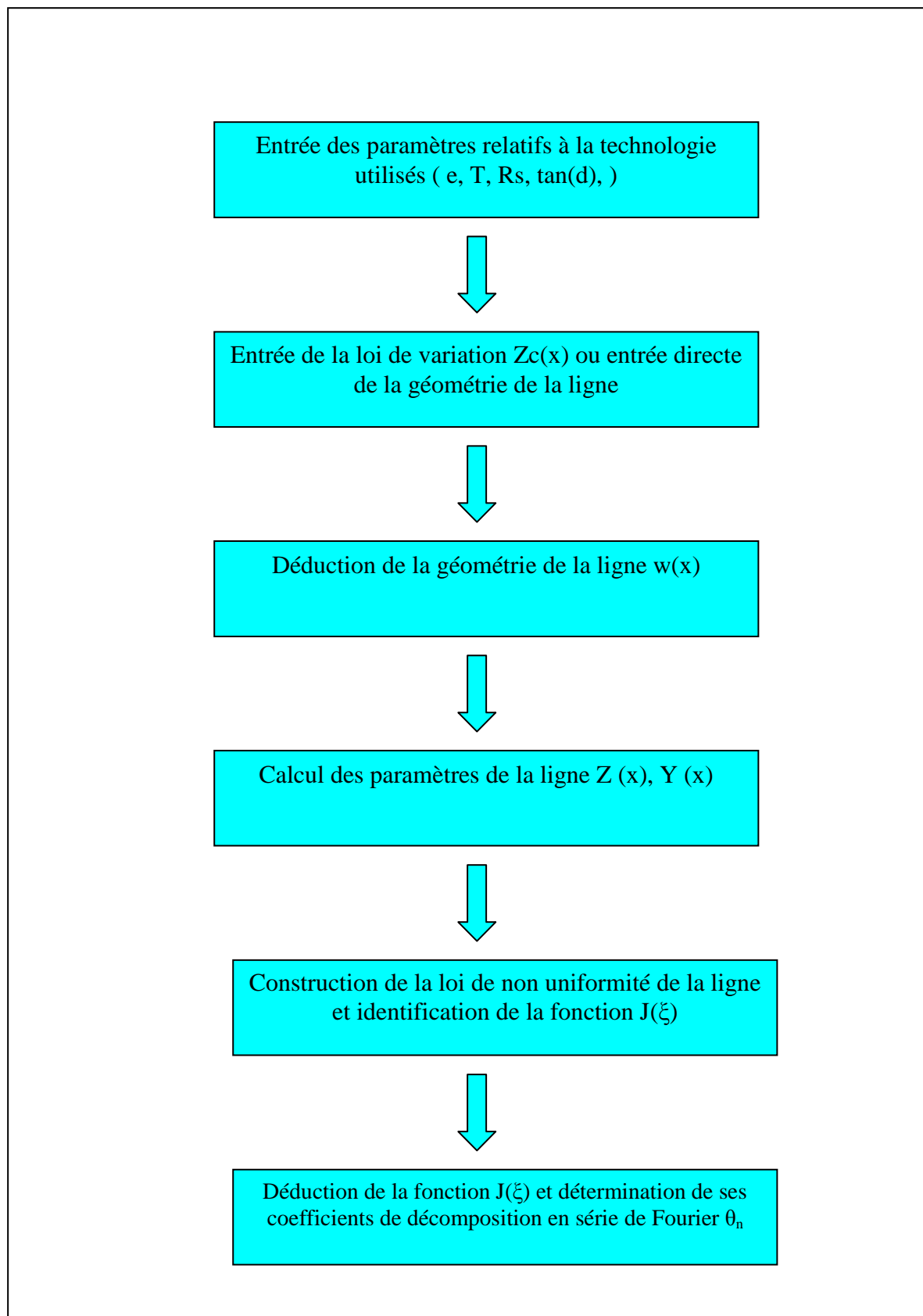


Figure I.7 : Organigramme du module 1

---

*Remarque*

*Le calcul des coefficients de Fourier fait appel à un programme intégré de FFT (Fast Fourier transforme). Ce programme est basé sur l'algorithme de Cooley-Tuckey [19][20][22] qui permet de calculer les coefficients du développement en série de Fourier.*

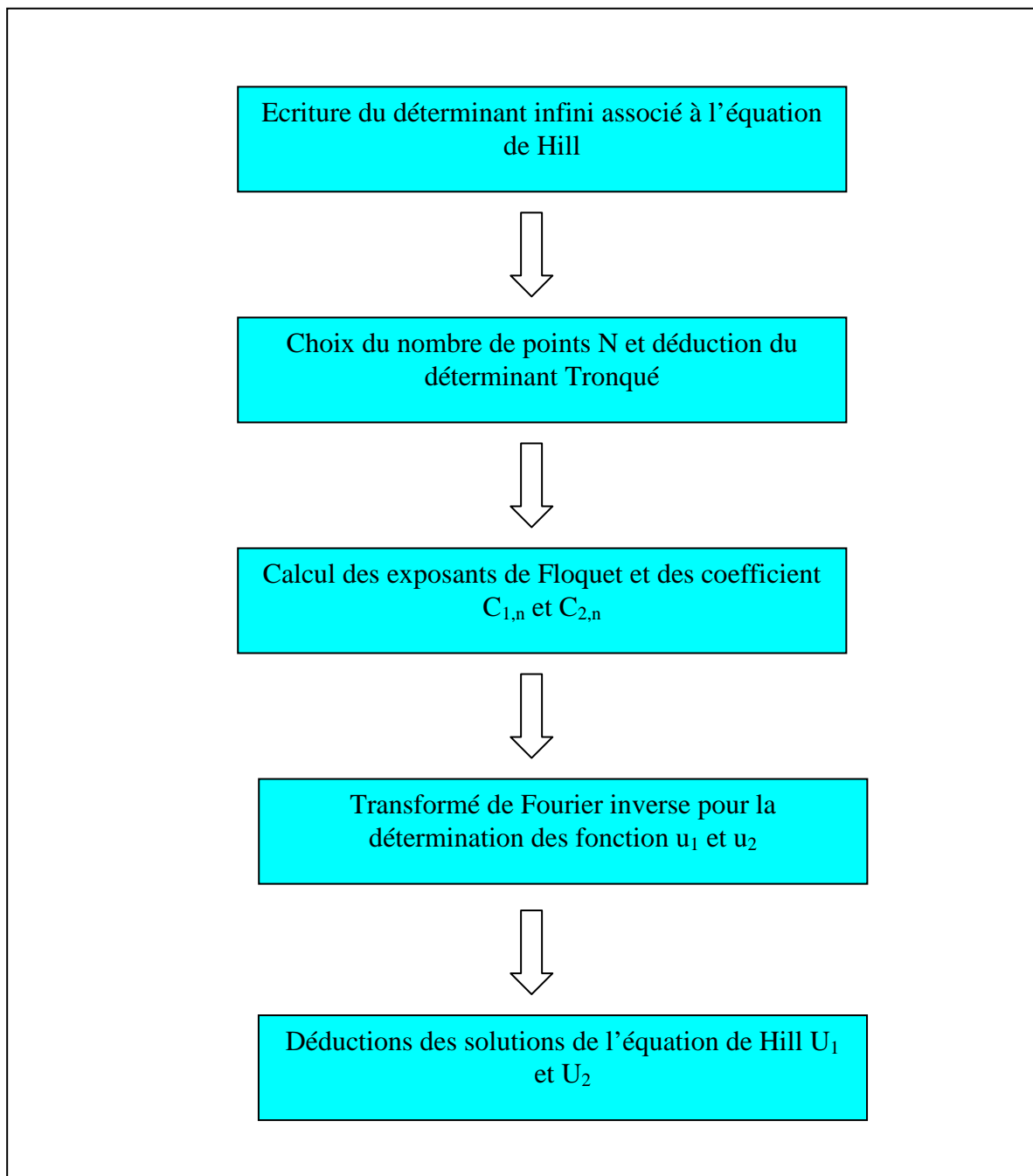


Figure I.8 : Organigramme du module 2



*Remarque :*

*Le calcul des coefficients  $C_{2,n}$  et  $C_{2,n}$  à partir du système d'équation tronquée de  $N$  équations à  $N$  inconnues fait appel au programme de type Pivot de Gauss [22].*

## VI. Dédution du modèle de la ligne

La détermination du modèle de la ligne de transmission non uniforme consistera à déterminer sa matrice de chaîne  $M$ , et sa matrice de répartition  $S$  composée des différents éléments  $S_{11}$ ,  $S_{12}$ ,  $S_{21}$  et  $S_{22}$ .

$$\text{Nous avons} \quad U(x) = D_1 U_1(x) + D_2 U_2(x) \quad (1.55)$$

$$V(x) = \sqrt{z(x)} U(x). \quad (1.56)$$

$$I(x) = \frac{1}{z(x)} \cdot \frac{dV(x)}{dx} \quad (1.57)$$

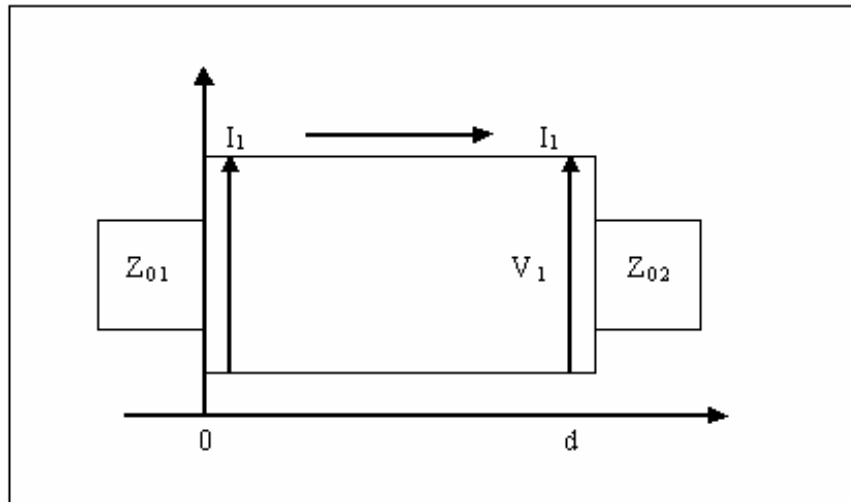


Figure I.9 : modèle de ligne de transmission

$$V_1 = V(0) = A.U_1(0) = B.U_2(0) \quad (1.58)$$

$$V_2 = V(d) = A.U_1(d) + B.U_2(d) \quad (1.59)$$

$$I_1 = I(0) = \frac{1}{z(0)} (A.U'_1(0) = B.U'_2(0)) \quad (1.60)$$

---


$$I_2 = I(d) = \frac{1}{z(d)} (A.U'_1(d) - B.U'_2(d)) \quad (1.61)$$

$Z_0$  et  $Z_d$  sont déterminées à partir des conditions aux limites de la ligne considérée.

$$Z = Z_0 i . \gamma \quad (1.62)$$

## VI.1 Détermination de la matrice de chaîne de la ligne

En Considérant le cas précédent avec les mêmes conditions aux limites [21], la matrice de chaîne  $M$  est définie comme suit (cf. Annexe A1)

$$\begin{pmatrix} V_1 \\ I_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_2 \\ I_2 \end{pmatrix} = \frac{1}{m_4} \begin{pmatrix} m_1 & -m_6 z(d) \\ m_2 & m_5 \frac{z(d)}{z(0)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_2 \\ I_2 \end{pmatrix} \quad (1.63)$$

Avec :

$$\left\{ \begin{array}{l} m_1 = U_1'(d).U_2(0) - U_1(0).U_2'(d) \\ m_2 = U_1'(0).U_2(d) - U_1(d).U_2'(0) \\ m_4 = U_1'(d).U_2(d) - U_1(d).U_2'(d) \\ m_5 = U_1'(0).U_2(d) - U_1(d).U_2'(0) \\ m_6 = U_1(0).U_2(d) - U_1(d).U_2(0) \end{array} \right\} \quad (1.64)$$

## VI.2 Détermination de la matrice de répartition de la ligne

La matrice de répartition étant définie comme la matrice des paramètres  $S$  de la ligne, la connaissance de la matrice  $S$  induit directement la connaissance du modèle de la ligne de transmission non uniforme (cf. Annexe A2).

dans notre cas, la matrice S s'écrit :

$$[S] = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix} = \frac{1}{A.Z_1 + B + C.Z_1.Z_s + D.Z_s} \times M$$

Avec

$$[M] = \begin{vmatrix} A.Z_s + B - C.Z_s.Z_1 - D.Z_s & 2\sqrt{Z_s.Z_1}.(AD - BC) \\ 2\sqrt{Z_s.Z_1} & -A.Z_s + B - C.Z_s.Z_1 + D.Z_s \end{vmatrix}$$

La figure I.8 Ci-dessous, illustre l'organigramme simplifié des différentes étapes aboutissant à la détermination du modèle de la ligne.

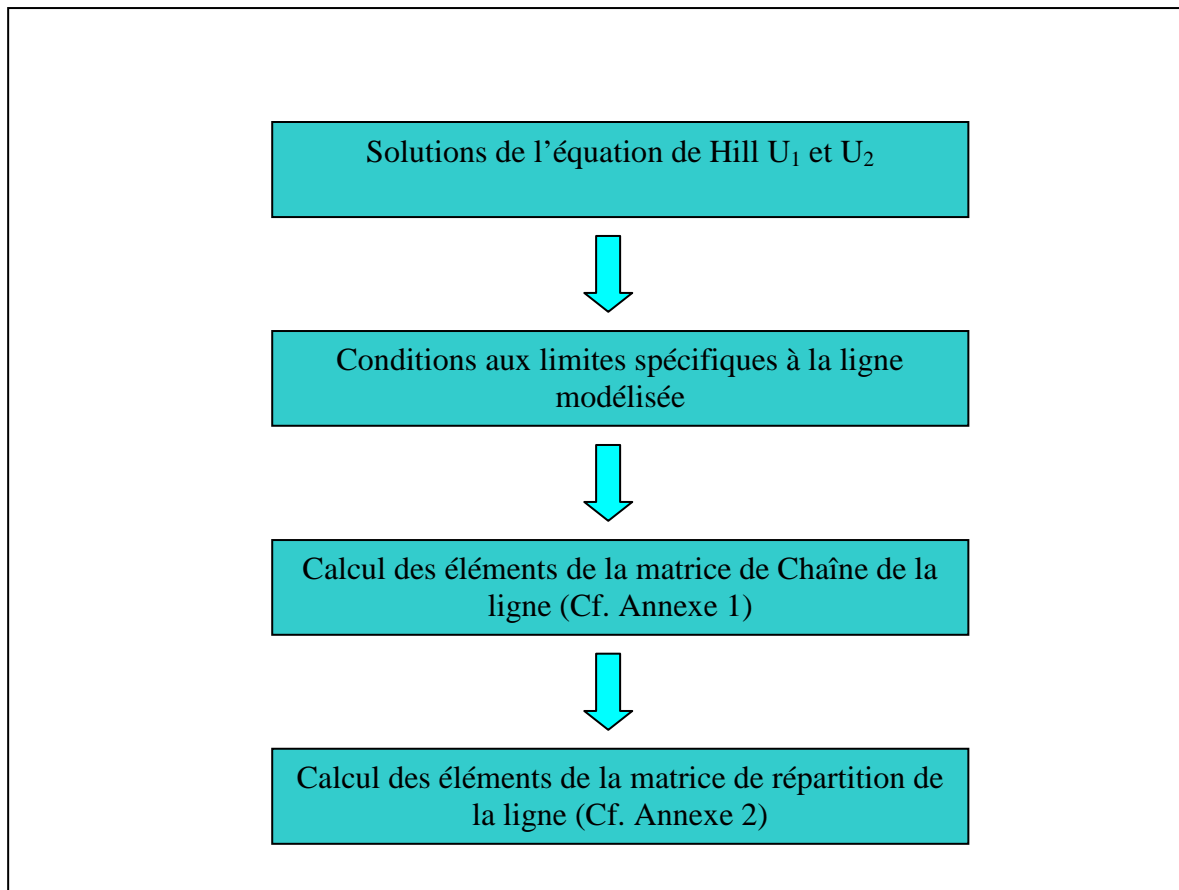


Figure I.10 : Organigramme du module 3

## VII Modélisation des LNUT couplé à partir de la méthode de Hill

De manière analogue à la modélisation des LNUT dans le domaine fréquentiel, la modélisation des lignes de transmissions couplée est basée sur la théorie des circuits présente dans la littérature [24]. En effet, le principe consiste à déterminer le circuit électrique équivalent de deux lignes couplées, ensuite d'écrire les équations de courant et de tension que l'on identifiera à des équations de Hill.

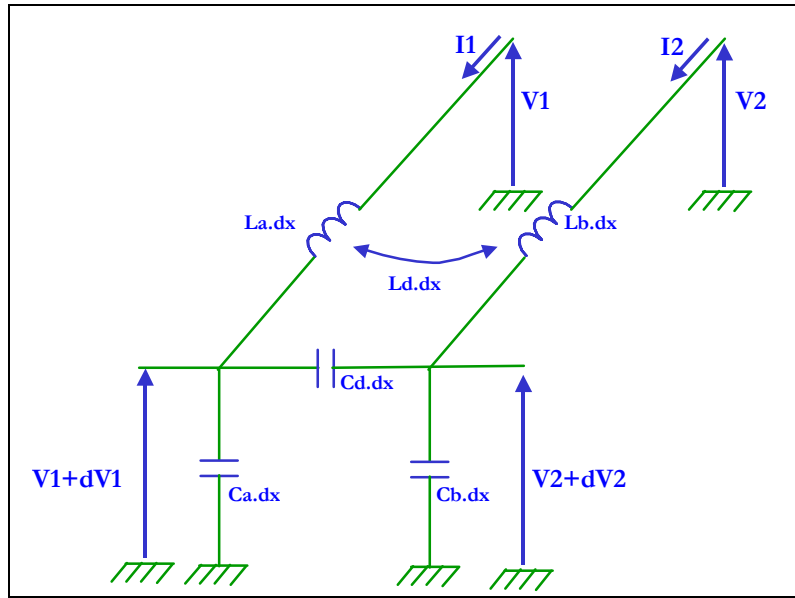


Figure I.11 Circuit électrique équivalent d'une LNUT couplée

$$\begin{aligned}
 \frac{dV_1(x)}{dx} &= -j.\omega.L_a.I_1(x) - j.\omega.L_d.I_2(x) \\
 \frac{dI_1(x)}{dx} &= -j.\omega.C_a.V_1(x) + j.\omega.C_d.(V_2(x) - V_1(x)) \\
 \frac{dV_2(x)}{dx} &= -j.\omega.L_d.I_1(x) - j.\omega.L_b.I_2(x) \\
 \frac{dI_2(x)}{dx} &= -j.\omega.C_d.(V_1(x) - V_2(x)) + j.\omega.C_b.V_2(x)
 \end{aligned} \tag{I.65}$$

Posons

$$\begin{aligned}
 C_1 &= C_a + C_d, C_2 = C_b + C_d \text{ et } C_m = C_d \\
 L_1 &= L_a, L_2 = L_b \text{ et } L_m = L_d
 \end{aligned}$$

## VII.1 Superposition des modes pair et impair pour le cas des lignes symétriques non uniformes

La théorie de superposition s'appuie sur deux études fondamentales, à savoir l'analyse d'une ligne de transmission non uniforme par la méthode de Hill et l'étude des lignes couplées symétriques uniformes.

Nous pouvons considérer des lignes couplées non uniformes comme étant un octopôle admettant un plan de symétrie (topologie liée à l'étude des lignes couplées symétriques), et permettant de le diviser géométriquement en deux quadripôles identiques.

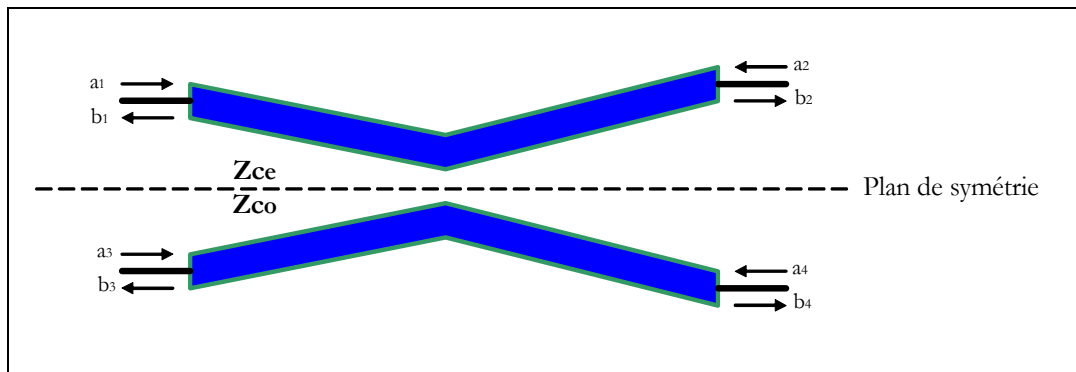


Figure I.12 Octopôle L.C.N.U. divisé en deux quadripôles par plan de symétrie

Si l'octopôle est excité par une onde unitaire  $a_1=1$  et que les quatre accès sont parfaitement adaptés, la technique des modes pair et impair définit une équivalence entre la figure I.11 et la superposition des cas à symétrie paire et impaire.

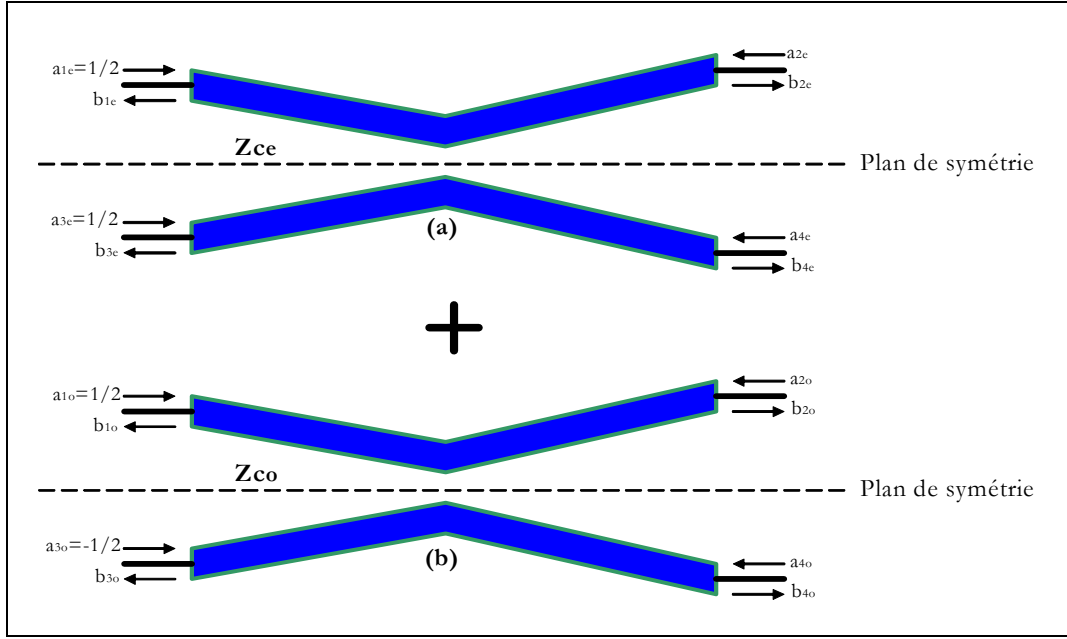


Figure I.13: Octopôle excité en mode pair (a) et impair (b)

## VII.2 Détermination de la matrice de répartition en fonction de l'étude des modes pair et impair

La matrice de répartition liant les ondes incidentes et réfléchies pour un octopôle quelconque est donnée par les relations suivantes :

$$\begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ b_4 \end{bmatrix} = [S] \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \end{bmatrix} \quad \text{avec} \quad [S] = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & S_{14} \\ S_{21} & S_{22} & S_{23} & S_{24} \\ S_{31} & S_{32} & S_{33} & S_{34} \\ S_{41} & S_{42} & S_{43} & S_{44} \end{bmatrix} \quad (\text{I.66})$$

Dans le cadre de ligne couplée symétrique, la matrice  $[S]$  se simplifie due à la présence d'un plan de symétrie longitudinal et par le principe de réciprocité appliqué au dispositif. Nous avons donc les simplifications suivantes sur la matrice  $[S]$ .

$$[S] = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{21} & S_{31} & S_{41} \\ S_{21} & S_{22} & S_{41} & S_{42} \\ S_{31} & S_{41} & S_{11} & S_{21} \\ S_{41} & S_{42} & S_{21} & S_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [S_A] & [S_B] \\ [S_B] & [S_A] \end{bmatrix} \quad (\text{I.67})$$

Afin de déterminer les paramètres de la matrice  $[S]$ , il faut étudier de manière distincte les modes pair et impair.

→ Mode pair

Pour exciter le mode pair, il faut injecter simultanément sur les voies 1 et 3 des ondes d'amplitudes  $\frac{1}{2}$  et en phase. Dans ces conditions, le plan de symétrie se comporte comme un mur magnétique. La matrice  $[S]$  se simplifie à une matrice (4 paramètres)  $[Se]$  correspondant au quadripôle du mode pair.

$$\begin{bmatrix} b_{1e} \\ b_{2e} \\ b_{3e} \\ b_{4e} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [S_A] & [S_B] \\ [S_B] & [S_A] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{1e} \\ a_{2e} \\ a_{3e} \\ a_{4e} \end{bmatrix} \Leftrightarrow \begin{bmatrix} b_{1e} \\ b_{2e} \end{bmatrix} = [Se] \begin{bmatrix} a_{1e} \\ a_{2e} \end{bmatrix} \quad \text{avec} \quad [Se] = \begin{bmatrix} S_{11e} & S_{21e} \\ S_{21e} & S_{22e} \end{bmatrix} = [[S_A] + [S_B]] \quad (I.68)$$

→ Mode impair

Pour exciter le mode impair, il faut injecter simultanément sur les voies 1 et 3 des ondes d'amplitudes  $\frac{1}{2}$  et en opposition de phase. Dans ces conditions, le plan de symétrie se comporte comme un mur électrique. La matrice  $[S]$  se simplifie à une matrice (4 paramètres)  $[So]$  correspondant au quadripôle du mode impair.

$$\begin{bmatrix} b_{1o} \\ b_{2o} \\ b_{3o} \\ b_{4o} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [S_A] & [S_B] \\ [S_B] & [S_A] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{1o} \\ a_{2o} \\ a_{3o} \\ a_{4o} \end{bmatrix} \Leftrightarrow \begin{bmatrix} b_{1o} \\ b_{2o} \end{bmatrix} = [So] \begin{bmatrix} a_{1o} \\ a_{2o} \end{bmatrix} \quad \text{avec} \quad [So] = \begin{bmatrix} S_{11o} & S_{21o} \\ S_{21o} & S_{22o} \end{bmatrix} = [[S_A] - [S_B]] \quad (I.69)$$

→ détermination de la matrice  $[S]$

Matrice  $[S]$  en fonction des paramètres des modes pair et impair

La superposition des ondes sortantes des deux modes, nous ramène au cas d'un octopole excité par une onde unitaire  $a_1 = 1$ .

Les paramètres des matrices  $[S_A]$  et  $[S_B]$  composant la matrice  $[S]$  se déduisent aisément des relations :

$$[S_A] = \frac{[Se] + [So]}{2} \quad \text{et} \quad [S_B] = \frac{[Se] - [So]}{2} \quad (I.70)$$

Au final, on obtient les paramètres complets composant la matrice [S] en fonction des paramètres des modes pair et impair qui s'écrit .

$$[S] = \frac{1}{2} \cdot \begin{bmatrix} S_{11e} + S_{11o} & S_{21e} + S_{21o} & S_{11e} - S_{11o} & S_{21e} - S_{21o} \\ S_{21e} + S_{21o} & S_{22e} + S_{22o} & S_{21e} - S_{21o} & S_{22e} - S_{22o} \\ S_{11e} - S_{11o} & S_{21e} - S_{21o} & S_{11e} + S_{11o} & S_{21e} + S_{21o} \\ S_{21e} - S_{21o} & S_{22e} - S_{22o} & S_{21e} + S_{21o} & S_{22e} + S_{22o} \end{bmatrix}$$

Dans ces conditions, on obtient à partir de l'expression des constantes de propagation d'une ligne couplée symétrique sans pertes :

$$\text{- pour le mode pair : } \gamma_e = j\omega\sqrt{(L_0 + L_m)(C_0 - C_m)} \quad (\text{I.71})$$

$$\text{- pour le mode impair : } \gamma_o = j\omega\sqrt{(L_0 - L_m)(C_0 + C_m)} \quad (\text{I.72})$$

De même, le rapport des tensions se simplifie :

$$\text{- pour le mode pair : } R_e = 1 \quad (\text{I.73})$$

$$\text{- pour le mode impair : } R_o = -1$$

De plus, les impédances caractéristiques  $Z_{C_e}$  du mode pair et  $Z_{C_o}$  du mode impair peuvent être calculées à partir des valeurs des inductances et capacités linéiques.

$$Z_{C_e} = \sqrt{\frac{L_0 + L_m}{C_0 - C_m}} \quad (\text{I.74})$$

$$Z_{C_o} = \sqrt{\frac{L_0 - L_m}{C_0 + C_m}} \quad (\text{I.75})$$

Afin de caractériser les lignes couplées symétriques, on parle de coefficients de couplage, à savoir le couplage capacitif  $k_C$  et inductif  $k_L$  qui s'expriment de la manière suivante :

$$k_C = \frac{C_m}{C_o} \quad \text{et} \quad k_L = \frac{L_m}{L_o} \quad (\text{I.76})$$

Dans le cas particulier d'un milieu homogène où les vitesses de propagation des deux modes sont identiques, ces deux coefficients de couplage sont équivalents  $k_L = k_C = k$ , les impédances caractéristiques s'expriment simplement. Il constitue un cas idéal pour calculer facilement toutes les caractéristiques de ces lignes couplées.



---

### VII.3 D2duction du modèle de la ligne couplée non uniforme

#### → Mode pair

Grâce à la connaissance de la loi de variation de non-uniformité  $w(x)$  et  $s(x)$  caractérisant la ligne couplée symétrique, on obtient la variation d'impédance caractéristique  $Z_{c_e}(x)$  et la permittivité relative  $\epsilon_r(x)$  soit  $\gamma_e(x)$  du mode pair.

A partir de la connaissance de ces paramètres, il est possible de ramener l'équation des Télégraphistes caractérisant le mode pair à une équation de Hill

$$\frac{\partial^2 U_e(\xi)}{\partial^2 \xi} - \left[ \gamma_e^2(\xi) \left( \frac{d}{\pi} \right)^2 + \sqrt{Z_{c_e}(\xi) \cdot \gamma_e(\xi)} \cdot \frac{\partial^2}{\partial^2 \xi} \cdot \left( \frac{1}{\sqrt{Z_{c_e}(\xi) \cdot \gamma_e(\xi)}} \right) \right] \cdot U_e(\xi) = 0$$

Où  $d$  représente la longueur de ligne couplée.

A partir du processus permettant la résolution numérique d'une équation de Hill décrit lors des chapitres précédents, il est possible de déterminer la matrice du mode pair [Se].

#### → Mode impair

A partir des mêmes considérations que la résolution du mode pair, on obtient après la connaissance de  $Z_{c_o}(x)$  et  $\gamma_o(x)$  du mode impair l'équation de Hill suivante :

$$\frac{\partial^2 U_o(\xi)}{\partial^2 \xi} - \left[ \gamma_o^2(\xi) \left( \frac{d}{\pi} \right)^2 + \sqrt{Z_{c_o}(\xi) \cdot \gamma_o(\xi)} \cdot \frac{\partial^2}{\partial^2 \xi} \cdot \left( \frac{1}{\sqrt{Z_{c_o}(\xi) \cdot \gamma_o(\xi)}} \right) \right] \cdot U_o(\xi) = 0$$

D'où à partir de cette dernière équation, on en déduit la matrice [So].

#### → Matrice de répartition

A partir des hypothèses décrites précédemment, on détermine, la matrice [S] globale de la L.C.N.U. en chaque fréquence souhaitée.

## VIII Résultats numérique de quelques lignes non uniformes

Nous exposerons ci-dessous les résultats numériques dans le cas d'une ligne de profil linéaire pour un nombre de calcul d'harmoniques égal à 10. Pour cela, en considérant le cas particulier d'un profil de ligne à variation linéaire (Figure I.14) nous avons successivement :

$$Z_c(x) = 50 \cdot (1 - 27 \cdot x)$$

$$x = \frac{d}{\pi} \cdot \xi$$

$$L = 30 \text{ mm}$$

$$\beta_0 = \frac{2\pi c \sqrt{\epsilon_r}}{f}$$

$$\epsilon_r = 4.32$$

$$f = 3 \text{ GHz}$$

$$c = 3 \cdot 10^8 \text{ m.s}^{-1}$$

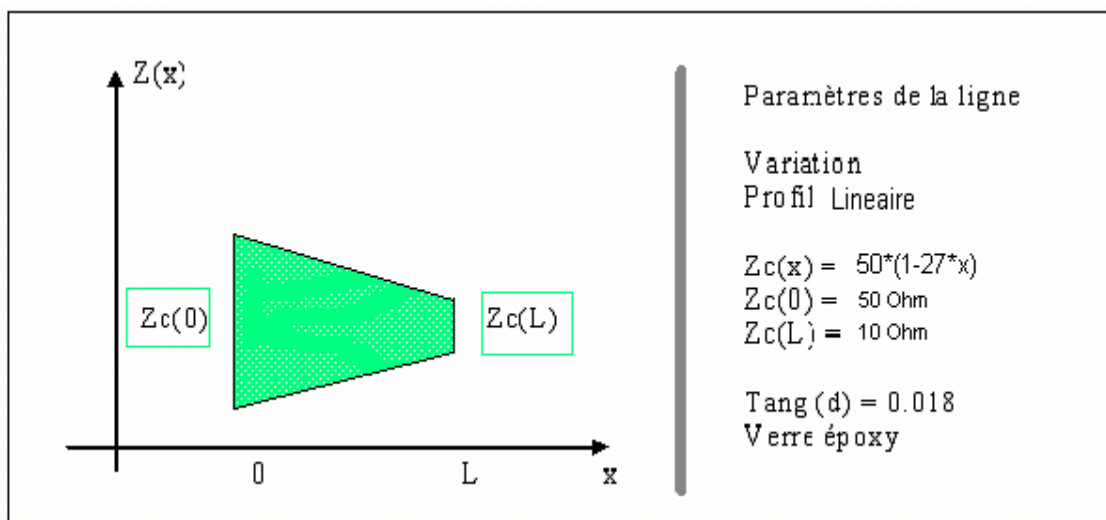
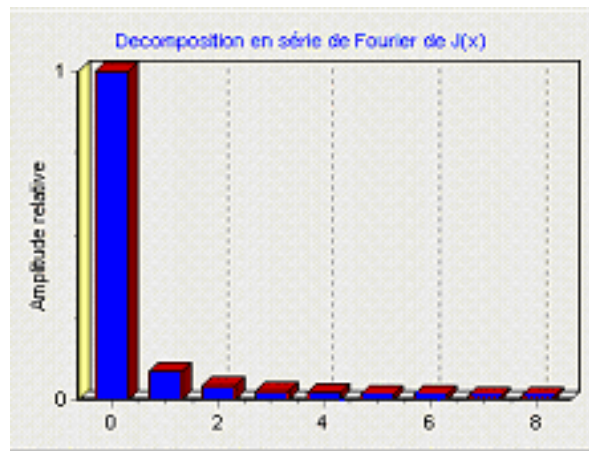


Figure I.14 : Ligne à variation linéaire d'impédance

---

- 1<sup>er</sup> Décomposition de  $J(x)$

Il s'agit de calculer les coefficients  $\theta_n$  du développement en série de Fourier de  $J(\xi)$  à partir de  $N=2^n$  points échantillonnés de  $J(\xi)$  pris sur un intervalle de période  $T=\pi$



$$\theta_0 = 1$$

$$\theta_1 = 0,0833593175458911$$

$$\theta_2 = 0,0418813288185384$$

$$\theta_3 = 0,0281469969512365$$

$$\theta_4 = 0,0213509162786985$$

$$\theta_5 = 0,017332835141555$$

$$\theta_6 = 0,0147067669217327$$

$$\theta_7 = 0,012879458420566$$

$$\theta_8 = 0,0115550326245796$$

- Evaluation des exposants de Floquet

$$\mu_1 = 0 + j^* 1$$

$$\mu_1 = 0 + j^* -1$$

---


$$|\text{Det}| = 0,905118154642479$$

### 1° itération

-----

$$\mu_1 = -1,24240417244669\text{E-}18 + j^* 0,850551621744747$$

$$\mu_2 = 1,24240417244669\text{E-}18 + j^* -0,850551621744747$$

$$|\text{Det}| = 4,38969308001419\text{E-}5$$

$$\text{Erreur} = -0,149448378255253$$

### 2° itération

-----

$$\mu_1 = 1,96713993970725\text{E-}18 + j^* -0,850551972057321$$

$$\mu_2 = -1,96713993970725\text{E-}18 + j^* 0,850551972057321$$

$$|\text{Det}| = 1,49348703634129\text{E-}10$$

$$\text{Erreur} = 4,11865152363456\text{E-}7$$

### 3° itération

-----

$$\mu_1 = -2,26048536931272\text{E-}18 + j^* -0,850551972056129$$

$$\mu_2 = 2,26048536931272\text{E-}18 + j^* 0,850551972056129$$

$$|\text{Det}| = 4,48650947031174\text{E-}15$$

$$\text{Erreur} = -1,40136696921001\text{E-}12$$

#### - Valeurs des exposons de Floquet

$$\mu_1 = -2,26048536931272\text{E-}18 + j^* -0,850551972056129$$

$$\mu_2 = 2,26048536931272\text{E-}18 + j^* 0,850551972056129$$

#### - PREMIERE FONCTION PROPRE

$$\xi[1,-8] = -3,66119143882439\text{E-}5 + j^* -3,47431095289089\text{E-}5$$

$$\xi[1,-7] = -0,000345285580894729 + j^* 0,000198484807600134$$

$$\xi[1,-6] = -0,00054652162009432 + j^* 0,000236228657514234$$

---

$\S[1,-5] = -0,000914472847414588 + j^* 0,000285927947768976$   
 $\S[1,-4] = -0,00167750402367285 + j^* 0,000334884445962105$   
 $\S[1,-3] = -0,00355759304705733 + j^* 0,000307603695315675$   
 $\S[1,-2] = -0,00973634780339785 + j^* -0,00038146003033143$   
 $\S[1,-1] = -0,0470602010881968 + j^* -0,0117896321948888$   
 $\S[1,0] = 1 + j^* 0$   
 $\S[1,1] = 0,448537072890324 + j^* -5,51961269116152$   
 $\S[1,2] = 0,0698190291667429 + j^* 0,0188376870009095$   
 $\S[1,3] = 0,0113671019302289 + j^* 0,00503198999552063$   
 $\S[1,4] = 0,00365334183973438 + j^* 0,00213970523403089$   
 $\S[1,5] = 0,00156355622283831 + j^* 0,00115372833540455$   
 $\S[1,6] = 0,000781658384179791 + j^* 0,000712491942963915$   
 $\S[1,7] = 0,000428556816786261 + j^* 0,000480199042879895$   
 $\S[1,8] = 0,000246234521397176 + j^* 0,000344610188537934$

- DEUXIEME FONCTION PROPRE

$\S[2,-8] = 0,000246234521397177 + j^* -0,000344610188537934$   
 $\S[2,-7] = 0,000428556816786262 + j^* -0,000480199042879895$   
 $\S[2,-6] = 0,000781658384179792 + j^* -0,000712491942963915$   
 $\S[2,-5] = 0,00156355622283831 + j^* -0,00115372833540455$   
 $\S[2,-4] = 0,00365334183973439 + j^* -0,00213970523403089$   
 $\S[2,-3] = 0,0113671019302289 + j^* -0,00503198999552062$   
 $\S[2,-2] = 0,0698190291667429 + j^* -0,0188376870009094$   
 $\S[2,-1] = 0,44853707289032 + j^* 5,51961269116152$   
 $\S[2,0] = 1 + j^* 0$   
 $\S[2,1] = -0,0470602010881968 + j^* 0,0117896321948887$   
 $\S[2,2] = -0,00973634780339786 + j^* 0,000381460030331421$   
 $\S[2,3] = -0,00355759304705733 + j^* -0,000307603695315678$   
 $\S[2,4] = -0,00167750402367285 + j^* -0,000334884445962107$   
 $\S[2,5] = -0,000914472847414589 + j^* -0,000285927947768977$   
 $\S[2,6] = -0,00054652162009432 + j^* -0,000236228657514235$   
 $\S[2,7] = -0,000345285580894729 + j^* -0,000198484807600134$   
 $\S[2,8] = -3,66119143882439E-5 + j^* 3,47431095289089E-5$

Dans le But de valider la méthode de modélisation des ligne de transmission non uniformes qui est basée sur la résolution numérique de l'équation de Hill, nous proposons des exemples de modèle de ligne non uniforme de profil uniforme, linéaire et exponentiel.

