

Numerične metode 2, 2016/2017

1. domača naloga

Nalogo rešite v programu Matlab ali Octave. Datoteke, uporabljene pri reševanju, oddajte v ZIP datoteki `ime_priimek_vpisnastevilka_dn1.zip` v spletni učilnici najkasneje do 19. aprila 2017.

1. Funkcijo $f(x) = \sin(2\pi x)$ na intervalu $[0, 1]$ aproksimirajte z Bernsteinovimi polinomi

$$B_n f(x) = \sum_{i=0}^n f\left(\frac{i}{n}\right) B_i^n(x)$$

različnih stopenj n . Izračunajte napako $\|f - B_n f\|_{\infty, \mathbf{x}}$ za $\mathbf{x} = \{i/100\}_{i=0}^{100}$ pri stopnjah $n = 0, 1, \dots, 40$. Narišite graf napake v odvisnosti od stopnje polinoma. Določite tudi najmanjšo stopnjo, pri kateri je napaka manjša od 0.1.

2. Poiščite polinom p stopnje manjše ali enake 3, ki je element najboljše enakomerne aproksimacije za funkcijo $f(x) = (x+1)/(x^2+1)$ na množici $E = \{-3, -1, 0, 1, 3\}$.

- (a) Narišite funkcijo f , polinom p in residual $r = f - p$ na intervalu $[-3, 3]$.
- (b) Kakšne so vrednosti residuala r v točkah iz množice E ?
- (c) Z ukazom `fminbnd` izračunajte, v kateri točki absolutna vrednost residuala r doseže maksimalno vrednost na intervalu $[-3, 3]$.

3. Skalarni produkt funkcij g in h je podan s predpisom

$$\langle g, h \rangle = \int_{-1}^1 g(x)h(x) \, dx$$

in ga lahko izračunate z ukazom `quad(@x)g(x).*h(x), -1, 1, 1e-12)`. S pomočjo normalnega sistema določite funkcijo p iz

$$\mathcal{L}\{1, \sin(x), \cos(x), \sin(x)\cos(x)\},$$

ki predstavlja element najboljše aproksimacije za funkcijo $f(x) = e^{x(x+1)}$ po metodi najmanjših kvadratov. Narišite f in p ter izračunajte $\|f - p\|_2$.

4. Dane so točke $x_0 = 0$, $x_1 = \pi/12$, $x_2 = \pi/6$, $x_3 = \pi/3$ in $x_4 = \pi/2$. Določite taka polinoma p in q stopnje manjše ali enake 4, da za funkcijo $f(x) = \sin(x)$ velja

$$p(x_i) = f(x_i), \quad q(f(x_i)) = x_i, \quad i = 0, 1, 2, 3, 4.$$

Tabelirajte vrednosti

$$\frac{\pi i}{20}, \quad p(q(\frac{\pi i}{20})), \quad q(p(\frac{\pi i}{20})), \quad i = 0, 1, \dots, 10,$$

in ugotovite, pri katerih indeksih i so odstopanja od pričakovanih vrednosti največja.