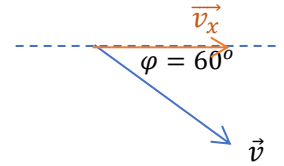


CHƯƠNG 4: CHUYỂN ĐỘNG HAI CHIỀU

BÀI TẬP MẪU

1. Khi mặt trời chiếu trực diện qua đỉnh đầu (12h trưa), một con chim diều hâu lao thẳng xuống đất với tốc độ không đổi 5 m/s theo phương tạo với phương ngang 1 góc 60° . Tính tốc độ cái bóng của nó di chuyển trên mặt đất.

Giải



Tốc độ cái bóng của nó di chuyển trên mặt đất là

$$v_x = v \cos \varphi = 5 \cos 60^\circ = 2,5 \text{ m/s}$$

2. Một chất điểm di chuyển trên mặt phẳng xy. Tại thời điểm $t = 0$ nó bắt đầu rời gốc tọa độ với vận tốc ban đầu theo phương x là 20 m/s và theo phương y là -15 m/s. Chất điểm chuyển động với gia tốc theo phương x bằng 4 m/s^2 . (A) Xác định biểu thức vec-tơ vận tốc của chất điểm theo thời gian. (B) Tính vận tốc và tốc độ của chất điểm tại thời điểm $t = 5 \text{ s}$ và góc hợp bởi vec-tơ vận tốc với trục x. (C) Xác định vec-tơ vị trí phụ thuộc thời gian $\vec{r}(t)$.

Giải

(A) Từ dữ liệu đề bài cho, ta có $v_{xi} = 20 \text{ m/s}$, $v_{yi} = -15 \text{ m/s}$, $a_x = 4 \text{ m/s}^2$ và $a_y = 0$.

Ta có $\vec{v}_f = \vec{v}_i + \vec{a}t = (v_{xi} + a_x t)\hat{i} + (v_{yi} + a_y t)\hat{j} = (20 + 4t)\hat{i} + (-15 + 0.t)\hat{j}$

Vậy biểu thức vec-tơ vận tốc theo thời gian là: $\vec{v}_f = (20 + 4t)\hat{i} - 15\hat{j} \text{ (m/s)}$

(B) Tại thời điểm $t = 5 \text{ s}$, thay $t = 5 \text{ s}$ và biểu thức trên ta được vec-tơ vận tốc tại thời điểm 5 s: $\vec{v}_f = (20 + 4 \times 5)\hat{i} - 15\hat{j} = (40\hat{i} - 15\hat{j}) \text{ (m/s)}$

Tốc độ của chất điểm tại $t = 5 \text{ s}$: $|\vec{v}_f| = \sqrt{40^2 + (-15)^2} = 43 \text{ m/s}$

Góc hợp bởi vec-tơ vận tốc theo thời gian là: $\theta = \arctan\left(\frac{v_{yf}}{v_{xf}}\right) = \arctan\left(\frac{-15}{40}\right) = -21^\circ$

(C) Phương trình chuyển động của chất điểm theo từng phương:

- Phương x: gia tốc của chất điểm là $a_x = 4 \text{ m/s}^2 \rightarrow$ chất điểm chuyển động thẳng biến đổi đều. Áp dụng PTCD của chuyển động thẳng biến đổi đều ta có:

$$x_f = x_i + v_{xi}t + \frac{1}{2}a_x t^2 = 0 + 20t + \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot t^2$$

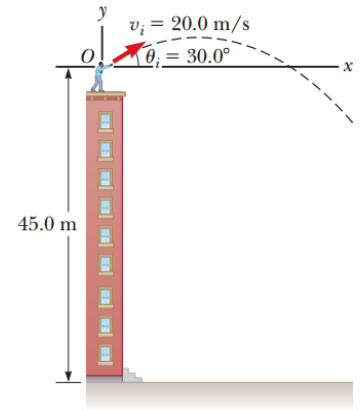
- Phương y: gia tốc của chất điểm là $a_y = 0 \rightarrow$ chất điểm chuyển động thẳng đều. PTCD:

$$y_f = y_i + v_{yi}t = 0 - 15t$$

Vậy hàm vec-tơ vị trí thu được là: $\vec{r} = (20t + 2t^2)\hat{i} - 15t\hat{j}$

3. Một hòn đá được ném với tốc độ ban đầu 20 m/s từ đỉnh của một tòa nhà cao 45m so với mặt đất với góc ném ban đầu $\theta_i = 30^\circ$ so với phương ngang. (A) Sau bao lâu hòn đá chạm đất? (B) Tìm tốc độ của hòn đá lúc vừa chạm đất.