La figure I.15 expose le profil linéaire d'une ligne microbande. Les résultats donnés par le programme Hill ont été comparés aux résultats donnés par des logiciels de simulations commerciaux Sérénade [25] et Microwave office [26].

Comme l'exposent les figures I.15 a, b, c, et d, les résultats donnés par le programme Hill sont tout a fait cohérents et satisfaisant.

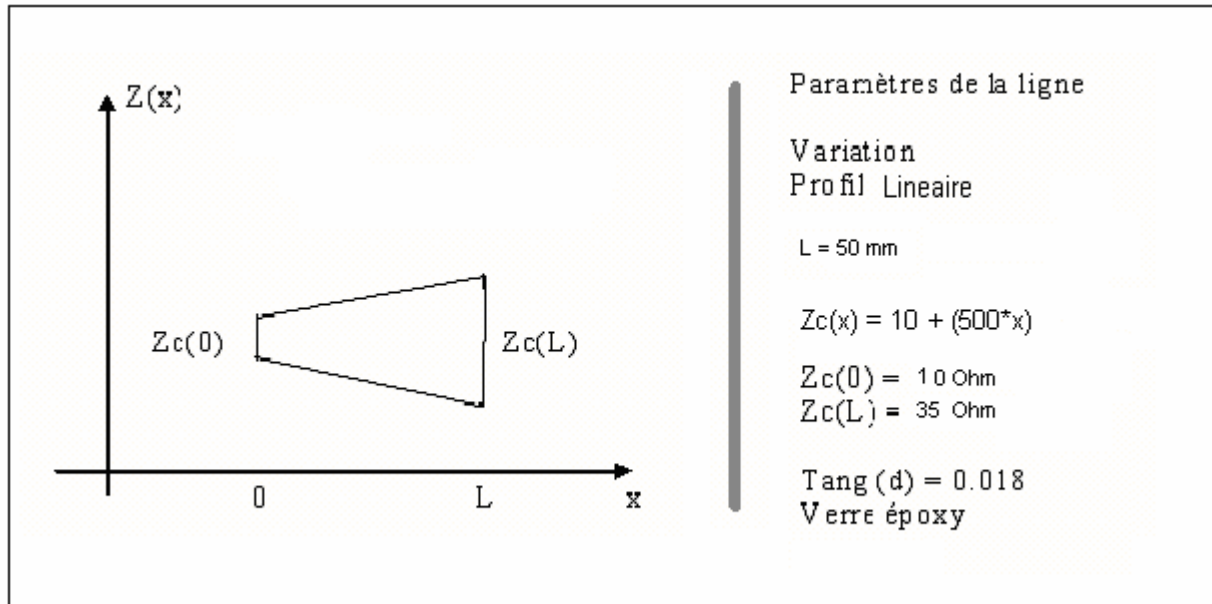


Figure I.15 : Ligne non uniforme de profil linéaire

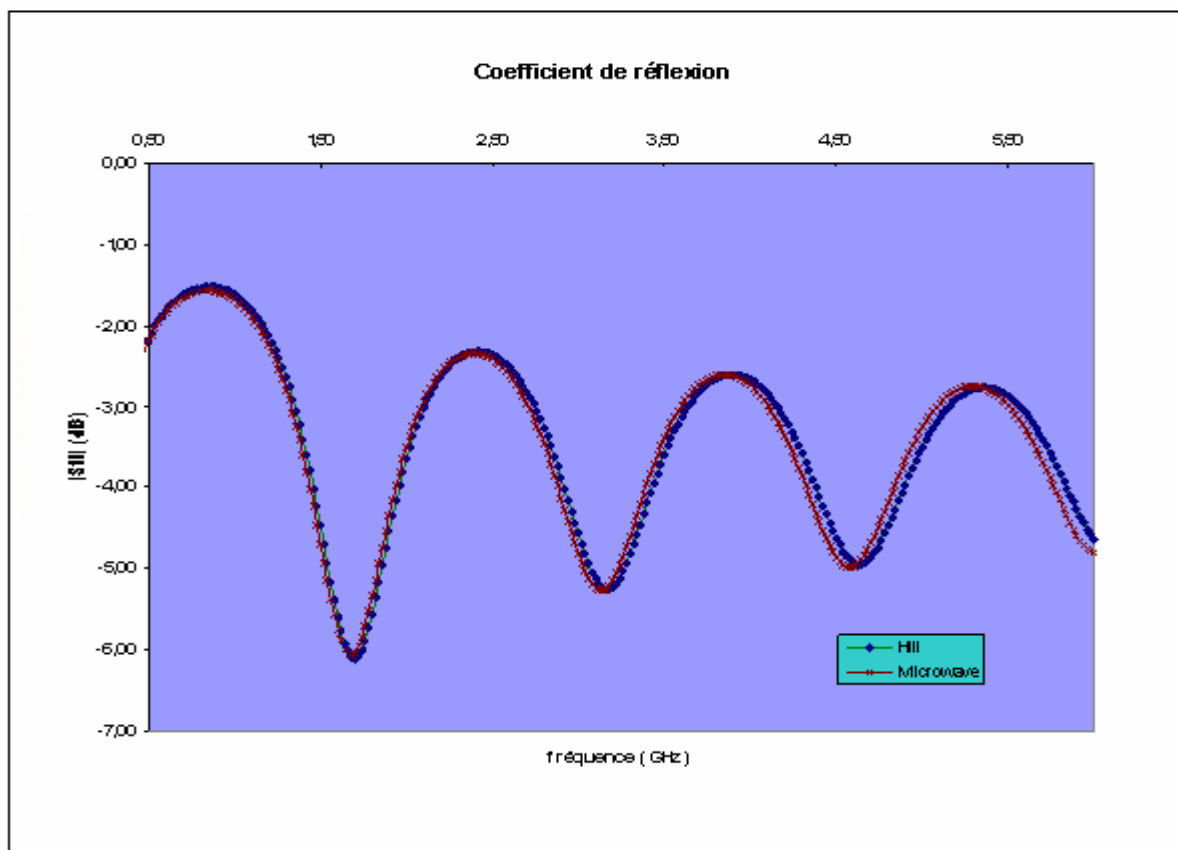


Figure I.15 a

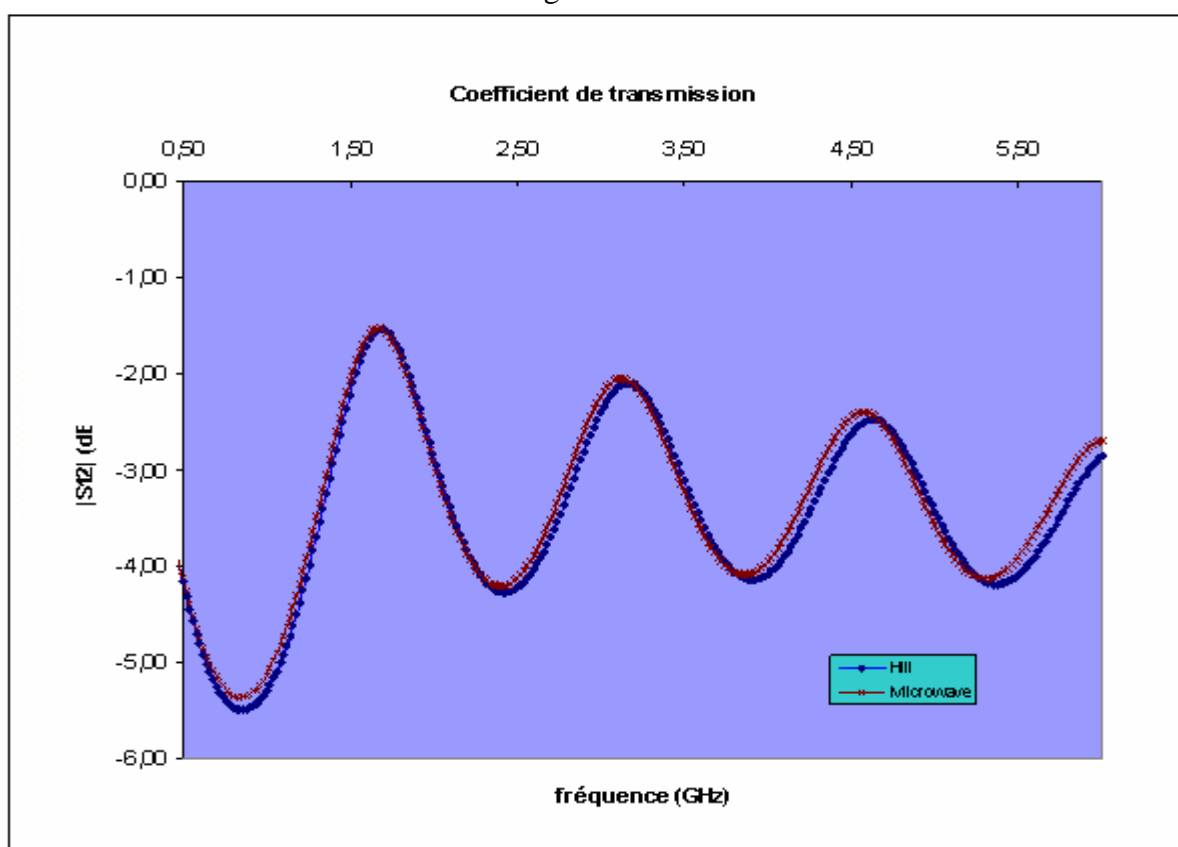


Figure I.15 b

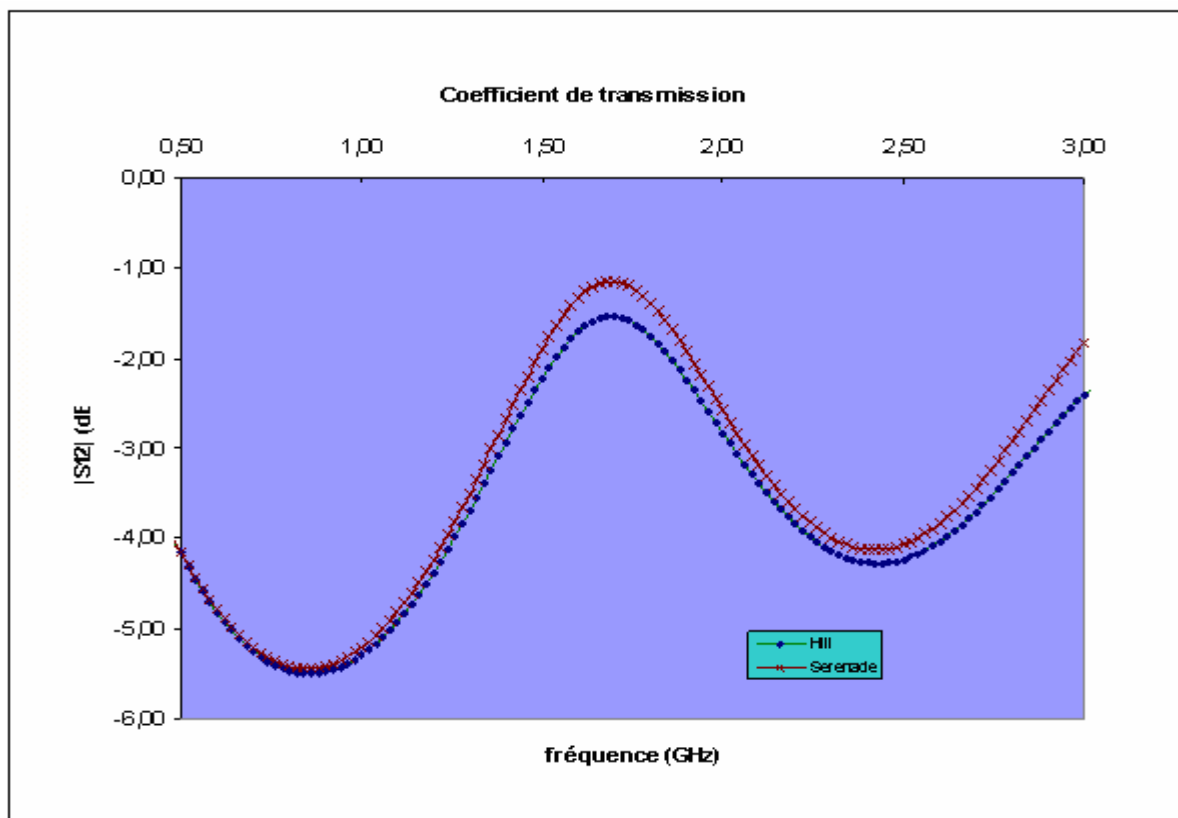


Figure I.15 c

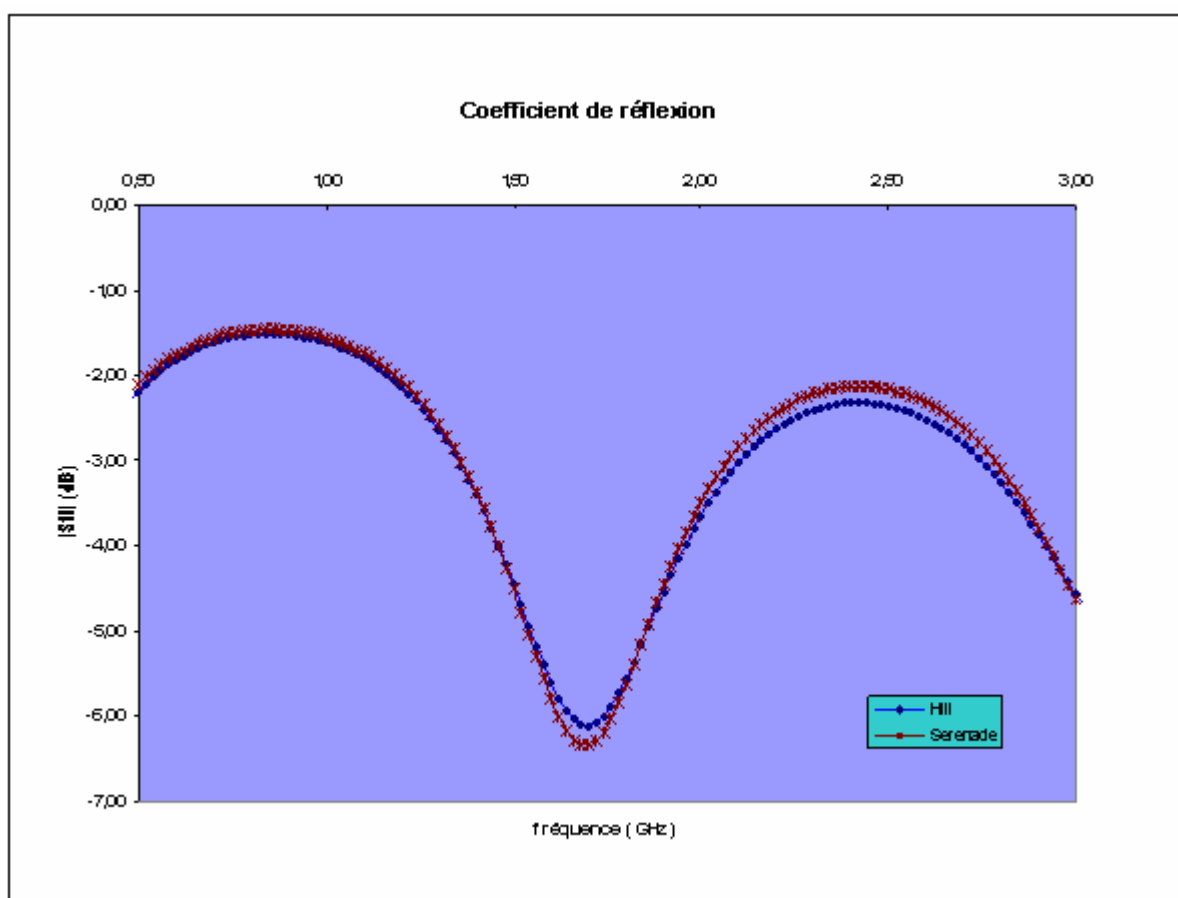


Figure I.15 d



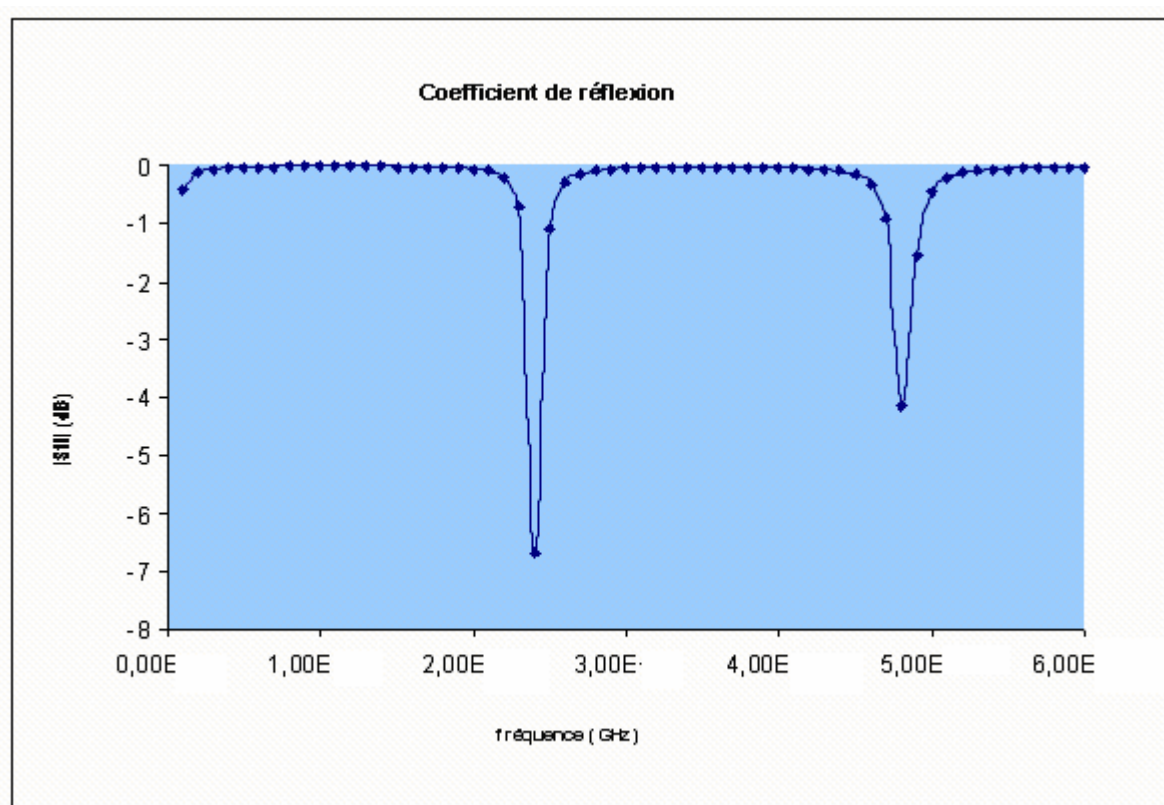
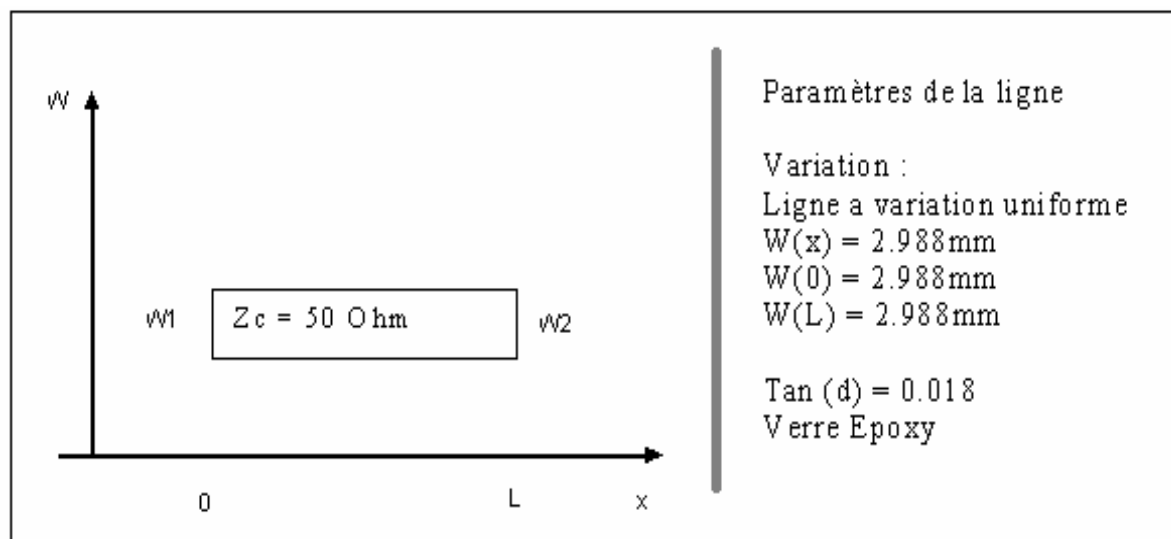


Figure I.16 : ligne de transmission uniforme

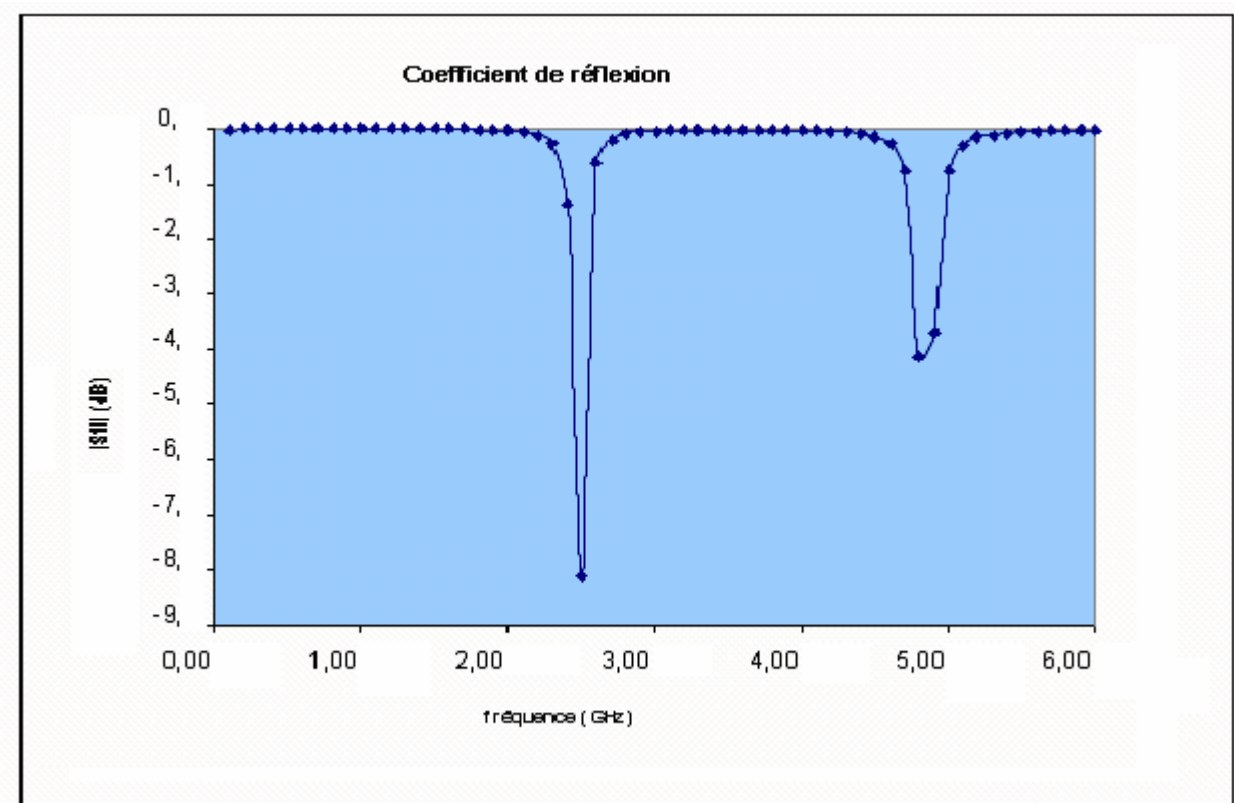
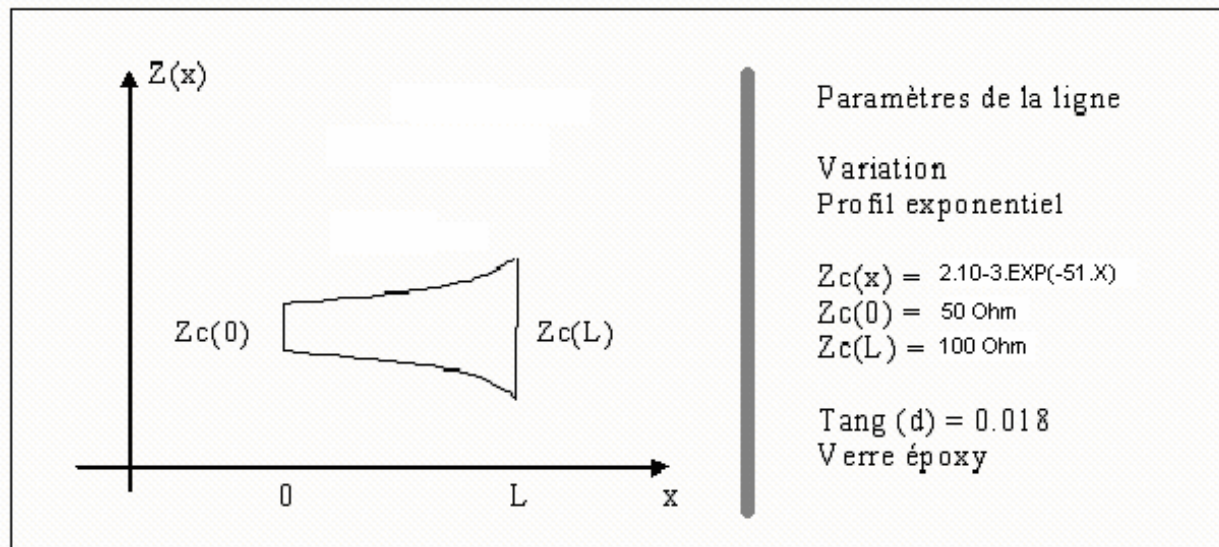


Figure I.17 : Ligne de transmission de profil exponentiel

---

## VIII Conclusion du chapitre I

A ce stade de notre travail, nous avons pu exposer un processus complet de modélisation de lignes de transmission non uniformes ayant un profil de non uniformité quelconque. Cette méthode a permis de tenir compte du profil de la ligne non uniforme dans la détermination de ses équations de propagation de courant, de tension et d'impédance.

La résolution, quand elle, a été basée sur le théorème de Floquet qui admet l'existence de deux solutions linéairement indépendantes, qui sont représentées par le produit de deux fonctions périodiques exponentielles. Cela a constitué un outil puissant alliant rapidité et précision, dont la succession des différentes étapes conduisant à une expression analytique générale sous la forme d'un développement en série de Fourier.

Cette méthode de modélisation des lignes de transmission non uniforme a fait l'objet d'une publication à WSEAS international journal septembre 2005 [27] et PIERS 2007 [28]

Cependant l'intérêt majeur de ces structures de transmission non uniformes reste leur applications dans la conception et l'optimisation des circuit passifs et actifs micro-ondes. En effet, de telles structures permettent, grâce à leur comportement fréquentiel spécifique, à éliminer, contrôler, voire supprimer les fréquences parasites dans les circuits radio fréquences. Cette étude fera l'objet des chapitres suivants.

---

## **Références Bibliographiques Chapitre I**

[I.1] **A.Cheldavi and P. Nayeri**

“Analysis of V Transmission lines response to external electromagnetic fields” Pier 68, 2007, pp 297-315.

[I.2] **S.C. Dutta Roy**

“Matrix Parameters of Nonuniform Transmission Lines” IEEE Trans. Microwave on Circuit Theory, Mars 1964.

[I.3] **M.Khalaj amirhosseini**

“Analysis of non uniform transmission lines using the equivalent sources” PIER 71, 2007, pp 95-107.

[I.4] **M.Khalaj amirhosseini**

“Analysis of periodic and aperiodic non uniform coupled transmission lines using the fourier series expansion” PIER 65, 2006, pp 15-26.

[I.5] **Jacques David**

“Etude des structure de propagation dans les matériau inhomogène “1. J. DAVID "contribution à l'étude de la propagation des ondes électromagnétiques dans les matériaux inhomogènes et les structures non uniformes" thèse d'état, Toulouse, 1984.

[I.6] **G.W.Hill**

“on the part of the motion of the lunar perige which is a function of the mean motion of the sun and moon”

[I.7] **Y.Hsi-Han, A.Sparks**

“Geometry and control of satellite formations” IEEE Proc. American controlconference, vol.1, pp 384-388, juin 2000.

[I.8] **N. Ben-Hail, R. Rabinovici**

“Autonomous Reluctance Generator” IEE Proc. Electric Power Applications, Vol. 148, n°2 , pp. 105-110, Mars 2001.

[I.9] **P.F. Combes**

« Micro-ondes :lignes, guide et cavités » Dumod, Paris 1996.

[I.10] **G.T. Ruck, D. Barrick, W. Stuart**

“ Radar Cross Section Handbook” Plenum press, New York London, Vol. 2, 1970.

[I.11] **G.Floquet**

“Les équations Différentielles linéaires à coefficients périodiques” Paris, annales scientifiques de l'Ecole Normale, 2eme Série, tome 12, pp 47,89,188.

[I.12] **E.T. Whittaker, G.N.Watson**

“A cours of Modern Analysis” Combridge at university Press, 4 th edition 1969

[I.13] **H.Poincaré**

“Déterminants d'ordre infini” Bulletin de la Société de France, Tome 14, pp 77-90, 1886

---

[I.14] **B. Rossetto**

"Valeurs propres et modes d'un système régi par une équation différentielle linéaire périodique"  
Paris, C.R. Aca. Sci. Paris, Tome 284, Série A, pp. 1311-1314, 1977.

[I.15] **E.T. Whittaker, G.N. Watson**

"A Course of Modern Analysis." Cambridge at university press, 4th edition, 1969.

[I.16] **L. Brillouin, M. Parodi**

"Propagation des ondes dans les milieux périodiques" Paris, Dunod, pp. 198-230, 1956.

[I.17] **H. Hochstadt**

"Les fonctions de la physique mathématique." Paris, Masson, pp. 253-283, 1973.

[I.18] **B. Rossetto**

"Détermination des exposants de Floquet de l'équation de Hill d'ordre  $n$ , applications."  
Thèse d'état es-sciences, Toulon, 1983.

[I.19] **BELLANGER M., BONNAVAL P.**

« Quelques applications de la transformation de Fourier Rapide, technique puissante et économie de calcul des spectres de Fourier échantionnées. »  
L'onde électrique, nov. 1968, vol 48, n° 500, pp 962-972.

[I.20] **COOLEY J.W., TUCKEY J.W.**

« An algorithm for the machine calculation of complex Fourier series. »  
Math. Of comput., april 1965, vol.19, pp 297-301.

[I. 21] **LIFERMANN J.**

« Théorie et applications de la transformation de Fourier rapide. »  
Les méthodes rapides de transformation du signal : Fourier, Walsh, Hadamard, Haar, Masson  
2<sup>ème</sup> édition, 1979.

[I.22] **PELLETIER J.P**

« Techniques numériques appliquées au calcul scientifique. »  
Masson 1971.

[I.23] **C.W. Hsue, C.D. Hechtman**

"Transient Analysis of Nonuniform High Pass Transmission Lines" IEEE Trans. Microwave  
Theory Tech, Vol. 38, pp. 1023-1030, Août 1990.

[I.24] **E. VATUS**

"Contribution à l'analyse des lignes de transmission non uniformes simples et couplées dans le  
domaine fréquentiel " Thèse de doctorat, Toulouse, 2003.

[I.25] **SERENADE**

"Harmonica Circuit simulator" ANSOFT Corporation, 1998-1999.

---

[I.26] **MICROWAVE OFFICE**

"Applied Wave research" Version 3.22, 2000.

[I.27] **M. Boussalem, H. Gaha, J. David, F. Choubani, R. Crampagne**

" Analysis of Non Uniform Transmission Lines Using The Direct Numerical Resolution of Hill's Equation" Progress In Electromagnetics Research, PIERS'2007 Prague, 27- 30 Août 2007.

[I.28] **M.Boussalem, J.David, F.Choubani, R.Crampagne**

"A Pseudo Analytic Solution in Fourier Series Forms of The Propagation Equation in Non Uniform Transmission Lines". *WSEAS International*, Journal September 2005. Issue 9, Volume 4, pp 1177-1184.

---

# Chapitre II

---

## Chapitre II

### Etude du comportement fréquentiel des lignes de transmission non uniformes

*Résumé : Les lignes de transmission non uniformes LNUT ont un comportement fréquentiel qui dépend étroitement de leurs formes et de leurs profils de non homogénéité.*

*Alors que les structures de transmission classiques résonnent à des fréquences régulières multiples du fondamental, les lignes non uniformes présentent des résonances à des fréquences qui ne sont pas des multiples entiers de la fréquence fondamentale. Cette caractéristique originale de ces structures de transmission a été explorée dans ce chapitre. Le comportement fréquentiel des LNUT du point de vue impédance caractéristique, fréquence de résonance, facteur de qualité ont ainsi été comparés à ceux des structures uniformes classiques.*



---

## I Introduction

Les structures planaires de propagation d'ondes électromagnétiques sont actuellement pratiquement indispensables dans la conception des dispositifs électroniques micro-ondes. Ainsi, plusieurs types de structures ont été envisagés par les chercheurs et la technologie planaire [1] reste la plus utile puisqu'elle permet une meilleure intégration des composants et donc une diminution de l'encombrement des dispositifs. Ainsi, plusieurs technologies de fabrication des lignes de transmission ont été mises au point à savoir [2]:

- La technologie tri plaque (stripline)
- La technologie coplanaire
- La technologie microbande ou microbande (microbande line)

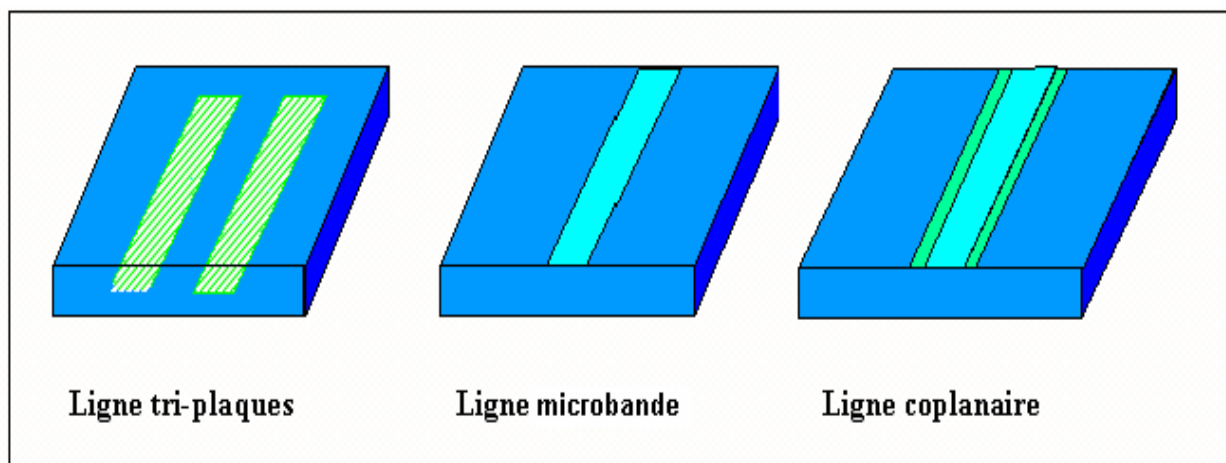


Figure II.1 : Différentes topologies de lignes de transmission en technologie planaire

Notre étude se focalisera sur la conception en technologie microbande dans le but de faciliter la réalisation de ces lignes avec celle que nous maîtrisons au laboratoire ; ceci afin de procéder aux contres mesures expérimentales. C'est dans ce contexte que nous exposerons les définitions et les caractéristiques essentielles relatives à ce type de lignes de transmission.

## II Généralité sur le comportement fréquentiel des lignes de transmission microbande

Dans notre travail nous nous contenterons d'étudier les lignes de transmission microbande uniforme et non uniformes en technologie planaire. La figure II.2 expose la topologie d'une ligne micro bande classique [3].

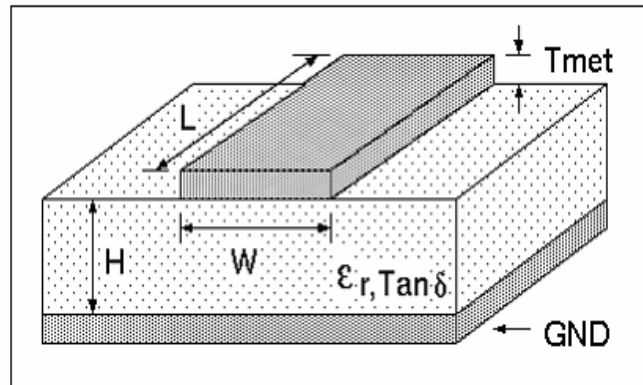


Figure II.2 : Ligne de transmission micro bande

- W : largeur de la ligne
- H : épaisseur du substrat
- L : longueur de la ligne
- Tmet : épaisseur du métal
- $\epsilon_r$  : substrat.

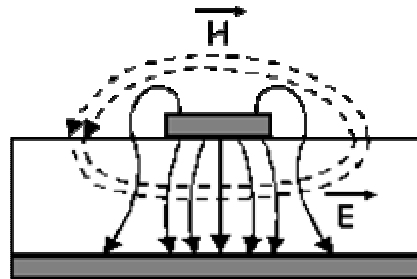


Figure II.3 : Lignes de champ électrique et magnétique dans la ligne microbande

Nous savons qu'un tronçon de ligne d'impédance caractéristique  $Z_c$  fermé sur une charge  $Z_r$  à une distance  $l$  de cette dernière présente une impédance  $Z(l)$  donnée par la relation suivante :

$$Z(l) = Z_c \frac{Z_r + jZ_c \tan(\beta l)}{Z_c + jZ_r \tan(\beta l)} \quad (2.1)$$

Par la suite, nous utiliserons des tronçons de ligne dont la longueur est telle que le produit  $\tan \beta l$  s'approche à 10% près du produit  $\beta l$  ; ce qui correspond à une longueur de ligne  $l < \lambda/12$ . Dans ces conditions, l'équation précédente s'écrit [4]:

$$Z(l) = Z_c \frac{Z_r + jZ_c \beta l}{Z_c + jZ_r \beta l} \quad (2.2)$$

## II. 1 Ligne quart d'onde court circuitée à une extrémité sans pertes

Nous savons qu'une ligne quart d'onde dont une extrémité est en court circuit se comporte comme un circuit résonnant parallèle. Il en résulte qu'aux fréquences inférieures à la fréquence de résonance, la ligne court circuitée à une extrémité se comporte comme une inductance, alors qu'aux fréquences supérieures à la fréquence de résonance elle aura un comportement capacitif. Ceci veut aussi dire qu'à une fréquence donnée, une ligne plus courte qu'un quart d'onde à cette fréquence, se comporte comme une inductance. Soit  $\lambda_g$  la longueur d'onde guidée et soit  $\theta$  le déphasage entre l'entrée et la sortie de la ligne. Lorsque la ligne est sans pertes, l'impédance vue de son extrémité s'écrit :

$$Z = j Z_0 \tan \theta \quad (2.3)$$

Avec les cas particuliers suivants :

$$\begin{aligned} l = \lambda_g/2 \quad \theta = 180^\circ \quad Z &= 0 \\ l = \lambda_g/4 \quad \theta = 90^\circ \quad Z &\rightarrow \text{infini} \\ l = \lambda_g/8 \quad \theta = 45^\circ \quad Z &= X_L = Z_0 \text{ réactance inductive} \end{aligned}$$

---

## II 2 Ligne quart d'onde ouverte à une extrémité

Dans une ligne quart d'onde ouverte à une extrémité, la distribution du courant et de la tension est inversée par rapport au cas précédent. L'impédance vue à l'extrémité de la ligne s'écrit :

$$Z = -j Z_0 \coth \theta \quad (2.4)$$

Avec les cas particulier suivants :

$$\begin{aligned} l = \lambda_g/2 \quad \theta = 180^\circ \quad Z &\rightarrow \text{infini} \\ l = \lambda_g/4 \quad \theta = 90^\circ \quad Z &= 0 \\ l = \lambda_g/8 \quad \theta = 45^\circ \quad Z &= X_C = Z_0 \text{ réactance capacitive} \end{aligned}$$

## II.3 Réalisation d'inductances et de capacités

Nous avons vu précédemment qu'un tronçon de ligne peut se comporter comme une inductance ou une capacité. Cependant les éléments ainsi réalisés ne sont pas indépendants de la fréquence, ce qui est gênant dans certaines applications telle que les filtres. A condition d'utiliser des tronçons de faible longueur ( $< \lambda_g/8$ ), il est possible de réaliser des éléments passifs puisque toute ligne de transmission présente une capacitance et une inductance linéiques (par unité de longueur).

