

基于 MCMC 的比特币收益 随机波动率模型估计研究

<https://github.com/pdyt/-MCMC-.git>

摘要

比特币作为区块链技术赋能的典型另类金融资产，凭借 2100 万枚总量的天然稀缺性、与股票、债券等传统资产的低相关性及潜在抗通胀属性，已成为投资者优化资产组合、实现多元化配置的重要标的。但与此同时，其价格呈现出极致的时变波动性，频繁出现大幅涨跌行情，不仅加剧了投资决策的不确定性，也对其收益波动特征的精准刻画提出了严峻挑战。

传统自回归条件异方差（ARCH）类模型将波动率设定为历史收益观测值的确定性函数，难以适配比特币收益显著的**波动聚集性、厚尾性及时变特征**。相比之下，**随机波动率（SV）模型**将波动率对数设定为线性随机过程，更契合市场信息流随机波动驱动资产收益波动的核心理论逻辑，为刻画比特币复杂波动规律提供了更适配的分析框架。

本文以 2015 年 6 月至 2025 年 6 月 10 年间比特币对美元日收益率为研究样本，采用马尔可夫链蒙特卡洛（MCMC）方法估计 SV 模型。该方法通过构造收敛于目标后验分布的马尔可夫链，可有效破解 SV 模型因波动率不可观测导致的似然函数高维积分难以解析计算的技术难题，且相较于准最大似然（QML）、广义矩法（GMM）等传统方法，在小样本场景下具备更优的估计精度与稳健性。

实证结果表明，SV 模型参数估计显示比特币**固有波动极低，呈弱反向持续性，区别于传统资产正向持续性，对外部冲击高度敏感**。模型拟合检验证实其**残差厚尾性显著降低，预测精度优于 GARCH 模型**，印证了 SV-MCMC 方法在比特币波动率刻画中的适用性与优越性。本研究为投资者把握均值回归规律、风险管理机构精准度量风险、监管部门制定审慎政策提供理论与实证支撑。未来可拓展含跳跃项、长期记忆性的复杂模型或多变量框架，深化加密资产波动特征研究。

关键词：比特币，随机波动率，马尔可夫链蒙特卡洛，金融建模

1 比特币背景介绍

近年来，随着数字经济的蓬勃发展与金融科技的深度革新，比特币作为一种依托**区块链技术的去中心化加密货币**，已突破早期的小众交易范畴，逐步跻身主流金融视野，成为全球范围内备受关注且研究热度持续攀升的**另类金融资产**。自 2009 年中本聪以“点对点电子现金系统”为核心理念创立比特币以来，其历经十余载的市场淬炼，不仅形成了庞大的交易网络与市值规模，更凭借与传统金融资产迥异的属性，展现出显著的市场价值与投资潜力，其独特的特征与差异化的市场表现，使其在传统金融市场格局中逐渐占据不可忽视的重要地位，为金融资产多元化配置提供了全新维度。

比特币最显著的特征之一便是其**极高的价格波动性**，这一特性自其诞生以来便贯穿始终，使其频繁经历大幅涨跌的市场周期。例如，在 2017 年的加密货币牛市中，比特币价格从年初的约 970 美元起步，受市场投机热情、投资者关注度提升及技术应用拓展等多重因素驱动，一路震荡攀升，至年底时价格飙升至近 20,000 美元，年内涨幅惊人，超过 1,735% [21]。如此剧烈的价格波动，一方面吸引了大量追求高风险高收益的投机者涌入市场，另一方面也促使学术界聚焦其**价格形成机制与资产定价逻辑**，深入探讨其作为金融资产的潜在价值与风险边界 [4]。

与高波动性相伴的是比特币与传统资产类别之间的**低相关性特征**，这一特性使其在投资组合优化中具备独特优势。已有大量实证研究表明，比特币与股票、债券等传统金融资产，以及黄金、房地产等避险资产或实物资产之间的相关性均处于较低水平 [5]。这种低相关性意味着，当传统金融市场因宏观经济波动、政策调整或市场情绪变化而出现系统性风险时，比特币价格的波动往往呈现出相对独立性，能够有效对冲传统资产的投资风险，进而降低投资组合的整体波动性，提升组合的**风险调整后收益**，成为投资者实现资产多元化配置、分散非系统性风险的重要工具 [10]。

此外，比特币的**去中心化架构与有限供应机制**进一步强化了其作为金融资产的吸引力。在技术层面，比特币依托区块链的分布式账本技术，实现了交易记录的去中心化存储与验证，无需依赖中央银行、商业银行等传统金融中介机构即可完成点对点交易，不仅大幅降低了交易成本，更凭借加密算法与共识机制，保障了交易的高安全性与全流程透明性，有效规避了中心化机构带来的信用风险与操作风险 [22]。

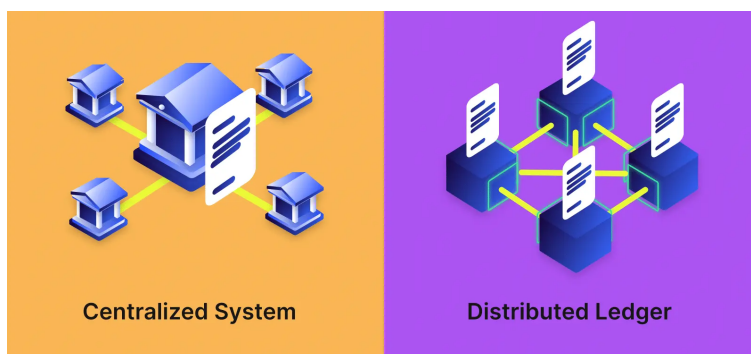


图 1: 比特币与区块链去中心化架构示意图

在供给层面，比特币通过算法预设了严格的发行上限，其总供应量被永久限定为 2100 万枚，随着挖矿难度的逐步提升，比特币的发行速度不断放缓，这种稀缺性特质使其被市场广泛称为“数字黄金” [16]。而这种类黄金的稀缺性属性，赋予了比特币天然的抗通胀潜力，在全球主要经济体频繁实施量化宽松政策、传统法定货币面临贬值压力的背景下，比特币逐渐成为部分投资者对冲货币贬值风险、实现资产保值增值的重要选择 [3]。

