

CHƯƠNG 7: NĂNG LƯỢNG CỦA MỘT HỆ

BÀI TẬP MẪU

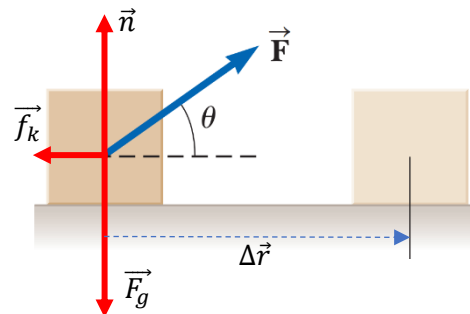
1. Một vật khối lượng 6 kg đang nằm yên trên một bề mặt ngang. Hệ số ma sát giữa vật và mặt phẳng là 0,2. Kéo vật sang phải bởi một lực có phương hợp với phương ngang một góc $\theta = 25^\circ$, độ lớn 20 N như hình. (A) Hãy tính công tất cả các lực thực hiện lên vật khi vật dịch chuyển một đoạn 3 m và cho biết các lực này sinh công như thế nào? (B) Tính tốc độ của vật sau khi nó di chuyển một đoạn dài 3 m.

Giải

P/tích các Lực tác dụng lên vật gồm 4 Lực như h/vẽ.

(A) Công của các Lực thực hiện lên vật:

- Trọng Lực: $W_{F_g} = F_g \cdot \Delta r \cdot \cos 90^\circ = 0 \rightarrow$ Trọng Lực không sinh công.
- Phản Lực: $W_n = n \cdot \Delta r \cdot \cos 90^\circ = 0 \rightarrow$ Phản Lực không sinh công.
- Lực kéo: $W_F = F \cdot \Delta r \cdot \cos \theta = 20 \cdot 3 \cdot \cos 25^\circ = 54,4 J > 0 \rightarrow$ Lực kéo sinh công phát động.
- Lực ma sát: $W_{f_k} = f_k \cdot \Delta r \cdot \cos 180^\circ = -\mu_k (F_g - F \sin \theta) \cdot \Delta r = -30,2 J < 0 \rightarrow$ Lực ma sát sinh công cản.



(B) Tính tốc độ của vật sau khi đi được 3 m:

- **Cách 1: Sử dụng định lý công - động năng**, xét đối với hệ là vật $m = 6 \text{ kg} \ll$ đối với hệ này, trọng lực là ngoại lực >>>: $W_{ext} = \frac{1}{2} m v_f^2 - \frac{1}{2} m v_i^2$; với W_{ext} là tổng công tất cả ngoại lực tác dụng vào vật (tổng 4 công đã tính ở câu A)

$$\Leftrightarrow W_F + W_{f_k} = \frac{1}{2} m v_f^2 - 0 \rightarrow v_f = \sqrt{\frac{2(54,4 - 30,2)}{6}} = 2,84 \text{ m/s}$$

- **Cách 2: Sử dụng phương pháp động học:**

Từ các Lực đã phân tích câu A và PTĐLH suy ra gia tốc của vật:

$$a = \frac{\sum F}{m} = \frac{F \cos \theta - f_k}{m} = \frac{20 \cos 25^\circ - 0,2 \cdot (6 \cdot 9,8 - 20 \sin 25^\circ)}{6} = 1,34 \text{ m/s}^2$$

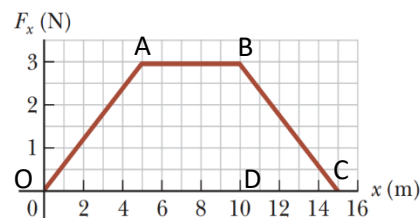
Suy ra tốc độ của vật sau khi đi được 3 m: $v_f^2 - v_i^2 = 2a \cdot \Delta r \rightarrow v_f = \sqrt{2 \cdot 1,34 \cdot 3} = 2,84 \text{ m/s}$

2. Một chất điểm chuyển động bởi một lực thay đổi theo vị trí như đồ thị bên. Tính công thực hiện bởi lực khi chất điểm dịch chuyển (A) từ 0 đến 10 m, (B) từ 10 đến 15 m và (C) từ 0 đến 15 m.