Dans le cas de lignes microbande, en considérant une épaisseur constante, une piste large (faible impédance caractéristique) aura un comportement plutôt capacitif, alors qu'une ligne étroite (impédance caractéristique élevée) aura un comportement plutôt inductif. Nous pourrions en conséquence réaliser des capacitances, des inductances et des circuits résonants à l'aide de tronçons de lignes microbandes. La valeur de l'inductance ou de la capacité équivalente à un tronçon de microbande s'obtient à partir de l'équation des lignes de transmission.

En effet, un tronçon de ligne de grande largeur  $l$  et de longueur  $l_i$  et d'impédance caractéristique  $Z_c$  peut caractériser une capacité dont la valeur est (unité Farade) :

$$C = \frac{1}{Z_c} \frac{l_i}{v} \quad (2.5)$$

Avec  $v$  : vitesse de phase

de la même manière, un tronçon de ligne de faible largeur  $l$  de longueur  $l_j$  et d'impédance caractéristique  $Z_c$  peut caractériser une inductance de valeur[2] (unité en Henri) :

$$l = Z_c \frac{l_j}{v} \quad (2.6)$$

Avec  $v$  : vitesse de phase

Nous pourrions donc déduire que la réalisation de composants passifs ou de circuits résonnants découle de tout ce qui a été expliqué dans ce qui précède. Cette réalisation est tout particulièrement aisée dans la mesure où l'impédance caractéristique varie inversement proportionnel à la largeur  $w$  de la bande conductrice.

### II 3.1 Inductance série

Elle s'obtient par un fort rétrécissement de la bande conductrice.

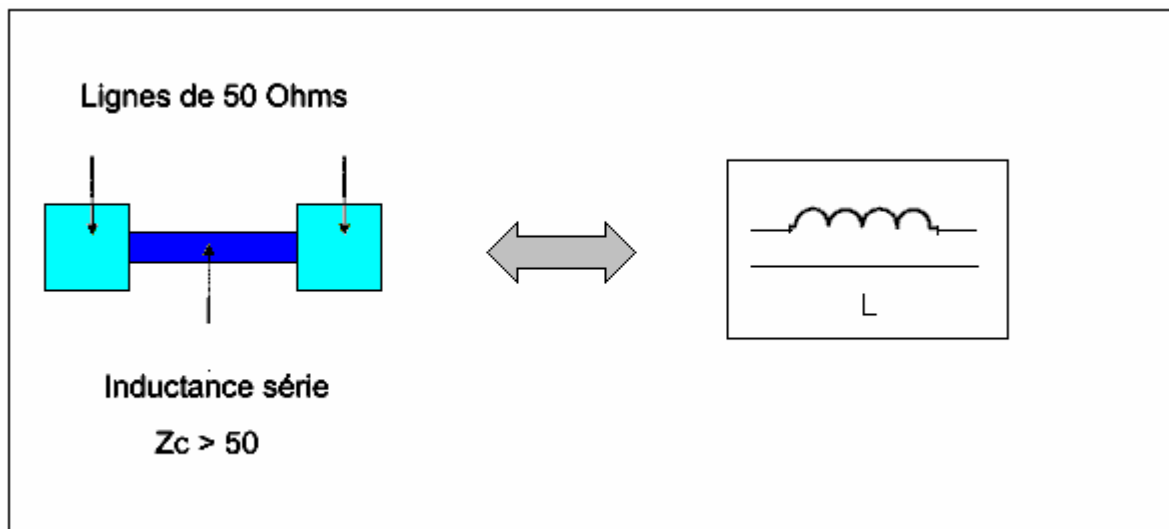


Figure II.4 : conception d'une inductance série

Le tronçon de faible largeur qui présente une forte impédance caractéristique et chargée par deux lignes d'impédance plus faible (généralement deux lignes de  $50\Omega$ ).

### II 3.2 Inductance parallèle

Elle s'obtient en plaçant en dérivation sur la ligne principale un tronçon de ligne court-circuité :

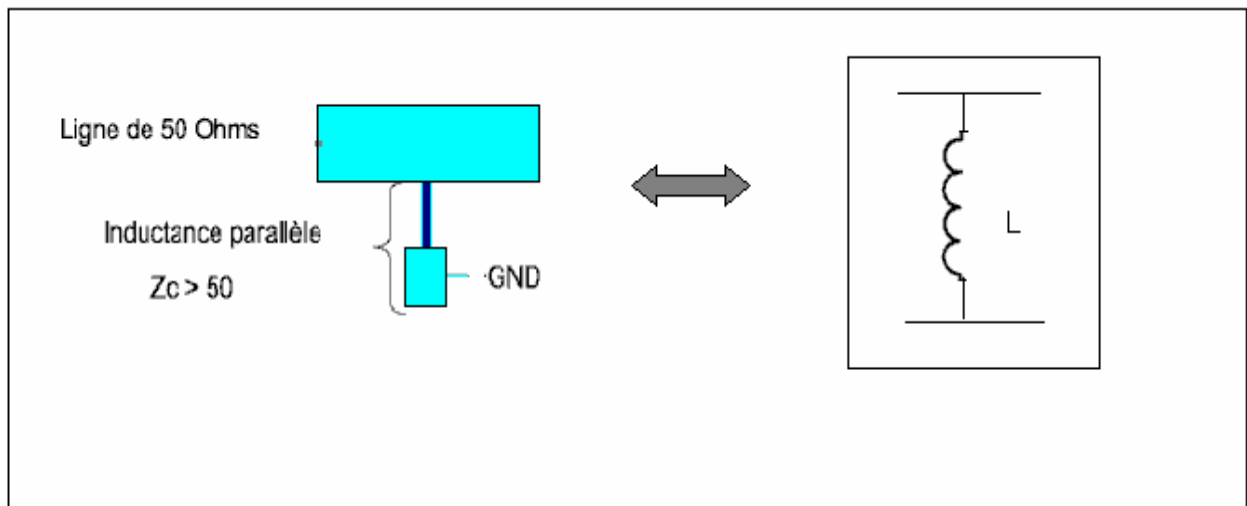


Figure II.5 : Réalisation d'une inductance parallèle en ligne microbande

### II 3.3 Capacité parallèle

Elle s'obtient par un élargissement important de la bande conductrice. Le tronçon qui présente une faible impédance caractéristique, se trouve chargé à ses extrémités par des lignes d'impédance caractéristique plus élevée (condition  $Z_c \ll Z_0$ ).

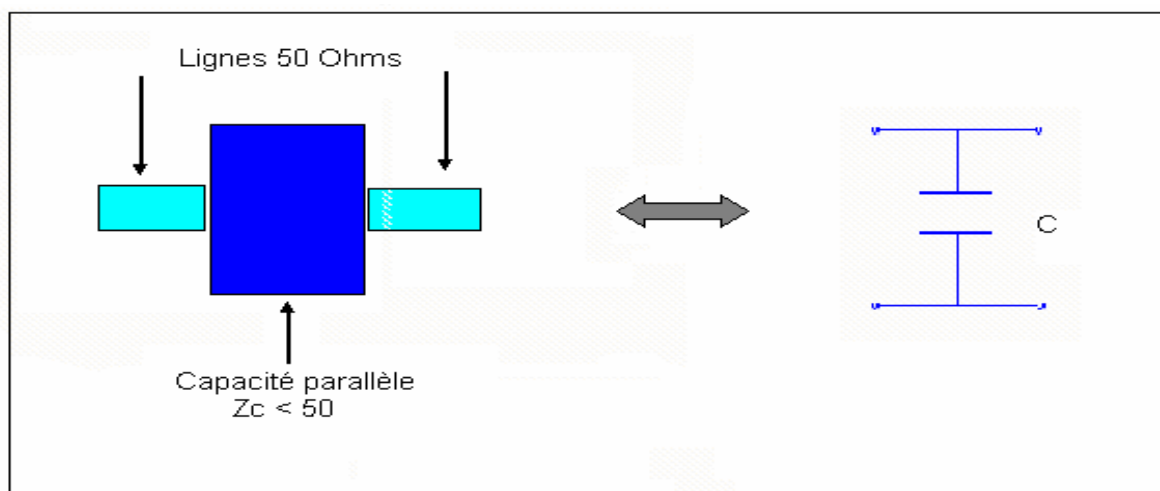


Figure II.6 : Réalisation d'une capacité parallèle en ligne microbande

### II 3.4 Capacité série

Il est très difficile de réaliser une capacité série de manière fiable pour des raisons technologiques. En pratique, on utilise un inverseur d'impédance  $\lambda/4$  pour transformer une inductance parallèle en une capacité série.

---

### III Lignes de transmissions non uniformes

Comme les lignes de transmissions uniformes, les NUTL, caractérisées par leur impédance caractéristique variable  $Z_c(x)$ , peuvent aussi jouer le rôle d'inductances et de capacités tout en ayant des caractéristiques différentes de ces dernières.

Ainsi, les relations qui relient les valeurs caractéristiques des lignes aux valeurs de ces inductances et de ces capacités peuvent être déduites des relations (2.5) et (2.6) qui deviennent :

$$c(x) = \frac{1}{Z_c(x)} \frac{l_i}{v(x)} \quad (\text{en Farade}) \quad (2.7)$$

$$l(x) = Z_c(x) \frac{l_j}{v(x)} \quad (\text{en Henri}) \quad (2.8)$$

#### III. 1 Définition de la non uniformité

Actuellement, un grand nombre de techniques font appel à des matériaux inhomogènes ou des structures non uniformes dans le but d'améliorer les performances des dispositifs micro-ondes. La non uniformité ou l'inhomogénéité peuvent apparaître par exemple dans [5] [6] [7] [8] :

- La propagation des ondes électromagnétiques dans l'atmosphère terrestre en tenant compte du gradient d'indice ou d'ionisation.
- Les lentilles de Luneberg.
- Les matériaux stratifiés absorbants.
- Les fibres optiques à gradient d'indice.
- Les guides d'ondes rectangulaires remplis de matériaux non homogènes.
- Des plaques non homogènes à variation exponentielle de permittivité.
- Dans la conception des lignes couplées avec une variation de la section  $S$  qui sépare les deux lignes

- 
- Lignes de transmissions à variation non uniforme de la largeur  $W$  ce qui se traduit par une impédance variable  $Z_c(x)$  le long de la ligne

Dans notre cas, nous ne considérerons qu'une variation non uniforme du largeur  $w$  de la ligne de transmission, ce qui se traduit par une variation de son profil géométrique. Cette variation obéira à une loi mathématique que l'on appellera loi de non uniformité de la ligne.

La figure II.7 montre quelques formes de variations de lignes non uniformes que nous pourrions utiliser dans les circuits planaires, et avec des profils variables qui créent les non uniformités, comme par exemple un profil linéaire un profil elliptique et linéaire ou encore des profils périodiques [9]

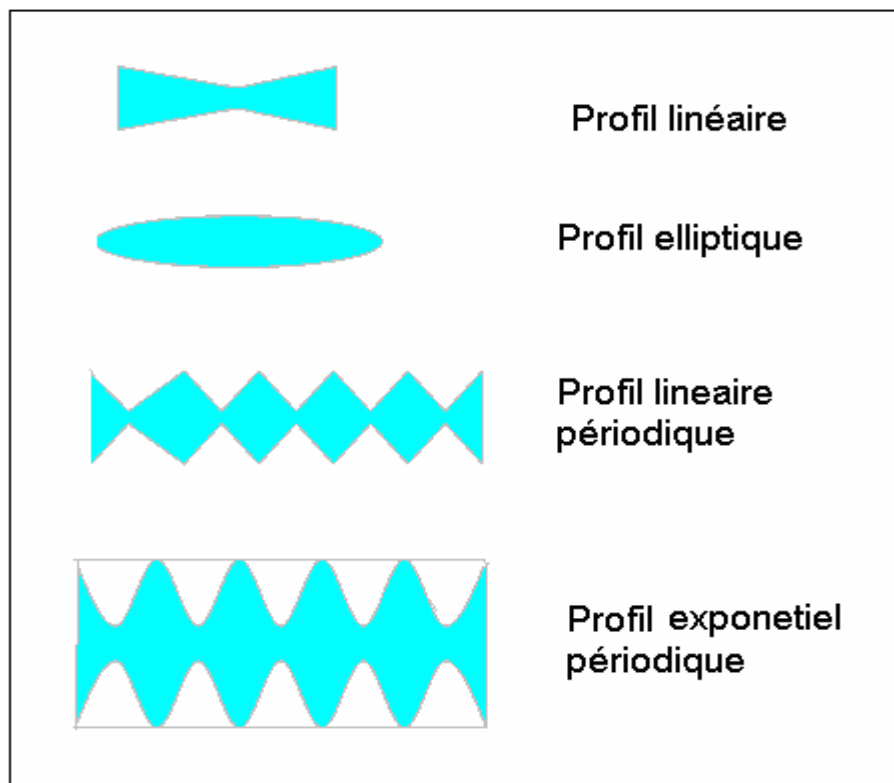


Figure II.7 : Quelques exemples de lignes non uniformes

Nous pourrions par ailleurs introduire une variation sur deux paramètres du profil de ligne (épaisseur  $t$  et largeur  $w$ ) comme illustré dans la figure (I.8).



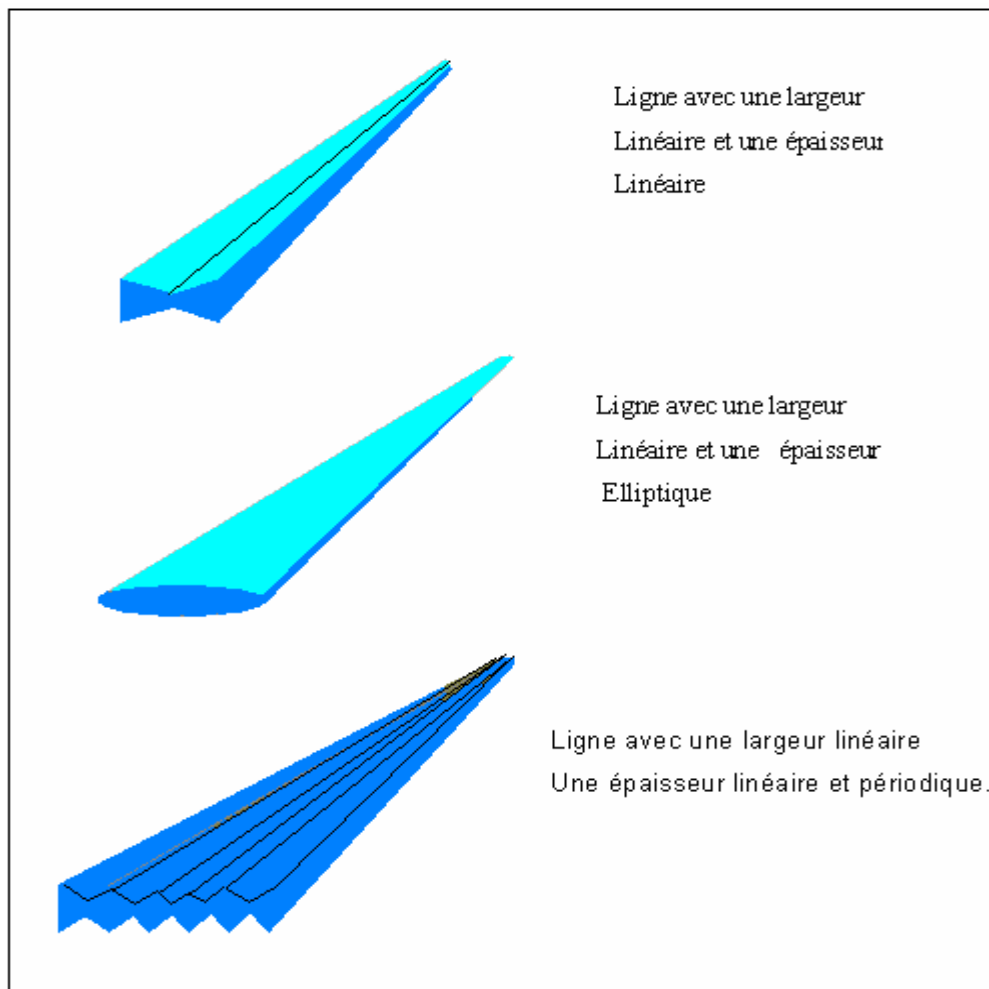


Figure II.8 : Différentes lignes non uniformes avec variation de profil P et d'épaisseur T

L'étude classique des LUNT avec un profil de non uniformité quelconque passe essentiellement par une discrétisation de la structure non uniforme en un ensemble de structures uniformes mis en cascade comme le montre la figure II.9.

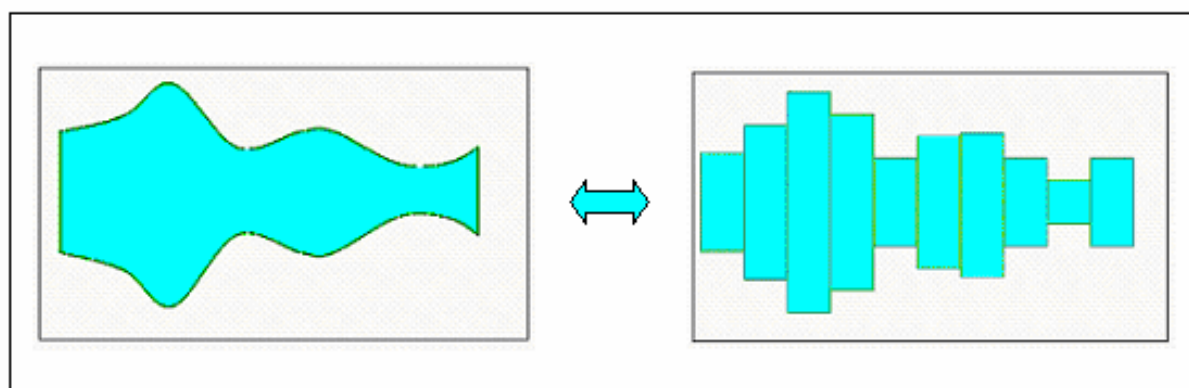


Figure II.9 : Discretisation du profil d'une ligne non uniforme

---

*Remarque :*

*Il est intéressant de noter que l'augmentation du nombre d'éléments uniformes mis en cascade pour construire l'élément non uniforme améliorera l'approximation de la structure. Cependant, nous nous sommes rendu compte qu'à partir d'un nombre fini  $N$  d'éléments uniformes, le résultat reste inchangé, cela nous a amené à se contenter de  $N = 30$  dans la suite de notre étude.*

### III.2 Etude du comportement fréquentiel des LNUT

Dans cette partie, le comportement fréquentiel de différentes lignes de transmission non uniformes a été exploré.

Ainsi, plusieurs lignes de différents profils géométriques  $w(x)$  (uniformes, linéaires, exponentiels,...) ont été étudiées.

Ensuite, leurs comportements respectifs ont été observés sur une large bande de fréquences afin d'examiner l'évolution des harmoniques en fonction des paramètres géométriques et diélectriques.

Les figures (II.10), (II.11) et (II.12) illustrent respectivement une ligne de profil géométrique uniforme  $w(x)$  et de longueur  $L = \lambda/4$ , une ligne de profil géométrique linéaire  $w'(x)$  et de longueur  $L'$  et une ligne de profil géométrique  $w''(x)$  exponentiel. Le substrat étant le même pour les trois lignes (Verre époxy  $\epsilon_r = 4.32$ ).

Les différentes lignes étant court circuitées à leur extrémité, nous étudierons la corrélation entre les profils géométriques des lignes avec leurs fréquences de résonance [10].

La figure (II.13) montre la courbe de résonance de la ligne uniforme de longueur  $\lambda/4$  et des deux lignes non uniformes. Les longueurs  $L'$  et  $L''$  correspondant respectivement au profil linéaire et exponentiel ont été prises égales à  $L$  (longueur de la ligne uniforme) ensuite optimisées pour que ces lignes non uniformes résonnent à la même fréquence fondamentale de résonance de la ligne uniforme. A partir de la courbe (II.13), Nous constatons que les lignes non uniformes ne résonnent plus à des fréquences harmoniques mais à des fréquences inférieures comme par exemple la ligne exponentielle qui résonne à 1 GHz, 2.4 et 3.9 GHz. Ces écarts de fréquence par rapport à la ligne uniforme sont d'autant plus significatifs que le profil est complexe.

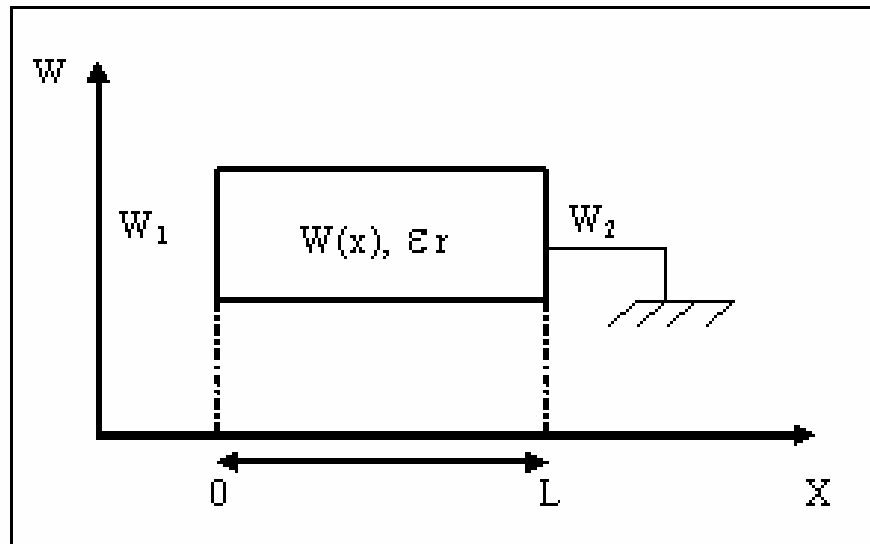


Figure II.10 : Ligne de transmission uniforme classique

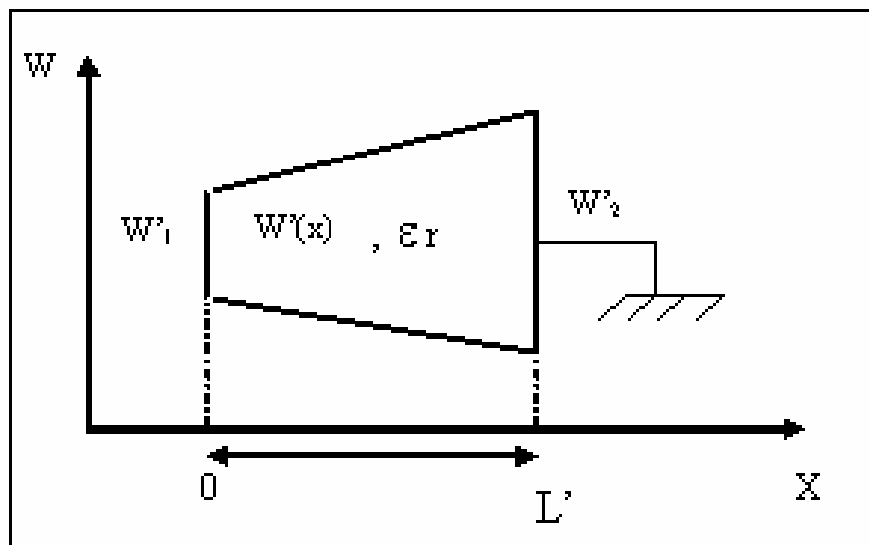


Figure II.11 : Ligne de transmission non uniforme à variation linéaire de sa largeur  $W'(x)$

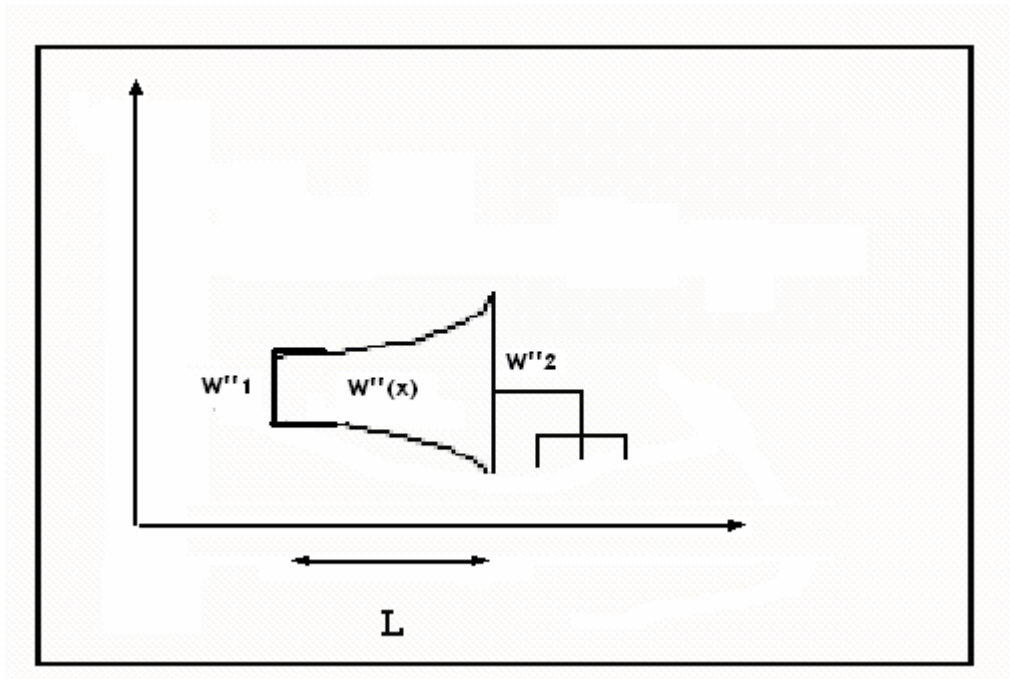


Figure II.12 : Ligne de transmission non uniforme à variation exponentielle de sa largeur  $W''(x)$

Paramètre des différentes lignes :

Ligne uniforme :  $L = 3.14 \text{ cm}$ ,  $W_1 = 2.988 \text{ mm}$ ,  $W_2 = 29.88 \text{ mm}$

Ligne non uniforme de profil linéaire :  $L' = 4.14 \text{ cm}$ ,  $W'_1 = 2.988 \text{ mm}$ ,  $W'_2 = 29.88 \text{ mm}$

Ligne non uniforme de profil exponentiel :  $L'' = 4.34 \text{ cm}$ ,  $W''_1 = 2.988 \text{ mm}$ ,  $W''_2 = 29.88 \text{ mm}$

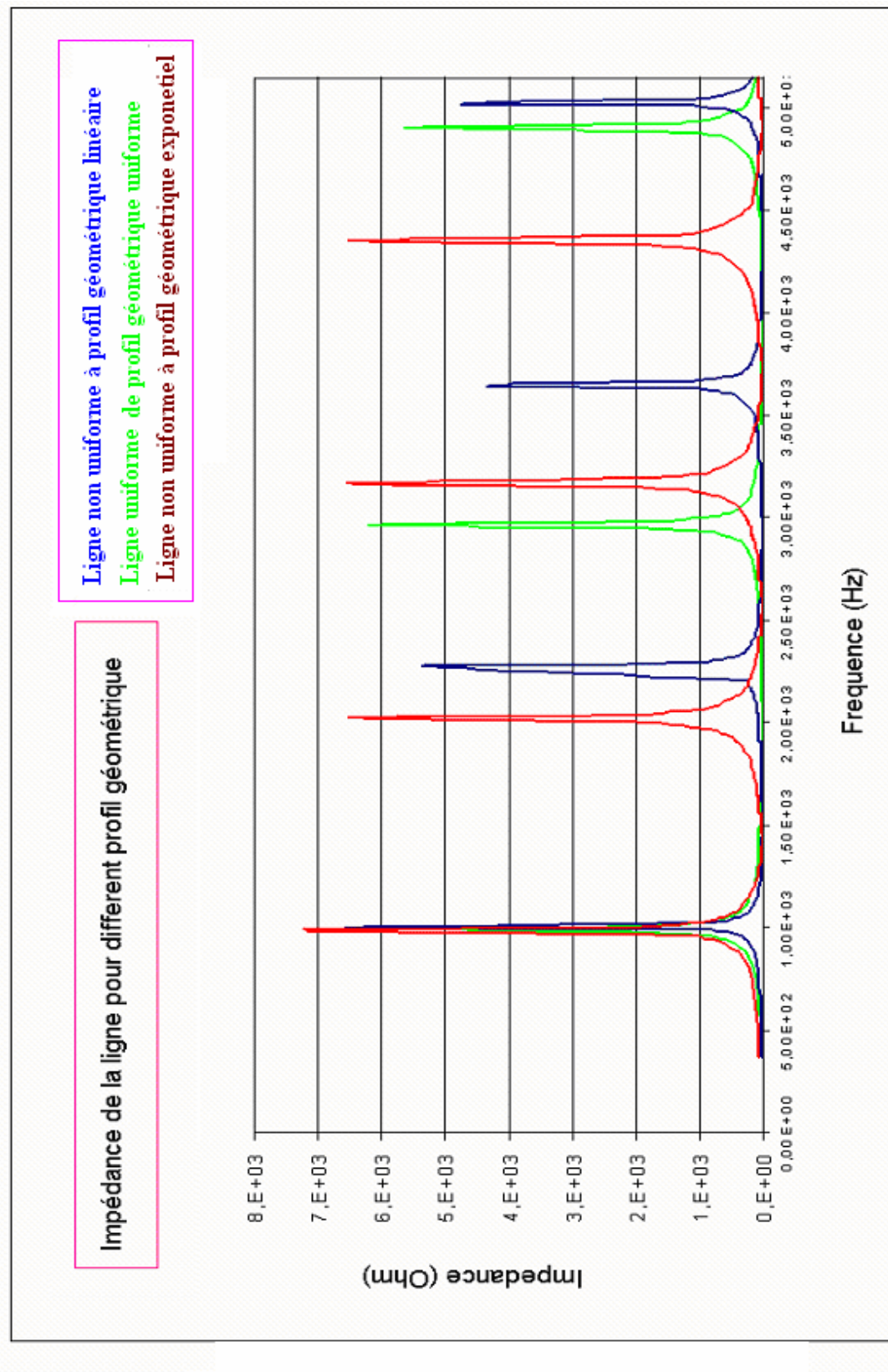


Figure II.13 : Impédance des deux lignes uniforme et non uniformes de profils géométriques différents

### III. 3. Validation expérimentale

#### III. 3. 1. Etude de la ligne uniforme (de longueur $\lambda/4$ ) en court circuit

La figure II.14 illustre la ligne classique uniforme conçu en technologie micro bande et dont la longueur a été optimisée pour avoir une résonance à 1 GHz.

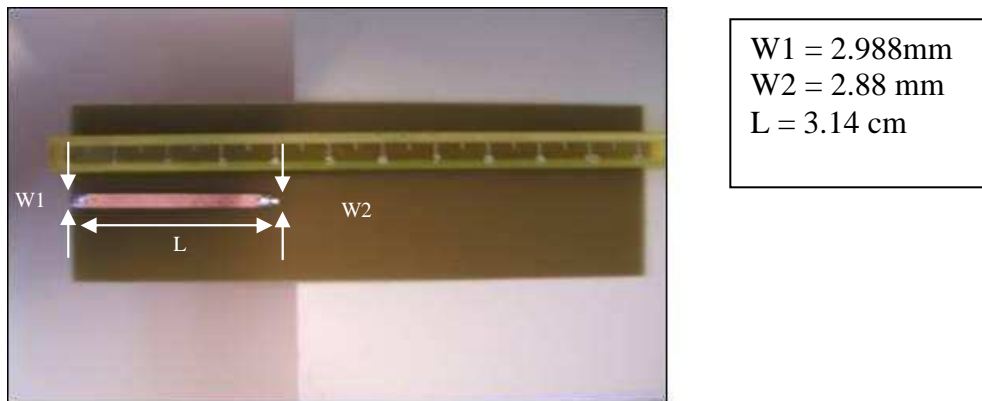


Figure II.14 : Circuit de ligne uniforme (en verre époxy 1.52mm) court circuité de longueur  $\lambda/4$

La figure (I.16) illustre la variation du coefficient de réflexion mesuré pour la ligne uniforme en fonction de la fréquence

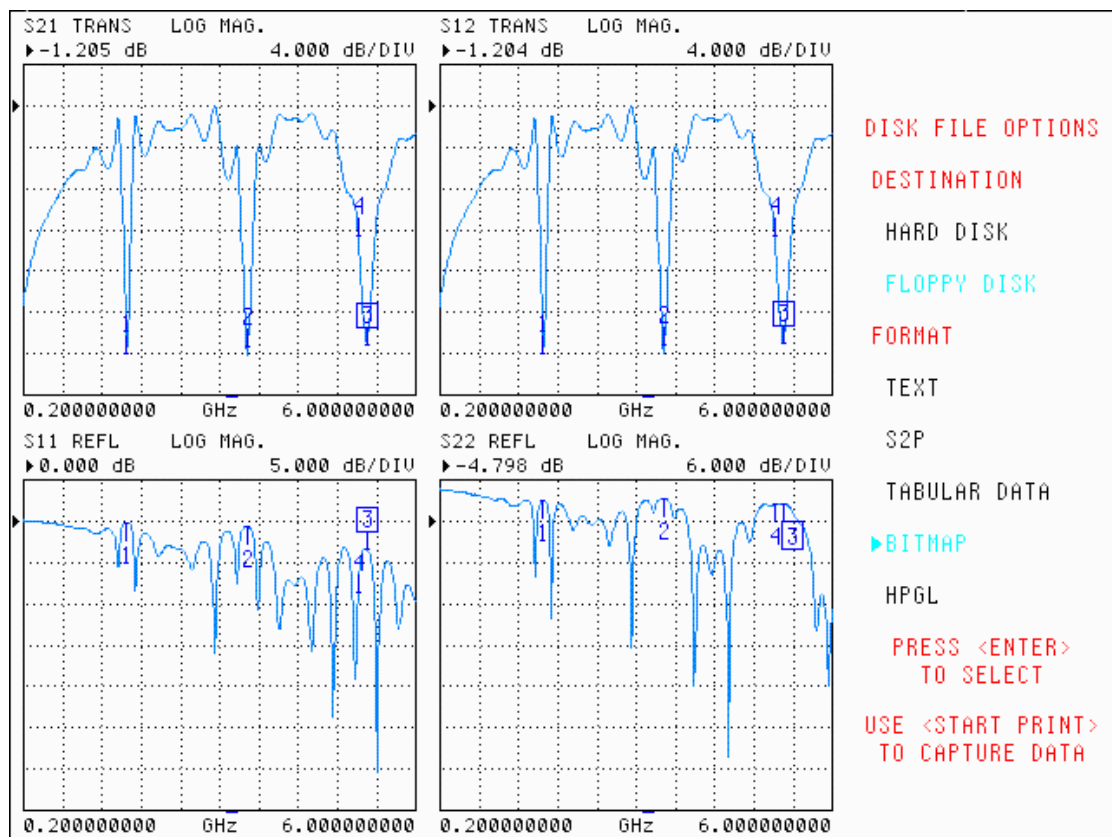


Figure II.16 : Coefficient de réflexion de lignes uniforme  $\lambda/4$  court circuitée -mesures-

### III.3.2 Etude de la ligne non uniforme de profil exponentiel court circuité

La figure II.17 illustre la ligne de profil exponentiel conçu en technologie micro bande et optimisé pour résonner à 1 GHz (à la même fréquence que la ligne classique)

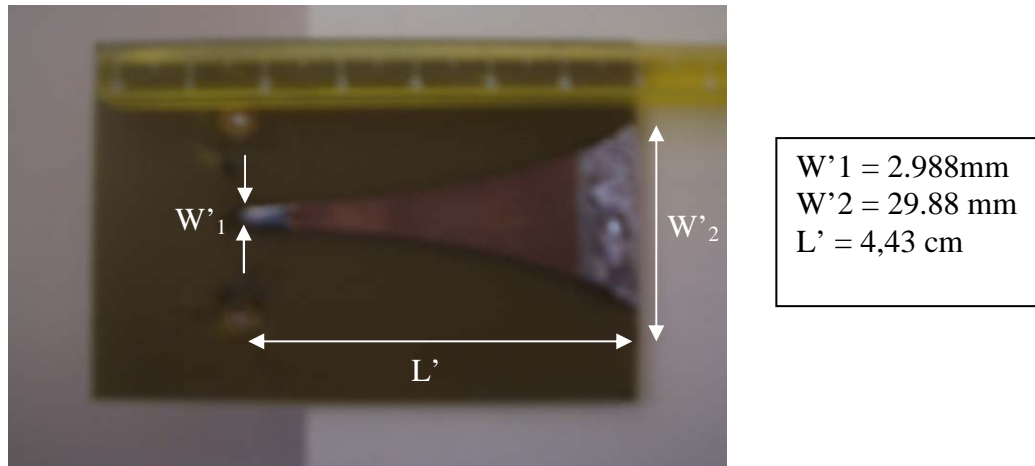


Figure II.17 : Circuit réel de ligne non uniforme de profil géométrique exponentiel

La figure (I.19) illustre le coefficient de réflexion en entrée mesuré pour la ligne exponentielle court circuit en sortie.