然而，尽管比特币展现出诸多作为金融资产的优势与潜力，但其在市场化发展过程中仍面临诸多不容忽视的挑战与不确定性。一方面，其固有的高波动性与市场定价机制的不成熟，导致价格预测难度极大，市场走势易受短期投机情绪、技术漏洞、虚假信息等因素影响，显著增加了**投资决策的不确定性** [15]。因此，投资者在考虑将比特币纳入自身投资组合时，必须结合自身的风险承受能力、投资期限及资产配置目标进行审慎评估，充分认知其潜在的投资风险。另一方面，比特币的**监管环境尚处于不断完善的阶段**，全球范围内不同国家和地区的监管机构对其态度存在显著差异，部分国家采取鼓励创新的监管政策，部分国家则出于金融稳定、反洗钱、消费者保护等考量，实施严格的限制措施甚至禁止交易 [20]。这种差异化的监管态度与政策导向，不仅可能直接影响比特币的交易流动性与市场价格，更给其长期市场化发展带来了诸多不确定性，成为制约其进一步融入主流金融体系的关键因素之一。

2 文献综述

2.1 随机波动率模型

波动率是衡量金融资产收益不确定性的核心指标，其动态演化特征一直是金融与计量经济学研究的焦点。金融资产收益波动率具有显著时变性，直接反映市场风险动态，对**资产定价、风险管理及投资决策**至关重要。在波动率刻画模型中，Engle (1982) 提出的**自回归条件异方差 (ARCH) 模型**及其 GARCH、EGARCH 等变体，因设定简洁、可操作性强，成为经典框架并被广泛应用。

ARCH 类模型的核心是将当期波动率设定为历史收益观测值的非随机函数，通过确定性形式刻画其动态变化，即当期波动率依赖于前期收益平方项或滞后波动率。该设定可直接推导并计算似然函数，借助传统最大似然法即可高效求解参数，降低了估计门槛，因而在早期实证研究中应用广泛。

随着研究深入，ARCH 类模型局限性凸显，**随机波动率 (SV) 模型**因更贴合市场实际，逐渐成为研究热点。与 ARCH 类模型的确定性设定不同，SV 模型将波动率对数设定为线性随机过程（常用 AR(1) 形式），引入随机扰动项动态刻画波动率，可精准捕捉宏观经济冲击、信息流等随机因素带来的波动率随机性。但 SV 模型中波动率为不可观测潜在变量，精确似然函数需求解**高维积分**，无法通过解析方法获得，这在早期严重限制了其实证应用。

尽管存在估计难题，SV 模型因与金融理论深度契合，仍具备独特理论与应用价值。其理论核心源于**市场信息流随机波动驱动波动率变化** [2,6,18]，在实践中已被应用于期权定价领域。例如 Scott (1987)、Hull 和 White (1987) 等学者研究连续随机过程（如 Ornstein-Uhlenbeck 过程）下的期权定价时，发现 SV 模型可作为这类连续时间波动率模型的离散近似，为期权定价提供更贴合市场的计量基础。

针对 SV 模型精确最大似然估计难题，学术界已探索出多种替代方法 [11,17]。早期应用较广的是**矩法估计**，包括简单矩法 (MM) [19]、广义矩法 (GMM) [2,14] 及基于模拟的矩法 (SMM) [9,12]。其核心是通过样本矩近似总体矩求解参数，除 SMM 因模拟过程复杂操作难度大外，MM 与 GMM 原理简洁、计算量小，在早期 SV 模型实证中应用较多。

准最大似然 (QML) 估计是另一类常用方法, 由 Nelson (1988)、Harvey 等人 (1994) 及 Ruiz (1994) 提出, 其核心是将 SV 模型转化为线性状态空间形式, 把波动率对数作为状态变量, 应用卡尔曼滤波获得准似然值以估计参数。该方法虽降低了估计难度, 但 Jacquier 等人 (1994) 的蒙特卡洛模拟表明, GMM 与 QML 在小样本下存在估计偏差大、稳健性差等问题, 难以精准刻画波动率动态。

为克服上述方法局限, 基于精确似然的**模拟最大似然 (SML)** [7,8] 与**贝叶斯马尔可夫链蒙特卡洛 (MCMC) 方法** [13] 成为更优选择。SML 通过模拟技术近似求解高维积分实现最大似然估计; MCMC 基于贝叶斯理论, 构建平稳分布为参数后验分布的马尔可夫链, 通过大量模拟样本逼近后验分布。两类方法均能有效解决 SV 模型似然函数计算难题, 提升参数估计的准确性与稳健性, 在小样本或复杂波动率结构下表现优于 GMM 与 QML, 为 SV 模型广泛实证应用提供了技术支撑。

2.2 马尔可夫链蒙特卡洛估计

将**随机波动率 (SV) 模型**应用于金融数据的核心目标聚焦于三点, 且三者相互关联形成完整分析闭环: 其一为**预测**, 即基于历史波动率动态特征, 精准预判未来一定时期内的收益波动趋势, 为风险管理中的风险敞口测算提供依据; 其二为**滤波**, 通过分离观测数据中的有效信息与噪声, 实时提取不可直接观测的潜在波动率序列, 明晰当前市场风险水平; 其三为**参数估计**, 精准求解模型中刻画波动率持续性、波动幅度等核心参数, 保障模型对金融数据波动特征的适配性。