Giải

(A) Công thực hiện bởi Lực khi chất điểm dịch chuyển từ 0 đến 10 m:

$$W_{(0-10)} = \int_{x(0)}^{x(10)} F_x dx = +A_{OABD} = \frac{1}{2} (5 + 10) \cdot 3 = +22,5 J$$



(B) Công thực hiện bởi Lực khi chất điểm dịch chuyển từ 10 đến 15 m:

$$W_{(10-15)} = \int_{x(10)}^{x(15)} F_x dx = A_{BCD} = \frac{1}{2} \cdot 5.3 = 7,5 \text{ J}$$

(C) Công thực hiện bởi Lực khi chất điểm dịch chuyển từ 0 đến 15 m:

$$W_{(0-15)} = W_{(0-10)} + W_{(10-15)} = 22,5 + 7,5 = 30 \text{ J}$$

3. Tác động một lực $\vec{F} = 3x\hat{i} - 5y\hat{j} + \hat{k}$ trong đó \vec{F} đo bằng Newton và x và y đo bằng m, lên 1 vật để vật di chuyển theo trục y từ gốc tọa độ đến vị trí $y = 10$ m. Tính công $W = \int \vec{F} d\vec{r}$ lực đã thực hiện trên vật.

Giải

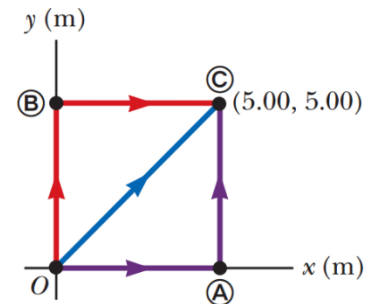
Ta có:

$$W = \int \vec{F} d\vec{r} = \int (3x\hat{i} - 5y\hat{j} + \hat{k})(dx\hat{i} + dy\hat{j} + dz\hat{k})$$

Vì chất điểm dịch chuyển theo trục y nên: $dx = 0$; $dz = 0$

$$W = \int_0^{10} 3x\hat{i} \cdot dy\hat{j} + \int_0^{10} -5y\hat{j} \cdot dy\hat{j} + \int_0^{10} \hat{k} \cdot dy\hat{j} = 0 - 250 + 0 = -250 \text{ J}$$

4. Một chất điểm di chuyển từ gốc tọa độ đến điểm có tọa độ (5, 5) bởi lực $\vec{F} = 2y\hat{i} + x^2\hat{j}$ với F tính bằng N; x, y tính bằng m. Hãy tính công của lực \vec{F} thực hiện khi chất điểm dịch chuyển (A) theo đường màu đỏ $O \rightarrow B \rightarrow C$; (B) theo đường màu xanh $O \rightarrow C$ và (C) theo đường màu tím $O \rightarrow A \rightarrow C$. (D) Từ các câu trên, rút ra kết luận về lực F , là lực thế hay phi thế?



Giải

(A) Công Lực \vec{F} thực hiện theo đường màu đỏ:

$$W_{OBC} = \int \vec{F} d\vec{r} = W_{OB} + W_{BC} = \int_{O \rightarrow B} (2y\hat{i} + x^2\hat{j})(dx\hat{i} + dy\hat{j}) + \int_{B \rightarrow C} (2y\hat{i} + x^2\hat{j})(dx\hat{i} + dy\hat{j})$$

$$\text{- Xét dịch chuyển từ } O \rightarrow B: x = 0; dx = 0 \rightarrow W_{OB} = \int_{O \rightarrow B} (2y\hat{i} + x^2\hat{j})(dy\hat{j}) = 0$$

$$\text{- Xét dịch chuyển từ } B \rightarrow C: y = 5; dy = 0 \rightarrow W_{BC} = \int_{B \rightarrow C} (2y\hat{i} + x^2\hat{j})(dx\hat{i}) = \int_0^5 2y dx = 10 \int_0^5 dx = 50 \text{ J}$$

Vậy công Lực \vec{F} thực hiện theo đường màu đỏ: $W_{OBC} = 0 + 50 = 50 \text{ J}$

(B) Công Lực \vec{F} thực hiện theo đường màu xanh:

$$W_{OC} = \int \vec{F} d\vec{r} = \int_{O \rightarrow C} (2y\hat{i} + x^2\hat{j})(dx\hat{i} + dy\hat{j}) = \int_{O \rightarrow C} 2y dx + \int_{O \rightarrow C} x^2 dy$$

$$\text{Đối với dịch chuyển từ } O \rightarrow C: x = y \rightarrow dx = dy \rightarrow W_{OC} = \int_0^5 (2x + x^2) dx = 66,7 \text{ J}$$