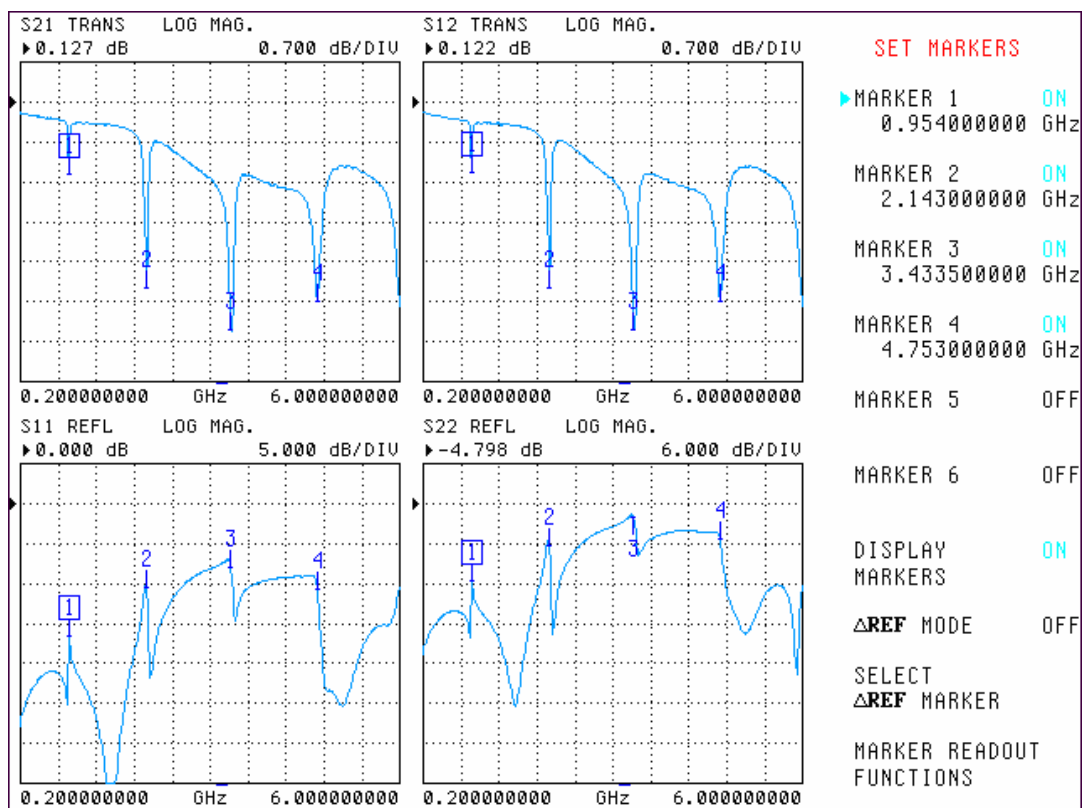


Figure II.19 : Coefficient de réflexion de ligne de profil géométrique exponentiel court circuit

### III.3.3 Etude de la ligne non uniforme de profil linéaire hyperbolique en court circuit

La figure (II.20) illustre le circuit de la ligne conçu en technologie micro bande et optimisée pour résonner à 1 GHz

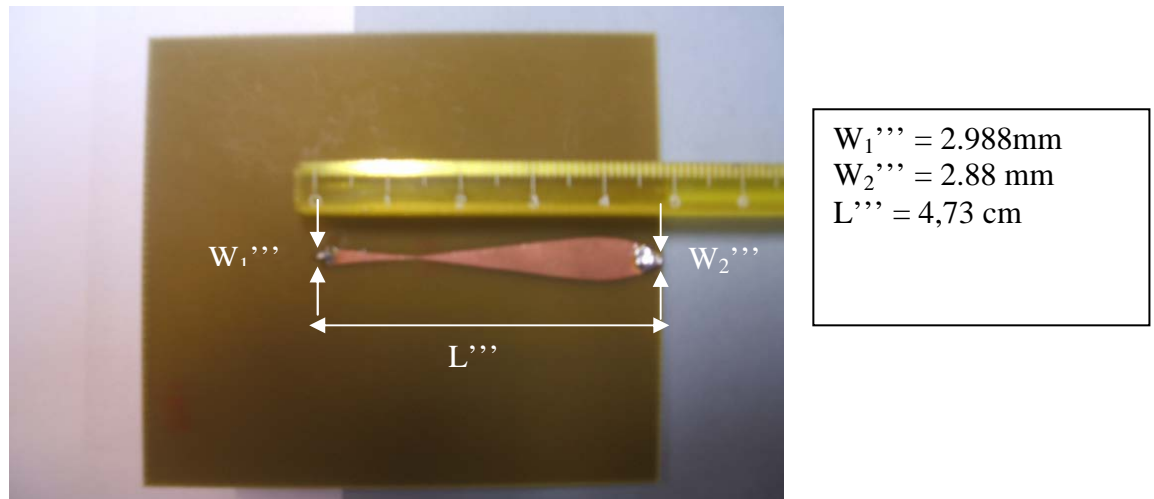


Figure II.20 : Circuit réel de ligne linéaire hyperbolique  $\lambda/4$  en court circuit

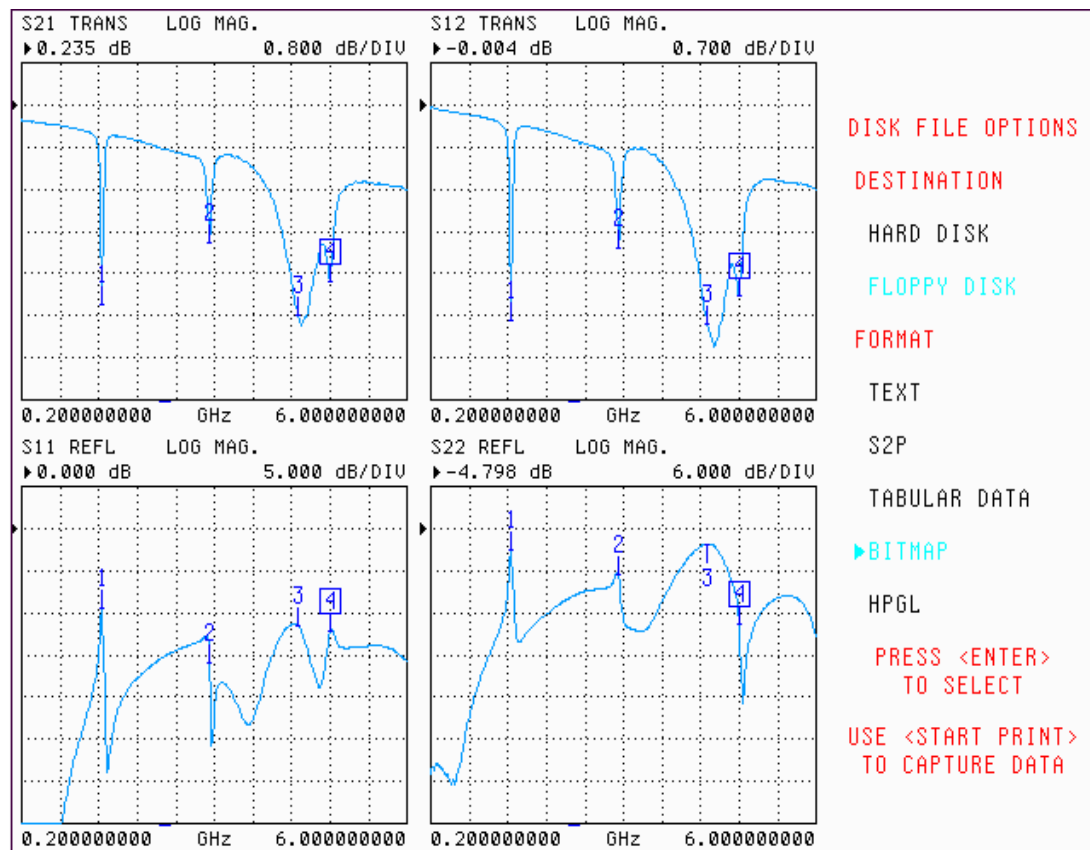


Figure II.22 : Coefficient de réflexion d'un ligne non uniforme de profil géométrique linéaire hyperbolique court circuit



---

Le tableau ci-dessous expose les différentes valeurs de points des fréquences de résonance des lignes de transmissions uniforme et non uniformes.

	Fréquence Fondamentale	1 <sup>er</sup> harmonique	2eme harmonique
Ligne uniforme	1 GHz	3 GHz	5 GHz
Ligne linéaire	0.95 GHz	2.14 GHz	3.43 GHz
Ligne exponentielle	1 GHz	2.3 GHz	3.6 GHz

Tableau II.1 : Fréquence de résonance des lignes de transmission uniforme et non uniformes.

*Remarque :*

*En ce qui concerne la conception réelle des lignes de transmissions non uniformes exposés ci-dessus, Il est important de noter que le court circuit a été réalisé en branchant l'extrémité de la ligne au plan de masse du circuit de la ligne.*

### III.4 Constatations des résultats

Nous avons bien put constater que les lignes de transmissions non uniformes LNUT, lorsque elles jouent le rôle d'un résonateur, présentent un ensemble de fréquences de résonance très différentes de celle que présentent des lignes uniformes. Cette différence est d'autant plus significative que le profil de la LNUT est complexe.

---

## IV Conclusion du chapitre II

Les lignes de transmissions non uniformes présentent des comportements fréquentiels qui dépendent étroitement de leurs profils de non uniformité. Ce comportement étant différents de celui de ligne uniformes classique et cette différence étant d'autant grande que la loi de non uniformité est complexe.

Cette caractéristique fondamentale a été validée expérimentalement dans le cas de ligne de transmission résonnante de longueur  $\lambda/4$  de profil uniforme, linéaire et exponentielle. Ainsi, ce comportement fréquentiel spécifique nous oriente vers des applications ayant pour intérêt de réduire l'amplitude des harmoniques dans les circuits RF non linéaires. L'optimisation de cette réduction étant obtenue par le bon choix de la loi de non uniformité qui caractérise la ligne et ceci sans modifier le comportement du circuit pour la fréquence de fonctionnement ce qui fera l'objet du chapitre III.

Par ailleurs, l'étude expérimentale du comportement des LNUT dans le domaine fréquentiel a abouti à une publication à WSEAS 2005 et OHD 2005.

---

## **Bibliographiques du chapitre II**

**[II.1] P.F. Combes**

"Micro-ondes : Lignes, guides et cavités" Dunod, Paris, 1996.

**[II.2] K. Murakami, J. Ishii**

"MCD Analysis of Reflection Characteristics on Nonuniform Transmission Lines" IEICE Trans. Electron., Vol. E81-C, n°5, pp. 781-787, Mai 1998.

**[II.3] Eric VATUS**

« contribution à l'analyse des lignes de transmission non uniformes simples et couplées dans le domaine fréquentiel » Thèse de Doctorat, Toulouse, 2003.

**[II.4] Jacques DAVID**

« Contribution à l'étude de la propagation des ondes électromagnétiques dans les matériaux inhomogènes et les structures non uniformes » thèse d'Etat Es-Sciences, Toulouse, 1984.

**[II.5] A. Cheldavi**

"Exact Analysis of Coupled Nonuniform Transmission Lines with Exponential Power Law Characteristic Impedance" IEEE Trans. Microwave Theory Tech., Vol.49, n°1, pp. 197-199, Janvier 2001.

**[II.6] S. Uysal, C.W. Turner, J. Watkins**

"Nonuniform Transmission Line Codirectional Couplers for Hybrid Mimic and Superconductive Applications" IEEE Trans. Microwave Theory Tech., Vol. 42, n°3, pp. 407-414, Mars 1994.

**[II.7] D. Raicu**

"Universal Taper for Compensation of Step Discontinuities in Microbande Lines" IEEE Microwave and Guided Wave Letters, Vol. 1, n°9, pp. 249-251, Septembre 1991.

**[II.8] J.P. Clavery, J. David, E. Vatus, T.H. Vuong, R. Crampagne**

"Propagation d'une onde électromagnétique à travers un matériau de permittivité et perméabilité non homogène "

JNM 99, 11<sup>ème</sup> journées nationales micro-ondes, Arcachon, 5-7 mai 1999, In Proc. 3D10.

**[II.9] J.P. Clavery, J. David, E. Vatus, T.H. Vuong, R. Crampagne**

"Résolution de la propagation d'une onde électromagnétique à travers un matériau de permittivité et perméabilité non homogène "

JMET 99, 2<sup>ème</sup> journées micro-ondes et électromagnétisme de Toulouse, Toulouse, 14-15 janvier 1999.

---

[II.10] **M.Boussalem, J.David, F.Choubani, R.Crampagne**

“Apport des lignes de transmissions non uniformes pour la maîtrise de harmoniques dans les circuits actifs RF” , 18Eme colloque international Optiques Hertzienne et Diélectrique, Hammamet Tunisie, 6-8 Septembre 2005, conférence proceeding. pp 330-333.

[I.11] **M.Boussalem, J.David, F.Choubani, R.Crampagne**

“Exact Analysis of non uniform coupled transmissions lines by numerical solution of Hill's equation” , 5th WSEAS International Conference on power Systems and Electromagnetic Compatibility, Corfu, Grèce, 23-25 Août 2005 pp 121-124.

[II.12] **T.-W. Pan, C.-W. Hsue**

“Modified Transmission and Reflection Coefficients of Nonuniform Transmission Lines and Their applications ”IEEE Trans. Microwave Theory Tech., Vol. 46, n°12, pp. 2092-2097, Decembre 1998.

---

# Chapitre III

---

## Chapitre III

# Applications des lignes de transmission Non uniformes

*Résumé : Dans les deux chapitres précédents, nous avons démontré qualitativement que les lignes de transmission non uniformes avait un comportement fréquentiel spécifique. Ce comportement varie en fonction du profil de la ligne et il est d'autant plus différent du comportement d'une ligne uniforme classique que le profil est complexe.*

*Cela nous oriente vers une utilisation optimale des LNUT dans l'amélioration des circuits passifs telle que les filtres mais aussi les circuits actifs non linéaires tel que l'amplificateur de puissance. Le principal objectif est de diminuer les fréquences harmoniques indésirables en utilisant des lignes de transmissions non uniformes.*

---

## I Introduction

Dans ce troisième chapitre, nous étudierons l'utilité des LNUT dans l'adaptation d'impédance dans le domaine fréquentiel, et d'exploiter le comportement spécifiques des LNUT démontré dans le chapitre précédent dans le but d'améliorer les performances des circuits passifs et actifs micro-ondes. Dans un premier temps, nous exposerons l'utilité des LNUT dans la conception d'un filtre passe bas 1 GHz et d'un filtre coupe bande centrée à 1.8 GHz. Dans un deuxième temps nous aborderons le problème de la linéarisation dans les circuits actifs micro-ondes et nous exposerons l'apport des LNUT dans le cas d'un amplificateur de puissance et d'un oscillateur.

## II Adaptation d'impédance dans le domaine fréquentiel

Les circuits d'adaptation d'impédance sont largement utilisés dans les dispositifs micro-ondes. En effet, lorsque l'on veut associer deux étages d'un circuit présentant des impédances différentes, des dispositifs d'adaptation sont nécessaires pour minimiser les pertes.

L'utilisation de ces dispositifs est liée à plusieurs contraintes imposées par les circuits :

- avoir le coefficient de réflexion le plus faible possible ou un taux d'onde stationnaire voisin de l'unité ce qui conduit à réaliser l'adaptation des lignes d'accès.
- avoir un transfert de puissance maximum de qui impose une impédance de sortie du circuit d'adaptation égale au complexe conjugué de l'impédance de charge.
- présenter le minimum de parasites ce qui permet une adaptation aux bruits.

Une première technique pouvant répondre à ces contraintes est basée sur l'utilisation d'éléments localisés de type RC, RL ou LC [1]. Cependant cette méthode d'adaptation d'impédance est moins utilisée, car sur une large bande de fréquence et surtout aux fréquences élevées les composants ne conservent plus leurs performances. En effet, par une étude faite récemment [2], nous avons pu dégager le comportement à haute fréquence d'un condensateur et nous avons ainsi déduit que ce composant avait un comportement fréquentiel équivalent à un circuit RLC série différent du comportement théorique de ce composant.

De ce fait, plusieurs méthodes mieux appropriées aux domaines des micro-ondes sont apparues. L'une d'entre elle fait appel à des réseaux d'éléments discontinus. Ils sont constitués par la mise en cascade de sections de lignes uniformes. Les longueurs de ces sections sont généralement des lignes quart d'onde, mais peuvent aussi être de dimensions plus faibles [3].

---

Une autre possibilité utilise la méthode de CAO dite des fréquences réelles. La technologie utilisée est l'association des deux techniques précédentes, c'est-à-dire des lignes uniformes mises en cascades et éléments localisés. Cette méthode est couramment utilisée dans l'adaptation des transistors et elle permet une nette amélioration des caractéristiques de fonctionnement du dispositif.

Bien que ces dernières techniques suffisent dans de nombreux cas, il existe une possibilité de réaliser une adaptation à l'aide de L.T.N.U. En effet, il a été démontré qu'une amélioration significative du niveau d'adaptation est obtenue dans la bande de fonctionnement avec des L.T.N.U, ainsi qu'un élargissement de la bande adaptée [4].

L'adaptation par L.T.N.U. consiste, en général, à adapter une ligne d'impédance  $Z_1$  à une ligne d'impédance de charge  $Z_2$  (figure III.1).

Et plus précisément à minimiser le coefficient de réflexion le long de la ligne, qui est une équation de Ricatti :

$$\frac{d\Gamma(x)}{dx} - 2j \cdot \beta(x) \cdot \Gamma(x) + \frac{1 - \Gamma^2(x)}{2} \cdot \frac{d(\ln Z(x))}{dx} = 0 \quad (\text{III.1})$$

- Avec :
- $\Gamma(x)$  : le coefficient de réflexion en tout point de la L.T.N.U.,
  - $\beta(x)$  : la constante de phase,
  - $Z(x)$  : impédance caractéristique de la ligne en un point d'abscisse x.



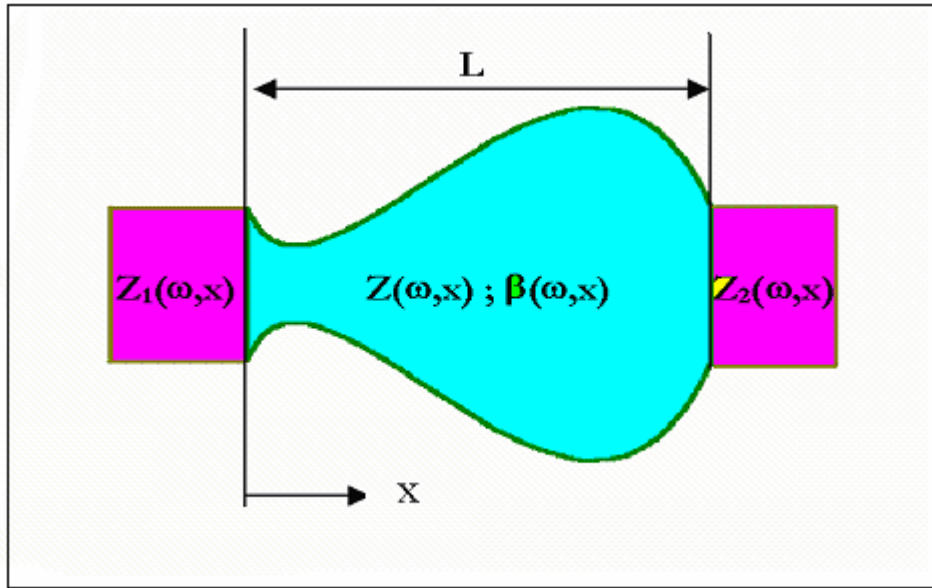


Figure III.1 : ligne non uniforme réalisant un transformateur d'impédance

Certains auteurs ont appliqué des méthodes numériques pour la résolution de l'équation.1.1 dans le cas de profils particuliers de L.T.N.U. Notamment Murakami [5], qui en utilisant la simulation MCD (Modified Central Difference), a cherché à minimiser le coefficient de réflexion dans le domaine fréquentiel de certaines L.T.N.U.

Son étude a porté sur des lignes ayant des profils différents (Bessel, cosinus, parabolique, ...) et il a démontré que la ligne à variation exponentielle minimise au mieux le coefficient de réflexion comme le montre la figure III.2.

Bien que cette étude présente le mérite de démontrer l'intérêt des L.T.N.U. pour l'adaptation d'impédance, elle ne permet pas une optimisation du coefficient de réflexion.

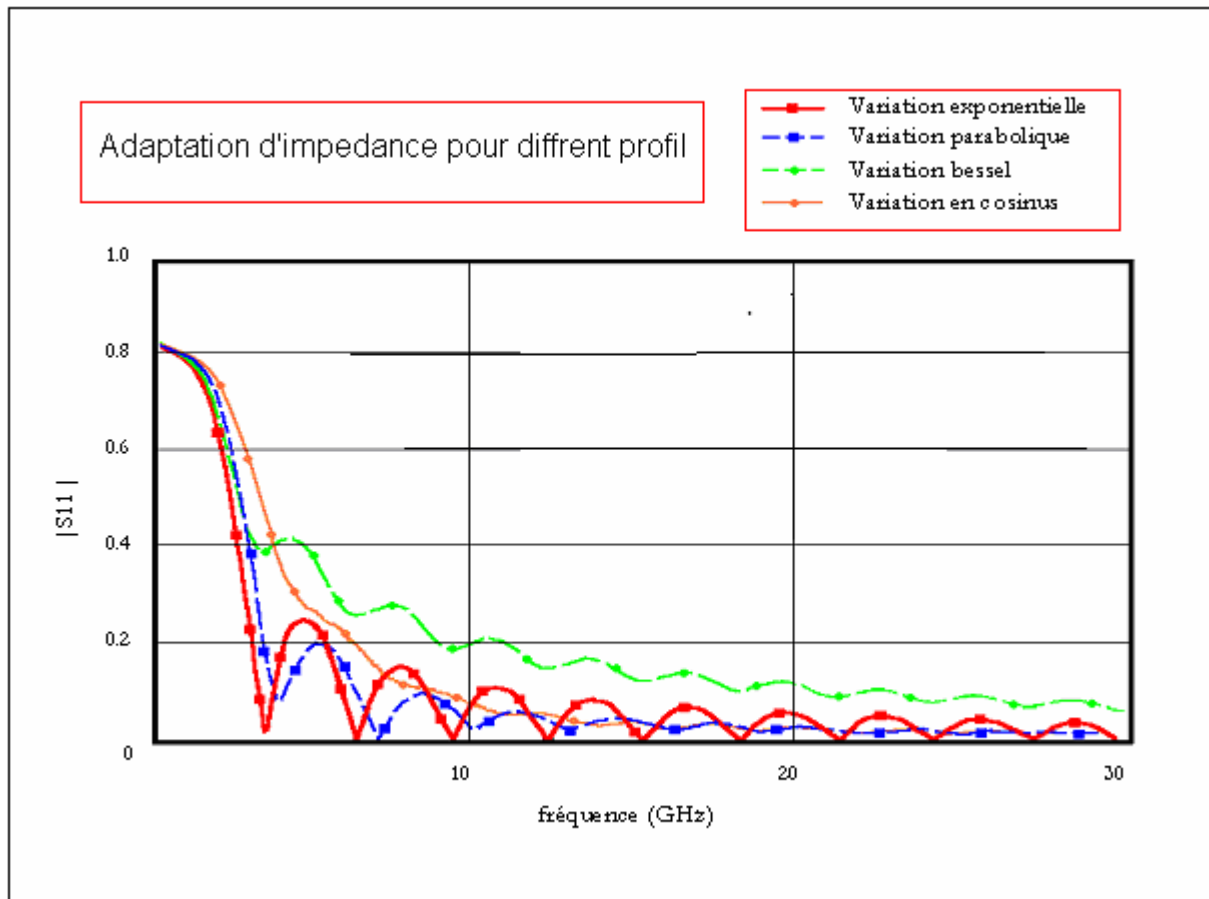


Figure III.2 : coefficient de réflexion pour différentes lignes de variation  
 1 : exponentielle (  $Z(x)=50 \cdot \exp(46.05 \cdot x)$  ) ; 2 : Parabolique (  $Z(x)=50+180000 \cdot x^2$  )  
 3 : Bessel (  $Z(x)=50+9000 \cdot x$  ) ; 4 : cosinus (  $Z(x)= 275-225 \cdot \cos(62.83 \cdot x)$  )

Par contre une publication récente permet de s'affranchir de cette contrainte. En effet en reprenant le principe précédent on obtient une meilleure minimisation du coefficient de réflexion avec une ligne à variation exponentielle. Les auteurs étendent l'étude de Murakami [6], car, à l'aide de quelques paramètres initiaux, tel que le rapport d'onde stationnaire, ils obtiennent une expression analytique (éq. III.3) qui grâce à la connaissance de la longueur de la ligne répond aux exigences spécifiées.

$$\frac{w'(x)}{b} = -\frac{2}{\pi} \cdot \log 2 + K \cdot \exp\left(\frac{x}{x_0}\right) \quad (\text{III.3})$$

Avec  $w(x)$  : largeur de la ligne

$b$  : hauteur du substrat

$x_0$  : début de la ligne de transmission

Dans cette expression  $K$  et  $x_0$  sont des variables qui dépendent des conditions de fermeture de la ligne, du ROS maximum accepté et de la fréquence minimum d'adaptation. Cette étude a été réalisée sur une technologie stripline, dans ce cas  $b$  représente la hauteur du substrat et  $w(x)$  la largeur de la ligne en fonction de la variable longitudinale  $x$ . A l'aide de cette technique des ROS inférieurs à 1.15 peuvent être obtenus.

Enfin l'adaptation par L.T.N.U. peut résoudre de nombreux problèmes de transition entre différentes technologies plaquées (exemple : microbande en coplanaire), mais il peut aussi s'agir de liaisons entre technologies identiques ayant des caractéristiques différentes (exemple : microbande  $\epsilon_{r1}$  en microbande  $\epsilon_{r2}$ ). D'une manière générale une transition adaptée en impédance est obtenue par une variation continue de la largeur du bande et de l'épaisseur du substrat.

C'est ainsi que A.B. Kouki [7] a réalisé plusieurs travaux sur ce type d'adaptation, notamment dans la construction des transitions adaptées en microbande. Cette technique permet, par exemple, de relier deux circuits ayant des impédances de terminaison identiques mais, réalisées avec des matériaux différents, donc ayant des largeurs de lignes différentes. Elle est basée sur l'analyse de L.T.N.U. ayant une variation à la fois de la largeur de la bande (variation linéaire) et de la hauteur du substrat. Une transition adaptée en impédance est ainsi obtenue de manière à ce que l'impédance caractéristique reste constante (figure III.3).

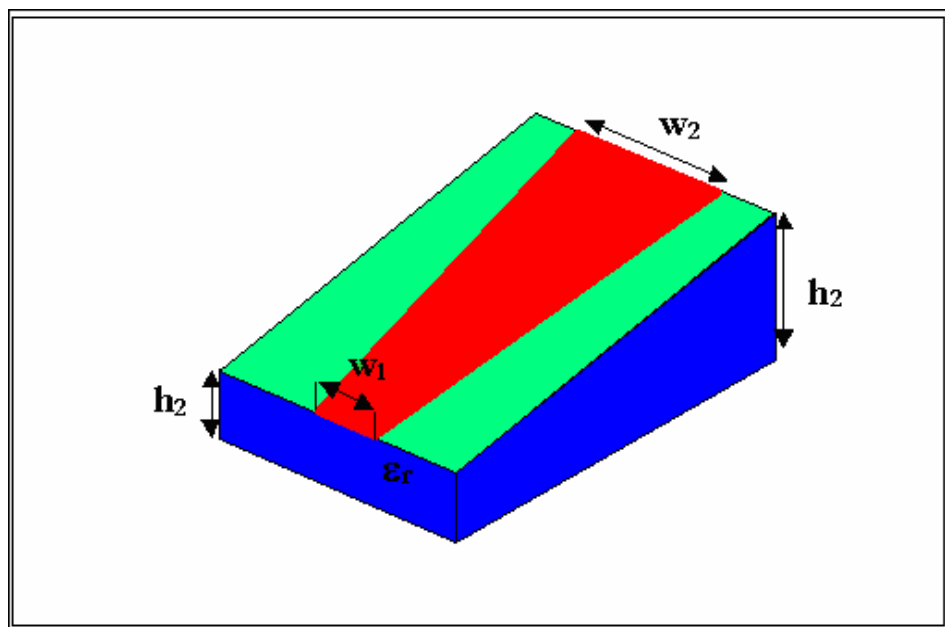


Figure III.3 : Ligne de transition microbande avec variations  
De la largeur du bande et de l'épaisseur du substrat

Cependant cette méthode est actuellement peu utilisée car la conception de substrat à variation contrôlée de hauteur présente des difficultés technologiques de conception.

---

### III Généralité sur le filtrage micro-ondes

#### III.1 Rappels des notions de synthèse des filtres à éléments localisés

Nous rappellerons dans cette section quelques notions sur la synthèse des filtres à éléments localisés, conçus essentiellement pour des gammes de fréquences inférieures à 1GHz. Ici, nous nous limiterons au cas des filtres passifs pour lesquels la puissance transmise à la sortie du filtre est inférieure à la puissance à l'entrée du filtre. De plus seuls seront abordés les filtres implémentés à l'aide de la méthode des pertes d'insertion car cette dernière prend en compte le gabarit du filtre normalisé passe-bas

Ainsi, la synthèse des filtre a éléments localisés passif se base sur la caractéristique d'un filtre passe-bas idéal est qu'il possède un affaiblissement nul dans la bande passante  $[-\omega_c, \omega_c]$  et infini dans la bande atténuée et, un temps de propagation identique pour toutes les composantes spectrales. Un tel filtre dont la réponse en fréquence est présenté est pratiquement irréalisable [8]. Le gabarit d'un filtre passe bas réel conçu a partir d'éléments localisé se présente donc comme le montre la figure III.4

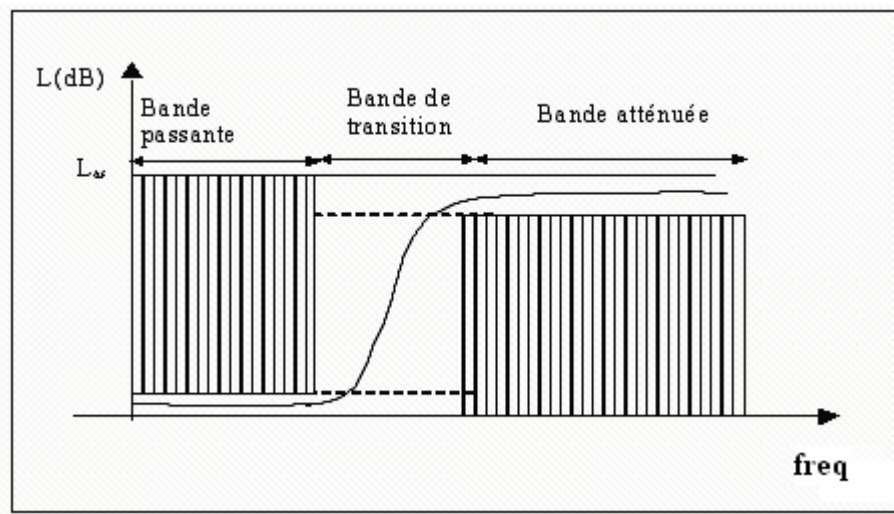


Figure III.4 gabarit d'un filtre passe bas réel conçu à partir d'éléments localisés ( $L$  représente l'atténuation du filtre en dB)

Comme on le voit sur cette figure, contrairement au filtre idéal, un filtre réel possède une bande de transition entre les bandes passante et atténuée. Aussi, suivant les spécifications, plusieurs approximations mathématiques Tchebychev, Butterworth [9] ect ...ont été développées pour approcher au mieux le module ou la phase de la fonction de transfert du filtre prototype passe-bas de fréquence de coupure unité ( $\omega_c=1$ ).

---

## III.2 Rappels des notions de synthèse des filtres à éléments Distribués

Aux fréquences micro-ondes et millimétriques, les dimensions des circuits ne sont plus négligeables devant la longueur d'onde. Il n'est plus possible de réaliser les circuits avec des éléments localisés dont les paramètres ne varient pas avec la fréquence. Ainsi, dans cette gamme de fréquences, les circuits sont réalisés avec des éléments distribués dont le comportement dépend de la fréquence.

La réalisation des filtres micro-ondes fait appel à divers types de technologies qui peuvent se regrouper en trois types principaux :

- la technologie des guides d'ondes métalliques [10], [11] a été la première mise en œuvre. Elle permet de véhiculer des puissances importantes avec des faibles pertes d'insertion malgré l'encombrement et le coût élevé des guides d'ondes.
- les technologies planaires [12], [13], [14] qui se sont surtout développées au cours de ces dernières années, notamment avec l'avènement des circuits intégrés monolithiques micro-ondes (MMIC). Ces technologies sont moins onéreuses et plus compactes et se prêtent bien à des fabrications collectives.
- la technologie SAW (Surface Acoustic wave) [15], mise en œuvre dans la décade 1970-1980, est basée sur l'exploitation de l'effet piézoélectrique. Dans les filtres SAW, les ondes électriques d'entrée sont transformées en ondes acoustiques par un couple d'électrodes inter digitées. Ces ondes acoustiques excitent une cavité demi-onde formée entre les électrodes et le résonateur. L'énergie est alors couplée à une autre cavité acoustique demi-onde et reconvertie en onde électrique au niveau du couple d'électrodes interdigitées de sortie. Notons que dans cette technologie, le quartz est un substrat souvent utilisé en raison de sa bonne tenue en température.

Les filtres micro-ondes sont réalisés avec des résonateurs en éléments distribués reliés entre eux par des inverseurs d'impédances ou d'admittances. La figure III.15 montre l'approximation de la réactance d'une ligne quelconque en fonction de la fréquence

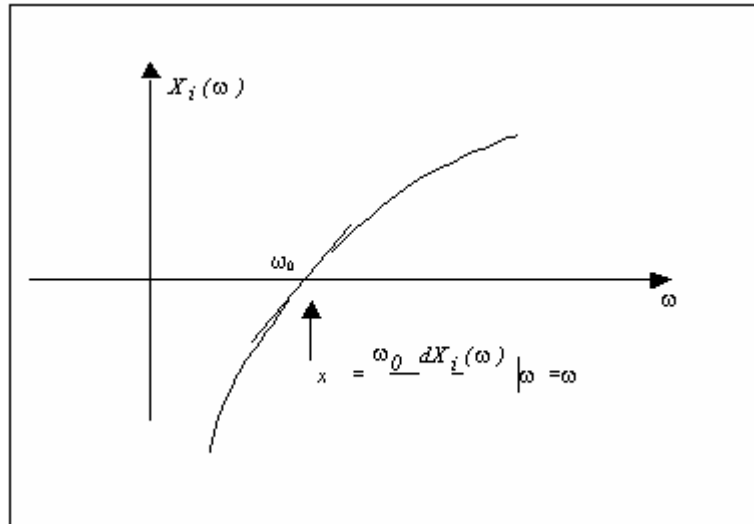


Figure III.5 : Réactance en fonction de la fréquence

---

## IV Application des LNUT dans la conception des filtres Micro-ondes

### IV.1 Introduction

La conception des filtres micro-ondes à partir de ligne de transmission non uniformes est naturellement basée sur la conception des filtres à éléments distribués. Le but de cette utilisation sera d'améliorer les performances du filtrage du point de vue sélectivité mais surtout élargissement des bandes atténuées d'un filtre sans augmenter et ceci tout en diminuant ses dimensions.

L'utilisation de LNUT a été testée dans deux cas de filtrage différents à savoir :

- Un filtre passe bas à 1 Ghz
- Un filtre coupe bande à 1.8 Ghz.

### IV.2 Cas d'un filtre passe bas

#### IV.2.1 problématique

Nous nous proposons donc d'améliorer les performances d'un filtre passe bas à  $f_0$  égale à 1 Ghz conçu à partir de lignes de transmission uniformes classiques, par des lignes de transmission non uniformes.

La figure ci-dessous (figure III.6 et figure III.7) illustrent respectivement la représentation schématique et la réponse fréquentielle du filtre.

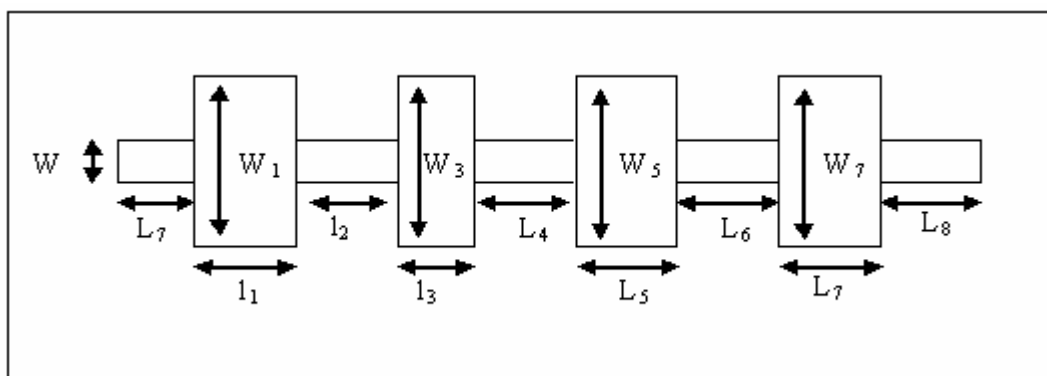


Figure III.6 : Schéma géométrique pour un filtre passe bas à 1 GHz conçu par des lignes uniformes

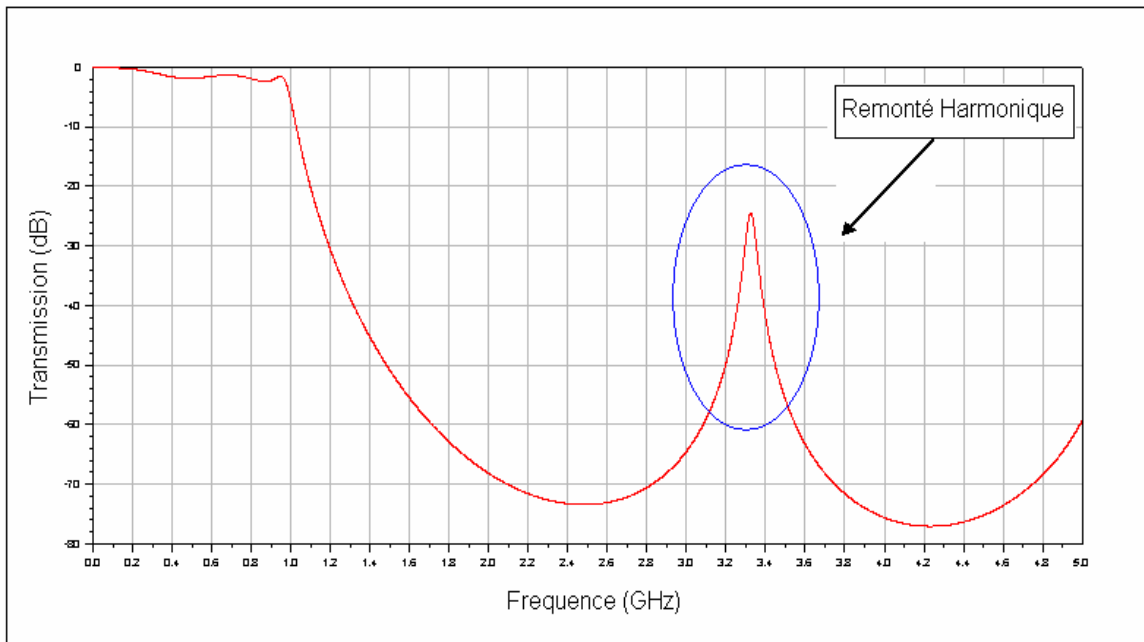
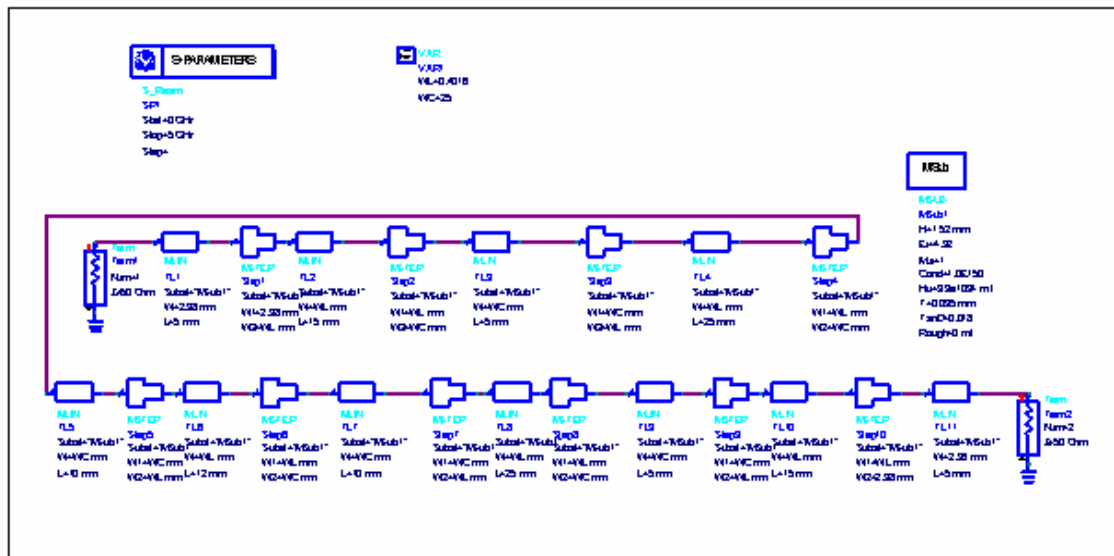


Figure III.7 : Réponse du filtre uniforme

L'un des objectifs essentiels de l'utilisation des LNUT dans ce cas de figure sera de contrôler, réduire et voir éliminer cette remonté harmonique présente dans la réponse fréquentielle du



filtre. Ce procédé permettra d'élégir la bande atténuée du filtre sans pour autant rajouter d'autres éléments.

