Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Московский государственный технический университет
имени Н.Э. Баумана
(национальный исследовательский университет)»
(МГТУ им. Н.Э. Баумана)

ФАКУЛЬТЕТ Информатики и систем управления

КАФЕДРА Теоретической информатики и компьютерных технологий

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 4

ПО КУРСУ:

«Численные методы»

Студент *Наумов С. А.*

Преподаватель *Домрачева А.Б.*

Москва, 2024 г.

ОГЛАВЛЕНИЕ

1. Постановка задачи

Численными методами найти приближение частное решение линейного дифференциального уравнения второго порядка, такое, что решение отвечает заданным краевым условиям.

Приближение будет представлять из себя сеточную функцию $(X_i, Y_i),\ i = 0..n$

Имея коэффициенты дифференциального уравнения и его граничные условия, мы можем воспользоваться методом приближения значений Y_i в точках X_i.

Используя следующую формулу, мы можем составить трехдиагональную матрицу относительно Y_i и решить ее методом прогонки.

$$y_{i-1}(1 - h/2 * p_i) + y_i(h^2 q_i - 2) + y_{i+1}(1 + h/2 * p_i) = h^2 f_i$$

Полная постановка задачи:

1. Написать и отладить процедуру для решения трехдиагональной СЛАУ методом прогонки
2. Решить аналитически заданную задачу Коши
3. Найти приближенное решение краевой задачи для того же уравнения с краевыми условиями: y(0) = a, y(1)=b, для параметра n = 10
4. Найти погрешность численного решения: $max(\left|y(x_i) - \hat{y}_i\right|)$

2. Практическая реализация

Код реализации можно посмотреть на гитхабе:

[BMSTU/Numerical Methods/lab4.py at main · pear2jam/BMSTU (github.com)]

1. Возьмем код решения СЛАУ методом прогонки из предыдущей лабораторной и протестируем её

```
a = [0, 1, 1, 1]  # Lower diagonal
b = [4, 4, 4, 4]  # Main diagonal
c = [1, 1, 1, 0]  # Upper diagonal
d = [5, 6, 6, 5]  # Right hand side

solution = solve_tridiagonal(a, b, c, d)
print(solution)
```

```
[1.0, 1.0, 1.0, 1.0]
```

2. Решая аналитическую задачу Коши

   y’’ + 6y = 8, y(0)=2, y’(0)=6 получаем краевое решение

   y(x) = 1/9(12x-7e^(-6x)+25)

   y(1) ~ 4.1 = b

3. Составив систему для СЛАУ найдем приближенное решение

```
solve_tridiagonal(low_diag, main_diag, up_diag, y)
```

```
[2.0,
 2.550304661727628,
 2.908161018042505,
 3.1623913637505154,
 3.3608230883625216,
 3.529209401615141,
 3.6814174164434745,
 3.824914039812578,
 3.9637199139344026,
 4.1]
```

4. Зададим полученное точное решение краевой задачи

```
y_func = lambda x: 1/9*(12*x-7*np.exp(-6*x)+25)
```

И по формуле сравним поточечно ошибку, выбрав максимум абсолютного значения

```
y_num, y_true = np.array(solve_tridiagonal(low_diag, main_diag, up_diag, y)), np.array([y_func(i/1
max(abs(y_num - y_true))
```

```
0.12573511851092123
```

3. Результат

В результате удалось реализовать метод приближенного вычисления краевого решения дифференциального уравнения. Ошибка решения составила 0.12 в абсолютном значении или 3% относительной ошибки.