(C) Công Lực \vec{F} thực hiện theo đường màu tím:

$$W_{OAC} = \int \vec{F} d\vec{r} = W_{OA} + W_{AC} = \int_{O \rightarrow A} (2y\hat{i} + x^2\hat{j})(dx\hat{i} + dy\hat{j}) + \int_{A \rightarrow C} (2y\hat{i} + x^2\hat{j})(dx\hat{i} + dy\hat{j})$$

- Xét dịch chuyển từ $O \rightarrow A$: $y = 0; dy = 0 \rightarrow W_{OA} = 0$

- Xét dịch chuyển từ $A \rightarrow C$: $x = 5; dx = 0 \rightarrow W_{AC} = \int_0^5 x^2 dy = 25 \int_0^5 dy = 125 J$

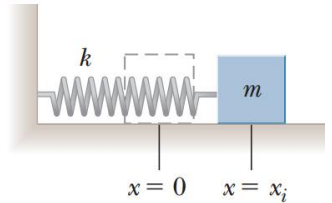
Vậy công lực \vec{F} thực hiện theo đường màu tím: $W_{OAC} = 0 + 125 = 125 J$

(D) Từ các kết quả trên ta thấy công của Lực \vec{F} thực hiện dịch chuyển chất điểm từ điểm đầu O đến điểm cuối C khác nhau khi đi theo những quãng đường khác nhau, có nghĩa là nó phụ thuộc vào quãng đường dịch chuyển.

Kết Luận: Lực \vec{F} Là Lực phi thế.

5. Một khối nặng 2 kg được gắn vào một lò xo có độ cứng $k = 500 \text{ N/m}$ như trên hình vẽ. Khối đó được kéo tới vị trí $x_i = 5 \text{ cm}$ về phía bên phải của vị trí cân bằng và được thả ra từ trạng thái nghỉ. Tìm tốc độ của khối khi đi qua vị trí cân bằng nếu (A) bề mặt ngang không có ma sát và (B) hệ số ma sát giữa khối và bề mặt là $\mu_k = 0,35$.

Giải



(A) **Xét hệ chỉ có vật đi từ $x_i = 5$ đến $x_f = 0$ (VTCB).** Ngoại Lực tác dụng vào hệ gồm: trọng Lực F_g , Lực đàn hồi F_s , phản Lực n .

Áp dụng định lý công - động năng đối với vật.

$$W_{ext} = \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_i^2 \leftrightarrow W_{F_g} + W_{F_s} + W_n = \frac{1}{2}mv_f^2 - 0 \leftrightarrow 0 + \left(\frac{1}{2}kx_i^2 - \frac{1}{2}kx_f^2\right) + 0 = \frac{1}{2}mv_f^2$$

Với $x_i = 5 \text{ cm}, x_f = 0 \text{ cm}, m = 2 \text{ kg}, k = 500 \text{ N/m}$ suy ra tốc độ của khối khi qua vị trí cân bằng là $v_f = 0,8 \text{ m/s}$

(B) Xét hệ chỉ có vật đi từ $x_i = 5$ đến $x_f = 0$ (VTCB). Ngoại Lực tác dụng vào hệ gồm: trọng Lực F_g , Lực đàn hồi F_s , phản Lực n và Lực ma sát f_k .

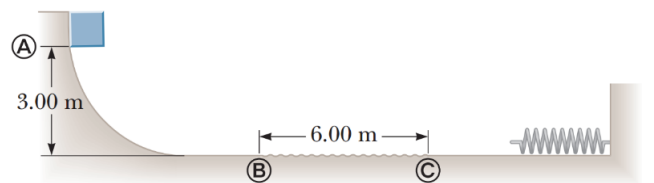
Áp dụng định lý công - động năng đối với vật.

$$W_{ext} = \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_i^2 \leftrightarrow W_{F_g} + W_{F_s} + W_n + W_{f_k} = \frac{1}{2}mv_f^2 - 0$$

$$\leftrightarrow 0 + \left(\frac{1}{2}kx_i^2 - \frac{1}{2}kx_f^2\right) + 0 - \mu_k \cdot mg \cdot \Delta x = \frac{1}{2}mv_f^2$$