#### IV.2.2 Principe

Le principe d'utilisation des LNUT est basé sur le fait de remplacer les lignes classiques uniformes qui constituent le filtre uniforme par des lignes non uniformes qui devraient avoir impérativement le même comportement fréquentiel que les lignes uniformes à la fréquence de coupure du filtre. Cela nous assurera une même valeur de la fréquence de coupure pour les deux filtres. Cependant, ces LNUT devons avoir un comportement fréquentiel différents des structures classiques en dehors de la fréquence de coupure ce qui permettra à chaque ligne d'éliminer l'harmonique de celle qui lui est adjacente, cela nous permettra de réduire la remonté Parasite (qui se situe à l'harmonique 3 de la fréquence de coupure du filtre) dans une bande de fréquence plus large.

Les figure III.8 et III.9 représentent respectivement le schématique ainsi que la réponse fréquentielles du filtre non uniforme dont les lignes classiques ont été remplacés par des lignes non uniformes

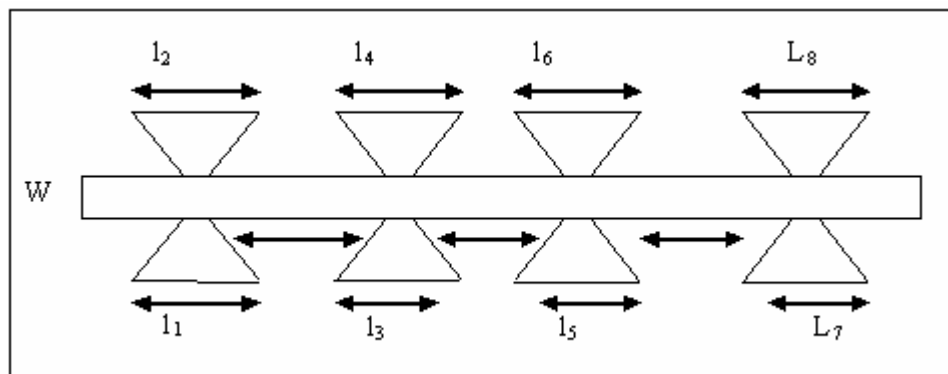


Figure III.8 : Schéma géométrique pour un filtre passe bas à 1 GHz conçu par des lignes non uniformes à profil linéaire

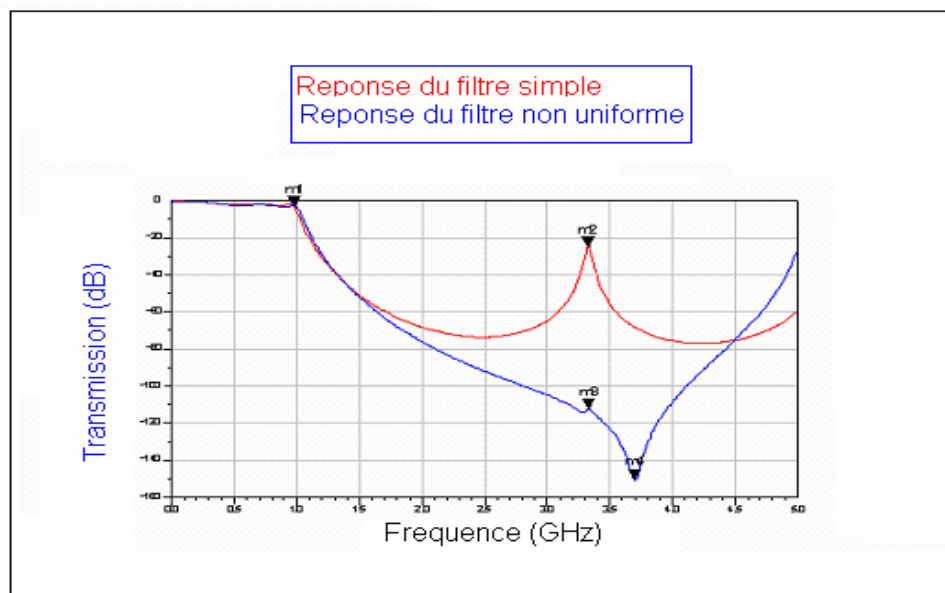
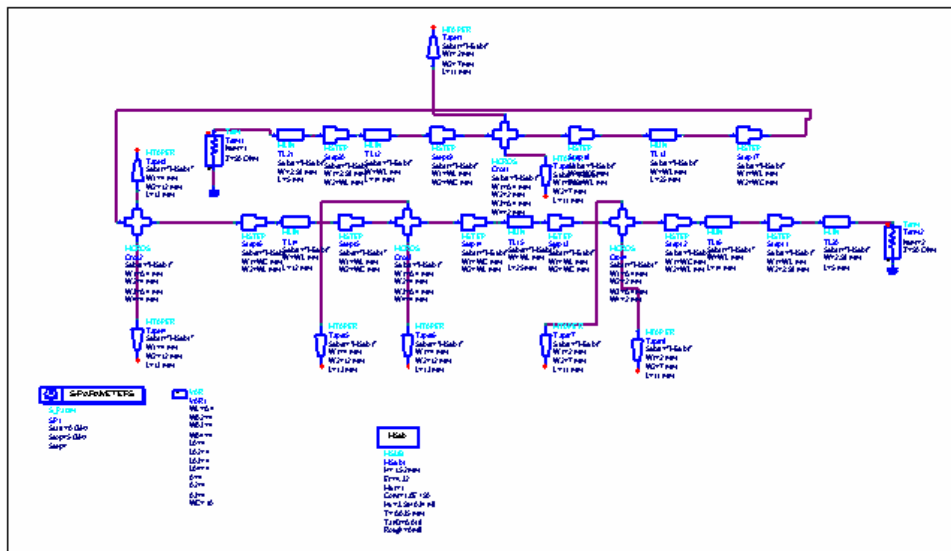


Figure III.9 : Réponse fréquentielle simulées des deux filtres passe bas.

#### IV.2.3 Validation expérimentale

Dans le but de valider expérimentalement notre étude, nous exposerons la conception de deux filtres passe bas conçu dans les conditions suivantes :

- Verre époxy :  $\epsilon_r = 4.32$
- Epaisseur du substrat :  $H = 1.52 \text{ mm}$
- Epaisseur du métal :  $T = 0.034 \text{ mm}$

Les deux figures ci-dessous, figure III.10 et III.11 représentent respectivement le filtre passe bas conçu à partir de lignes uniformes et le filtre passe bas conçu à partir de ligne non uniformes de profil linéaires.

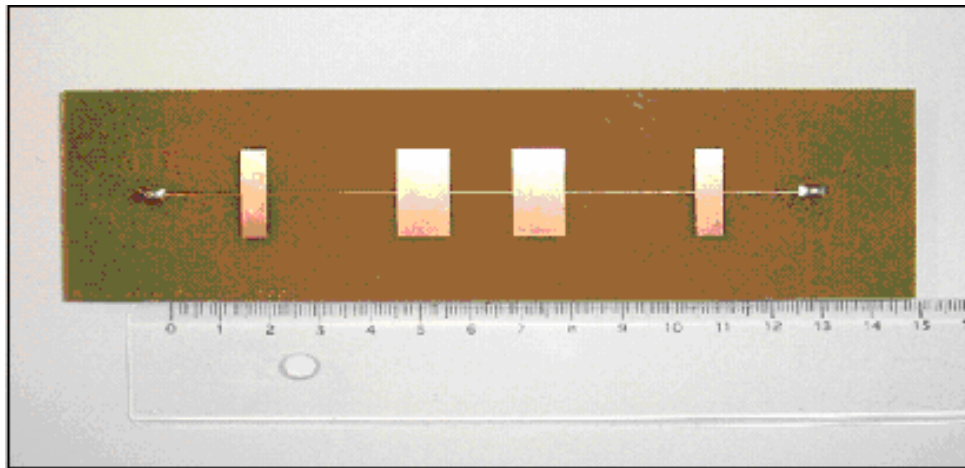


Figure III.10 : Circuit de filtre passe bas réalisé à partir de lignes uniformes

Dimensions Totale du filtre réalisé : longueur totale : 13 cm

Surface Totale :  $13 * 2.2 \text{ cm}^2$

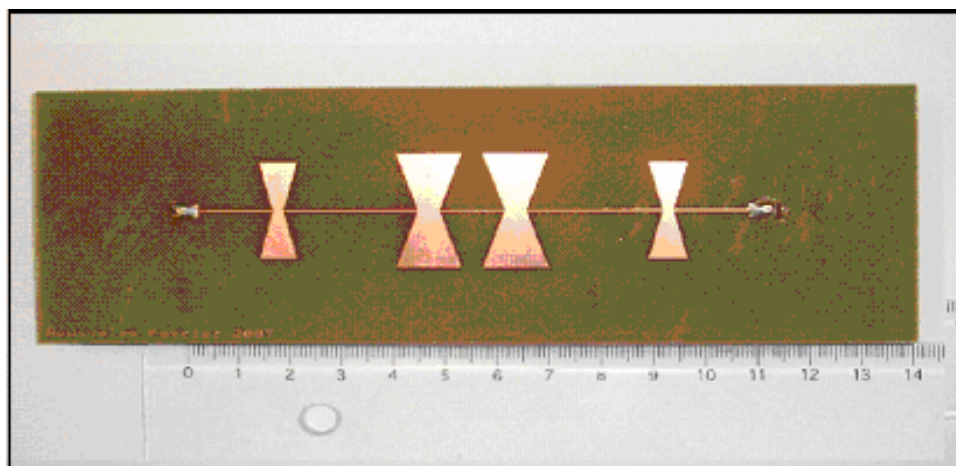


Figure III.111 : Circuit du filtre passe bas conçu à partir de lignes non uniformes

Dimensions Totale du filtre réalisé : longueur totale : 11 cm

Surface Totale :  $11 * 2.4 \text{ cm}^2$

La figure ci-dessous, figure III.12 représentent les deux réponses fréquentielle des deux filtres uniforme et non uniformes dans la bande de fréquence  $[0.5 - 4.5]$  (Valeurs donnée par l'analyseur de réseau vectoriel avec 400 points d'échantillonnage)

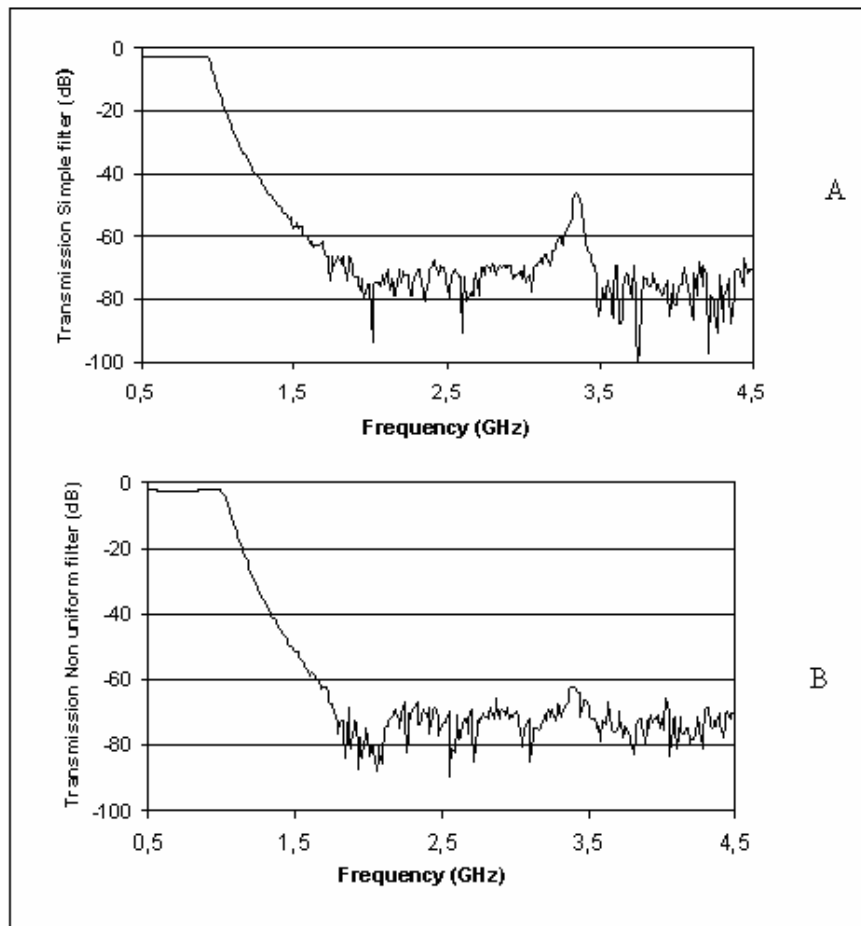


Figure III.12 : Réponse expérimentale des deux filtres passe bas A conçu a partir de lignes uniformes B conçu à partir de lignes non uniformes

	<i>Fréquence de coupure</i>	<i>Bande atténuée en dessous de - 60 dB</i>	<i>Niveau remonté parasite</i>	<i>Dimensions</i>
<i>Filtre utilisant des lignes uniformes</i>	<i>1</i>	<i>[1,5 – 3] GHz</i>	<i>-46</i>	<i>13 cm</i>
<i>Filtre utilisant des lignes non uniforme</i>	<i>1</i>	<i>[1,5 – 4,5] GHz</i>	<i>-63</i>	<i>11 cm</i>

Tableau III.2 : Comparatif des deux filtres passe bas

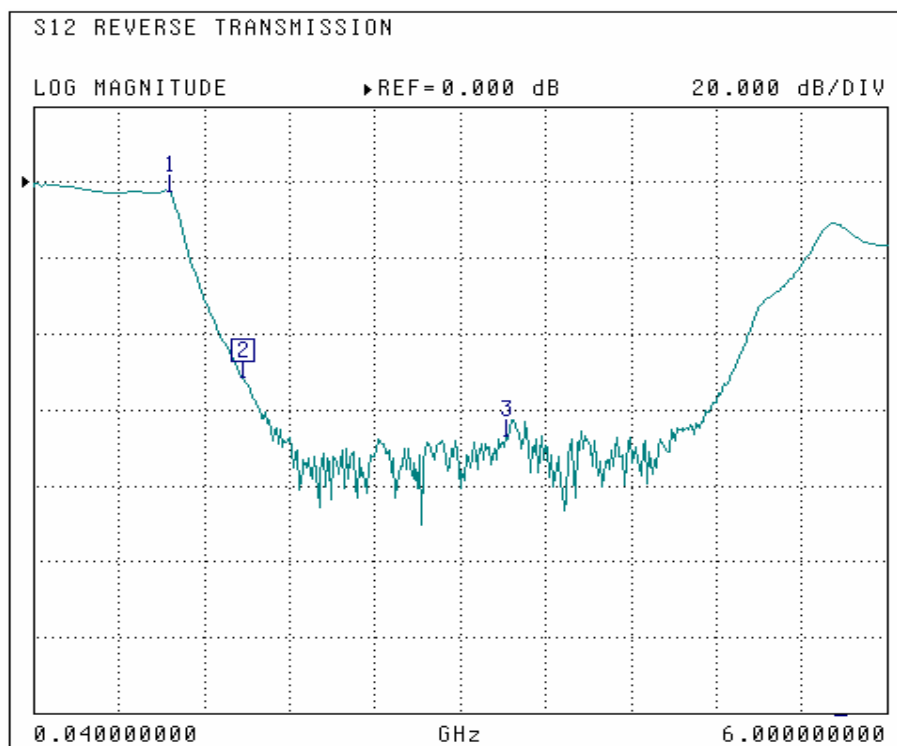
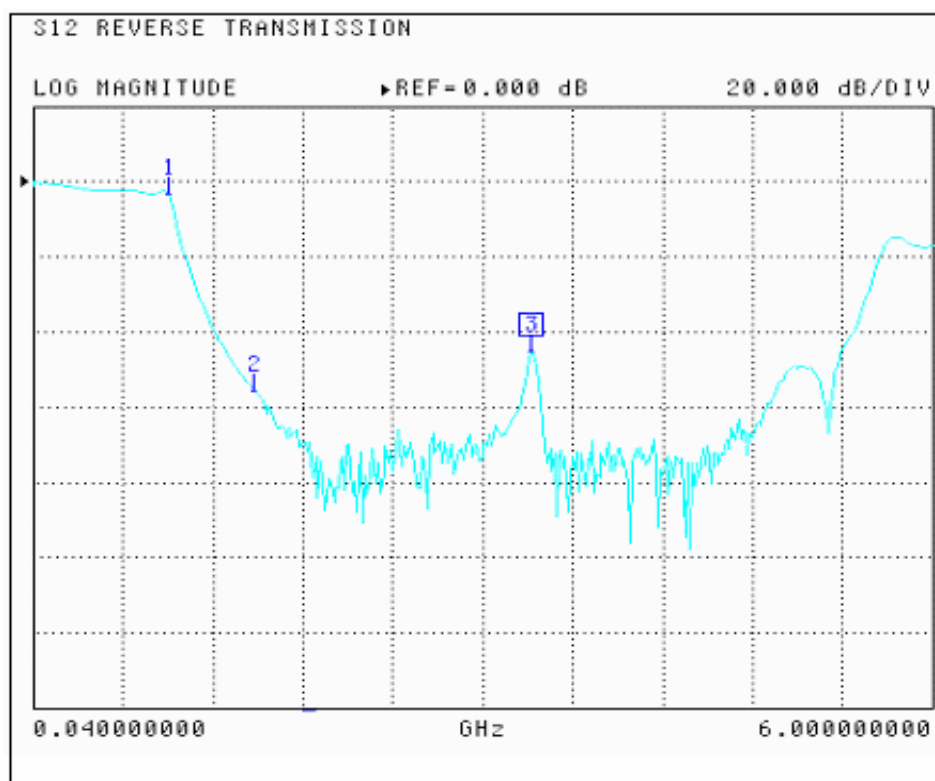


Figure III.13 : Données fournies à partir de l'analyseur de réseau vectoriel

---

*Remarque :*

*Les résultats expérimentaux sont de même ordre de grandeurs et de même rapport que les simulations, en effet l'élimination de la remontée harmonique dans la bande atténuée du filtre passe bas est plus que significatif dans les courbes de réponses relevées par l'analyseur de réseau vectoriel.*

#### ***IV.2.4 Discussion des résultats expérimentaux***

Les deux filtres (uniforme et non uniforme) présentent deux fréquences de coupure identiques de 1GHz. Cependant, dans le cas du filtre non uniforme, la remontée harmonique parasite a été éliminée. Cela à permis d'élargir la bande atténuée du filtre qui passe de [1.5 – 3] GHz à [1.5 – 4.5] GHz ce qui correspond à un élargissement de 100% par rapport a un filtre uniforme. D'un autre coté, l'utilisation des lignes non uniforme a permis de réduire les dimensions du filtre qui sont passées de 13cm à 11cm soit une réduction de 15.5% par rapport au filtre uniforme. Il est a noter que l'ordre des deux filtres reste le même les deux configurations gardent le même nombre d'éléments.

Cette méthode de conception de filtres passifs à partir de lignes de transmission non uniformes a fait l'objet de différentes publications OHD 2005, ICECS 2005 et PIERS 2006. [16][17][18]

---

## IV.3 Cas du filtre coupe bande

### IV.3.1 Choix du gabarit du filtre

Pour explorer les améliorations possible que nous avons effectuons pour le cas des circuits actifs, nous proposons une deuxième applications des LNUT dans la conception d'un filtre coupe bande avec une bande de réjection centrée à 1.8 GHz comme l'illustre la figure III.14.

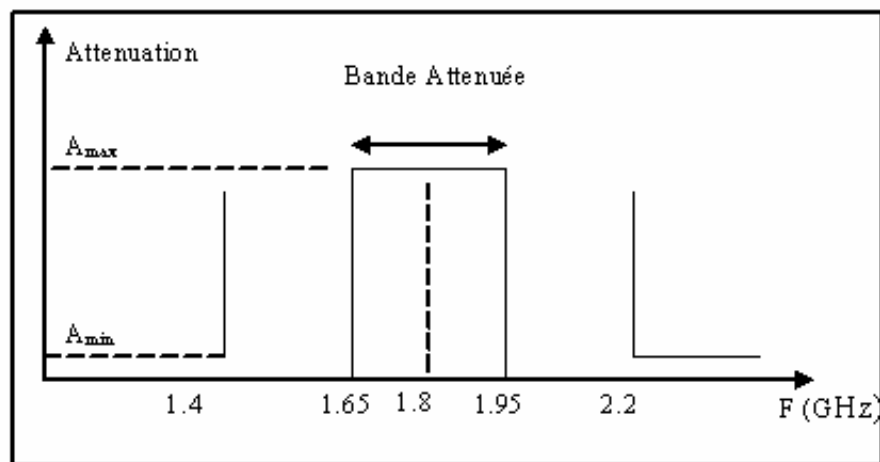


Figure III.14 : Gabarit du filtre coupe bande a étudié

En tenant en considération la méthode de synthèse de filtre coupe bande présenté en détaille en annexe A4, nous commencerons par déterminer les éléments des cellules LC du filtre ensuite de les remplacer par des ligne résonantes. La conception de ce filtre à partir de lignes de transmissions uniformes consiste a utiliser des lignes de longueurs  $\lambda/4$  ramenées à un court circuit, une optimisation des longueurs a été ensuite nécessaire afin d'obtenir une réponse en transmission satisfaisante.

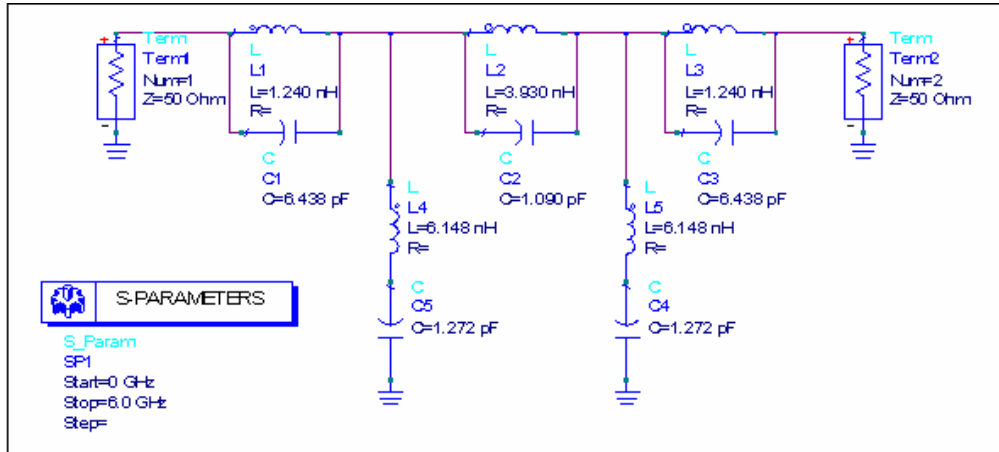


Schéma du filtre conçu en éléments localisés (schématique du logiciel ADS 2006A)

#### IV.3.2 Conception à partir de lignes uniformes

Pour concevoir le filtre par des ligne de transmission uniforme  $\lambda/4$ , il suffit de calculer la valeur de  $\lambda$  pour chaque couple LC nous avons ainsi ce qui nous permettra de déduire les valeurs des paramètres définissant les lignes uniformes c'est à dire la longueur L et la largeur W de chaque ligne.

Les figures suivantes, figures 15 et figure 16, illustrent respectivement le schématique ainsi que la réponse fréquentiel du filtre.

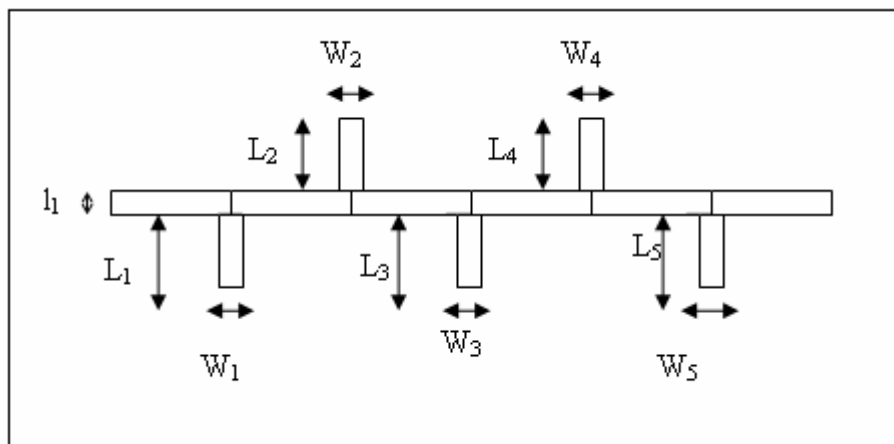


Figure III.15 : Schéma géométrique du filtre coupe bande conçu à partir de lignes uniformes



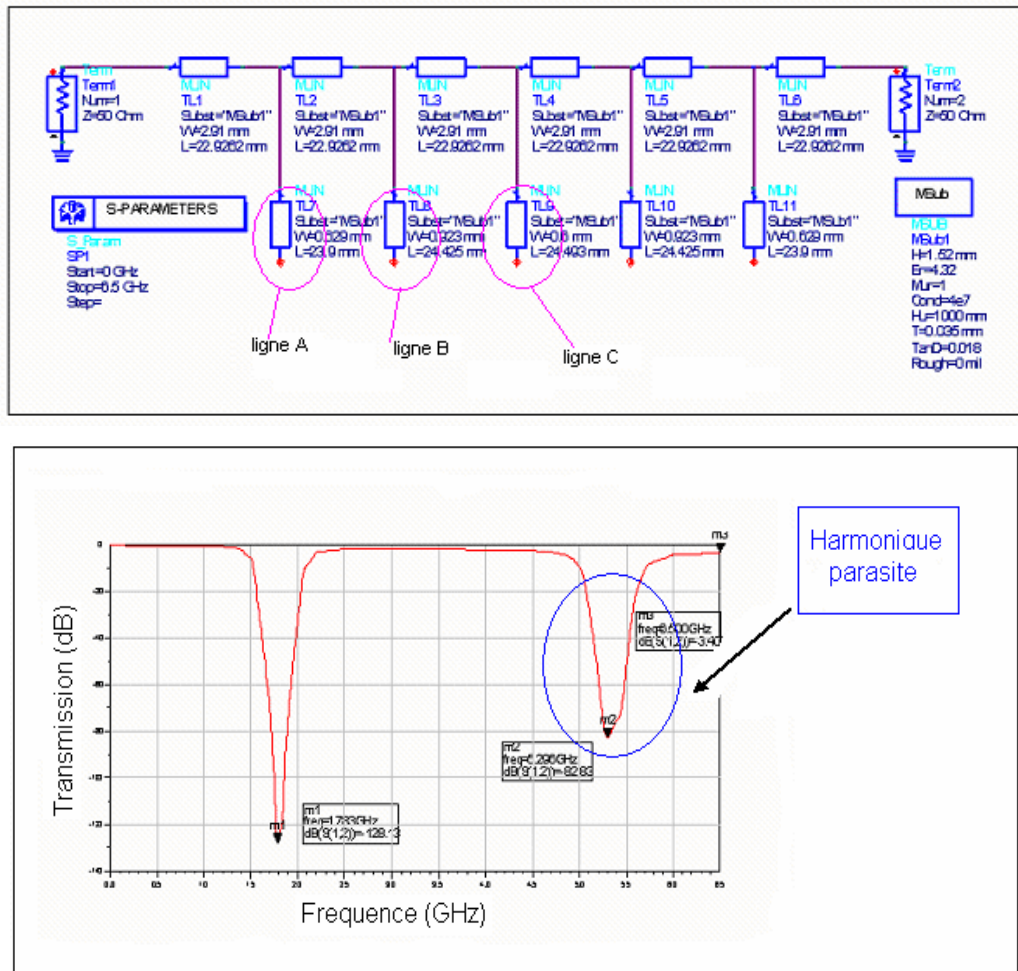


Figure III.16 : Réponse fréquentielle du filtre coupe bande conçu à partir de lignes uniformes

#### Remarque

Le filtre conçu avec des lignes de transmissions uniformes coupe bien à la fréquence centrale de 1.733GHz (m1) et nous remarquons une réjection à la fréquence 5.3 GHz (m2), cette fréquence correspond au 1<sup>er</sup> harmonique impair de la fréquence de rejection fondamentale ( $1.733 \times 3 = 5.199$ ).

Nous nous proposons d'éliminer cette deuxième rejection en utilisant des lignes de transmissions non uniformes.

### IV.3.3 Utilisation des lignes de transmission non uniformes

#### IV.3.3.1 Objectif

L'objectif de l'utilisation des LNUT sera donc la réduction voir l'élimination de l'harmonique parasite induit dans la réponse fréquentiel du filtre coupe bande et cela en gardant le même nombre d'éléments constituant le filtre.

### VI.3.3.2 Principe

La conception du filtre coupe bande à partir des lignes de transmission non uniformes passe dans un premier temps par la conception de ce dernier par des lignes classiques uniformes. Dans un deuxième temps nous remplacerons chaque structure résonnante uniforme par une autre non uniforme ayant le même comportement fréquentiel à la fréquence de résonance.

Le processus consistera donc à synthétiser chaque structure non uniforme par une optimisation de son profil qui devrait être connu au préalable de manière approchée.

### IV.3.4 Etude ligne par ligne

Comme le montre la figure III.15, le filtre coupe bande est constitué de trois éléments résonants symétriques, Dans ce paragraphe nous proposerons de remplacer chaque élément résonant uniforme par son équivalent non uniforme tout en gardant la même fréquence de résonance

Les figures III.17 et III.18 représentent respectivement le schématique et le comportement fréquentielle des deux lignes.

#### 1<sup>ère</sup> Ligne A :

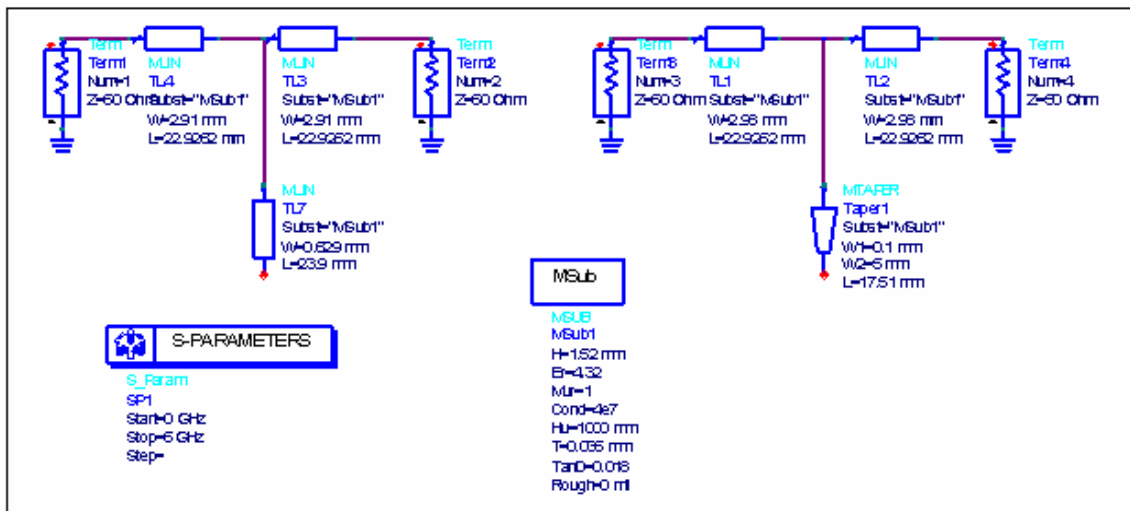


Figure III.17 : Schématique du premier élément résonant (ligne uniforme et ligne non uniforme de profil linéaire)

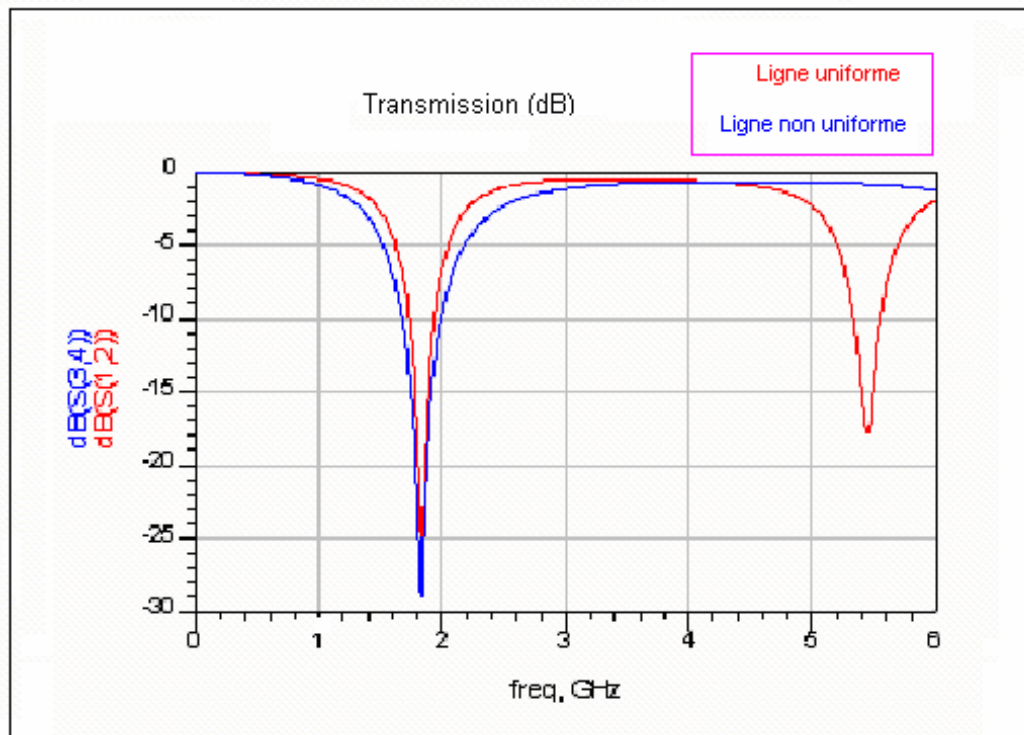


Figure III.18 : Comportement fréquentiel des deux lignes uniforme et non uniformes

## 2<sup>ème</sup> LigneB :

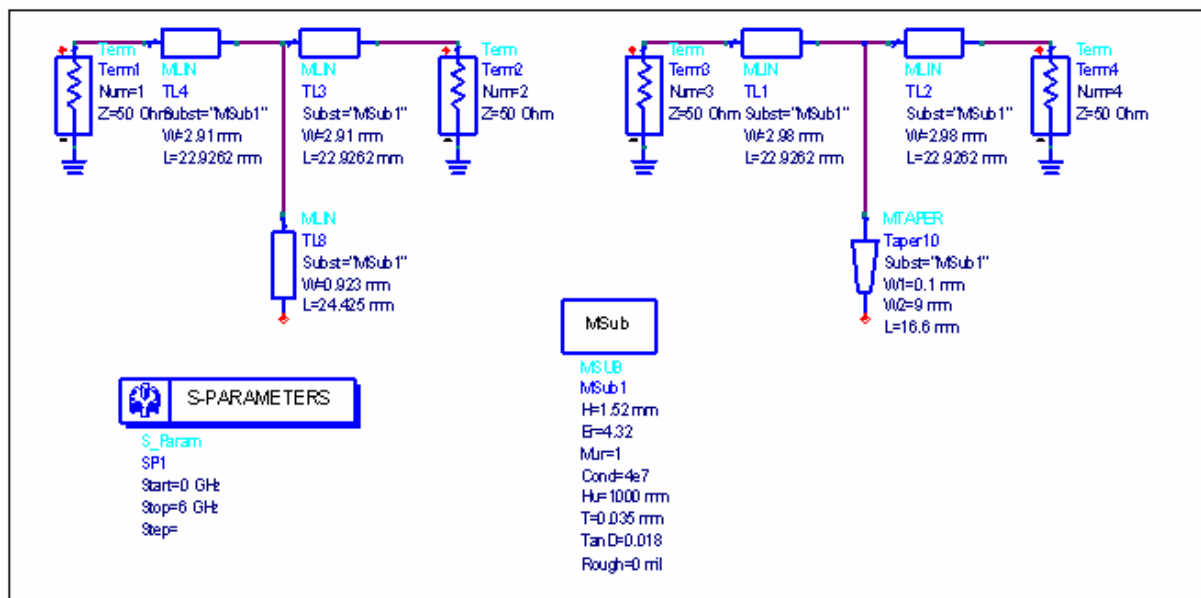


Figure III.19 : Schématique du deuxième élément résonant (ligne uniforme et ligne non uniforme)

### 3<sup>ème</sup> Ligne C :

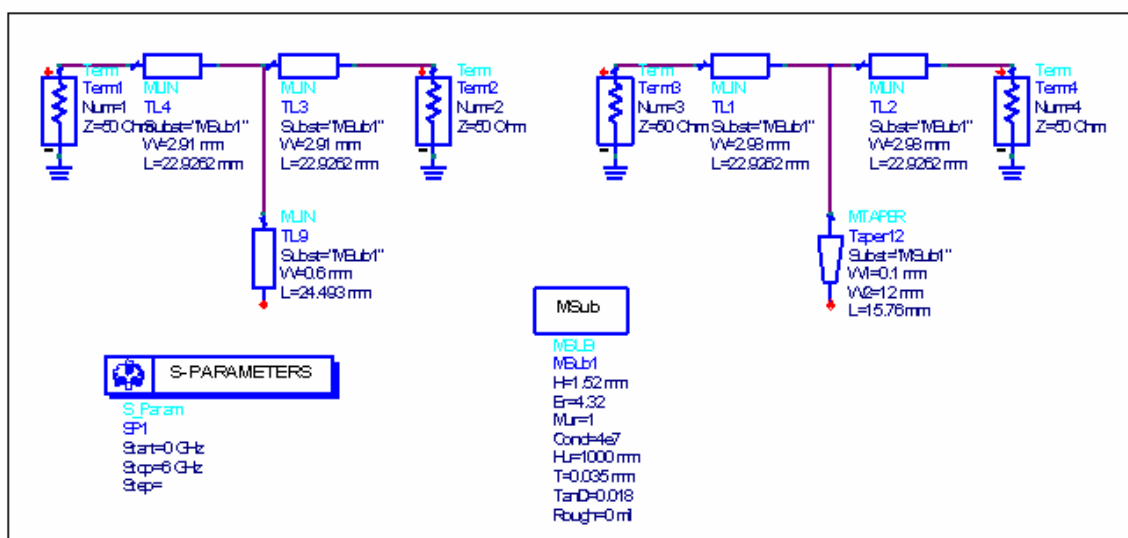


Figure III.20 : Schématique du troisième élément résonant (ligne uniforme et ligne non uniforme)

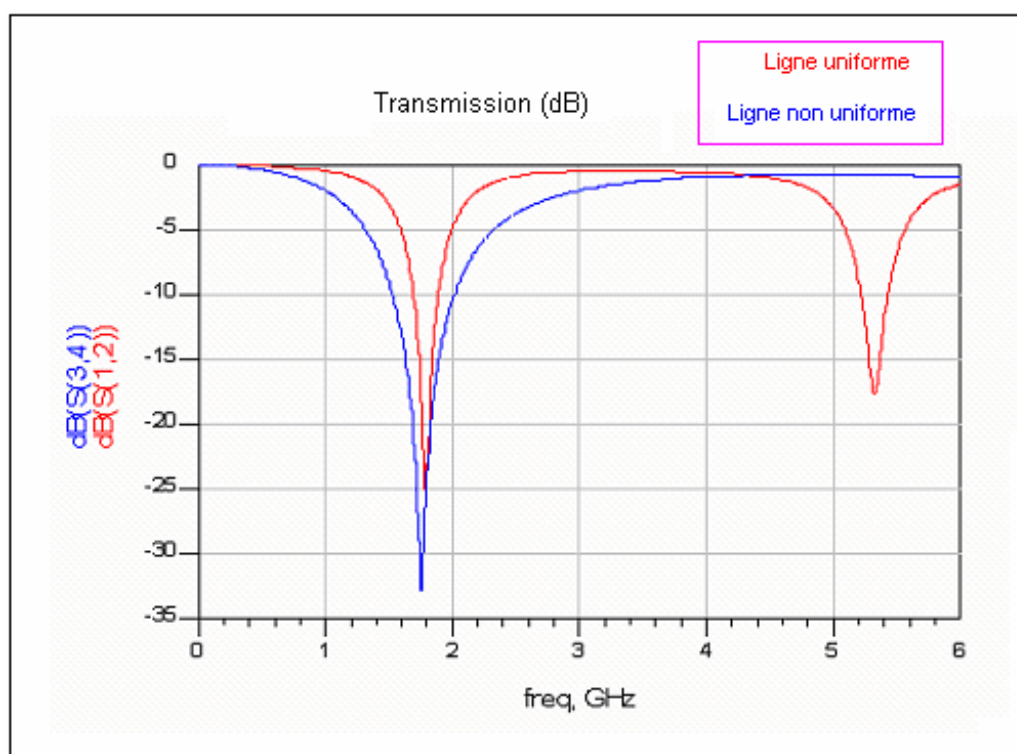


Figure III.21 : Comportement fréquentiel des deux lignes

### IV.3.5 Filtre non uniforme

Le remplacement des différentes lignes de transmission uniforme par leur équivalent non uniforme de point de vue fréquence de résonance génère le filtre coupe bande dont le schéma ainsi que la réponse fréquentielle sont présentés respectivement dans les figures III.23 et figure III.24.