Giải



Chọn hệ tọa độ như hình 4.9 với gốc tọa độ gắn với vị trí hòn đá bắt đầu rời khỏi tay người.

(A) Theo đề bài ta có: $(x_i, y_i) = (0, 0)$, $v_i = 20 \text{ m/s}$, $\theta_i = 30^\circ$

Ta viết được phương trình chuyển động của hòn đá:

$$\begin{cases} x_f = x_i + v_{xi}t = 0 + (v_i \cos \theta_i) \cdot t = 20 \cos 30^\circ \cdot t \\ y_f = y_i + v_{yi}t + \frac{1}{2} a_y t^2 = 0 + (v_i \sin \theta_i)t + \frac{1}{2} (-g)t^2 = 20 \sin 30^\circ \cdot t - 4,9t^2 \end{cases}$$

Khi hòn đá chạm đất: $y_f = 20 \sin 30^\circ \cdot t - 4,9t^2 = y_D = -45$

Giải phương trình bậc 2 trên ta tìm được thời gian hòn đá chạm đất là $t = 4,22 \text{ s}$.

(B) Phương trình vận tốc của hòn đá: $\begin{cases} v_{xf} = v_i \cos \theta_i \\ v_{yf} = v_i \sin \theta_i - gt \end{cases}$

Từ câu (a) ta đã tính được thời gian hòn đá chạm đất, thế vào phương trình vận tốc ta sẽ tính được các vận tốc thành phần khi hòn đá vừa chạm đất:

$$\begin{cases} v_{xf} = v_i \cos \theta_i = 20 \cos 30^\circ = 17,3 \\ v_{yf} = v_i \sin \theta_i - gt = 20 \sin 30^\circ - 9,8 \cdot 4,22 = -31,3 \end{cases}$$

Vậy tốc độ của hòn đá lúc vừa chạm đất là: $v_f = \sqrt{v_{xf}^2 + v_{yf}^2} = 35,8 \left(\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)$

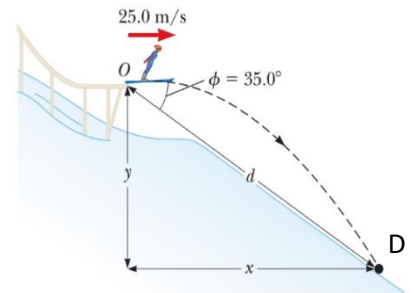
4. Một người trượt tuyết bay ra khỏi rãnh theo phương ngang với tốc độ 25 m/s như hình bên. Góc $\phi = 35^\circ$ như hình vẽ. Xác định vị trí cô ấy chạm mặt phẳng nghiêng.

Giải

Chọn gốc tọa độ O tại vị trí người trượt tuyết bắt đầu bay ra khỏi rãnh. Trục Ox phương ngang, hướng sang phải; trục Oy phương đứng, chiều hướng xuống.

Phương trình chuyển động của cô ấy sau khi rời khỏi rãnh:

$$\begin{cases} x_f = x_i + v_{xi}t = 0 + 25t \\ y_f = y_i + v_{yi}t + \frac{1}{2} a_y t^2 = 0 + 0 + \frac{1}{2} (+9,8)t^2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x_f = 25t \\ y_f = 4,9t^2 \end{cases}$$



Gọi D là vị trí người chạm đất (hình) $\rightarrow OD = d$

Ta có tọa độ điểm D đối với hệ tọa độ chọn ở trên là: $x_D = d \cos \phi$; $y_D = d \sin \phi$

Thế x_D , y_D vào PTCĐ ta được: (với t_D là thời gian người đó đến được điểm D)

$$\begin{cases} x_D = 25t_D = d \cos \phi \\ y_D = 4,9t_D^2 = d \sin \phi \end{cases}$$

Giải hệ phương trình ta được $d = 109 \text{ m}$

Thế d vào x_D và y_D ta xác định được vị trí cô ấy tiếp đất là: $(89,3 \text{ m}; 62,5 \text{ m})$

5. (A) Xác định gia tốc hướng tâm của Trái đất khi nó chuyển động xung quanh Mặt trời. Xem như quỹ đạo của Trái đất quanh Mặt trời là quỹ đạo tròn. Biết khoảng cách từ

tâm Trái đất đến Mặt trời là $1,496 \times 10^{11} \text{ m}$ và chu kỳ quay của Trái đất là 365 ngày.
(B) Xác định tốc độ góc của Trái đất khi nó chuyển động xung quanh Mặt trời.