Với $x_i = 5 \text{ cm}, x_f = 0 \text{ cm}, m = 2 \text{ kg}, k = 500 \frac{\text{N}}{\text{m}}, \mu_k = 0,35, \Delta x = 5 \text{ cm}$ suy ra tốc độ của khối khi qua vị trí cân bằng là $v_f = 0,53 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

6. Một vật khối lượng 10 kg được đẩy khi điểm A đạt tốc độ 2 m/s như hình vẽ. Rãnh trượt là không ma sát ngoại trừ phần giữa điểm B và C, có chiều dài 6 m. Vật trượt xuống rồi va vào một lò xo có độ cứng 2250 N/m đẩy lò xo ép lại một khoảng 0,3 m từ vị trí cân bằng trước khi tạm dừng lại. Hãy xác định hệ số của ma sát động giữa vật và máng trượt trên đoạn giữa điểm B và C.



Giải

Xét hệ chỉ có vật đi từ A đến khi dừng hẳn (gọi là vị trí D). Ngoại Lực tác dụng lên vật trên đoạn đường này gồm: Trọng Lực, phản Lực, Lực ma sát (đoạn BC) và Lực đàn hồi.

Áp dụng định lý công - động năng đối với vật.

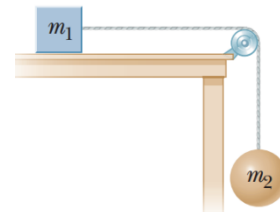
$$W_{ext} = \frac{1}{2}mv_D^2 - \frac{1}{2}mv_A^2 \leftrightarrow W_{Fg} + W_{Fs} + W_n + W_{fk} = \frac{1}{2}mv_D^2 - \frac{1}{2}mv_A^2$$

$$\leftrightarrow (mgy_A - mgy_D) + \left(\frac{1}{2}kx_A^2 - \frac{1}{2}kx_D^2\right) + 0 - \mu_k mg \cdot BC = \frac{1}{2}mv_D^2 - \frac{1}{2}mv_A^2$$

Từ thông số đề bài cho: $v_D = 0$; $v_A = 2 \frac{m}{s}$; $y_D = 0$; $y_A = 3 \text{ m}$; $k = 2250 \frac{N}{m}$; $x_D = 0,3 \text{ m}$ (khi vật ở D thì lò xo bị nén $0,3 \text{ m}$); $x_A = 0$ (khi vật ở A thì lò xo ở VTCB); $m = 10 \text{ kg}$; $BC = 6 \text{ m}$

Suy ra hệ số ma sát giữa vật và máng trượt: $\mu_k = 0,36$

7. Cho cơ hệ như hình vẽ, $m_1 = 3 \text{ kg}$ và $m_2 = 5 \text{ kg}$. Hệ số ma sát giữa m_1 với mặt bàn là $\mu_k = 0,4$. Cho hai vật chuyển động từ trạng thái nghỉ. Tính tốc độ của m_2 khi nó đi xuống một đoạn $h = 1,5 \text{ m}$ dùng phương pháp năng lượng.



Giải

Xét hệ gồm m_1 và m_2 đi từ trạng thái nghỉ (i) đến hết đoạn đường h (f). **Ngoại Lực** tác dụng lên nó gồm: Trọng Lực (F_{g1} và F_{g2}), phản Lực, Lực ma sát. (Lực căng dây là lực tương tác giữa m_1 và m_2 nên gọi là nội lực của hệ \rightarrow bỏ qua nội lực khi tính công ngoại lực)

Áp dụng định lý công - động năng đối với hệ.

$$W_{ext} = \frac{1}{2}(m_1 + m_2)(v_f^2 - v_i^2) \leftrightarrow W_{Fg1} + W_{Fg2} + W_n + W_{fk} = \frac{1}{2}(m_1 + m_2)(v_f^2 - v_i^2)$$

$$\leftrightarrow 0 + (m_2gy_{2i} - m_2gy_{2f}) + 0 - \mu_k \cdot m_1g \cdot h = \frac{1}{2}(m_1 + m_2)(v^2 - 0)$$