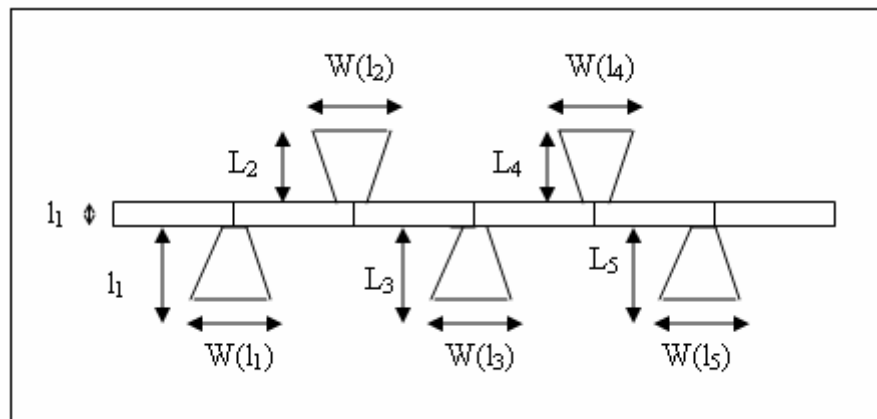
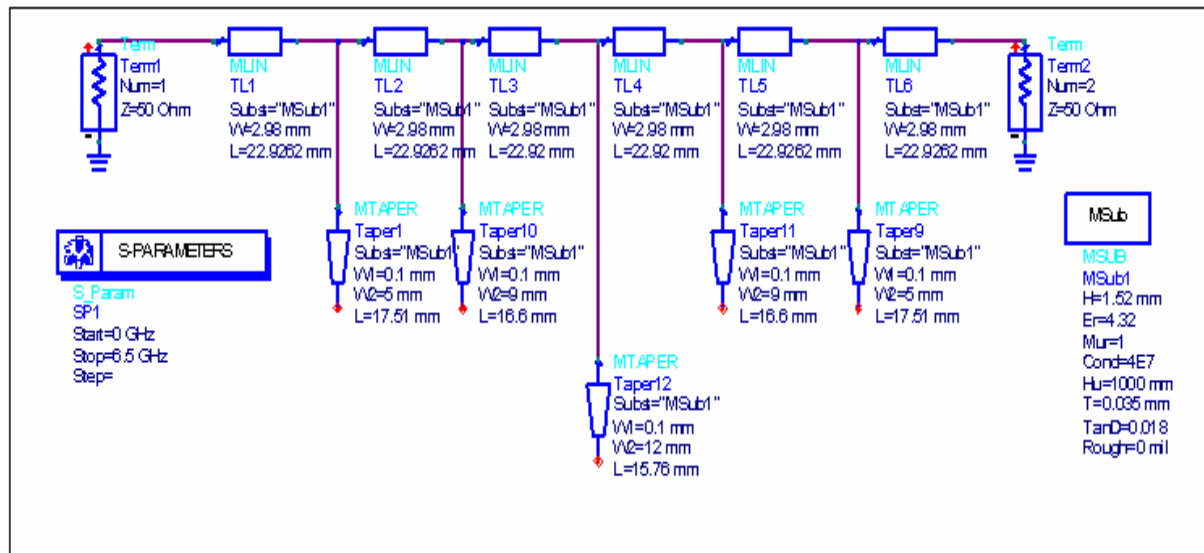


Figure III.23 : Schéma géométrique du filtre coupe bande conçu à partir de ligne de transmissions non uniformes



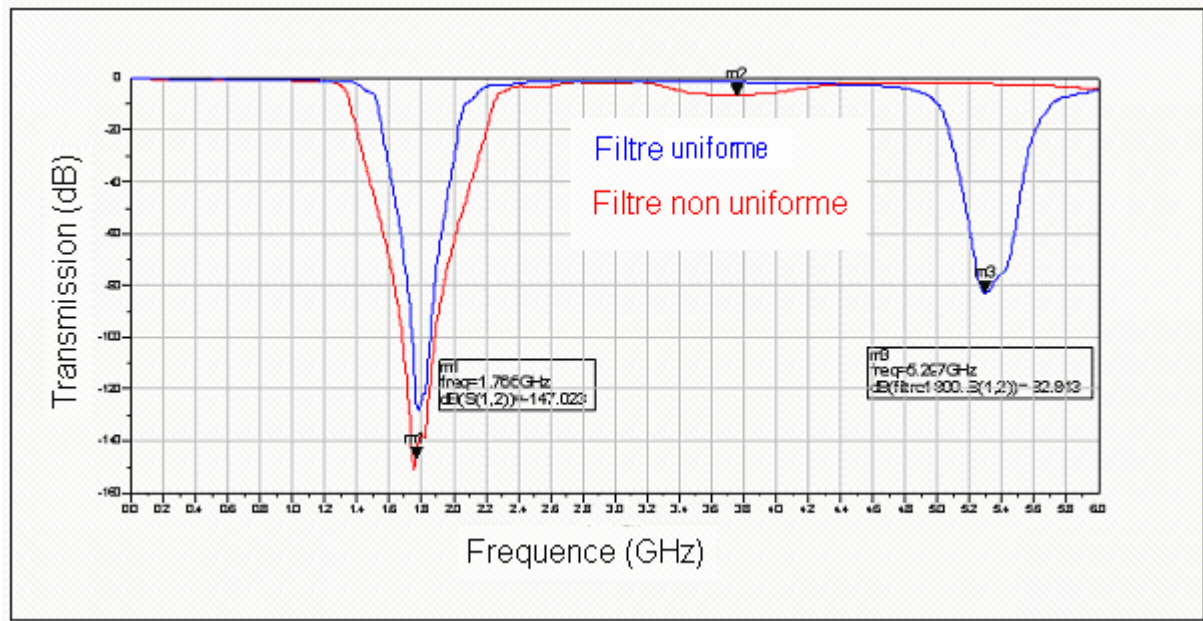


Figure III.24 : Réponse fréquentielle du filtre coupe bande (uniforme et non uniforme)

#### IV.3.6 Validation expérimentale

Dans le but de valider expérimentalement notre étude, nous exposerons la conception des deux filtres passe bas conçus dans les conditions suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Verre époxy : } \epsilon_r = 4.32 \\ \text{Epaisseur du substrat : } H = 1.52 \text{ mm} \\ \text{Epaisseur du métal : } T = 0.035 \text{ mm} \end{array} \right.$$

Les deux figures ci-dessous, figure III.25 et III.26 représentent respectivement le filtre coupe bande conçu à partir de lignes uniformes et le filtre passe bas conçu à partir de ligne non uniformes de profil linéaire.

La figure III.27 représente les deux réponses fréquentielles des filtres uniforme et non uniformes dans la bande de fréquence [0 – 6.2] GHz (Valeurs donnée par l'analyseur de réseau vectoriel avec 400 points d'échantillonnage)

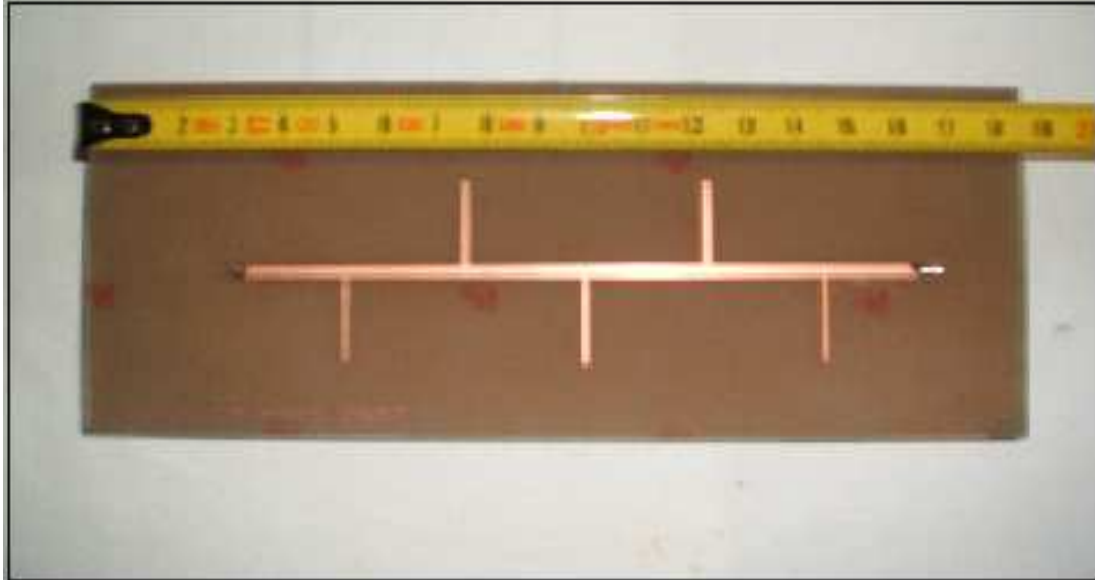


Figure III.25 : Circuit réel du filtre Coupe bande conçu à partir de lignes Uniformes

Dimensions Totale du filtre réalisé : longueur totale : 14 cm

Surface Totale :  $14 * 4 \text{ cm}^2$

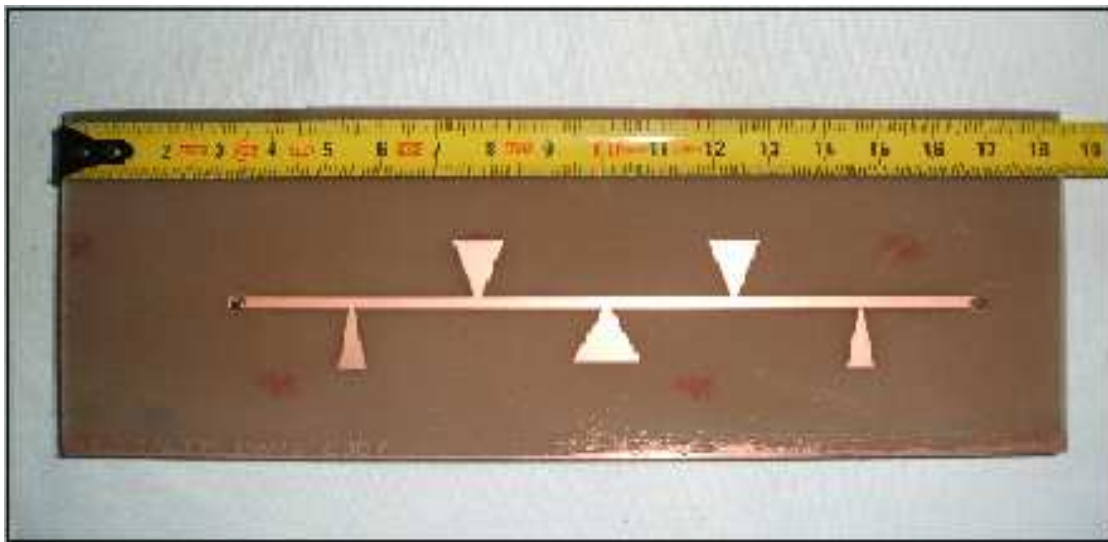


Figure III.26 : Circuit réel du filtre Coupe bande conçu à partir de lignes non uniformes

Dimensions Totale du filtre réalisé : longueur totale : 13 cm

Surface Totale :  $13 * 2.8 \text{ cm}^2$

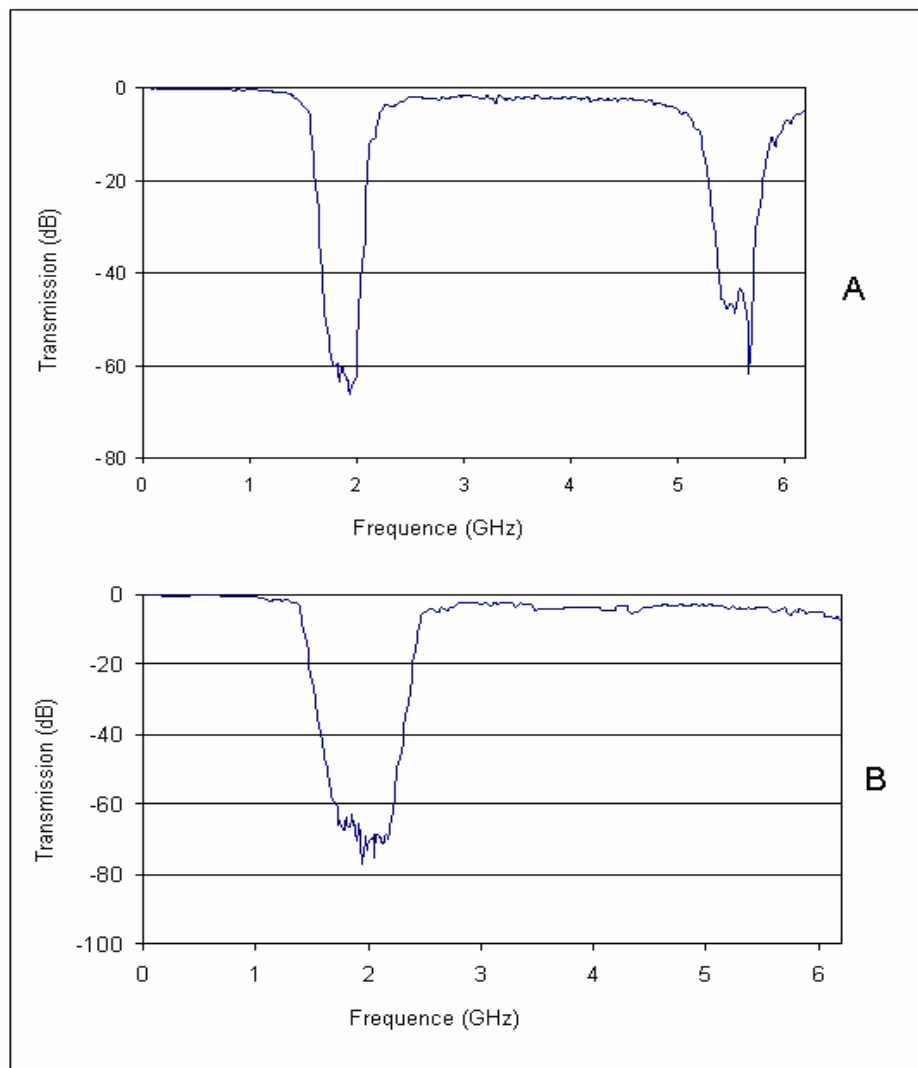


Figure III.27 : Réponses des deux filtre coupe bandes A : Filtre uniforme B : filtre non uniforme

	<i>Bande de réjection En GHz</i>	<i>Bande de fonctionnement GHz</i>	<i>Dimensions</i>
<i>Filtre a lignes uniformes</i>	<i>1.8</i>	<i>[0 – 5]</i>	<i>14 cm</i>
<i>Filtre a lignes non uniformes</i>	<i>1.8</i>	<i>[0 – 6.2]</i>	<i>13 cm</i>



Tableau III.3 : Comparatif des deux filtres coupe bande

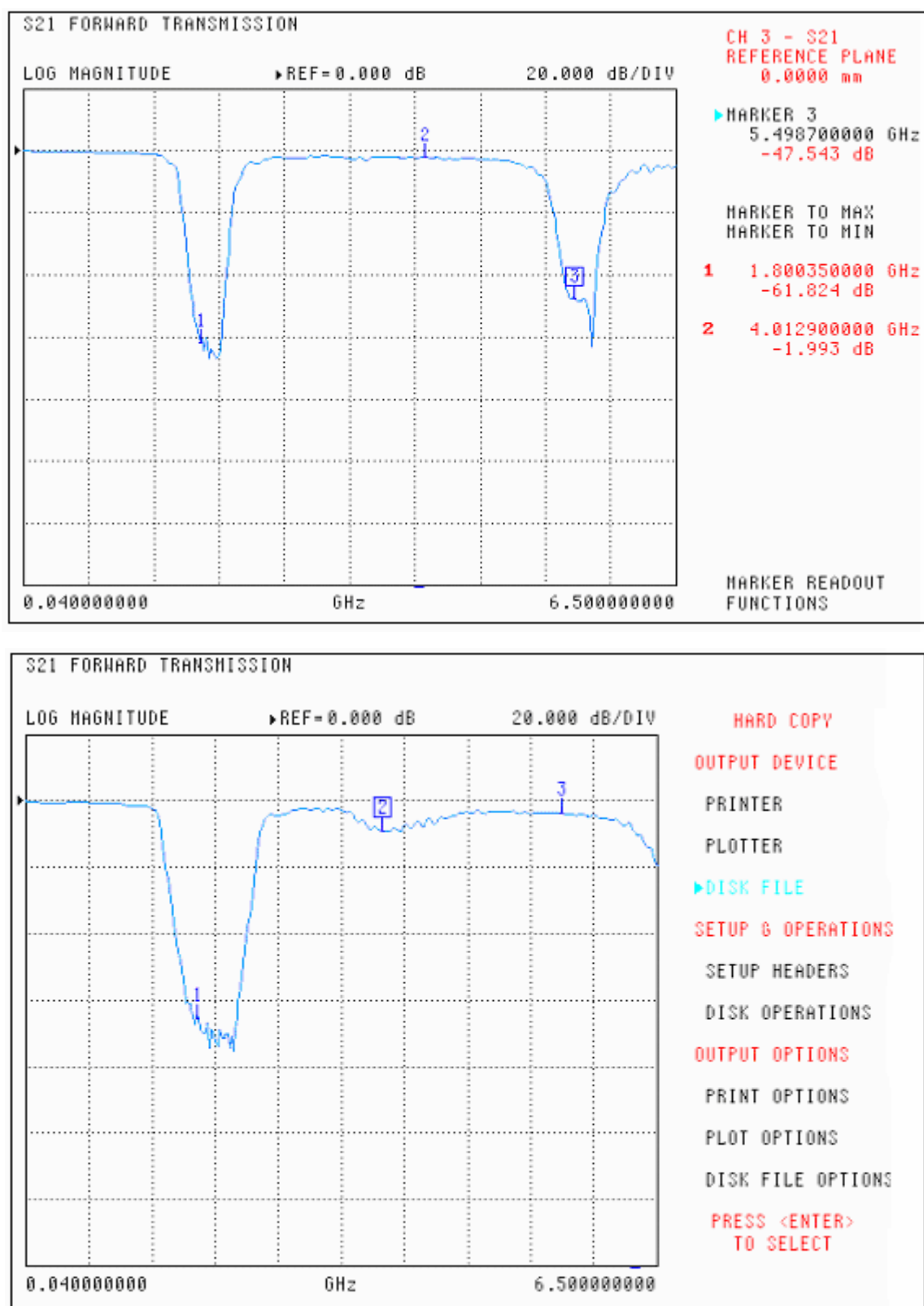


Figure III.28 : Données fournies à partir de l'analyseur de réseau vectoriel

---

*Remarque :*

*Les résultats expérimentaux sont en parfait accord avec les simulations. En effet, l'élimination de l'harmonique parasite du filtre coupe bande est parfaitement visible sur le graphe fourni par l'analyseur de réseau vectoriel.*

#### **IV.3.7 Discussion des résultats expérimentaux**

Les deux filtres (uniforme et non uniforme) présentent deux bandes de réjections centrées à la même fréquence 1.8 GHz. De plus, dans le cas du filtre non uniforme, la remontée harmonique parasite présente dans la bande centrée à 5.5 GHz a été éliminée. Cela a permis d'élargir la bande de fonctionnement du filtre qui passe de [0 – 5] GHz à [0 – 6.2] GHz, ce qui correspond à un élargissement de 24% par rapport à un filtre uniforme. D'un autre côté, l'utilisation des lignes non uniforme a permis de réduire les dimensions du filtre qui sont passées de 14 cm à 13 cm soit une réduction de 7 % par rapport au filtre uniforme. Il est à noter que l'ordre des deux filtres reste le même et les deux configurations gardent le même nombre d'éléments.

Le niveau d'atténuation est meilleur dans le cas de filtre à ligne non uniforme puisqu'il atteint la valeur de -72 dB (alors que pour le filtre uniforme c'est -62 dB), ces valeurs sont cependant peu significatives puisque ces niveaux dépendent aussi du bruit induit par l'appareil de mesure.

Il est aussi intéressant de voir que la bande de rejection du filtre non uniforme est plus large que celle du filtre uniforme ce qui peut nous orienter vers une utilisation des LNUT dans la conception de filtre large bande.

## **V Application des lignes de transmission non uniformes dans la conception des circuits actifs Micro-ondes**

### **V.1 Introduction**

Les lignes de transmission classiques peuvent être utilisées dans la conception des circuits actifs micro-ondes notamment dans les amplificateurs ou encore les oscillateurs. Ces circuits sont toutefois confrontés à un problème majeur de réponse linéaire. Cela a orienté les

---

chercheurs à essayer de trouver des techniques de linéarisation de ces systèmes dans le but de minimiser le bruit induit par les signaux harmoniques parasites en sortie d'un dispositif actif.

Dans ce contexte précis, l'utilité des lignes de transmission non uniformes sera exposée pour compenser la non linéarité dans ces circuits actif micro ondes par de la non uniformité, nous avons eu l'idée d'utilisée les LNUT dans la conception des circuits Actifs.

Après avoir admis que les lignes non uniformes possèdent un comportement fréquentiel spécifique, ce qui a fait l'objet de l'étude du chapitre II, et après avoir exploré ce comportement fréquentiel pour des lignes résonnantes, nous proposerons de remplacer les lignes uniformes classiques par des lignes de transmission non uniformes dans la conception des circuit actif.

Ainsi, nous exposerons, le principe d'utilisation des LNUT dans le circuit de charge d'un transistor dans la conception d'un amplificateur de puissance, nous exposerons aussi l'utilisation des LNUT dans la conception des circuit d'adaptation en entrée et en sortie d'un amplificateur de puissance et enfin nous exposerons le cas d'utilisation d'une ligne non uniforme résonante dans la conception d'un oscillateur micro-ondes.

## V.2 Application dans le cas d'un amplificateur de puissance

L'injection des LNUT dans la conception des circuits d'adaptation en entrée ou en sortie est exposée à la figure III.29 :

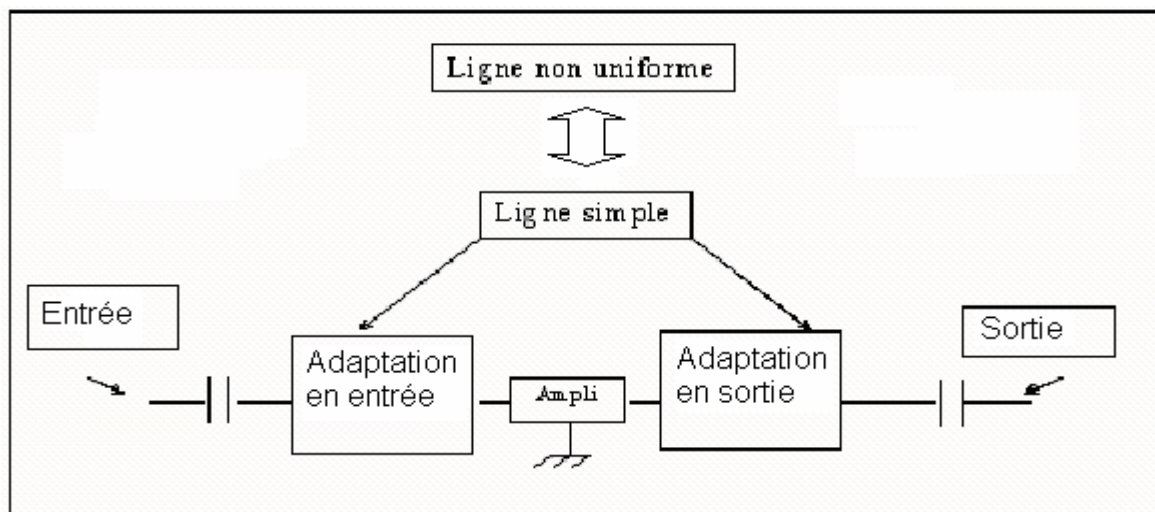


Figure III.29 : topologie simplifiée de l'utilisation des LNUT dans le cas d'un amplificateur de puissance.

---

En effet, dans la mesure où les circuits d'adaptation en entrée et en sortie d'un amplificateur de puissance sont conçus à partir de ligne de transmission, il est tout à fait possible de remplacer les structures à lignes uniformes par des structures à LNUT qui possèdent les mêmes caractéristiques dans le domaine fréquentiel à la fréquence de fonctionnement optimale de l'amplificateur. En effet, certains profils de LNUT permettront de garder la même adaptation en entrée et en sortie de l'amplificateur. Cependant, le choix de ces profils s'avère assez complexe ; ainsi nous nous contenterons d'exposer l'utilité des LNUT seulement dans la topologie du circuit de polarisation du transistor.

## V.3 Utilisation des LNUT dans le circuit de polarisation du transistor

### V.3.1 Objectif

L'objectif de cette étude est de maîtriser, contrôler voire d'éliminer les réponses harmoniques d'un amplificateur de puissance en utilisant une ligne de transmission non uniforme. La figure III.30 représente l'amplificateur avec une topologie utilisant une ligne uniforme, la figure III.31 représente la même topologie mais après avoir remplacé la ligne uniforme par une ligne non uniforme.

### V.3.2 Principe

Après avoir constaté que la ligne uniforme dans la topologie initiale de l'amplificateur de puissance joue le rôle d'un résonateur et peut donc être caractérisé par une cellule LC parallèle, il est évident que cette ligne a une fréquence de résonance fondamentale et des fréquences de résonance harmonique qui influent sur le signal de sortie de l'amplificateur.

Le fait de remplacer les lignes uniformes par des LNUT adéquates ; c'est-à-dire qui ont la même fréquence de résonance fondamentale mais avec des harmoniques supérieures différents ; nous constatons une nette amélioration du signal de sortie de l'amplificateur. Par exemple la disparition totale ou une nette atténuation des harmoniques supérieures.

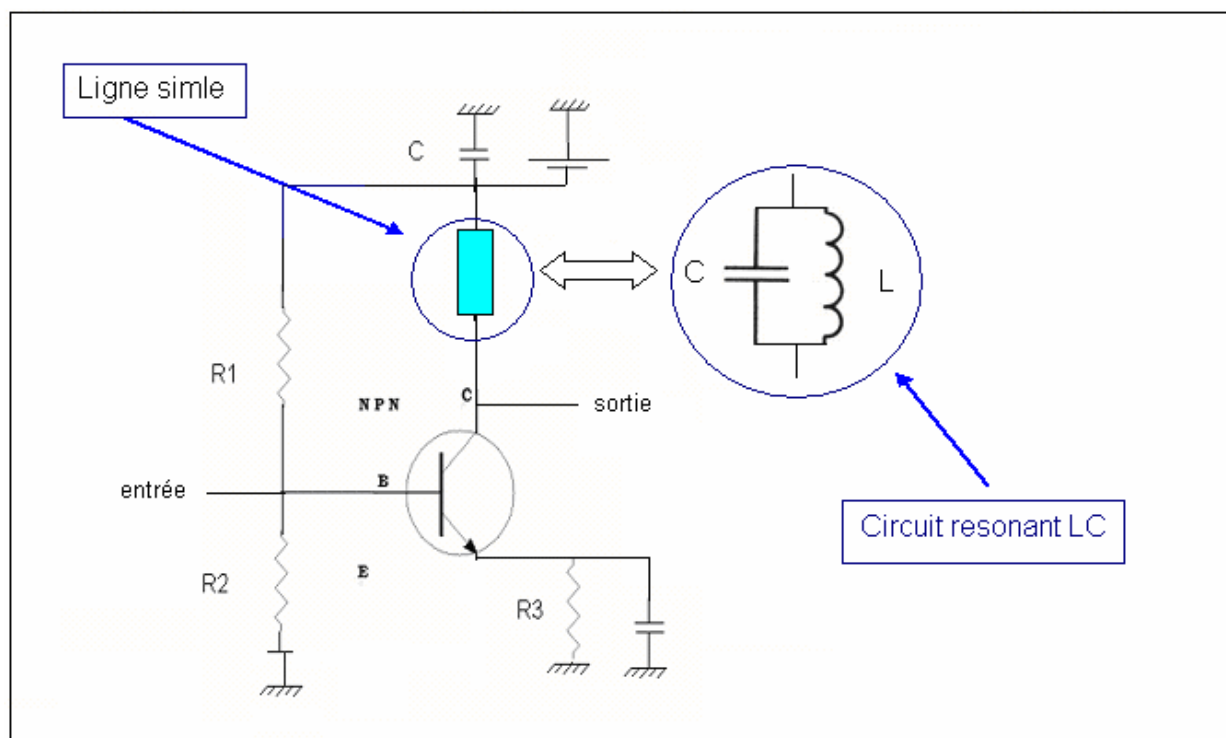


Figure III.30 : Topologie simplifiée de l'utilisation des LNUT dans le circuit de polarisation d'un transistor

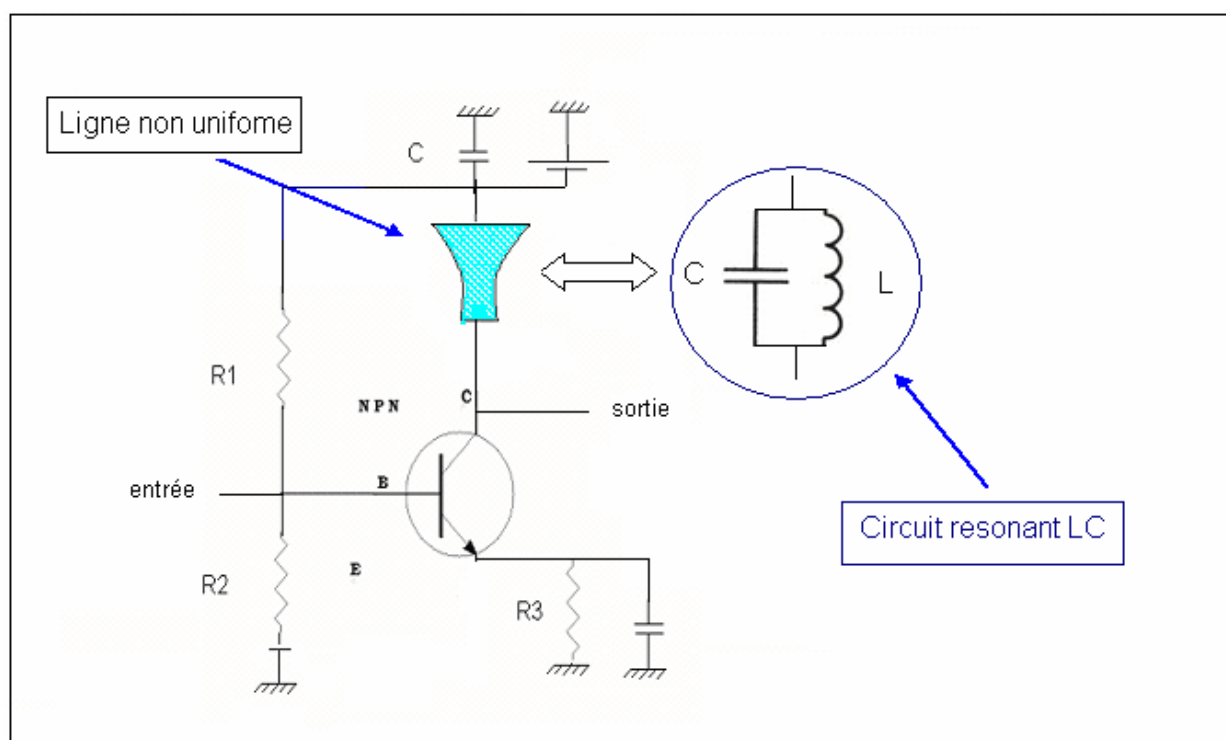


Figure III.31 : Topologie simplifiée de l'utilisation des LNUT dans le circuit de polarisation d'un transistor

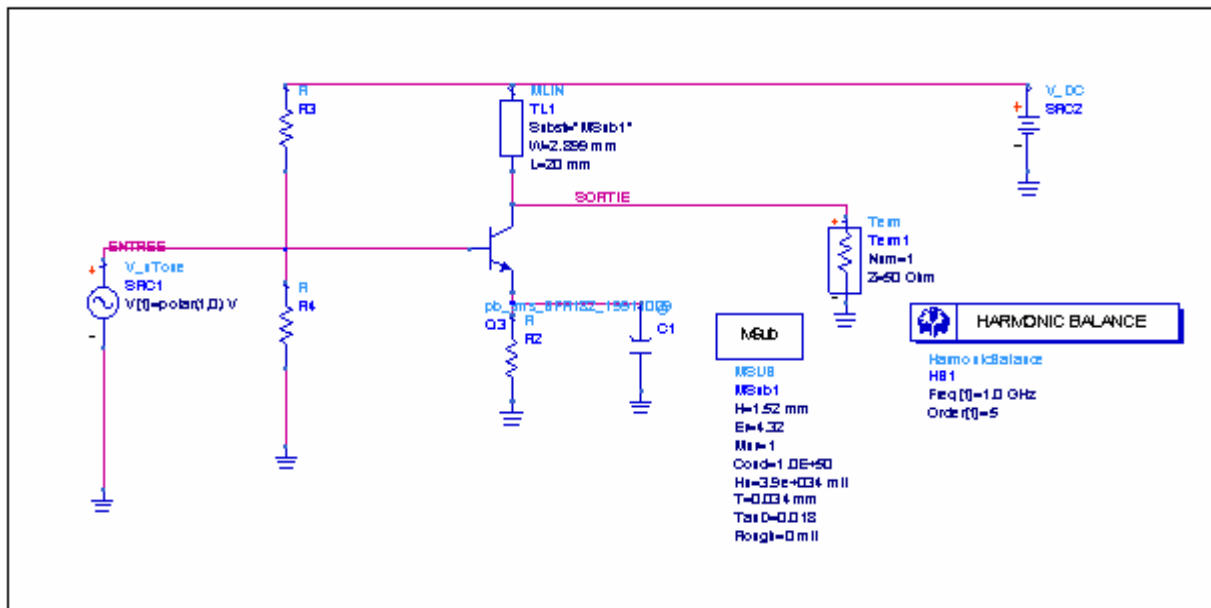


Figure III.30 b : schéma du circuit de polarisation d'un transistor avec ligne uniforme

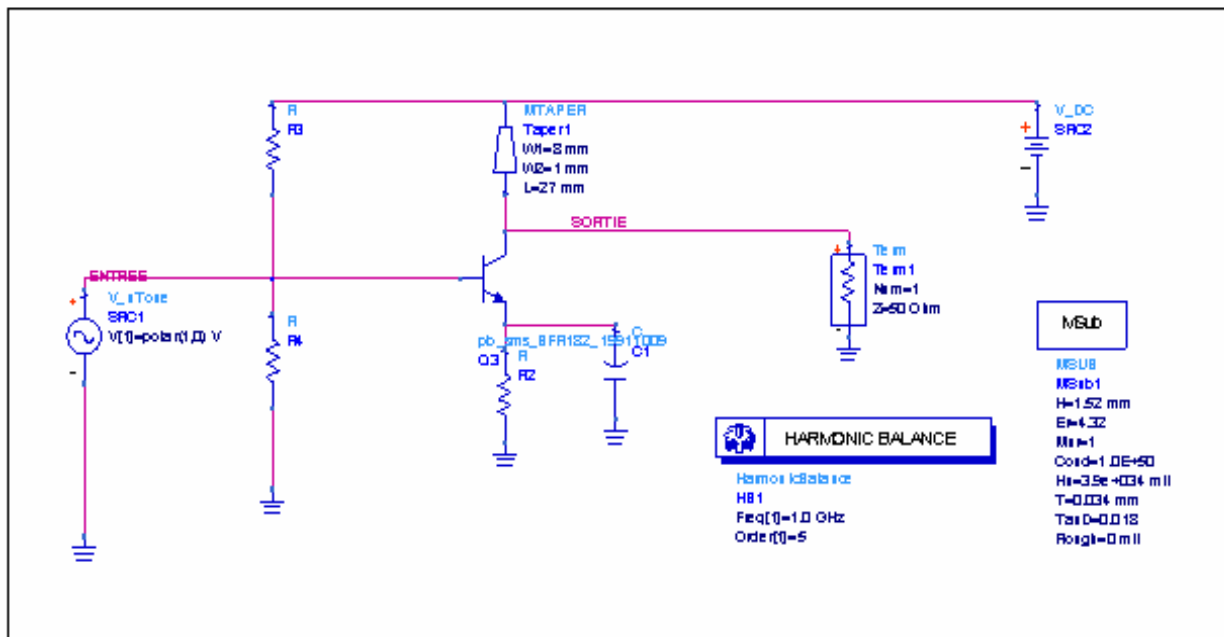


Figure III.31 b : schéma de l'utilisation des LNUT dans le circuit de charge d'un transistor

	Niveau Harmonique 1 (dB)	Niveau harmonique 2 (dB)	Niveau Harmonique 3 (dB)
Lignes uniformes	-12	-40	-52
Lignes non uniformes	-12	-45	-74

Tableau III.4 : Comparaison des caractéristiques des deux topologies de l'amplificateur

---

Le Tableau III.4 confirme l'intérêt de l'utilisation d'une LNUT dans le circuit de charge des transistors. La performance se situe au niveau de l'harmonique 3 pour lequel la différence de niveau entre le circuit à ligne uniforme et le circuit à ligne non uniforme est d'environ 20 dB.

## V.4 Application des la cas d'un oscillateur micro-ondes

### V.4.1 Objectif

L'objectif de cette étude est de pouvoir améliorer le signal de sortie d'un oscillateur micro-ondes fonctionnant à une fréquence de 2.4 GHz, en améliorant ses performances en particulier au niveau du taux harmonique. La figure III.32 montre le schématique de l'oscillateur étudié et nous exposerons deux cas différents a savoir :

- Utilisation d'une ligne classique uniforme
- Utilisation d'une ligne non uniforme de profil linéaire

### V.4.2 Principe

Le principe consiste à remplacer la ligne résonante classique par une ligne non uniforme qui lui est équivalente de point de vue fréquence de résonance. Les deux lignes doivent cependant avoir un même déphasage puisque dans la topologie de l'oscillateur considéré, c'est le bruit de phase qui déclenche les oscillations.