Giải

(A) Gia tốc hướng tâm của Trái đất khi nó chuyển động xung quanh Mặt trời:

$$a_c = \frac{v^2}{r} = \frac{\left(\frac{2\pi r}{T}\right)^2}{r} = \frac{4\pi^2 r}{T^2} = \frac{4\pi^2 \times 1.496 \times 10^{11}}{(365 \times 24 \times 3600)^2} = 5.93 \times 10^{-3} \text{ m/s}^2$$

(B) Tốc độ góc của Trái đất khi nó chuyển động xung quanh Mặt trời

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 1.99 \times 10^{-7} \text{ rad/s}$$

6. Một ô tô rời khỏi đỉnh dốc với một gia tốc 0.3 m/s^2 có phương song song với mặt đường (hình a). Bán kính cong của dốc là 500 m. Tại thời điểm xe ở ngay đỉnh dốc, vec-tơ vận tốc có độ lớn 6 m/s và phương ngang. Xác định phương, chiều và độ lớn của gia tốc toàn phần của xe tại đỉnh dốc.

Giải

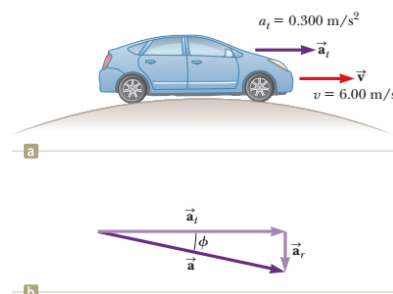
Tại đỉnh dốc, ta vẽ được các vec-tơ gia tốc tiếp tuyến, pháp tuyến và toàn phần như hình b.

Với $a_t = 0,3 \text{ m/s}^2$, $v = 6 \text{ m/s}$ suy ra $|a_r| = \frac{v^2}{r} = 0,072 \text{ m/s}^2$

Từ đó ta tính được độ lớn gia tốc toàn phần: $a = \sqrt{a_t^2 + a_r^2} = 0,31 \text{ m/s}^2$

Vec-tơ gia tốc toàn phần hợp với phương ngang 1 góc: $\phi = \arctan\left(\frac{|a_r|}{a_t}\right) = 13,5^\circ$

Chiều của vec-tơ gia tốc toàn phần hướng về phía lõm quỹ đạo (như hình b)



BÀI TẬP TỰ GIẢI

Dạng 1: Vec-tơ vị trí - vận tốc - gia tốc

1. Phương trình chuyển động của chất điểm như bên dưới, hãy xác định quỹ đạo chuyển động của nó ở từng trường hợp.

a. $\begin{cases} x = -5t \\ y = 3t^2 - 1 \end{cases}$ b. $\begin{cases} x = 3\sin(3t) \\ y = 3\cos(3t) \end{cases}$ c. $\begin{cases} x = 5\sin(t) - 1 \\ y = 3\sin(t) + 2 \end{cases}$ d. $\begin{cases} x = 10\cos(10t) \\ y = \sin(10t) - 3 \end{cases}$

2. Một tài xế mô-tô đi về phía nam với tốc độ 20 m/s mất 3 phút, sau đó vòng qua phía tây với tốc độ 25 m/s mất 2 phút và cuối cùng anh ta đi theo hướng tây bắc với tốc độ 30 m/s trong 1 phút. Trong 6 phút di chuyển trên, hãy tìm vector độ dời tổng hợp, tốc độ trung bình và vận tốc trung bình của xe. Chọn chiều dương trục x là hướng đông.

ĐS: $\vec{r} = -4,27\vec{i} + -2,33\vec{j}$ (km); $v = 13,5$ m/s; $v_{\text{avg}} = 23,33$ m/s.