Từ thông số đề bài cho: $m_1 = 3 \text{ kg}$; $m_2 = 5 \text{ kg}$; $v_{1f} = v_{2f} = v$; $y_{2i} = h = 1,5 \text{ m}$; $y_{2f} = 0$; $\mu_k = 0,4$

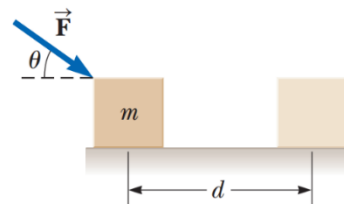
Suy ra tốc độ m_2 sau khi đi được $1,5 \text{ m}$ là: $v = 3,74 \text{ m/s}$

BÀI TẬP TỰ GIẢI

1. Một hạt mưa khối lượng $3,35 \cdot 10^{-5}$ kg rơi thẳng đứng với tốc độ không đổi dưới tác dụng của trọng lực và lực cản không khí. Hãy tính công thực hiện trên hạt mưa khi nó rơi một đoạn 100 m bởi (a) lực hấp dẫn và (b) lực cản không khí.

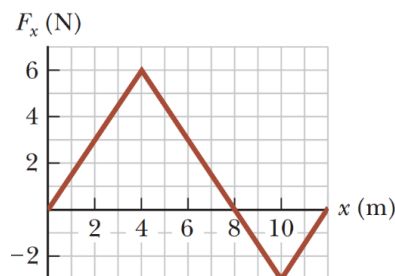
ĐS: $3,28 \cdot 10^{-2}$ J; $-3,28 \cdot 10^{-2}$ J

2. Một cái hộp có khối lượng $m = 2,5$ kg được đẩy trượt trên một mặt bàn nằm ngang, không ma sát một đoạn $d = 2,2$ m bởi một lực không đổi có độ lớn $F = 12$ N, hợp với phương ngang một góc $\theta = 25^\circ$ như hình vẽ. Hãy tính công thực hiện trên cái hộp bởi: (a) lực tác dụng; (b) phản lực lực pháp tuyến của bàn, (c) trọng lực và (d) tổng hợp lực tác dụng lên cái hộp.



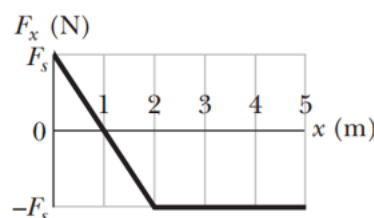
ĐS: 23,9 J; 0; 0; 23, J

3. Lực tác dụng lên một chất điểm thay đổi như trên hình vẽ. Hãy tính công lực thực hiện trên chất điểm khi nó bắt đầu di chuyển (a) từ $x = 0$ đến $x = 8$ m, (b) từ $x = 8$ m đến $x = 10$ m và (c) từ $x = 0$ đến $x = 10$ m. Hãy tính vận tốc của chất điểm khi nó di chuyển đến điểm (d) $x = 4$ m, (e) $x = 8$ m và (f) $x = 10$ m. Biết khối lượng chất điểm là 2 kg.



ĐS: 24 J; -3 J; 21 J; 3,5 m/s; 4,9 m/s; 4,6 m/s

4. Lực \vec{F}_s tác dụng vào người nặng 2 kg để nó chuyển động theo trục x . Biết tại $x = 0$ thì vận tốc của người là 4 m/s. Đồ thị F_s theo x của nó như hình vẽ, với $F_s = 4$ N. (a) Tính động năng của người tại $x = 3$ m. (b) Tại vị trí nào động năng của người là 8 J? (c) Động năng của người đạt cực đại tại vị trí nào từ $x = 0$ đến 5 m.



ĐS: 12 J; 4 m

5. Tác động một lực $\vec{F} = (4x\hat{i} + 3y\hat{j})$, trong đó \vec{F} đo bằng Newton và x và y đo bằng m, lên 1 vật để vật di chuyển theo trục x từ gốc hệ trục tọa độ đến vị trí $x = 5$ m. Tính công $W = \int \vec{F} d\vec{r}$ lực đã thực hiện trên vật.