*Remarque :*

*L'étude s'est faite en utilisant deux lignes non uniformes de profils linéaires différents, cas 1 et cas 2. Dans le cas 1, la longueur de la ligne est restée inchangée. Pour le cas 2, la longueur a été optimisée de manière a avoir les meilleures performances de l'oscillateur.*

*Pour simplifier, nous n'exposerons les détails que pour le cas 2 avec lequel nous avons enregistré les meilleures performances de l'oscillateur. Toute fois, les résultats du cas 1 seront exposés dans le tableau de comparaison (tableau III.5)*

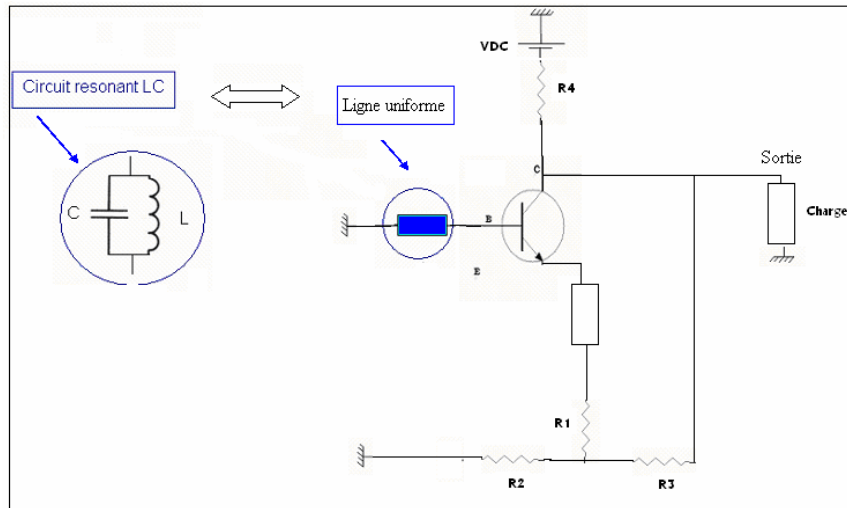


Figure III.32 : Schéma de l'oscillateur à étudier avec une ligne résonnante uniforme

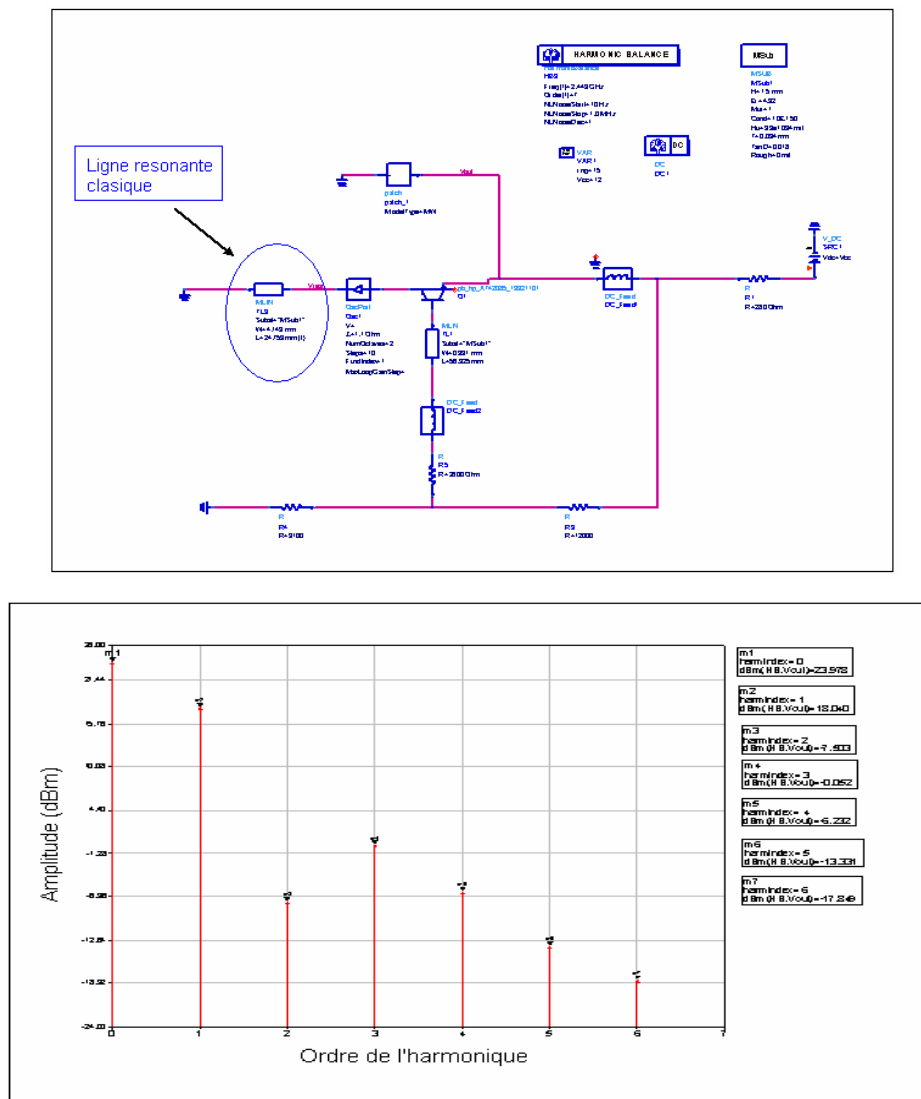


Figure III.33 : Amplitude des différents harmoniques du signal de sortie (cas d'une ligne résonnante uniforme)



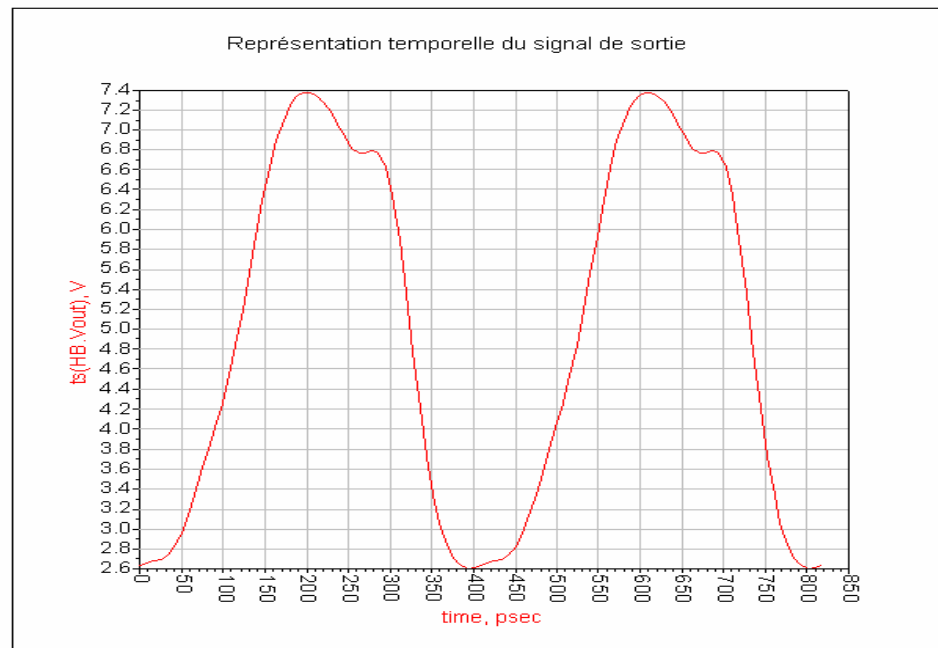


Figure III.34 : Représentation temporelle du signal de sortie dans le cas d'une ligne résonnant uniforme

#### V.4.3 Utilisation des LNUT

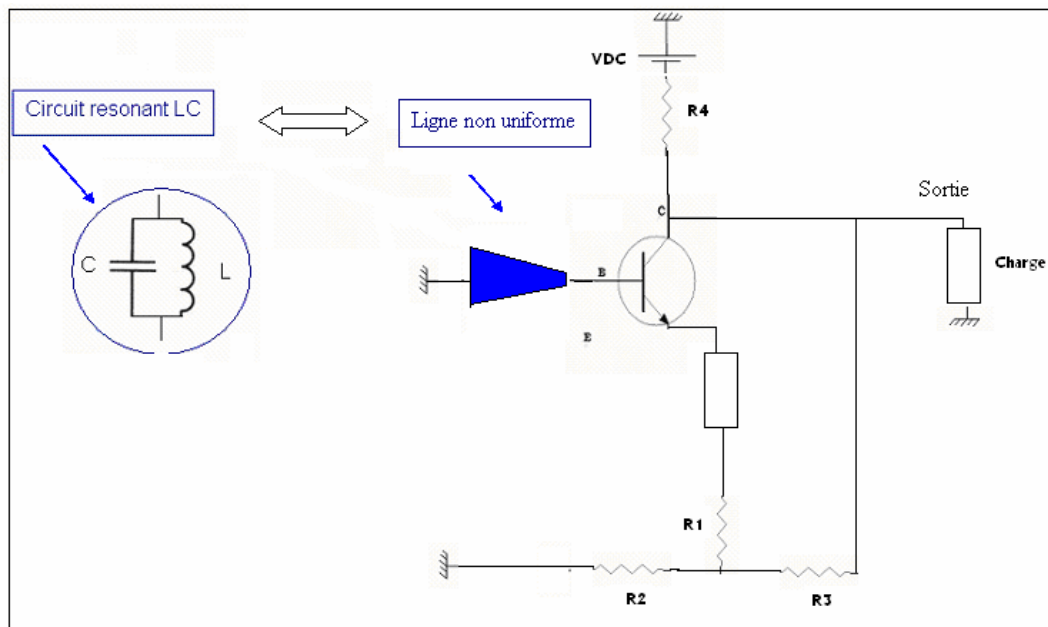


Figure III.35 : Schéma de l'oscillateur à étudier avec une ligne résonnant non uniforme

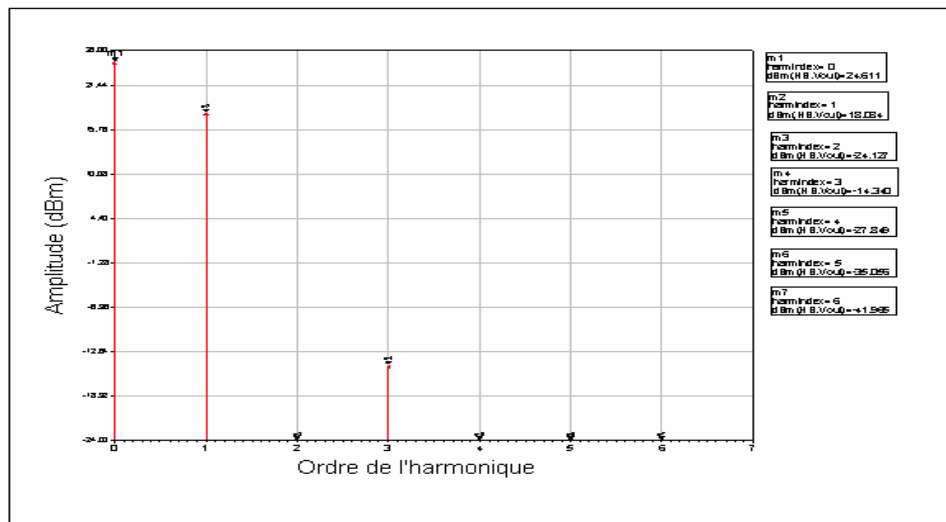
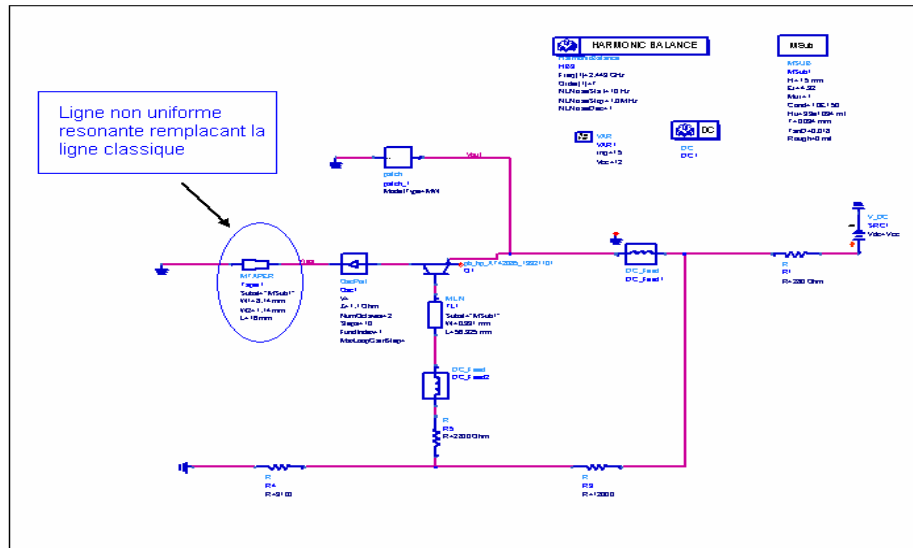


Figure III.36 : Amplitude des différents harmoniques du signal de sortie (cas d'une ligne résonante non uniforme de profil linéaire)

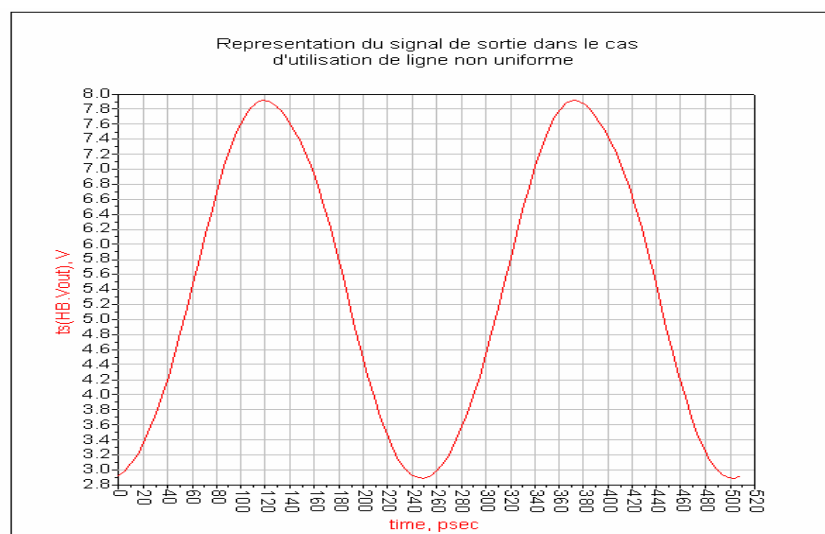
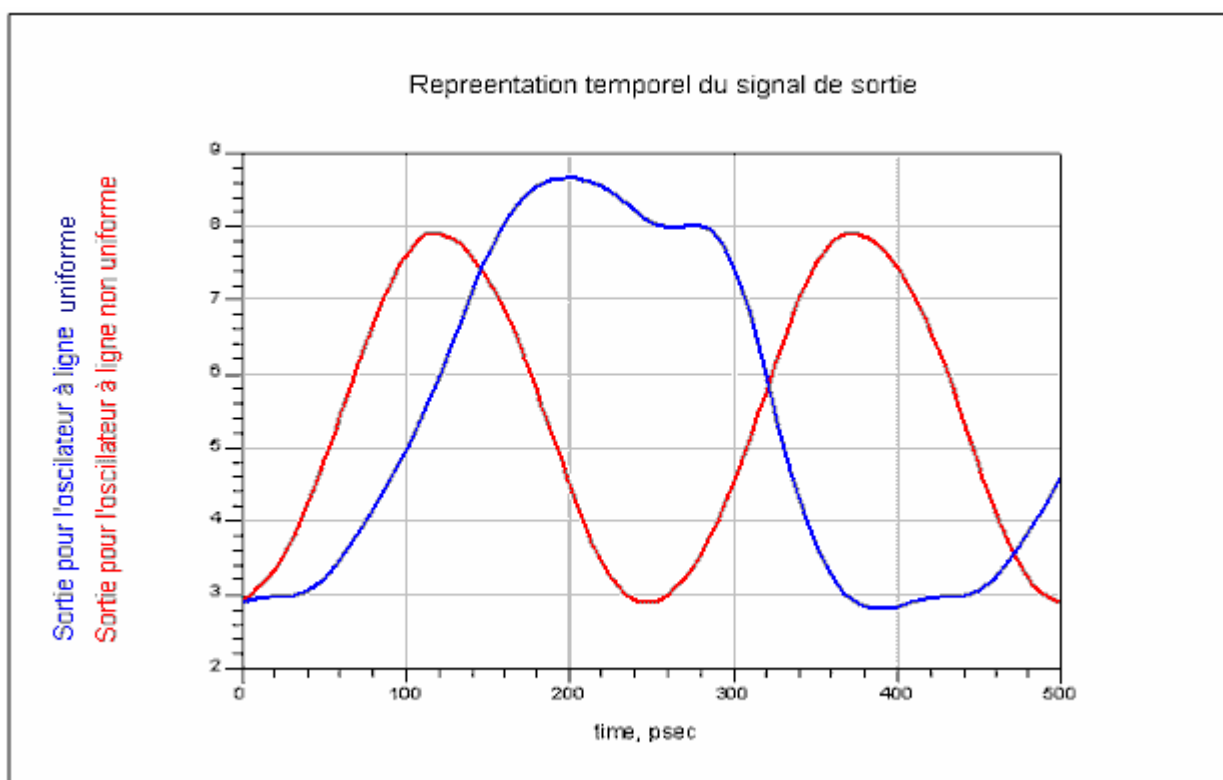
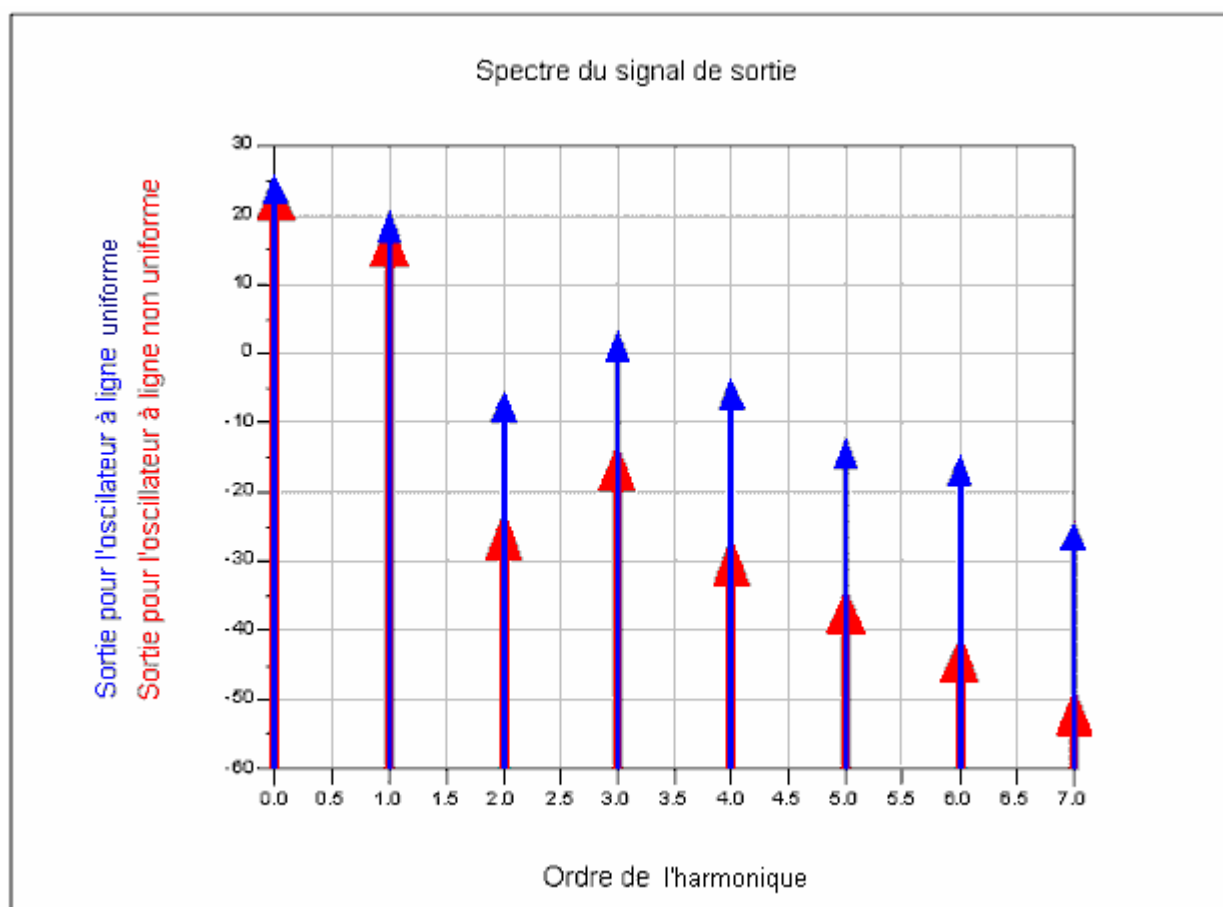


Figure III.37 : Représentation temporelle du signal de sortie (cas d'une ligne résonante de profil linéaire)

Comparaison :



---

<i>Ordre des harmoniques</i>	<i>Ligne uniforme classique</i>	<i>Ligne non uniforme de profil linéaire cas 1</i>	<i>Ligne non uniforme de profil linéaire cas 2</i>
<i>Fondamentale</i>	<i>25 dBm</i>	<i>25 dBm</i>	<i>25 dBm</i>
<i>Harmonique 1</i>	<i>19.8 dBm</i>	<i>19.8 dBm</i>	<i>19.7 dBm</i>
<i>Harmonique 2</i>	<i>- 5 dBm</i>	<i>- 8 dBm</i>	<i>-25 dBm</i>
<i>Harmonique 3</i>	<i>4 dBm</i>	<i>4 dBm</i>	<i>- 14 dBm</i>
<i>Harmonique 4</i>	<i>-5 dBm</i>	<i>- 6.2 dBm</i>	<i>- 29 dBm</i>
<i>Harmonique 5</i>	<i>- 13 dBm</i>	<i>- 22 dBm</i>	<i>- 35 dBm</i>
<i>Harmonique 6</i>	<i>- 15 dBm</i>	<i>-40.7 dBm</i>	<i>- 42 dBm</i>
<i>Harmonique 7</i>	<i>- 26 dBm</i>	<i>-21 dBm</i>	<i>-50 dBm</i>

Tableau III.5 : Récapitulatif des différents niveaux d’harmoniques suivant la ligne utilisée

#### V.4.4 Discussions des résultats obtenus

Pour les deux cas de figure, nous avons obtenue différentes valeurs des amplitudes harmoniques tout en gardant une même amplitude du fondamental. Il a été démontré que l’utilisation d’une ligne résonante de profil non uniforme permettait de faire baisser la majorité des harmoniques, ce qui s’est traduit par une représentation temporelle du signal de sortie moins distordue.

Cependant, nous avons détecté une amplitude assez proche pour le premier et pour le troisième harmonique, cela peut être expliqué à partir de la comparaison du comportement fréquentiel des deux lignes utilisées du point de vue coefficient de transmission et aussi phase. Ce qui fera l’objet de la partie qui va suivre.

## V.4.5 Etude du comportement fréquentiel des deux lignes utilisées

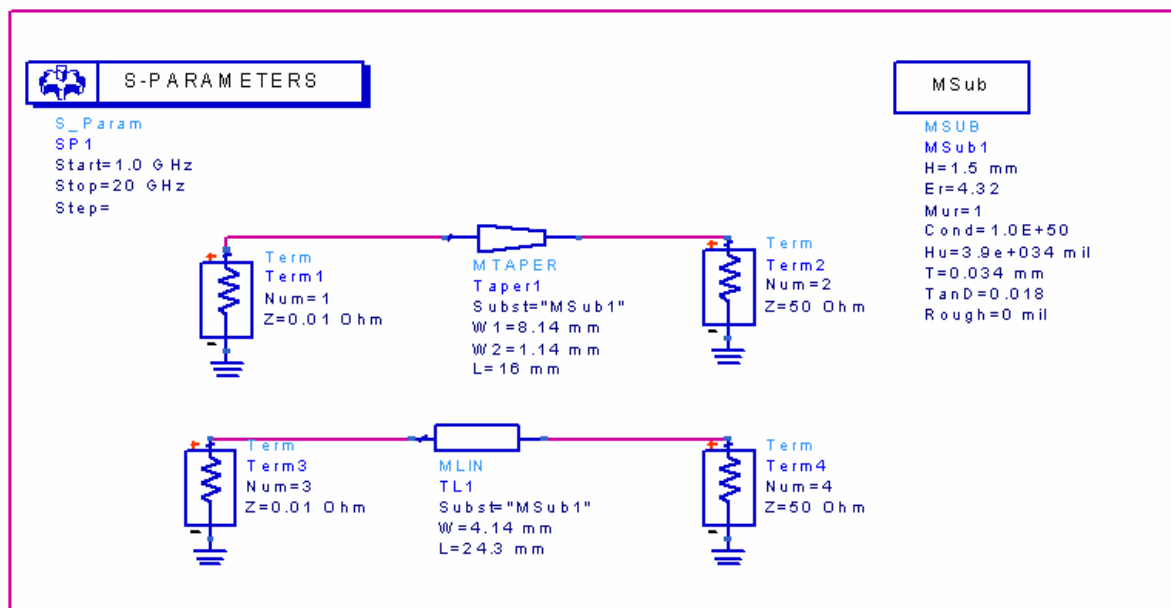


Figure III.38 : Schéma des deux lignes résonantes utilisées (classique et non uniforme)

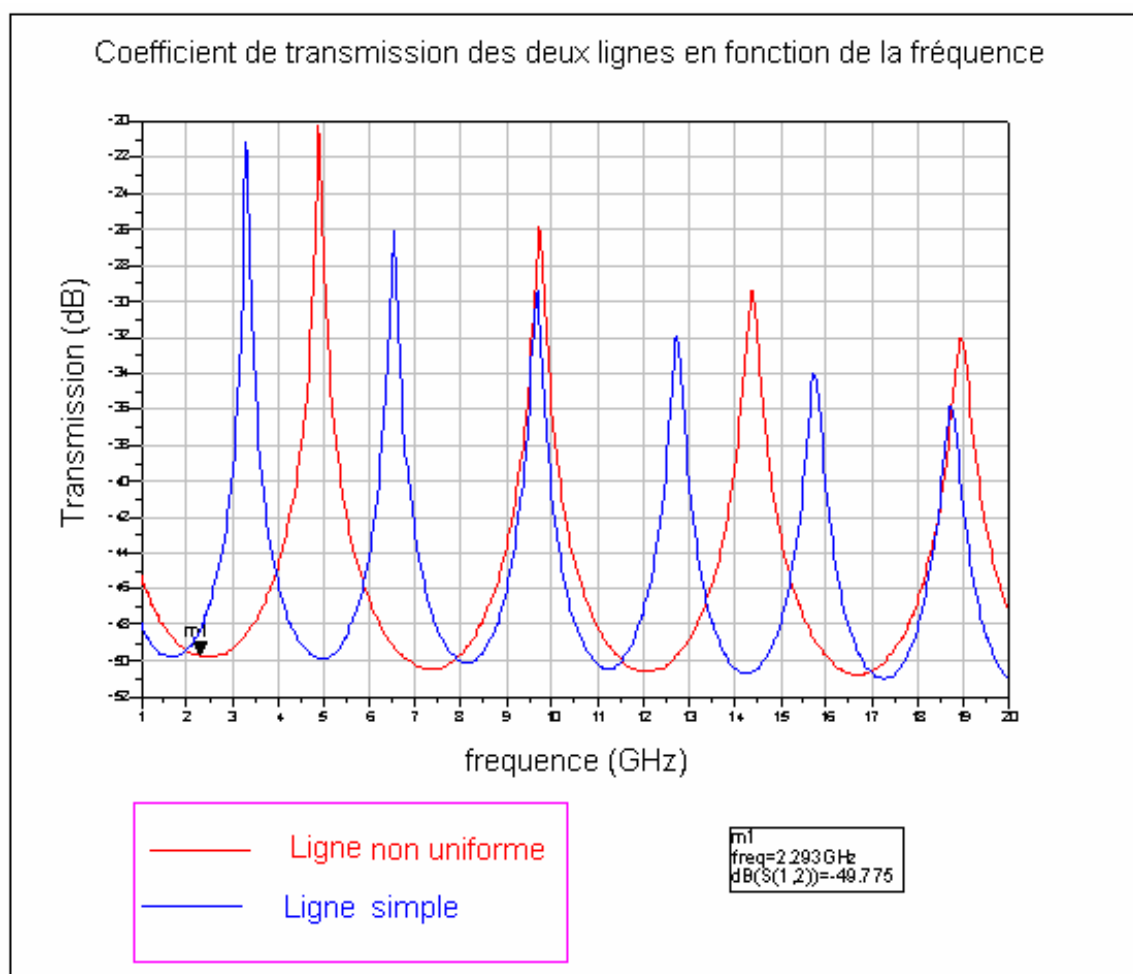


Figure III.39 : Coefficient de transmission pour les deux lignes considérées.

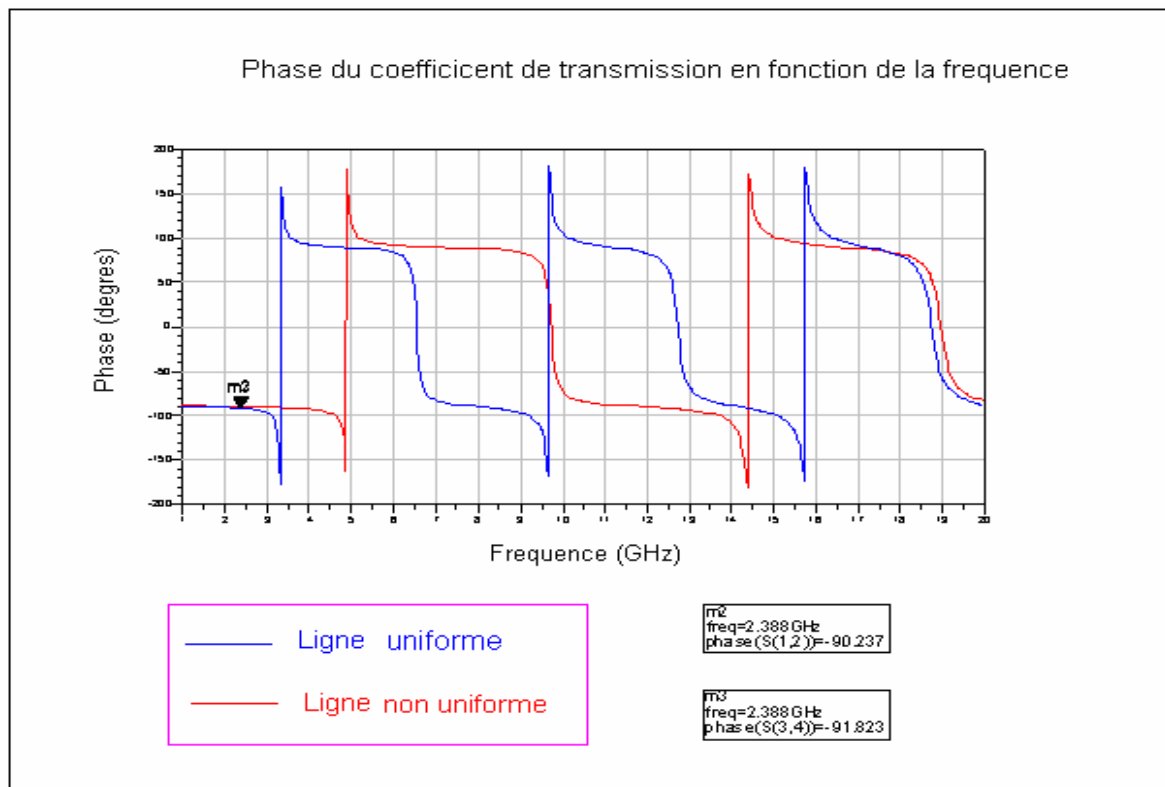


Figure III.40 : Représentation de la phase des deux lignes utilisées

- Le troisième harmonique est semblable ce qui conduira au même spectre de sortie
- Pour le bas du spectre la phase est la même ce qui permet d'avoir le même bruit de phase, au delà, les deux lignes ont quasiment une phase opposé l'une de l'autre.
- Nous avons le même point de résonance pour les deux lignes en fondamental 2.4 GHz à peu près, ce qui veut dire que les deux lignes jouent le même rôle de résonateur dans le deux configurations possibles. Cependant, le comportement fréquentiel n'est plus le même à partir de l'harmonique 3, ce qui nous permet d'éliminer les harmoniques en sortie du circuit.

*Remarque :*

*Il est intéressant de noter que dans les deux cas nous avons quasiment la même amplitude pour l'harmonique d'ordre .*

---

## VI Conclusion du chapitre III

Dans ce chapitre nous avons exploré l'utilisation des lignes de transmission non uniformes dans la conception des circuits passifs et actif micro-ondes. Le principe a consisté à remplacer les lignes de transmissions classiques utilisées dans ces circuits par des lignes non uniformes. Cette approche dans l'amélioration des circuits électroniques a été étudiée dans le cas des circuits passifs et actif. Ainsi, nous avons constaté ces résultats dans les cas d'un filtre passe bas à 2 GHz, un filtre coupe bande centré à 1.8 GHz et nous avons bien démontré l'utilité des LNUT dans la conceptions de ces circuits qui a fait l'objet d'une validation expérimentale.

D'autre part, nous avons étendu notre étude aux circuits actifs dont nous avons étudié les améliorations de performances possibles. Cette dernière étude a fait l'objet d'une application des LNUT dans la conception des circuits d'adaptation en entrée et en sortie d'un amplificateur de puissance, de la conception d'un ampli de puissance et aussi dans l'amélioration des performances fréquentielles d'un oscillateur micro onde.

Cependant avec l'absence de méthode de synthèse directe des LNUT, le principe de l'utilisation des lignes de transmission non uniforme reste toujours basé sur le fait de remplacer des lignes uniformes par des LNUT. Ce qui veut dire que l'utilisation des LNUT passe toujours par l'utilisation des Lignes uniformes que l'on aura remplacées. Ce remplacement se fait donc avec un choix approximatif du profil de la ligne et en utilisant largement les optimisateurs des logiciel de CAO tel ADS.

Cette méthode de conception de circuits actifs et circuits passifs à partir de lignes de transmission non uniformes a fait l'objet de différentes publications OHD 2005, ICECS 2005 et PIERS 2006. [16][17][18]

---

### **Bibliographie du chapitre III**

**[III.1] P.F. Combes**

"Micro-ondes : Lignes, guides et cavités" Dunod, Paris, 1996.

**[III.2] J. David, M. Boussaleh, H. Gaha, T.H. Vuong, D. Voyer and H. Aubert**

"Méthodes expérimentales pour la caractérisation HF de composants embarqués" Colloque International sur les Technologies Automobiles, Sousse 26, 27 Avril 2007.

**[III.3] V.P Meschanov, I.A. Rasukova, V.P. Tupikin**

"Stepped Transformers on TEM-Transmission Lines" IEEE Trans. Microwave Theory Tech., Vol.44, n°6, pp. 793-798, Juin 1996.

**[III.4] A.B. Kouki, A. Hamade, F.M. Ghannouchi**

"A New Formulation for the Analysis of Nonuniform Transmission Lines Using Frequency Varying Basis Functions" IEEE MTT-S, Vol. 2, PP. 817-820, Mai 1995

**[III.5] R.E. Collin**

"Fondation for Microwave Engineering" New York : Mc Graw-Hill, 1966.

**[III.6] R.E. Collin**

"Field Theory of Guided Waves" Second Edition, IEEE Press, the Institute of Electrical and Electronics Engineers, New York, 1991.

**[III.7] A.B. Kouki, A. Keheibir, R.G. Bosisio, F.M. Ghannouchi**

"A Novel Technique for the Analysis of Dielectric Height Variations in Microstrip Circuits" IEEE Trans. Microwave Theory Tech., Vol. 42, n°1, pp. 73-77, Janvier 1994.

**[III.8] P. Combes et R. Crampagne**

"Circuits hyperfréquences Filtres et cavités ", Techniques de l'ingénieur, traité d'électricité E 1 402

**[III.9] L. Matthaei, L. Young and E. M. T. Jones**

"Microwave filters impedance matching network, and coupling structures ", New-York, McGraw-Hill, 1964.

**[III.10] G. Prigent,**

"Méthode de conception de filtres planaires à bande étroite dans les domaines centimétrique et millimétrique ", *thèse de doctorat de l'Université de Bretagne Occidentale*, 13 déc. 2002.

**[III.11] J. Bornemann and F. Arndt**

"Rigorous design of evanescent-mode E-plane finned waveguide band filters ", *IEEE -S Digest* 1989.

**[III.12] R. Snyder**

"New application of evanescent mode waveguide to filters design ", *IEEE Transactions on-MTT*, Vol.25, pp 1013 - 1023, Dec 1977.



---

[III.13] **Q. Zhang and T Itoh**

" Computer-Aided design of evanescent –mode waveguide filter with nontouching E-plane fins ", *IEEE Transactions on-MTT*, Vol.36 pp 404 - 412, Jan 1988.

[III.14] **Junwu Tao**

" Contribution à la caractérisation des discontinuités en microondes et application à la synthèse des filtres ", *thèse de doctorat INP Toulouse*, 1988.

[III.15] **J.W. Tao, H. Baudrand**

" Multimodal variational analysis of uniaxial waveguide discontinuities ", *IEEE MTT*, Vol.39, pp. 506 – 516 March 1991.

[III.16] **M.Boussalem, J.David, F.Choubani, R. Crampagne**

" Intelligence use of non uniform transmissions lines to design actives and passive microwave circuits" Progress in electromagnetic Research Symposium, PIERS 2006, Tokyo – JAPON pp 26,30.

[III.17] **M.Boussalem, F.Choubani, J.David, R.Crampagne.**

" Harmonic supression in low pass filter designed by non uniform transmissions lines", *12th IEEE International conference on electronics, Circuits and Systems*, Gammarth, Tunisia, 11-14 December 2005.

[III.18] **M.Boussalem, J.David, F.Choubani, R.Crampagne.**

" Apport des lignes de transmissions non uniformes pour la maîtrise de harmoniques dans les circuits actifs RF" , *18Eme colloque international Optiques Hertzienne et Diélectrique*, Hammamet Tunisie, 6-8 Septembre 2005, conférence proceeding. pp 330-333.

[III.19] **P.F. Combes**

" Micro-ondes : Lignes, guides et cavités" Dunod, Paris, 1996.

---

# Conclusion Générale

---

# Conclusion générale

L'étude, la modélisation et l'application des lignes de transmission non uniformes ont fait l'objet de ce travail. Dans un premier temps, nous avons pu dégager les différentes spécificités qui caractérisent de telles structures, ainsi que les avantages et inconvénients qu'elles pourraient présenter par rapport aux lignes uniformes classiques.

Dans un deuxième temps, nous nous sommes intéressé à modéliser ces structures. En effet, les techniques reposant sur la modélisation électromagnétique, pourtant en pleine expansion, ne permettent pas encore d'analyser toutes les structures micro-ondes comme les lignes de transmission non uniformes. De ce fait, il nous a paru important de faire progresser les techniques basées sur la "modélisation et la théorie des circuits" dans le but de caractériser ces structures.

Ce travail a donc consisté à développer et à montrer l'intérêt que représente une méthode basée sur l'analyse de lignes de transmission non uniformes à variation continue d'impédance. Nous avons ainsi introduit une méthode numérique pour la simulation des lignes de transmissions uniformes non uniformes par la méthode de Hill. L'avantage de cette dernière est de fournir une solution analytique exacte au problème considéré. De plus, l'efficacité de cette méthode a été vérifiée par un grand nombre de tests incluant des structures ayant différentes formes géométriques. Les résultats d'analyses ont été comparés avec des résultats de simulation obtenus par les logiciels commerciaux (SERENADE-MICROWAVE OFFICE) et les résultats expérimentaux effectués au sein du laboratoire du LEN7. L'excellent accord de ces résultats montre la validité de la méthode proposée par l'analyse et la caractérisation des lignes uniformes et non uniformes réalisées. De plus, parmi les méthodes numériques connues dans le domaine des micro-ondes, cette méthode est caractérisée par le temps d'exécution très court, la précision, la stabilité numérique et la simplicité de prise en main.

La dernière partie a été consacrée à l'application des ces LNUT dans le cas des circuits passifs RF mais aussi de circuits actifs. C'est dans ce sens que l'utilité des LNUT a été prouvée dans l'amélioration d'un filtre passe bas ce qui a permis d'éliminer les remontés harmoniques, d'élargir la bande de fonctionnement du filtre pour un même nombre d'éléments tout en

---

n'augmentant l'encombrement géométriques. Cette étude a été validée expérimentalement dans le cas d'un filtre passe bas à 1 GHz et un filtre coupe bande centré à 1.8 GHz pris par exemple. D'autre part, il a été montré que l'utilisation des LNUT permettait de minimiser les signaux harmoniques dans le cas des circuits actifs non linéaires. Cette étude a été effectuée au niveau simulation dans le cas d'un oscillateur micro-ondes 2.4 GHz et d'un amplificateur de puissance.