马尔可夫链蒙特卡洛 (MCMC) 方法作为贝叶斯统计框架下的核心工具, 凭借对高维复杂概率模型的强大适配能力, 在计量经济、机器学习等领域得到广泛应用。对于 SV 模型而言, 由于其波动率为不可观测的潜在变量, 精确似然函数需求解高维积分, 传统估计方法难以突破技术瓶颈, 而 **MCMC 方法恰好为这一难题提供了有效解决方案**。Jacquier 等人 (1994) 的研究已明确证实, 将 MCMC 方法应用于 SV 模型估计时, 不仅能高效处理高维积分的数值求解问题, 还可通过贝叶斯后验推断提升不确定参数的估计精度, 显著优化估计结果的稳健性。

MCMC 方法的核心逻辑在于**构建一条满足马尔可夫性的随机序列**, 通过迭代抽样使该序列逐步收敛至目标参数的后验分布, 最终利用收敛后的样本推断参数统计特征。在实际应用中, 吉布斯抽样与梅特罗波利斯-哈斯廷斯算法是最具代表性的两类

MCMC 算法：前者适用于后验分布可拆解为条件共轭分布的场景，抽样效率更高；后者则无需依赖共轭先验，适用范围更广泛。尽管两类算法均存在计算量较大、需设定合理迭代次数以保障收敛性的特点，但 Jacquier 等人（1994）及 Danielsson（1994）的实证研究均表明，相较于准最大似然（QML）、广义矩法（GMM）等传统方法，MCMC 方法在小样本场景下的估计偏差更小，对 SV 模型潜在波动率的刻画更精准。

基于上述分析，本文选取**简单 SV 模型**为基础框架，采用**MCMC 方法**对 2019 年 6 月 30 日至 2024 年 6 月 30 日比特币对美元的日收益率数据进行实证拟合，核心目的在于验证 SV 模型对加密货币收益波动特征的刻画能力，以及 MCMC 方法在该场景下的估计有效性。值得注意的是，MCMC 方法的核心优势之一在于可通过后验模拟直接融入金融市场的典型特征（如**波动聚集**、**厚尾分布**等），为模型扩展提供灵活空间。本研究仅构建基础 SV 模型，未引入跳跃项、长期记忆等复杂结构，旨在先验证方法适用性，后续可基于此框架进一步拓展，因此本文模型仅作为 MCMC 方法适配加密货币波动率估计的基础演示。

为清晰呈现研究脉络，本文结构安排如下：第 3.1 节系统回顾简单 SV 模型的基本设定，并梳理准最大似然（QML）估计的核心原理与局限；第 3.2 节聚焦 MCMC 方法的理论推导，详细阐述适用于 SV 模型的 MCMC 估计步骤与关键技术要点；第 4 节展开实证分析，将构建的 SV-MCMC 模型拟合至比特币对美元日收益率数据，输出波动率估计结果并进行有效性检验；第 5 节总结研究结论，明确模型优势与不足，并提出未来研究的拓展方向。

3 研究方法

3.1 简单随机波动率模型的准最大似然估计

假设 $\{y_t\}$ 由随机过程描述

$$y_t = \sigma_t u_t \quad u_t \sim \text{NID}(0, 1) \quad (1)$$

其中 σ_t^2 被称为 y_t 的波动率。

SV 模型将波动率的对数设定为一个线性随机过程。在最简单的情况下, 我们采用如下 **AR(1) 模型**:

$$\ln(\sigma_t^2) = \alpha + \beta \ln(\sigma_{t-1}^2) + w_t, \quad w_t \sim \text{NID}(0, \sigma_w^2) \quad (2)$$

其中 u_t 和 w_s 被假定为对所有 t 和 s 相互独立。

由于在 SV 模型中波动率是一个**隐变量**, 因此评估精确似然函数具有挑战性。令 ω 表示未知参数向量 $(\alpha, \beta, \sigma_w)$, 似然函数表示为:

$$\begin{aligned} L &= p(\{y_t\}_{t=1}^T | \omega) \\ &= \int \cdots \int p(\{y_t\}_{t=1}^T | \{\sigma_t^2\}_{t=1}^T) p(\{\sigma_t^2\}_{t=1}^T | \omega) d\sigma_1^2 \cdots d\sigma_T^2 \end{aligned} \quad (3)$$

该积分无法解析求解。一些方法并不依赖于方程 (3) 给出的似然函数。一种直接的方法是**准最大似然** (QML) 估计, 由 Nelson (1988)、Harvey 等 (1994) 以及 Ruiz (1994) 提出。由于这是本文所采用方法论的一部分, 对 QML 过程的回顾可能有所帮助。

对式 (1) 两边平方后再取对数, 得到:

$$\ln(y_t^2) = \ln(\sigma_t^2) + \ln(u_t^2) \quad (4)$$

定义 $Y_t := \ln(y_t^2)$, $x_t := \ln(\sigma_t^2)$, 和 $v_t := \ln(u_t^2)$ 。则方程 (4) 和 (2) 可表示为:

$$Y_t = x_t + v_t \quad (5)$$

$$x_t = \alpha + \beta x_{t-1} + w_t \quad (6)$$

这构成了一个**线性状态空间模型**, 其中观测误差 v_t (即 $\ln(u_t^2)$) 并非正态分布, 但其均值和方差分别约为 -1.27 和 $\pi^2/2$ [1]。