ĐS: 50 J

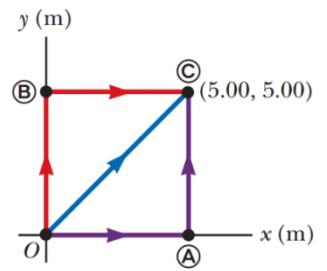
6. Một lực thế $F_x = 2x + 4$ (N; m) tác dụng lên chất điểm nặng 5 kg. Khi chất điểm dịch chuyển theo trục x từ $x = 1$ m \rightarrow $x = 5$ m. Hãy tính: (a) Công của lực F_x thực hiện lên chất điểm. (b) Độ biến thiên thế năng của hệ vật. (c) Động năng của chất điểm tại $x = 5$ m nếu tại điểm $x = 1$ m vận tốc nó là 3 m/s.

ĐS: 40 J; -40 J; 62,5 J

7. Một vật nặng 5,75 kg băng qua gốc của hệ trục tọa độ tại thời điểm $t = 0$ với vận tốc có thành phần theo trục x là 5 m/s và theo trục y là -3 m/s. (a) Động năng của vật tại thời điểm đó là bao nhiêu? (b) Tại một thời điểm sau đó $t = 2$ s, vật ở tại vị trí $x = 8,5$ m và $y = 5$ m. Hỏi lực không đổi tác dụng lên vật trong khoảng thời gian đó là bao nhiêu? (c) Tốc độ của vật tại thời điểm $t = 2$ s là bao nhiêu?

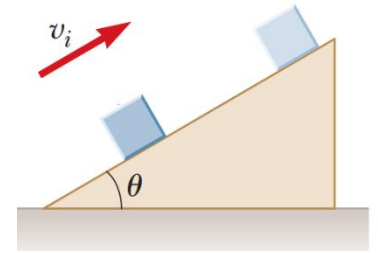
ĐS: 97,8 J; $(-4,3\hat{i} + 31,6\hat{j})$ N; 8,73 m/s

8. Một vật chuyển động trong mặt phẳng xy như trong hình vẽ và chịu một lực ma sát với độ lớn không đổi 3 N, luôn hướng ngược với vận tốc của vật. Hãy tính công mà bạn phải thực hiện để trượt vật với tốc độ không đổi khi vật chuyển động (a) Dọc theo đường màu tím từ O đến A rồi quay lại theo đường màu tím trở về O. (b) Dọc theo đường màu tím từ O đến C rồi theo đường dẫn màu xanh dương trở về O. (c) Theo đường màu xanh từ O tới C rồi theo đường màu xanh dương trở về O. (d) Mỗi câu trả lời của bạn phải khác không. Ý nghĩa của việc quan sát này là gì?



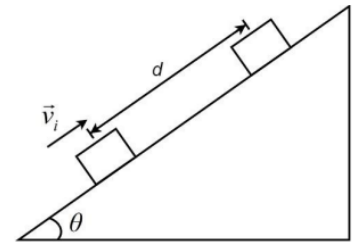
ĐS: 30 J; 51,2 J; 42,4 J

9. Một vật có khối lượng $m = 5$ kg bắt đầu chuyển động đi lên dọc theo mặt phẳng nghiêng với tốc độ 8 m/s. Vật dừng lại sau khi đi được đoạn đường 8 m. Biết góc θ giữa mặt phẳng nghiêng và phương ngang bằng 30° . Hãy xác định: (a) Độ biến thiên động năng của vật. (b) Độ biến thiên thế năng của hệ vật và Trái Đất. (c) Độ lớn của lực ma sát giữa vật và mặt phẳng nghiêng. (d) Hệ số ma sát trượt giữa vật và mặt phẳng nghiêng.



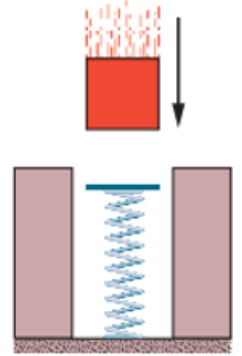
ĐS: -160J; 73,5J; 28,8N; 0,68

10. Đẩy cho một vật nặng $m = 5$ kg từ chân mặt phẳng nghiêng với ban đầu là $v_i = 8$ m/s, biết mặt dốc có độ nghiêng $\theta = 30^\circ$, chiều dài dốc nghiêng $d = 3$ m. Tốc độ của vật khi đến đỉnh dốc là 3 m/s. (a) Tính hệ số ma sát trượt giữa vật và mặt phẳng nghiêng. (b) Vật trượt đến đỉnh dốc sẽ bay ra khỏi mặt phẳng nghiêng và rơi xuống đất, xác định quỹ đạo của vật khi rời mặt phẳng nghiêng và sau bao lâu thì vật chạm đất. (c) Tính tốc độ của vật lúc chạm đất.