3. Đánh 1 quả bóng golf từ điểm phát bóng nằm ở cuối ngọn đồi. Vị trí của quả bóng được cho bởi phương trình $x = 18t$ và $y = 4t - 4.9t^2$ (m;s). (a) Viết biểu thức vec-tơ vị trí của quả bóng dưới dạng vec-tơ đơn vị \vec{i} và \vec{j} . Xác định (b) hàm vec-tơ vận tốc theo thời gian và (c) vec-tơ gia tốc theo thời gian (d) Xác định vị trí, vận tốc, gia tốc của quả bóng tại $t = 3$ s.
4. Một chất điểm bắt đầu di chuyển từ gốc tọa độ trên mặt phẳng Oxy với vận tốc được cho bởi phương trình $\vec{v} = (6t - 4t^2)\vec{i} + 8\vec{j}$ (m/s). (a) Tính phương, chiều, độ lớn của vec-tơ gia tốc của chất điểm lúc 3 s. (b) Tại thời điểm nào gia tốc của chất điểm bằng 0? Giải thích. (c) Tại thời điểm nào thì vận tốc của nó bằng 0? Giải thích. (d) Tại thời điểm nào thì tốc độ của nó bằng 10 m/s? (e) Chất điểm ở đâu khi tốc độ của nó là 10 m/s.
5. Gia tốc của một chất điểm chuyển động trên mặt phẳng ngang Oxy được cho bởi phương trình $\vec{a} = 3t\vec{i} + 4t\vec{j}$ (m/s²). Biết tại thời điểm $t = 0$, vec-tơ vị trí và vận tốc của nó lần lượt là $\vec{r} = 20\vec{i} + 40\vec{j}$ (m) và $\vec{v} = 5\vec{i} + 2\vec{j}$ (m/s). (a) Chất điểm chuyển động với quỹ đạo gì? Giải thích. Tại $t = 4$ s, hãy xác định: (b) vec-tơ vị trí của nó và (c) góc giữa phương chiều chuyển động so với trục x.
6. Tọa độ của một chất điểm di chuyển trong mặt phẳng xy có hàm theo thời gian là $x = -5\sin\omega t$; $y = 4 - 5\cos\omega t$, ở đây ω không đổi, x và y tính bằng mét, và t tính bằng giây. Xác định (a) độ lớn các vận tốc thành phần của vật ở $t = 0$, (b) gia tốc thành phần của vật lúc $t = 0$. (c) Viết biểu thức cho vec-tơ vị trí, vec-tơ vận tốc và vec-tơ gia tốc của vật tại thời điểm $t > 0$ bất kỳ. (d) Xác định quỹ đạo chuyển động của chất điểm.

ĐS: (a) 5ω m/s, 0; (b)

Dạng 2: Gia tốc tiếp tuyến và pháp tuyến. Chuyển động tròn.

7. Vec-tơ vận tốc của một chiếc xe đồ chơi như sau: $\vec{v} = (5t^2 - 2)\vec{i} - 3\vec{j}$ (m/s). Tại thời điểm 5s, hãy tính: (a) độ lớn gia tốc của chất điểm, (b) độ lớn gia tốc tiếp tuyến, (c) bán kính đường tròn mật tiếp quỹ đạo tại thời điểm đó và (d) tính chất chuyển động của chất điểm như thế nào? (nhANH dần, chậm dần...đều....)

8. Một trái banh được nối vào một dây dài 1,5 m, quay thuận chiều kim đồng hồ theo quỹ đạo tròn trong mặt phẳng thẳng đứng. Khi trái banh đi qua điểm thấp nhất đến điểm tạo với phương thẳng đứng góc $36,9^\circ$ hướng lên thì gia tốc của nó là $(-22,5\hat{i} + 20,2\hat{j})\frac{m}{s^2}$. Tại thời điểm đó, (a) vẽ giản đồ vec-tơ các gia tốc thành phần, (b) tính độ lớn gia tốc pháp tuyến và (c) tốc độ và vận tốc của trái banh.

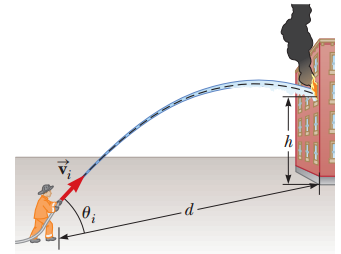
ĐS: $a_c = 29,7 \text{ m/s}^2$; $v = 6,67 \text{ m/s}$

Dạng 3: Bài toán ném ngang, xiên (Projectile motion)

9. Bắn 1 cái pháo đại bác vào 1 sườn núi với vận tốc ban đầu 300 m/s với góc bắn 55° so với phương ngang hướng lên phía trên. Sau 42 s thì cái pháo chạm vào sườn núi và phát nổ. Xác định tọa độ của pháo tại nơi pháo chạm sườn núi so với vị trí ban đầu của nó.