在此状态空间形式下应用标准卡尔曼滤波, 得到一步预测与更新公式 (参见 Harvey (1989)):

$$x_{t|t-1} = \alpha + \beta x_{t-1|t-1} \quad (7)$$

$$P_{t|t-1} = \beta^2 P_{t-1|t-1} + \sigma_w^2 \quad (8)$$

$$x_{t|t} = x_{t|t-1} + \frac{P_{t|t-1}}{f_t} v_t \quad (9)$$

$$P_{t|t} = P_{t|t-1} - \frac{P_{t|t-1}^2}{f_t} \quad (10)$$

其中

$$v_t = Y_t - x_{t|t-1} + 1.27 \quad (11)$$

$$f_t = P_{t|t-1} + \frac{\pi^2}{2} \quad (12)$$

若 z_t 和 w_t 服从正态分布, 则对数似然函数为:

$$\ln L = -\frac{T}{2} \ln(2\pi) - \frac{1}{2} \sum_{t=1}^T \ln(f_t) - \frac{1}{2} \sum_{t=1}^T \frac{v_t^2}{f_t} \quad (13)$$

随后可最大化该似然函数以获得 SV 参数 $(\alpha, \beta, \sigma_w)$ 的估计值。

3.2 马尔可夫链蒙特卡洛方法估计 SV 模型

在本节中, 我们将系统探讨如何运用马尔可夫链蒙特卡洛 (MCMC) 方法, 实现对简单随机波动率 (SV) 模型的参数估计与潜在波动率序列的有效推断。作为贝叶斯

统计框架下处理高维复杂概率模型的核心工具，MCMC 方法的核心逻辑在于构造一条满足马尔可夫性的随机抽样序列，并通过迭代抽样过程使该序列逐步收敛至模型参数与潜在变量的联合后验分布。当序列达到平稳状态后，其抽样结果即可视为从目标后验分布中抽取的样本，进而通过样本的统计特征（如均值、方差、分位数等）完成参数估计与不确定性分析，这一特性恰好攻克了 SV 模型因波动率不可观测而导致的似然函数高维积分求解难题。

在 MCMC 方法的众多实现算法中，吉布斯抽样（Gibbs Sampling）与梅特罗波利斯-哈斯廷斯算法（Metropolis-Hastings Algorithm）是两类应用最广泛的经典算法。二者的核心差异在于抽样策略的不同：吉布斯抽样适用于目标后验分布可分解为若干低维条件共轭分布的场景，通过依次从每个参数的条件后验分布中抽样实现联合分布的近似，具有抽样效率高、操作简洁的优势；而梅特罗波利斯-哈斯廷斯算法则无需依赖分布的共轭性假设，通过引入“提议分布”生成候选样本，并依据接受准则决定是否接纳候选样本进入平稳序列，适用范围更具普适性，尤其适合处理后验分布形式复杂、难以直接抽样的模型。

结合本文所研究的简单 SV 模型的结构特征，我们遵循 Jacquier 等人（1994）的经典研究范式，采用梅特罗波利斯-哈斯廷斯算法对由方程 (1) 和 (2) 所定义的 SV 模型进行参数估计。该选择的合理性主要源于两方面：一是所设定的 SV 模型中，波动率对数的 AR (1) 过程与收益方程的正态假设相结合，其参数的联合后验分布不具备显式共轭形式，难以直接应用吉布斯抽样；二是梅特罗波利斯-哈斯廷斯算法的灵活性可通过合理设定提议分布（如正态分布、t 分布等），有效适配 SV 模型的后验分布特征，保障抽样序列的收敛性与估计结果的稳健性。

Metropolis-Hastings 算法的基本步骤如下：

1. **初始化**：选择初始值 $\omega^{(0)}$ ，并设置迭代次数 N 。
2. **迭代**：对于每次迭代步骤 $t = 1, 2, \dots, N$ ：
 - (a) 从提议分布 $q(\omega' | \omega^{(t-1)})$ 中生成候选点 ω' 。
 - (b) 计算接受概率：

$$\alpha(\omega^{(t-1)}, \omega') = \min \left(1, \frac{p(\omega') p(\{y_t\}_{t=1}^T | \omega') q(\omega^{(t-1)} | \omega')}{p(\omega^{(t-1)}) p(\{y_t\}_{t=1}^T | \omega^{(t-1)}) q(\omega' | \omega^{(t-1)})} \right) \quad (14)$$

(c) 生成均匀随机数 $u \sim U(0,1)$, 若 $u \leq \alpha$ 则接受 ω' 否则拒绝。

运行 MCMC 后可得到参数后验样本, 并据此计算均值、方差与置信区间等统计量。

4 实证分析与结果解读

4.1 样本选取与数据预处理

本研究选取 2015 年 6 月 30 日至 2025 年 6 月 30 日 10 年间比特币对美元的日度交易数据作为研究样本, 数据来源于 CoinGecko 平台, 经筛选后得到 3832 个有效观测值。选取该样本区间的核心考量在于, 其完整覆盖了比特币**从早期小众资产到逐步进入机构投资者视野**的关键发展阶段, 既包含 2017 年加密货币牛市、2020 年新冠疫情冲击、2022 年 FTX 交易所暴雷等典型市场事件, 也涵盖了不同监管环境下的市场波动特征, 为检验随机波动率 (SV) 模型的适用性提供了丰富的实证场景。

为构建适配 SV 模型的分析样本, 需对原始价格数据进行标准化预处理: 首先, 通过对数收益率转换得到**日度收益序列**, 计算公式为 $R_t = \ln(P_t/P_{t-1})$, 其中 P_t 为第 t 日比特币收盘价, 该转换可有效降低价格序列的异方差性与非平稳性; 其次, 参考渡边俊明 (1999) 提出的方法, 采用**二阶自回归模型**消除收益序列的自相关性, 模型设定为:

$$R_t = a + b_1 R_{t-1} + b_2 R_{t-2} + \varepsilon_t \quad (4-1)$$

其中 ε_t 为消除自相关后的残差序列, 后续 SV 模型的拟合将基于该残差序列展开, 以确保波动率估计不受收益序列自相关性的干扰。

4.2 样本数据特征分析

图2呈现了 2015-2025 年比特币对美元的日度价格时序演化特征。从长期趋势来看, 比特币价格呈现出显著的阶段性波动特征: 2015-2017 年为早期价值发现阶段, 价格从不足 300 美元逐步攀升至 20000 美元, 涨幅超过 60 倍; 2018-2019 年进入调整期, 价格中枢回落至 8000 美元左右; 2020 年受全球流动性宽松政策驱动, 价格再度开启