Cependant il serait intéressant de poursuivre cette étude par l'analyse de lignes couplées non uniformes asymétriques et réalisées sur des substrats présentant des pertes. Pour mener à bien cette dernière, il faut appliquer la méthode de Hill par la résolution numérique d'équations différentielles du quatrième ordre (équations de Mathieu généralisées)

Enfin, vu la simplicité de la mise en œuvre de la méthode de Hill, et d'après les précédents travaux qui ont été réalisés, il serait intéressant de traiter la reconstitution d'un profil de non uniformité diélectrique et géométrique en exploitant des mesures obtenues en propagation en espace libre. Cette future étude devra être effectuée en considérant le problème inverse c'est-à-dire que d'après la solution trouvée, on doit trouver la fonction représentant la non-homogénéité. La méthode d'analyse basée sur l'équation de Hill grâce à leur rapidité semble bien adaptée pour accélérer des procédures d'optimisation.

---

# Annexes

---

# Annexe 1

## Calcul des éléments de la matrice de chaîne M de la ligne à partir des solutions U1 et U2 de l'équation de HILL

La détermination de la matrice de chaîne de la ligne non uniforme se base sur les conditions aux limites qui s'établissent aux limites de la ligne comme l'expose la figure A.1)

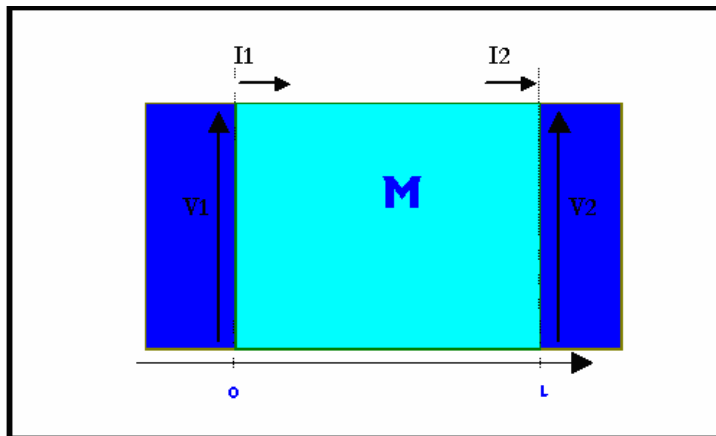


Figure A1.1 : Conditions aux limites d'une L.T.N.U.

On a vu dans le chapitre II que la solution générale de l'équation de Hill s'écrit :

$$U(x) = A.U_1(x) + B.U_2(x)$$

Et que cette solution est directement liée à la tension (chap. III) par :

$$V(x) = \sqrt{z(x)}.U(x)$$

---

D'après les conditions aux limites (fig A1.1), il vient :

$$V1 = V(0) = A.U_1(0) + B.U_2(0) \quad (A1.1)$$

$$V2 = V(d) = A.U_1(d) + B.U_2(d) \quad (A1.2)$$

$$I1 = I(0) = (A.U_1'(0) + B.U_2'(0)) / z(0) \quad (A1.3)$$

$$I2 = I(d) = (A.U_1'(d) + B.U_2'(d)) / z(d) \quad (A1.4)$$

En combinant respectivement (A1.1), (A1.3) et (A1.2), (A1.4), finalement il vient :

$$A = -\frac{1}{m_4} (U_2'(d).V2 + I2.z(d).U_2(d))$$

$$B = -\frac{1}{m_4} (U_1'(d).V2 + I2.z(d).U_1(d))$$

$$m_4 = U_1'(d)U_2(d) - U_1(d)U_2'(d)$$

En intégrant les résultats des constantes A et Bn dans l'expression A1.1, il vient :

$$V1 = \frac{m_1}{m_4} * V2 - \frac{m_6}{m_4} * I2 * z(d)$$

dans laquelle

$$m_1 = U_1'(d)U_2(0) - U_1(0)U_2'(d)$$

$$m_6 = U_1(0)U_2(d) - U_1(d)U_2(0)$$

De même en combinant A et B avec l'expression A1.3, on a :

$$I1 = \frac{m_2}{m_4} * \frac{V2}{z(0)} + \frac{m_5}{m_4} * I2 * \frac{z(d)}{z(0)}$$

dans laquelle

$$m_2 = U_1'(0)U_2(d) - U_1(d)U_2'(0)$$

$$m_5 = U_1'(0)U_2(d) - U_1(d)U_2'(0)$$

---

On obtient alors la matrice de chaîne relative à la solution de l'équation de Hill recherchée :

$$\begin{vmatrix} V_1 \\ I_1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} A & B \\ C & D \end{vmatrix} \begin{vmatrix} V_2 \\ I_2 \end{vmatrix} = \frac{1}{m_4} \times \begin{vmatrix} m_1 & -m_6 \cdot z(d) \\ \frac{m_2}{z(0)} & m_5 \cdot \frac{z(d)}{z(0)} \end{vmatrix}$$

$$\begin{aligned} m_1 &= U_1'(d) \cdot U_2(0) - U_1(0) \cdot U_2'(d) \\ m_2 &= U_1'(0) \cdot U_2(d) - U_1(d) \cdot U_2'(0) \\ m_4 &= U_1'(d) \cdot U_2(d) - U_1(d) \cdot U_2'(d) \\ m_5 &= U_1'(0) \cdot U_2(d) - U_1(d) \cdot U_2'(0) \\ m_6 &= U_1(0) \cdot U_2(d) - U_1(d) \cdot U_2(0) \end{aligned}$$

Après avoir posé :

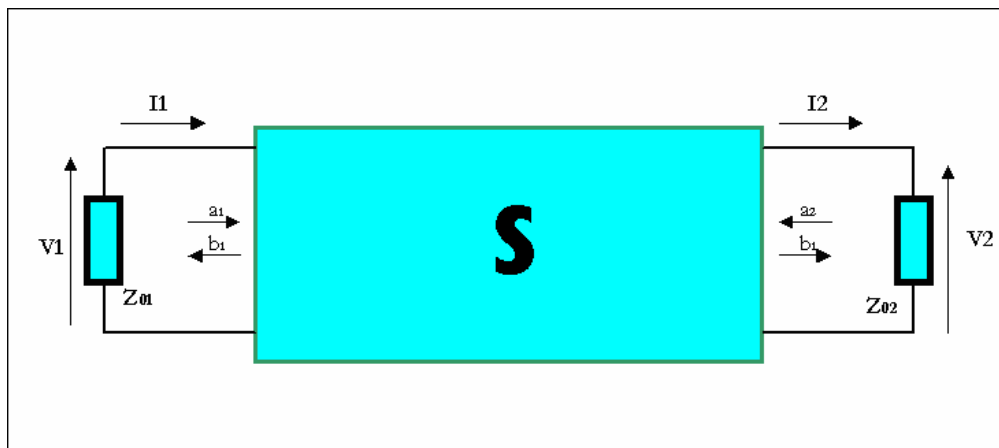
(A1.5)



## Annexe 2

### Matrice de chaîne - Matrice de répartition

Considérons un quadripôle (fig. A2.1) chargé respectivement en entrée et en sortie par les impédances  $Z_{01}$  et  $Z_{02}$ . De plus en considérant que la matrice de chaîne de ce quadripôle est connue. Nous nous proposons de déterminer sa matrice de répartition.



**Figure A2.1 : Quadripôle avec ces notations conventionnelles**

A partir des notations choisies, nous pouvons écrire successivement :

Matrice ABC

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_2 \\ I_2 \end{bmatrix} \Leftrightarrow \begin{aligned} V_1 &= A \cdot V_2 + B \cdot I_2 \\ I_1 &= C \cdot V_2 + D \cdot I_2 \end{aligned}$$

Matrice S

$$\begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} \Leftrightarrow \begin{aligned} b_1 &= S_{11} \cdot a_1 + S_{12} \cdot a_2 \\ b_2 &= S_{21} \cdot a_1 + S_{22} \cdot a_2 \end{aligned}$$

De plus, on a les relations suivantes [AII.1] :

$$\begin{aligned} V_1 &= \sqrt{Z_{01}}(V_1^+ + V_1^-) = \sqrt{Z_{01}}(a_1 + b_1) \\ V_2 &= \sqrt{Z_{02}}(V_2^+ + V_2^-) = \sqrt{Z_{02}}(a_2 + b_2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I_1 &= (V_1^+ - V_1^-) / \sqrt{Z_{01}} = (a_1 - b_1) / \sqrt{Z_{01}} \\ I_2 &= (V_2^+ - V_2^-) / \sqrt{Z_{02}} = (b_2 - a_2) / \sqrt{Z_{02}} \end{aligned}$$

### A2.I - Détermination du paramètre $S_{11}$

On a  $S_{11}=b_1/a_1$  tel que  $a_2=0$

A partir des expressions précédentes, on obtient :

$$\begin{aligned} V_1 &= \sqrt{Z_{01}}(a_1 + b_1) = A \cdot \sqrt{Z_{02}}(a_2 + b_2) + B \cdot (b_2 - a_2) / \sqrt{Z_{02}} \\ I_1 &= (a_1 - b_1) / \sqrt{Z_{01}} = C \cdot \sqrt{Z_{02}}(a_2 + b_2) + D \cdot (b_2 - a_2) / \sqrt{Z_{02}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sqrt{Z_{01}}(a_1 + b_1) &= b_2 \left( \sqrt{Z_{02}} \cdot A + B / \sqrt{Z_{02}} \right) \\ (a_1 - b_1) / \sqrt{Z_{01}} &= b_2 \left( \sqrt{Z_{02}} \cdot C + D / \sqrt{Z_{02}} \right) \end{aligned}$$

A partir du système précédent en éliminant le terme  $b_2$ , on obtient après calcul :

$$S_{11} = \frac{b_1}{a_1} = \frac{A \cdot Z_{02} + B - C \cdot Z_{01} \cdot Z_{02} - D \cdot Z_{01}}{A \cdot Z_{02} + B + C \cdot Z_{01} \cdot Z_{02} + D \cdot Z_{01}}$$

### A2.II - Détermination du paramètre $S_{12}$

On a  $S_{12} = b_1/a_2$  tel que  $a_1 = 0$

A partir des équations initiales, on a :

$$\begin{aligned} \sqrt{Z_{01}}b_1 &= A \cdot \sqrt{Z_{02}}(a_2 + b_2) + B \cdot (b_2 - a_2) / \sqrt{Z_{02}} \\ -b_1 / \sqrt{Z_{01}} &= C \cdot \sqrt{Z_{02}}(a_2 + b_2) + D \cdot (b_2 - a_2) / \sqrt{Z_{02}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sqrt{Z_{01}}b_1 &= a_2 \cdot (A \cdot Z_{02} - B) / \sqrt{Z_{02}} + b_2 \cdot (A \cdot Z_{02} + B) / \sqrt{Z_{02}} \\ -b_1 / \sqrt{Z_{01}} &= a_2 \cdot (C \cdot Z_{02} - D) / \sqrt{Z_{02}} + b_2 \cdot (C \cdot Z_{02} + D) / \sqrt{Z_{02}} \end{aligned}$$

---

A partir du système précédent en éliminant le terme  $b_2$ , et après un calcul rapide on obtient :

$$S_{12} = \frac{b_1}{a_2} = \frac{2\sqrt{Z_{01} \cdot Z_{02}} (AD - BC)}{A \cdot Z_{02} + B + C \cdot Z_{01} \cdot Z_{02} + D \cdot Z_{01}}$$

### A2.III - Détermination du paramètre $S_{21}$

On a  $S_{21} = b_2/a_1$  tel que  $a_2 = 0$

A partir des systèmes d'équations initiaux, on obtient :

$$S_{21} = \frac{b_2}{a_1} = \frac{2\sqrt{Z_{01} \cdot Z_{02}}}{A \cdot Z_{02} + B + C \cdot Z_{01} \cdot Z_{02} + D \cdot Z_{01}}$$

### A2.IV - Détermination du paramètre $S_{22}$

On a  $S_{22} = b_2/a_2$  tel que  $a_1 = 0$

A partir des systèmes d'équations initiaux, on obtient :

$$S_{21} = \frac{b_2}{a_1} = \frac{-A \cdot Z_{02} + B - C \cdot Z_{01} \cdot Z_{02} + D \cdot Z_{01}}{A \cdot Z_{02} + B + C \cdot Z_{01} \cdot Z_{02} + D \cdot Z_{01}}$$

---

# Annexe 3

## Filtre Passe bas

Dans notre étude, nous avons exposé le cas d'un filtre passe bas conçu à partir de lignes de transmission en technologie microbande. Nous exposerons donc la démarche que nous avons suivie pour concevoir ce filtre.

### A.3.1 Gabarit

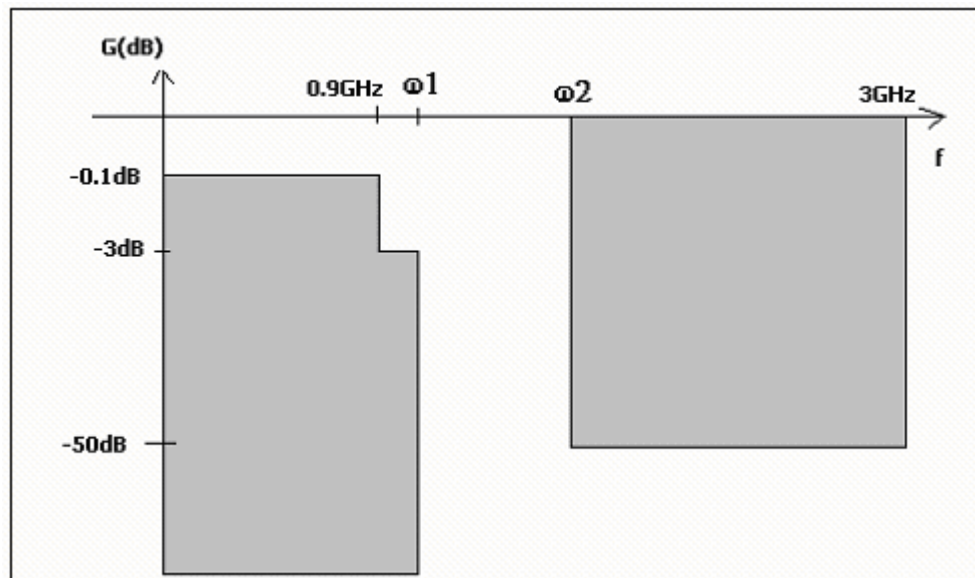


Figure A.3.1 : Gabarit du filtre passe bas

Ce gabarit nous donne donc les caractéristiques suivantes :

- Fréquence de coupure : 1 GHz à 3dB.
- Atténuation supérieure à 50 dB au delà de 1,5 GHz et jusqu'à 3 GHz.

---

### A.3.2 Calcul de l'ordre du filtre

#### *Méthode de Butterworth*

L'ordre  $n$  du filtre vérifie la relation suivante :

$$n \geq \frac{\log \left( 10^{\frac{A_{\min}}{10}} - 1 \right)}{2 \cdot \log w_s} \quad \text{où} \quad \begin{cases} w_s = \frac{\omega_2}{\omega_1} \\ A_{\min} = 50\text{dB} \end{cases}$$

Ce qui donne  $n = 14$

#### *Méthode de Tchébychev*

L'ordre  $n$  du filtre vérifie :

$$n \geq \frac{\text{Argch} \sqrt{\frac{10^{\frac{A_{\min}}{10}} - 1}{10^{\frac{A_{\max}}{10}} - 1}}}{\text{Argch}(w_s)} \quad \text{où} \quad \begin{cases} w_s = \frac{\omega_2}{\omega_1} \\ A_{\min} = 50\text{dB} \\ A_{\max} = 0,1\text{dB} \end{cases}$$

Ce qui donne  $n = 9$

### A.3.3 Calcul des valeurs des éléments du filtre

Le filtre se compose donc de 9 éléments et il est caractérisé par :

$$\varepsilon = \sqrt{10^{\frac{A_{\min}}{10}} - 1} \quad (\text{AN : } 0.153) \quad \text{et} \quad \eta = \text{sh} \left( \frac{\text{Argch}(1/\varepsilon)}{n} \right) \quad (\text{AN : } 0.290)$$

Nous calculerons donc les éléments discrets grâce aux relations :

$$g_1 = \frac{2}{\eta} \sin \left( \frac{\pi}{2n} \right)$$

$$g_k * g_{k+1} = \frac{4 * \sin \left( \frac{2k-1}{2n} \pi \right) * \sin \left( \frac{2k+1}{2n} \pi \right)}{\eta^2 * \sin^2 \left( \frac{k\pi}{n} \right)}$$

Le calcul des neuf coefficients  $g_i$  permettra de déduire les valeurs des capacités et des inductances à partir des formules de dé normalisation rappelées ci-dessous :

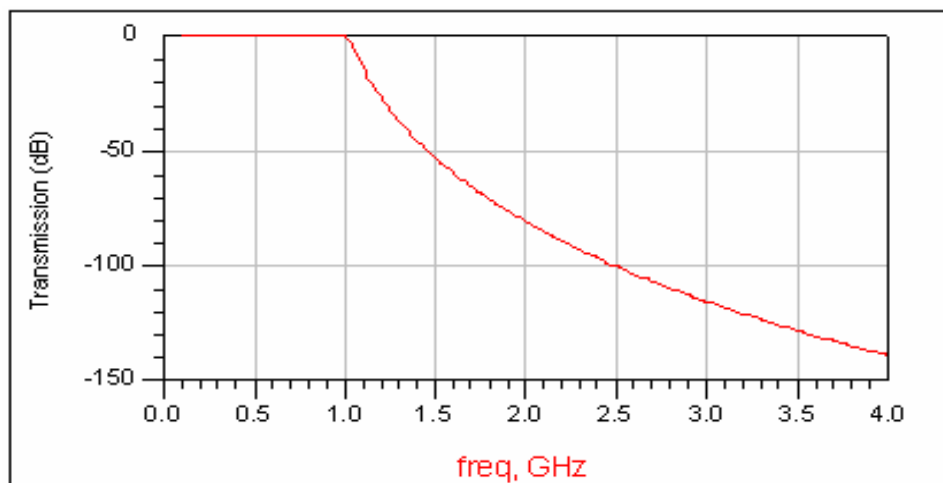
$$L_i = \frac{g_i Z_0}{\omega_1}$$

$$C_i = \frac{g_i}{Z_0 \omega_1}$$

	$g_i$	$C_i$ (pF)	$L_i$ (nH)
1	1.20		9.51
2	1.44	4.59	
3	2.13		16.99
4	1.62	5.15	
5	2.21		17.55
6	1.62	5.15	
7	2.13		16.99
8	1.44	4.59	
9	1.20		9.51

Tableau A.3.1 : récapitulatif des valeurs de inductance et capacités

#### A.3.4 Simulation du filtre en éléments discrets avec ADS



Résultat de simulation

---

### A.3.5 Calcul des éléments caractéristiques du filtre

On choisit d'utiliser des lignes micro bandes, sur un substrat défini par :

$$\left\{ \begin{array}{l} \epsilon_R=4,32 \\ \text{Épaisseur du substrat } H=1,52\text{mm} \\ \text{Epaisseur du cuivre } T=0,035 \text{ mm} \\ \text{Résistivité } \rho=0,71 \\ \text{Tan } \delta=0,018, \text{ où } \delta \text{ est l'angle de perte dans le diélectrique.} \end{array} \right.$$

En prenant  $Z_0 = 50\Omega$ ,  $Z_{0C} = 10\Omega$  et  $Z_{0L} = 100\Omega$

On obtient :  $W_C = 24 \text{ mm}$ , pour les capacités et  $W_L = 0,8 \text{ mm}$ , pour les inductances.

De plus, le logiciel nous transmet aussi la valeur de la permittivité effective  $\epsilon_{\text{eff}}$ .

$$\text{On obtient : } \begin{cases} \epsilon_{\text{eff}_C} = 3,95 \\ \epsilon_{\text{eff}_L} = 2,95 \end{cases}$$

### A.3.5 Calcul des longueurs des éléments du filtre idéal

D'après les relations théoriques de calcul des longueurs de ligne, (A.3.1) et (A.3.2)

$$l_C = \frac{\lambda_{gC}}{2\pi} \cdot \arcsin(\omega \cdot C \cdot Z_{0C}) \quad (\text{A.3.1})$$

$$l_L = \frac{\lambda_{gL}}{2\pi} \cdot \arcsin\left(\frac{\omega \cdot L}{Z_{0L}}\right) \quad (\text{A.3.2})$$

$$\text{Avec } \left\{ \begin{array}{l} \lambda_{gC} = \frac{c}{f_1 \cdot \sqrt{\epsilon_{\text{eff}_C}}} \\ \lambda_{gL} = \frac{c}{f_1 \cdot \sqrt{\epsilon_{\text{eff}_L}}} \end{array} \right.$$

	Capacité	Bobine
Largeur W	24 mm	0,4 mm
Permittivité $\epsilon_{\text{eff}}$	3,95	2,86
Longueur guidée $e_g$	151 mm	177 mm

Tableau A.3.2 : détermination des largeurs de lignes

capacité (pF)	Inductance (nH)	longueur (mm)
	9.51	15.3
4.59		7.03
	17	33
5.15		7.91
	17.5	35.4
5.15		7.91
	17	33
4.59		7.03
	9.51	15.3

Tableau A.3.3 Détermination des longueurs en fonction des impédances



---

Résultat de simulation :

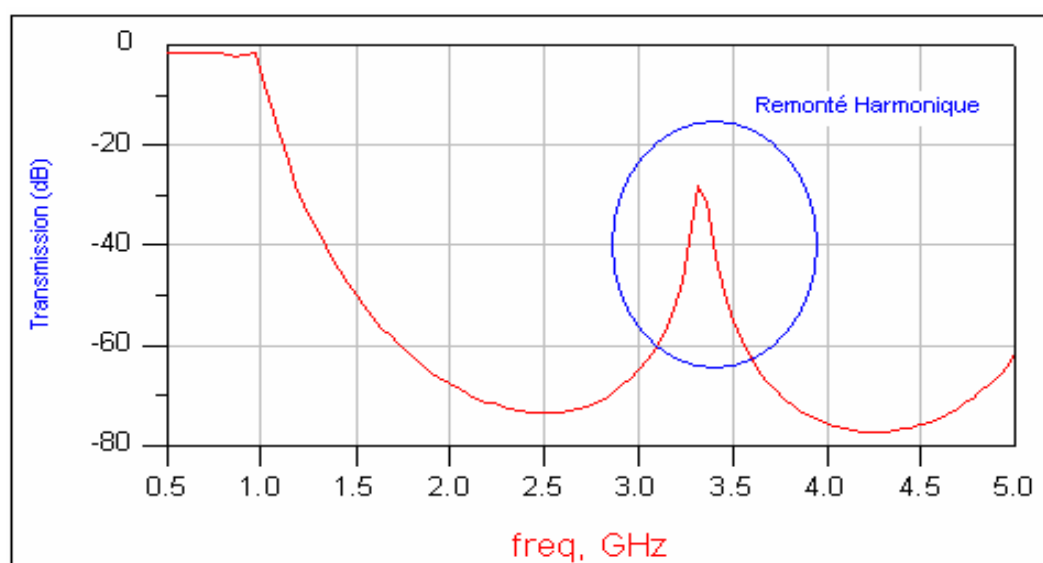


Figure A.3.4 Réponse du filtre passe bas conçu a partir de ligne uniformes.

---

# Annexe 4

## Filtre coupe-bande

### A.4.1 Gabarit

Notre étude concernera un filtre coupe bande ayant les caractéristiques fréquentielles suivantes :

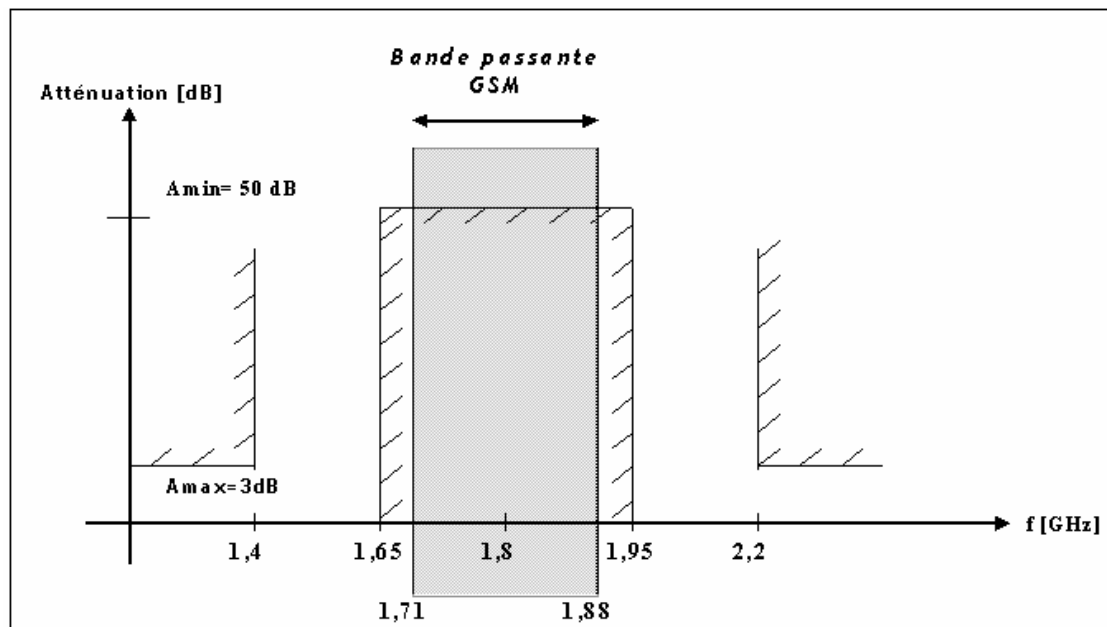


Figure A.4.1 : Gabarit du filtre coupe bande

Un filtre réjecteur peut être considéré comme un filtre passe-bande transformé par une inversion de fréquence.

### A.4.2 Transformation de gabarit Coupe-Bande à Passe Bas

Il faut faire la transformation d'un filtre coupe bande en un filtre passe bas ; pour cela nous travaillerons en fréquences normalisées. La transformation de fréquence à réaliser pour passer d'un filtre rejeteur à un filtre passe-bas est donnée par la forme:

$$P = \frac{1}{\frac{p}{\omega_2 - \omega_1} + \frac{\omega_1 \omega_2}{p(\omega_2 - \omega_1)}} \Rightarrow \Omega = \frac{1}{\frac{\omega_1 \omega_2}{\omega(\omega_2 - \omega_1)} - \frac{\omega}{\omega_2 - \omega_1}}$$

la correspondance entre les pulsations  $\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4$  et les  $\Omega_i$ , fréquences normalisées en représentation passe bas est établie comme suit :

$$\begin{aligned}\Omega_1 &= \frac{1}{\frac{\omega_1 \omega_2}{\omega_1(\omega_2 - \omega_1)} - \frac{\omega_1}{\omega_2 - \omega_1}} = \frac{1}{\frac{(1,4)(2,2)}{1,4(2,2 - 1,4)} - \frac{1,4}{2,2 - 1,4}} = 1 \\ \Omega_2 &= \frac{1}{\frac{\omega_1 \omega_2}{\omega_2(\omega_2 - \omega_1)} - \frac{\omega_2}{\omega_2 - \omega_1}} = \frac{1}{\frac{(1,4)(2,2)}{2,2(2,2 - 1,4)} - \frac{2,2}{2,2 - 1,4}} = -1 \\ \Omega_3 &= \frac{1}{\frac{\omega_1 \omega_2}{\omega_3(\omega_2 - \omega_1)} - \frac{\omega_3}{\omega_2 - \omega_1}} = \frac{1}{\frac{(1,4)(2,2)}{1,65(2,2 - 1,4)} - \frac{1,65}{2,2 - 1,4}} = 3,69 \\ \Omega_4 &= \frac{1}{\frac{\omega_1 \omega_2}{\omega_4(\omega_2 - \omega_1)} - \frac{\omega_4}{\omega_2 - \omega_1}} = \frac{1}{\frac{(1,4)(2,2)}{1,95(2,2 - 1,4)} - \frac{1,95}{2,2 - 1,4}} = -2,16\end{aligned}$$

Considérons que la fonction de transfert du filtre s'écrit comme suit :

$$H(p) = \frac{1}{\sqrt{1 + \Omega^{2n}}} \quad \text{Où } n \text{ représente l'ordre du filtre.}$$

#### A.4.3 Calcul de l'ordre du filtre

$$\begin{aligned}\varepsilon &= \sqrt{10^{A_{\max/10}} - 1} = \sqrt{10^{3/10} - 1} = 0,99 \\ n &\geq \frac{[\log(10^{A_{\min/10}} - 1) - 2 \log(\varepsilon)]}{2 \log(\Omega_3)} \geq 4,41\end{aligned} \quad \Rightarrow \quad n = 5$$

---

#### A.4.4 Calculs des différents éléments du circuit

$$\begin{aligned}\theta_k &= \left( \frac{2k-1}{2n} \right) \pi & g_k &= 2 \sin \theta_k \\ \theta_1 &= \frac{\pi}{10} & g_1 &= 2 \sin \theta_1 = 0,618 \\ \theta_2 &= \frac{3\pi}{10} & g_2 &= 2 \sin \theta_2 = 1,62 \\ \theta_3 &= \frac{\pi}{2} & g_3 &= 2 \sin \theta_3 = 2 \\ \theta_4 &= \frac{7\pi}{10} & g_4 &= 2 \sin \theta_4 = 1,62 \\ \theta_5 &= \frac{9\pi}{10} & g_5 &= 2 \sin \theta_5 = 0,618\end{aligned}$$

$$\Delta\omega = (2,2\text{GHz} - 1,4\text{GHz})2\pi = 5,0265\text{Grad.s}^{-1}$$

$$\omega_o^2 = 127,91 \times 10^{18} \text{ rad} / \text{s}$$

$$L1 = \frac{(0,618)(50\Omega)(\Delta\omega)}{\omega_o^2} = 1,2142\text{nH} \quad C1 = \frac{1}{\Delta\omega(0,618)(50\Omega)} = 6,438\text{pF}$$

$$L2 = \frac{50\Omega}{(1,61)\Delta\omega} = 6,148\text{nH} \quad C2 = \frac{(1,61)\Delta\omega}{(50\Omega)(\omega_o^2)} = 1,272\text{pF}$$

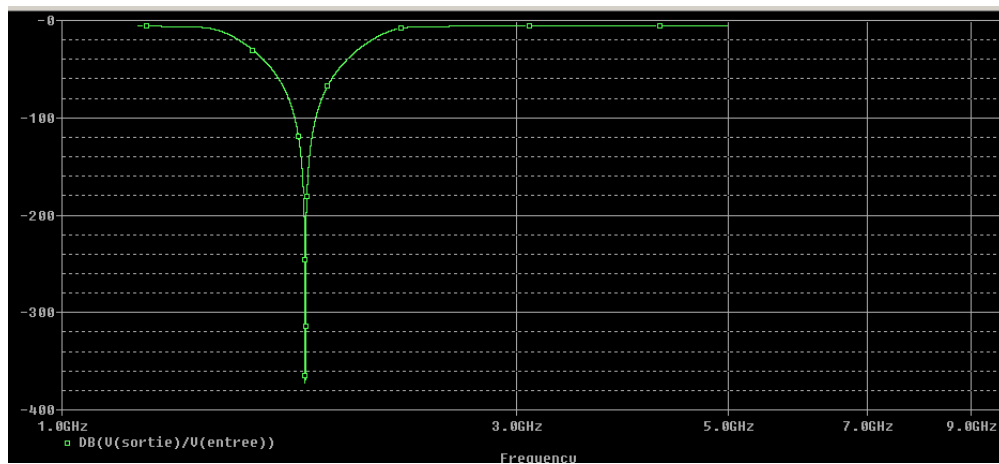
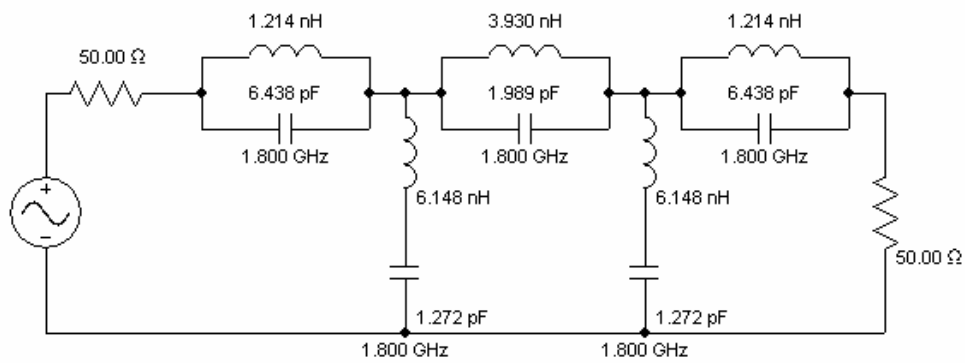
$$L3 = \frac{(2)(50\Omega)(\Delta\omega)}{\omega_o^2} = 3,930\text{nH} \quad C3 = \frac{1}{\Delta\omega(2)(50\Omega)} = 1,989\text{pF}$$

$$L4 = \frac{50\Omega}{(1,61)\Delta\omega} = 6,438\text{nH} \quad C4 = \frac{(1,61)\Delta\omega}{(50\Omega)(\omega_o^2)} = 1,272\text{pF}$$

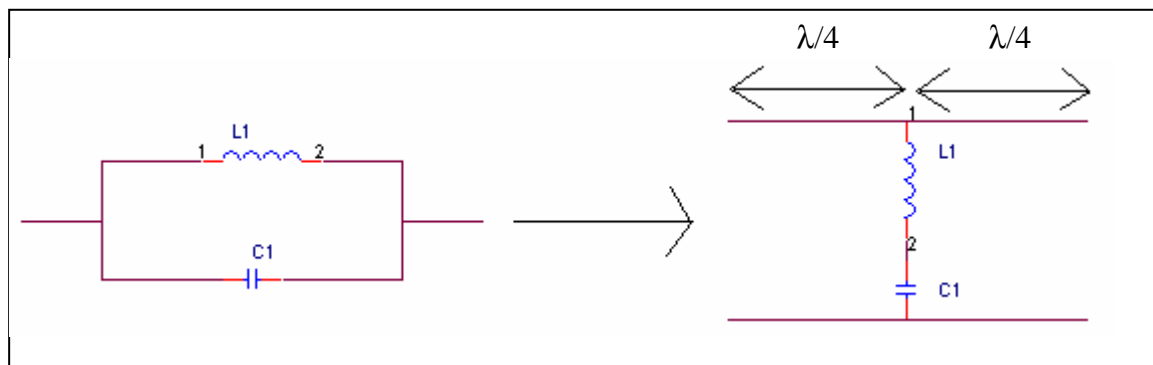
$$L5 = \frac{(0,618)(50\Omega)(\Delta\omega)}{\omega_o^2} = 1,2142\text{nH} \quad C5 = \frac{1}{\Delta\omega(0,618)(50\Omega)} = 6,438\text{pF}$$

#### A.4.5 Filtre Coupe Bande Butterworth du 5ème ordre en éléments localisés

Voici donc, après avoir remplacé chaque cellule le filtre coupe bande en éléments localisés :



Calculs pour convertir un circuit en éléments localisés en un circuit avec des inverseurs d'impédance :



On remplace d'abord les circuit parallèles élémentaires par des tronçons de lignes  $\lambda/4$ .

## Calculs

$$\frac{x_1}{Z_0} = \frac{1}{\omega_1' g_0 g_1 \omega}$$

$$\omega = \frac{\omega_2 - \omega_1}{\omega_0} = 2,8125$$

$$\left. \begin{aligned} (\text{parallèle}) &= x_i = \omega_0 L_i = \frac{1}{\omega_0 C_i} = \frac{1}{\omega \omega_1' g_i} \\ (\text{series}) &= b_i = \omega_0 C_i = \frac{1}{\omega_0 L_j} = \frac{1}{\omega \omega_1' g_i} \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{Où les } x_i \\ \text{représentent des} \\ \text{fréquences de} \\ \text{coupure} \end{array}$$

$$\left. \frac{x_i}{Z_0} \right|_{i \text{ pair}} = \left( \frac{Z_1}{Z_0} \right)^2 \frac{g_0}{\omega_1' g_i \omega}$$

$$\left. \frac{x_i}{Z_0} \right|_{i \text{ impair}} = \frac{1}{\omega_1' g_0 g_i \omega}$$

$$n \text{ impair} \longrightarrow Z_1 = Z_0$$

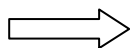
$$\left. \frac{x_i}{Z_0} \right|_{i \text{ pair}} = \frac{1}{g_i \omega \omega_1'}$$

$$\left. \frac{x_i}{Z_0} \right|_{i \text{ impair}} = \frac{1}{g_i \omega \omega_1'}$$

Ici :

$$\omega_1' = 1,4 \cdot 10^9 \cdot 2\pi = 8,7964 \cdot 10^9 \text{ rad.s}^{-1}$$

$$\frac{x_1}{50} = \frac{1}{0,618 \omega \omega_1'}$$



$$L_1 = 16,1 \text{ nH} \quad C_1 = 485,72 \text{ pF}$$

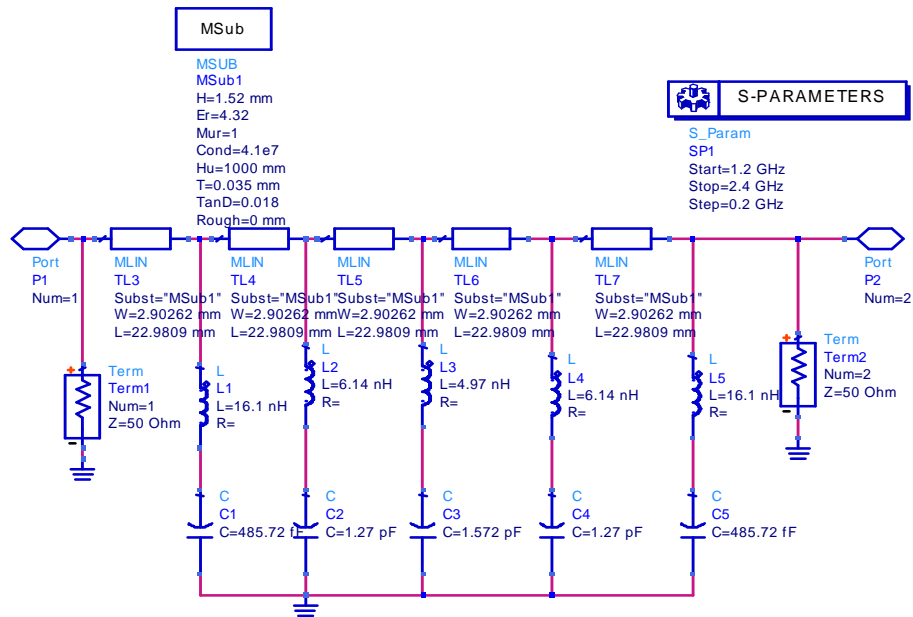
$$L_2 = 6,14 \text{ nH} \quad C_2 = 1,27 \text{ pF}$$

$$L_3 = 4,97 \text{ nH} \quad C_3 = 1,572 \text{ pF}$$

$$L_4 = 6,14 \text{ nH} \quad C_4 = 1,27 \text{ pF}$$

$$L_5 = 16,1 \text{ nH} \quad C_5 = 485,72 \text{ pF}$$

#### A.4.6 Circuit avec des inverseurs d'impédance



#### A.4.7 Calculs pour réaliser le filtre à l'aide de lignes microbandes

$$L_1 = 15,5406nH \quad C_1 = 443,357fF$$

$$\lambda_1 = \frac{c2\pi}{\omega_1} = 2\pi c \sqrt{L_1 C_1} = 156,46mm \quad et \quad f_1 = 1,9GHz$$

$$L_2 = 5,22439nH \quad C_2 = 1,6721pF$$

$$\lambda_2 = 2\pi c \sqrt{L_2 C_2} = 176,17mm \quad et \quad f_2 = 1,703GHz$$

$$L_3 = 4,69498nH \quad C_3 = 1,75977pF$$

$$\lambda_3 = 2\pi c \sqrt{L_3 C_3} = 171,33mm \quad et \quad f_3 = 1,751GHz$$

Après calcul uniforme, nous obtenons les différentes valeurs caractéristiques des différentes lignes regroupées dans le tableau ci-dessous.

$f_i$	W(mm)	L(mm)	K_eff	A_DB
$f_1$	2,90298	21,569	3,285	0,121
$f_2$	2,90238	24,2983	3,28	0,122
$f_3$	2,90249	23,6281	3,281	0,122

---