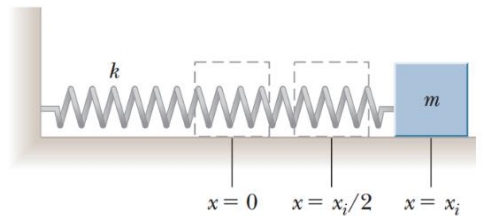
ĐS:

11. Một vật nặng 250 g đang rơi theo phương thẳng đứng xuống chạm vào lò xo có độ cứng 2,5 N/cm. Khi vật nén lò xo 12 cm thì vật dừng lại. Trong quá trình lò xo bị nén, hãy tính công thực hiện bởi (a) trọng lực và (b) lực đàn hồi lên vật. (c) Tính tốc độ của vật ngay trước khi chạm lò xo.



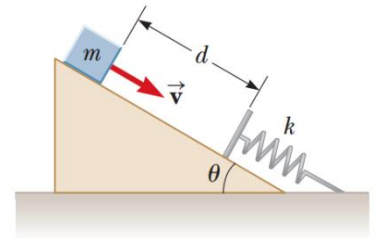
ĐS:

12. Một lò xo nằm ngang có độ cứng $k = 850$ N/m được gắn vào một bức tường. Một vật khối lượng $m = 1$ kg được gắn vào lò xo và nằm yên trên một bề mặt ngang không ma sát như trong hình vẽ. (a) Vật được kéo đến một vị trí $x_i = 6$ cm so với vị trí cân bằng. Tìm thế năng đàn hồi được lưu trữ trong lò xo khi nó nằm tại vị trí 6 cm và khi vật đi qua vị trí cân bằng. (b) Tìm tốc độ của vật khi nó đi qua vị trí cân bằng. (c) Tính tốc độ của vật khi nó ở vị trí $x_i/2 = 3$ cm. (d) Tại sao tốc độ trong câu c không bằng một nửa câu (b)?

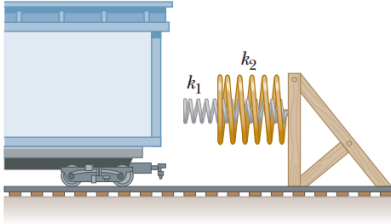


ĐS: 1,53 J; 0 J; 1,75 m/s; 1,51 m/s.

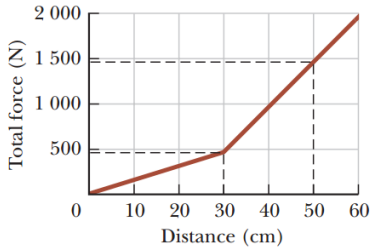
13. Một lò xo có độ cứng $k = 500 \text{ N/m}$ được buộc chặt tại đáy của một mặt phẳng nằm nghiêng có góc nghiêng $\theta = 20^\circ$ như hình vẽ. Một vật khối lượng $m = 2,5 \text{ kg}$ đặt phía trên mặt phẳng nghiêng



cách lò xo một khoảng $d = 0,3 \text{ m}$. Đẩy cho vật chuyển động hướng về phía lò xo với tốc độ $v = 0,75 \text{ m/s}$. Độ dài bị nén của lò xo ở thời điểm vật tạm thời dừng lại là bao nhiêu?



ĐS: $0,13 \text{ m}$.



14. Một toa xe lửa nặng 6000 kg chạy dọc theo đường ray với ma sát nhỏ có thể bỏ qua. Toa xe được dừng lại nhờ hai lò xo như trên hình vẽ. Hai lò xo có độ cứng là $k_1 = 1600 \text{ N/m}$ và $k_2 = 3400 \text{ N/m}$. Sau khi lò xo thứ nhất bị nén một khoảng $30,0 \text{ m}$ thì lò xo thứ hai bắt đầu tác dụng và lực tổng hợp của hai lò xo tăng lên như đồ thị bên dưới. Sau khi lò xo thứ nhất tiếp xúc với toa xe và bị nén một đoạn 50 cm thì toa xe dừng lại. Hãy tìm tốc độ ban đầu của toa xe.

ĐS: 30 cm .