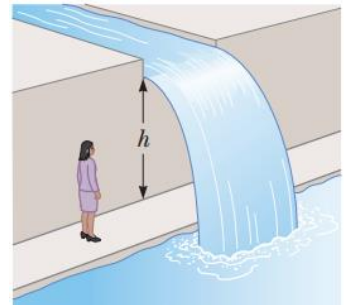
ĐS: 7230 m, 1680 m.

10. Anh lính cứu hỏa đứng cách tòa nhà đang cháy một khoảng $d = 20 \text{ m}$, nước phun ra từ vòi tạo 1 góc ban đầu $\theta_i = 45^\circ$ so với mặt đất (hình). Tốc độ ban đầu của vòi nước đạt $v_i = 20 \text{ m/s}$. Hãy xác định độ cao h - nơi bị cháy của tòa nhà so với mặt đất.



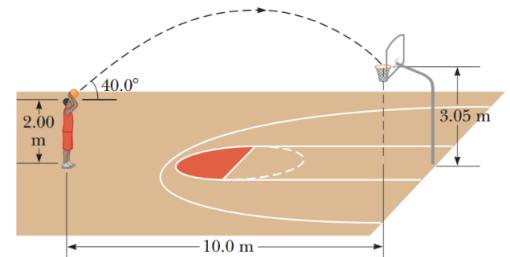
ĐS: 10 m

11. Một kiến trúc sư xây dựng đang thiết kế một thác nước nhân tạo trong công viên thành phố. Vận tốc nước chảy theo phương ngang khi rời khỏi kênh đạt 1,7 m/s sẽ đổ xuống hồ (hình). Biết độ cao của kênh so với mặt hồ là $h = 2,35 \text{ m}$. (a) Không gian bên dưới thác nước có đủ cho 1 khách bộ hành đi qua không? (b) Để bán được kế hoạch này cho hội đồng thành phố, cô kiến trúc sư muốn xây dựng mô hình có tỷ lệ 1:12. Hỏi tốc độ nước chảy khỏi kênh là bao nhiêu trong mô hình đó?



ĐS: 0,5 m/s

12. Một cầu thủ bóng rổ đang đứng cách rổ 10 m theo phương ngang (hình). Chiều cao rổ 3,05 m và anh ta ném bóng dưới góc 40° so với phương ngang từ độ cao 2 m. (a) Xác định gia tốc của quả bóng tại điểm cao nhất của quỹ đạo. (b) Anh ta phải ném bóng với tốc độ bao nhiêu để bóng vào rổ mà không đập vào tấm bảng?



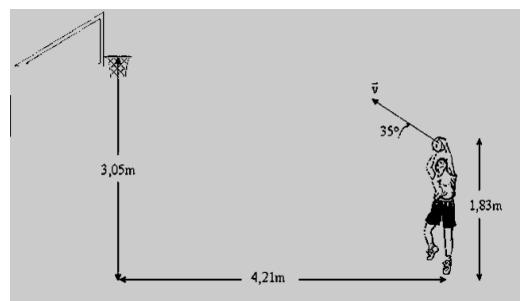
ĐS: $9,8 \text{ m/s}^2$; $10,7 \text{ m/s}$

13. Một khẩu pháo rời khỏi nòng với tốc độ 1000 m/s để bắn phá 1 sườn núi. Mục tiêu cách khẩu pháo 2000 m theo phương ngang và 800 m theo phương đứng. Hỏi khẩu pháo được bắn với góc hợp với phương ngang 1 góc bao nhiêu?

ĐS: $22,4^\circ$ và $89,4^\circ$

14. Một cầu thủ bóng rổ bị phạm lỗi khi cố gắng ném bóng vào rổ của đội bạn và được hưởng hai quả ném phạt (hình). Theo phương nằm ngang từ tâm của rổ đến điểm ném phạt là 4,21 m và độ cao của rổ là 3,05 m tính từ mặt sân.

