

Câu I: (3.5 điểm)

1. Cho hình phẳng D giới hạn bởi đường parabol $y = 2x^2$, trục Ox và phần đường thẳng $6x + 5y - 16 = 0, x \geq 0$.

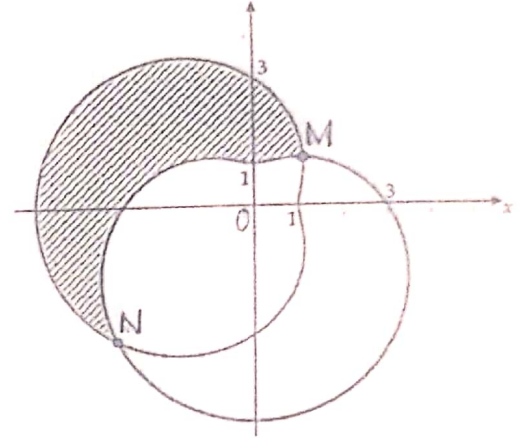
a. Tính diện tích của hình phẳng D.

b. Tính thể tích của khối tròn xoay được tạo thành khi quay miền D quanh trục Oy .

2. Trong tọa độ cực cho hai đường cong $r = 3 - 2\cos\theta$ và $r = 3 - 2\sin\theta$ giao nhau tại hai điểm M và N (như hình vẽ)

a. Xác định tọa độ cực và tọa độ Đề-các của hai giao điểm M và N.

b. Tính diện tích của phần hình phẳng được gạch chéo giới hạn bởi hai đường cong.

**Câu II: (3 điểm)**

1. Tính tích phân suy rộng $\int_2^3 \frac{x^2 dx}{\sqrt{9-x^2}}$

2. Khảo sát sự hội tụ của tích phân suy rộng $J = \int_2^{\infty} \frac{x^2 + 4x + 3}{6x^3 - 11x} dx$

3. Một vật có khối lượng m rơi thẳng đứng dưới tác dụng của trọng lực và lực cản không khí tỉ lệ với vận tốc tức thời của vật. Theo định luật 2 Newton, vận tốc $v(t)$ của vật

thỏa phương trình $m \frac{dv}{dt} = mg - kv$,

trong đó $k > 0$ là hệ số tỉ lệ, g là gia tốc trọng trường.

Một vật có khối lượng là 2 kg bắt đầu rơi từ độ cao 100 m với vận tốc đầu $v(0) = 0$ (m/s). Áp dụng mô hình này, hãy tìm vận tốc $v(t)$ của vật theo thời gian biết $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ và $k = 0.024$.

Câu III: (2.5 điểm)

1. Xét sự hội tụ của chuỗi số $\sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{4k^3 - 1}{5k^3 + 2k^2} \right)^k$

2. Tìm miền hội tụ của chuỗi lũy thừa $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{(x-2)^k}{\sqrt[3]{4k^2 + 7k}}$

Câu IV: (1 điểm)

Trong không gian \mathbb{R}^3 , cho các véc tơ $\mathbf{u} = \mathbf{i} - (m-1)\mathbf{j} + \mathbf{k}$, $\mathbf{v} = 2\mathbf{i} - \mathbf{j} + 3\mathbf{k}$ và $\mathbf{w} = 4\mathbf{i} + 2\mathbf{j} - \mathbf{k}$. Tìm m để $(\mathbf{u} \times \mathbf{w}) \cdot (3\mathbf{v} - \mathbf{w}) = 4$.