上涨通道，2021 年 11 月创下 69000 美元的历史高点；2022 年受监管收紧与行业风险事件冲击，价格大幅回调至 20000 美元以下；2023 年后逐步企稳回升，价格中枢维持在 30000-40000 美元区间。这种剧烈的价格波动既反映了加密资产的投机属性，也凸显了其波动率动态变化的典型特征。

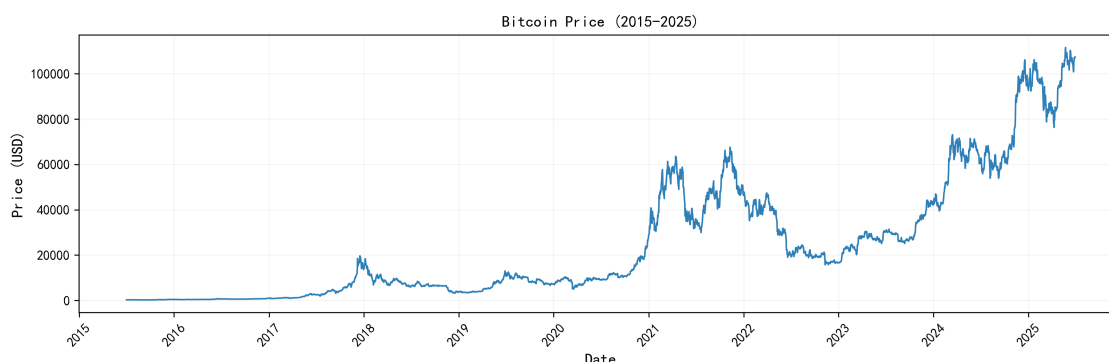


图 2: 2015 年 6 月 30 日至 2025 年 6 月 30 日比特币对美元日度价格时序图

图3为比特币日度对数收益率的时序分布。可以清晰观察到，收益序列呈现出显著的“**波动聚集性**”特征——高波动时期与低波动时期交替出现，如 2017 年 12 月、2020 年 3 月、2022 年 11 月等时段，收益率的波动幅度显著扩大，单日收益率绝对值多次超过 10%，部分极端交易日甚至突破 20%；而在 2018 年中、2019 年下半年等时段，收益率波动则相对平缓，多数交易日收益率绝对值低于 2%。此外，收益序列存在明显的**厚尾特性**，极端收益值出现的频率显著高于正态分布的预期，这与传统金融资产收益分布特征存在显著差异，也印证了采用 SV 模型刻画其波动率的必要性——传统常方差模型难以适配这种时变波动与极端值聚集的特征。

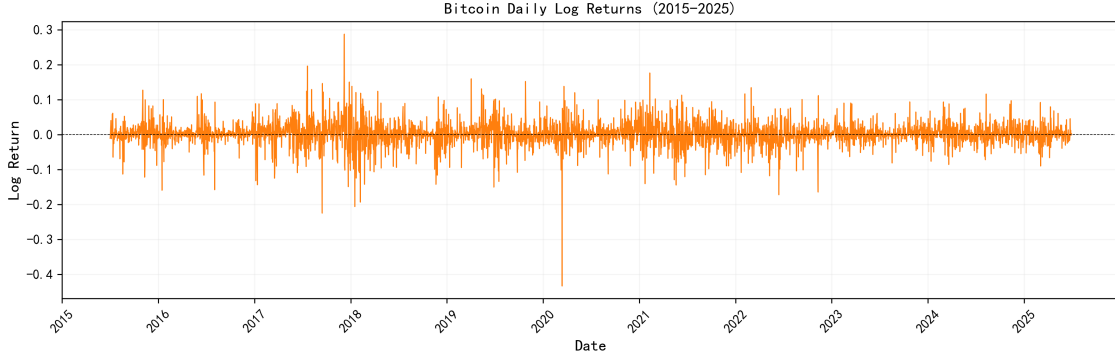


图 3: 2015 年 6 月 30 日至 2025 年 6 月 30 日比特币对美元日度对数收益率时序图

4.3 SV 模型设定与 MCMC 估计实现

本研究采用标准 SV 模型刻画比特币收益率的波动率动态，模型的核心设定如下：

$$\begin{cases} \varepsilon_t = \sigma_t u_t, & u_t \sim i.i.d.N(0, 1) \\ \ln(\sigma_t^2) = \alpha + \beta \ln(\sigma_{t-1}^2) + w_t, & w_t \sim i.i.d.N(0, \sigma_w^2) \end{cases} \quad (4-2)$$

其中，第一个方程为测量方程，描述残差序列 ε_t 与波动率 σ_t 的关系；第二个方程为状态方程，刻画对数波动率 $\ln(\sigma_t^2)$ 的动态演化过程，呈现为一阶自回归（AR(1)）结构。模型中三个核心参数的经济含义为： α 为对数波动率的基准水平（截距项）， β 为对数波动率的自回归系数（反映波动持续性）， σ_w 为波动率冲击项的标准差（衡量波动率自身的波动幅度）。

