
STOCH. MODELE SYSTEMÓW ODDZIAŁUJĄCYCH 2024
ZADANIE DOMOWE 2
TERMIN: 12.12.2024

Niech $(N_t)_{t \in \mathbb{R}_+}$ będzie jednorodnym procesem Poissona z parametrem $\lambda > 0$. Dla $x \in \mathbb{R}$ definiujemy proces $U^{(x)} = (U_t^{(x)})_{t \in \mathbb{R}_+}$ jako rozwiązanie

$$U_t^{(x)} = x + \int_0^t (U_s^{(x)})^2 \, dN_s.$$

Całkę interpretujemy w sensie Lebesgue'a-Stieltjesa. Możemy zapisać ją jawnie jako

$$\int_0^t (U_s^{(x)})^2 \, dN_s = \sum_{j=1}^{N_t} (U_{S_j}^{(x)})^2,$$

gdzie $S_j = \inf \{t \geq 0 : N_t = j\}$. Pokaż, że $\mathbf{P}_x[\cdot] = \mathbb{P}[U^{(x)} \in \cdot]$ jest procesem Feller'a.