Trong lần ném phạt thứ nhất cầu thủ ném quả bóng theo một góc 35° so với phương nằm ngang với vận tốc ban đầu $v_i = 4,88 \text{ m/s}$. Khi bắt đầu rời khỏi tay cầu thủ thì quả bóng ở độ cao $1,83 \text{ m}$ so với mặt sân. Lần ném này quả bóng không lọt vào rổ. Giả sử bỏ qua sức cản của không khí. (a) Độ xa bóng đạt được theo phương nằm ngang khi rơi chạm đất so với vị trí ban đầu của cầu thủ. (b) Trong lần ném phạt thứ hai độ cao ban đầu và góc nghiêng của quả bóng khi ném cũng vẫn giữ nguyên như trong lần ném đầu tiên tức là $1,83 \text{ m}$ và 35° . Lần này quả bóng đi vào tâm rổ. Hỏi vận tốc ban đầu của quả bóng lần này là bao nhiêu?

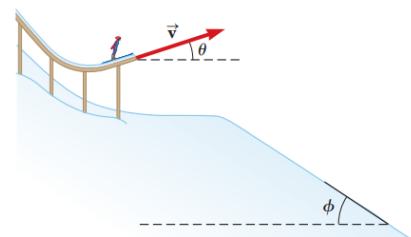


ĐS: $3,8 \text{ m}$; $8,71 \text{ m/s}$

15. Một máy bay ném bom đang lao với tốc độ 280 m/s theo phương tạo thành góc θ so với phương ngang. Khi độ cao của máy bay đạt $2,15 \text{ km}$ so với mực nước biển, nó bắt đầu thả bom nhắm vào mục tiêu dưới đất cách nó $3,25 \text{ km}$. Xác định góc θ .

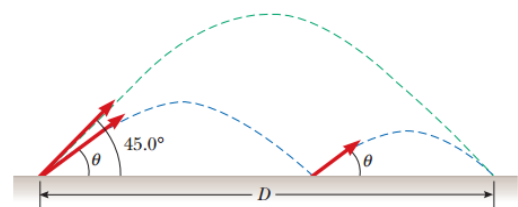
ĐS: $33,5^\circ$

16. Một cậu bé bắt đầu rời đoạn đường nối bằng cú nhảy với vận tốc 10 m/s (có phương hợp với phương ngang 1 góc 15°) (hình). Góc nghiêng của đồi là 50° , bỏ qua lực cản không khí. Xác định (a) quãng đường từ vị trí cuối đường nối đến vị trí chạm đất của cậu bé trên đồi, (b) các thành phần vận tốc của cậu bé lúc chạm đất. (c) Kết quả sẽ thế nào nếu có lực cản không khí?



ĐS: a. $43,2 \text{ m}$; b. $9,66$ và $-25,6 \text{ m/s}$

17. Một cầu thủ sân ngoài ném quả bóng chày cho cầu thủ bắt bóng đang đứng trong phần gôn nhà, 2 cầu thủ cách nhau 1 khoảng D (hình). Giả sử trong lần ném đầu, quả bóng nảy lên một lần trước khi đến chỗ cầu thủ bắt bóng và góc tạo bởi quả bóng sau lần nảy bằng với góc ném ban đầu θ nhưng tốc độ quả bóng giảm 1 nửa sau khi nảy. Lần thứ 2 ném bóng với góc ban đầu 45° và không nảy lần nào. (a) Giả sử các quả bóng được ném với cùng một vận tốc đầu và bỏ qua lực cản không khí. Góc θ là bao nhiêu để trong cả 2 lần ném bóng đều đến vị trí cầu thủ bắt bóng. (b) Xác định tỷ số thời gian giữa 2 lần ném bóng.



ĐS: a. $26,6^\circ$; b. $0,95$

18. Anh thanh niên ném 1 trái banh với tốc độ ban đầu 25 m/s với góc ném 40° so với phương ngang. Bức tường cách vị trí banh rời khỏi tay một đoạn $d = 22 \text{ m}$. (a) Hỏi trái banh chạm vào vị trí nào của bức tường? (b) Xác định các thành phần của vận tốc theo phương ngang và đứng của trái banh khi chạm tường. (c) Khi trái banh chạm tường, nó đã đi qua điểm cực đại của quỹ đạo chưa? Giải thích.