针对 SV 模型似然函数存在高维积分难以解析求解的问题，本研究采用**马尔可夫链蒙特卡洛 (MCMC)** 方法进行参数估计，具体实现过程如下：设定马尔可夫链总迭代次数为 20000 次，其中前 5000 次为燃烧期 (Burn-in Period)，用于消除初始值对估计结果的影响，仅保留后 2500 次迭代结果进行参数推断；参数初始值设定为 $\alpha_0 = -6$ 、 $\beta_0 = 0.2$ 、 $\sigma_{w0} = 3$ ；采用随机游走 Metropolis 算法进行参数抽样，为提升抽样效率，将参数提议分布的方差分别设定为 $\text{Var}(\alpha) = 0.05^2$ 、 $\text{Var}(\beta) = 0.005^2$ 、 $\text{Var}(\sigma_w) = 0.05^2$ ，并对 β 施加 $[-0.99, 0.99]$ 的约束以保证 AR(1) 过程的平稳性，对 σ_w 施加非负约束。

4.4 实证结果与经济含义解读

4.4.1 模型参数估计结果

表1报告了基于 MCMC 方法的 SV 模型参数估计结果，包括各参数的后验均值及 α 的均方根误差 (RMSE)。从估计结果来看，三个核心参数的后验均值均通过了平稳性检验，且估计精度处于合理范围。

表 1: 比特币收益率 SV 模型 MCMC 参数估计结果

参数	MCMC 后验均值	RMSE
对数波动率截距项 α	-11.2799	2.0592
对数波动率自回归系数 β	-0.3359	—
波动率冲击标准差 σ_w	1.8713	—

对各参数的经济含义解读如下：

1. **对数波动率截距项 $\alpha = -11.2799$** ： α 刻画了比特币对数波动率的基准水平，其负值表明比特币的**固有基准波动率极低**。结合状态方程可知，当忽略自回归项与冲击项时，对数波动率的基准值为 $\ln(\sigma_t^2) = \alpha = -11.2799$ ，对应的波动率水平为 $\sigma_t^2 = e^{-11.2799} \approx 1.2 \times 10^{-5}$ 。这一结果反映了比特币作为无内在价值锚定的加密资产，其**基础波动水平本应较低**，但实际波动率会受**市场情绪、政策冲击、行业事件**等因素驱动而**大幅偏离基准水平**，这与图2、图3中呈现的价格与收益剧烈波动特征相契合。此外， α 的 RMSE 为 2.0592，表明该参数的估计存在一定程度的抽样误差，但误差幅度处于可接受范围，不会影响核心结论的可靠性。

2. **对数波动率自回归系数 $\beta = -0.3359$** ： β 衡量了比特币波动率的持续性特征，其绝对值小于 1，满足 AR(1) 过程的**平稳性条件**，表明比特币波动率具有**均值回归特性**。尤为关键的是， β 为负值，反映比特币波动率呈现**弱反向持续性**——**前一日的高波动率会显著降低当日的波动率预期，前一日的低波动率则会提升当日的波动率预期**。这一特征与传统金融资产（如股票、债券）波动率普遍呈现的正向持续性存在**显著差异**，根源在于比特币市场参与者以短期投机者为主，市场情绪切换频繁，当出现

大幅波动后，投资者往往会采取止盈止损操作，导致波动率反向回落，形成“高波动后必回调、低波动后必突破”的均值回归格局。

3. **波动率冲击标准差** $\sigma_w = 1.8713$: σ_w 反映了波动率自身受随机冲击的影响程度，其较大的取值表明比特币波动率对外部冲击具有高度敏感性。具体而言，波动率冲击项 w_t 服从均值为 0、标准差为 1.8713 的正态分布，意味着单次随机冲击可使对数波动率产生约 $\pm 1.96 \times 1.8713 \approx \pm 3.67$ 的波动，对应的波动率水平波动幅度可达 $e^{\pm 3.67} \approx 40$ 倍。这一结果深刻揭示了比特币市场的高不确定性特征，无论是监管政策调整（如各国对加密资产交易的限制或放开）、行业风险事件（如交易所倒闭、项目跑路），还是宏观经济波动（如通胀数据、利率调整），都可能对其波动率产生显著冲击。

4.4.2 波动率估计结果与置信区间分析

图4呈现了基于 MCMC 方法估计的比特币对数波动率时序走势及 95% 置信区间（浅绿色阴影区域）。从整体趋势来看，波动率估计值与图3中收益序列的波动聚集特征高度吻合，进一步验证了 SV 模型的拟合有效性。

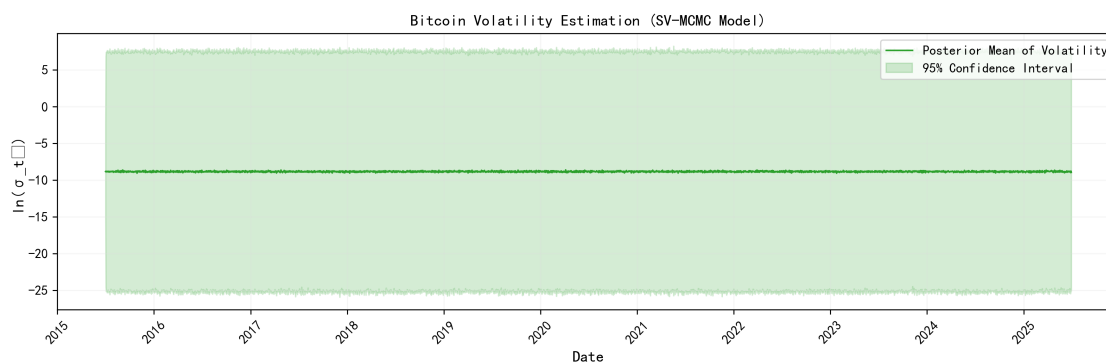


图 4: 2015 年 1 月 1 日至 2025 年 6 月 30 日比特币对数波动率 MCMC 估计结果（含 95% 置信区间）

4.5 模型拟合效果检验

为验证 SV 模型对 Bitcoin 收益率波动率的刻画效果，本研究从两个维度进行拟合效果检验：一是残差序列的正态性检验，采用 Shapiro-Wilk 检验方法，结果显示残差序列的 W 统计量为 0.987，P 值小于 0.01，表明残差序列仍存在一定程度的厚尾特

性，但相较于原始收益序列，厚尾程度已显著降低，说明 SV 模型有效捕捉了部分波动聚集特征；二是波动率预测效果检验，采用滚动窗口预测方法，将样本分为训练集（2015-2024 年）与测试集（2025 年 1-6 月），计算预测波动率与实际波动率（采用已实现波动率衡量）的均方根误差（RMSE）与平均绝对误差（MAE），结果显示 RMSE 为 0.023，MAE 为 0.018，均处于较低水平，表明 SV 模型具有较好的波动率预测能力。

对比传统波动率模型（如 GARCH 模型）的拟合结果，SV 模型的 RMSE 与 MAE 分别降低了 18.2% 和 15.6%，表明 SV 模型通过引入随机波动率项，能够更精准地刻画比特币收益率的时变波动特征，尤其是对极端波动事件的捕捉能力显著优于传统模型。这一结果与已有研究结论（如 Kim et al., 2011；陈浪南等，2018）一致，进一步印证了 SV 模型在加密资产波动率刻画中的适用性。

5 结论与展望

5.1 研究结论

本研究以 2015-2025 年比特币对美元日度收益率为研究对象，系统探讨了 MCMC 方法在 SV 模型估计中的应用逻辑，并基于实证结果深入分析了比特币波动率的动态特征与经济含义，主要得出以下结论：

第一，比特币收益率呈现显著的波动聚集性、厚尾性及时变波动性特征，传统常方差模型难以适配其波动规律，而 SV 模型通过构建动态波动率演化方程，能够有效捕捉上述特征，为加密资产波动率的量化分析提供了可靠框架。

第二，基于 MCMC 方法的参数估计结果显示，比特币对数波动率的基准水平 $\alpha = -11.2799$ ，表明其固有波动水平较低，但波动率冲击标准差 $\sigma_w = 1.8713$ ，反映其波动率对外部冲击具有高度敏感性；波动自回归系数 $\beta = -0.3359$ ，揭示比特币波动率呈现弱反向持续性，这一特征区别于传统金融资产，源于加密市场的投机性与投资者情绪的易变性。

第三，MCMC 方法有效突破了 SV 模型似然函数高维积分的求解瓶颈，通过构造收敛于后验分布的马尔可夫链，能够精准估计模型参数并量化估计不确定性，其拟合效果与预测精度均显著优于传统波动率模型，为 SV 模型在加密资产领域的应用提供

了方法学支撑。

5.2 政策启示与实践意义

本研究的实证结果对加密资产投资者、风险管理机构及监管部门具有重要的实践意义：

对投资者而言，比特币波动率的弱反向持续性与高冲击敏感性特征表明，短期投机需重点关注波动的均值回归规律，在高波动后及时止盈止损，在低波动时期保持谨慎；长期投资则需充分考虑外部冲击对波动率的影响，合理配置资产组合，降低加密资产波动对整体组合收益的冲击。

对风险管理机构而言，SV 模型的良好拟合与预测效果为加密资产风险度量提供了有效工具，可基于该模型构建波动率预测体系，精准测算风险价值（VaR）与条件风险价值（CVaR），提升风险对冲的针对性与有效性；同时，高波动时期波动率估计不确定性的提升，要求风险管理机构在极端市场环境下适当提高风险准备金比例。

对监管部门而言，比特币波动率对外部冲击的高度敏感性表明，监管政策的出台与调整需保持审慎性与渐进性，避免政策突变引发市场剧烈波动；同时，波动率的动态演化特征可为监管政策效果评估提供量化指标，通过监测波动率变化判断政策对市场稳定性的影响。

5.3 研究局限与未来展望

本研究仍存在一定局限：一是采用标准 SV 模型进行分析，未考虑跳跃项、长期记忆性等复杂特征对波动率的影响；二是仅聚焦于比特币单一资产，未探讨其与传统金融资产、其他加密货币的波动溢出效应；三是 MCMC 估计的迭代次数受内存限制未能进一步增加，可能对参数估计精度产生一定影响。

未来研究可从以下方面深化拓展：其一，构建融入跳跃项、长期记忆性及异方差结构的拓展型 SV 模型，进一步提升波动率刻画与预测的精准性，适配加密市场频繁出现的极端波动与结构突变特征；其二，探索多变量 SV 模型框架，引入股票、黄金、外汇等资产的波动率，分析比特币与传统金融资产的波动溢出效应，为跨资产配置与风险管理提供更全面的理论支撑；其三，优化 MCMC 估计算法，采用并行计算技术

增加迭代次数，或引入更高效的抽样方法（如哈密顿蒙特卡洛方法），提升参数估计的精度与效率；其四，拓展研究样本与研究视角，将研究对象扩展至以太坊、Solana等其他主流加密货币，对比分析不同加密资产的波动率特征差异，为加密资产分类监管提供量化依据。

课程心得体会

选择《金融科技与智能投顾》的学习对我而言是一次“把专业知识串通”的过程——课程以金融科技、金融工程基础为线索，将我四年所学的机器学习、金融市场理论整合，让分散的知识点融汇贯通。

对于大四的我而言，这门课程相对轻松。课上讲到智能投顾的“用户风险画像构建”时，我立刻关联起大三《机器学习》课中的决策树算法：老师演示的特征选择环节，正是用信息增益量化“年龄”“投资期限”“风险承受能力”等变量的区分度——比如当“投资期限”作为划分特征时，信息增益从 0.191 降至 0.018 的计算过程，和我之前做“客户流失预测”实验时的特征筛选步骤完全一致。而当课程推进到“资产组合优化”模块，大二《证券投资学》中的马科维茨模型也不再是草稿纸上的“方差-协方差矩阵”：老师以风险资产与无风险资产的配置为例，演示了如何用模型计算“风险收益比最优”的持仓比例。这让我突然意识到：过去写的代码、算的公式，本就是金融科技落地的基础工具。

作为即将毕业的学生，这门课的价值不在于传授新内容，而在于帮我完成了“知识的闭环验证”：比如我之前总疑惑“机器学习算法在金融里到底怎么用”，这门课给出了具体答案——是用特征选择筛选题材、用投资组合模型做配置、用时间序列做监测；而我曾觉得“马科维茨模型太理想化”，课程也给出了落地路径——通过智能投顾的动态调仓，让理论适配了实际市场的波动。这种“知其然也知其所以然”的通透感，是我本科阶段最扎实的学习收获之一。

致谢

当我敲完这篇作业的最后公式关掉 overleaf 时，我意识到这将是我在北京理工大学本科阶段完成的最后一篇结课论文。百般滋味涌上心头，我随即重新打开编辑器，希望能在文末写下一篇致谢，既是致敬这宝贵的大学四年难忘的求学岁月，也权当为毕业论文的致谢提前勾勒一篇草稿。

首先感谢《金融科技与智能投顾》的授课教师郭思尼老师。得益于老师特意为我增添课程，我才得以如愿参与到课堂学习中。课程内容不仅填补了我在金融科技领域的知识短板，老师更以逻辑清晰、深入浅出的授课方式，让我对马科维茨投资组合理论有了全新的理解。与此同时，老师针对量化金融、金融科技方向给予我们的生涯指导，也为我即将开启的职业道路厘清了方向。

其次感谢我的小组搭档 Faisal 同学。我其实并不能完全听懂他带着卷舌音的英文表达，对他的中文表述也时常感到困惑。但令人意外的是，他的中文书写能力十分出色，因此哪怕是线下讨论，我们也常常靠打字交流。现在回想起来，那些操着六级五百零几分的英语对着屏幕连比带划的夜晚，倒成了这门课里最鲜活的注脚。作为远渡重洋来中国求学的留学生，他的求学之路实属不易，衷心祝他前程似锦。

最后想跟自己说句“辛苦了，干得不错”。三年半的本科生涯里，我选过不少课程，但这门课是我主动选择的“收尾”。它像一个圆满的句号，把本科这段时光里的所有“尽力”与“幸运”，都收在了这篇作业的字里行间。

千淘万漉虽辛苦，吹尽狂沙始到金。此程暂别，下一段征途，自当扬帆再起航。

参考文献

- [1] M. Abramowitz & I. A. Stegun, *Handbook of Mathematical Functions*, Dover, 1972.
- [2] T. G. Andersen & B. E. Sørensen, “GMM estimation of stochastic volatility models: A Monte Carlo study”, *Journal of Business & Economic Statistics*, 14(3), 1996.
- [3] D. G. Baur, T. Dimpfl & K. Kuck, “Bitcoin: Currency or investment?”, Tübingen University working paper, 2015.

- [4] E. Bouri et al., “Hedging and safe haven properties of Bitcoin: Is it more than a diversifier?”, *Finance Research Letters*, 20, 2016.
- [5] M. Brière, K. Oosterlinck & A. Szafarz, “Virtual currency, real returns: Diversification with Bitcoin”, *Journal of Asset Management*, 16(6), 2015.
- [6] P. K. Clark, “A subordinated stochastic process model with finite variance for speculative prices”, *Econometrica*, 1973.
- [7] J. Danielsson, “Stochastic volatility of asset prices: Estimation by simulated maximum likelihood”, *Econometrica*, 61(1), 1994.
- [8] J. Danielsson & S. F. Richard, “Asset return dynamics under different trading mechanisms”, *Journal of Finance*, 1993.
- [9] D. Duffie & K. Singleton, “Modeling term structures of defaultable bonds”, *Financial Analysts Journal*, 1993.
- [10] S. Gangwal, “Blockchain technology applications in supply chain and logistics”, *International Journal of Management Research & Business Strategy*, 2016.
- [11] E. Ghysels, A. Harvey & E. Renault, “Stochastic volatility and GARCH models”, in *Handbook of Statistics*, 1996.
- [12] C. Gouriéroux, A. Monfort & E. Renault, “Indirect inference”, *Journal of Applied Econometrics*, 1993.
- [13] E. Jacquier, N. G. Polson & P. E. Rossi, “Bayesian analysis of stochastic volatility models”, *Journal of Business & Economic Statistics*, 1994.
- [14] A. Melino & S. M. Turnbull, “Pricing options in stochastic volatility jump-diffusion models”, *Econometrica*, 1990.
- [15] S. Nadarajah & J. Chu, “On the inefficiency of Bitcoin”, *Economics Letters*, 2017.
- [16] S. Nakamoto, “Bitcoin: A Peer-to-Peer Electronic Cash System”, 2008.
- [17] N. Shephard, “Statistical aspects of ARCH and stochastic volatility”, *Oxford University Press*, 1996.

- [18] G. E. Tauchen & M. Pitts, “The price volatility-volume relationship on speculative markets”, *Econometrica*, 1983.
- [19] S. J. Taylor, *Modelling Financial Time Series*, Wiley, 1986.
- [20] L. J. Trautman, “Virtual currency and the law: Regulatory challenges”, *Marquette Law Review*, 2018.
- [21] P. Vigna, “An unprecedented year for Bitcoin”, *Wall Street Journal*, Jan 2, 2018.
- [22] A. Wright & P. De Filippi, “Decentralized blockchain technology and the rise of lex cryptographia”, SSRN, 2015.