

**Bài 1:**

# **DIỆN TÍCH MIỀN TRONG MẶT PHẪNG**

**Giảng viên: Nguyễn Lê Thi**

**Bộ Môn Toán – Khoa Khoa học ứng dụng**

# MỤC TIÊU BÀI HỌC

---

- Vẽ được các đường cong cơ bản trong tọa độ Decac và tọa độ cực.
- Áp dụng được phương pháp lát cắt để tính diện tích miền trong tọa độ Decac và tọa độ cực.

# NỘI DUNG CHÍNH

1 Các đường cong cơ bản

2 Diện tích trong tọa độ Đề-các

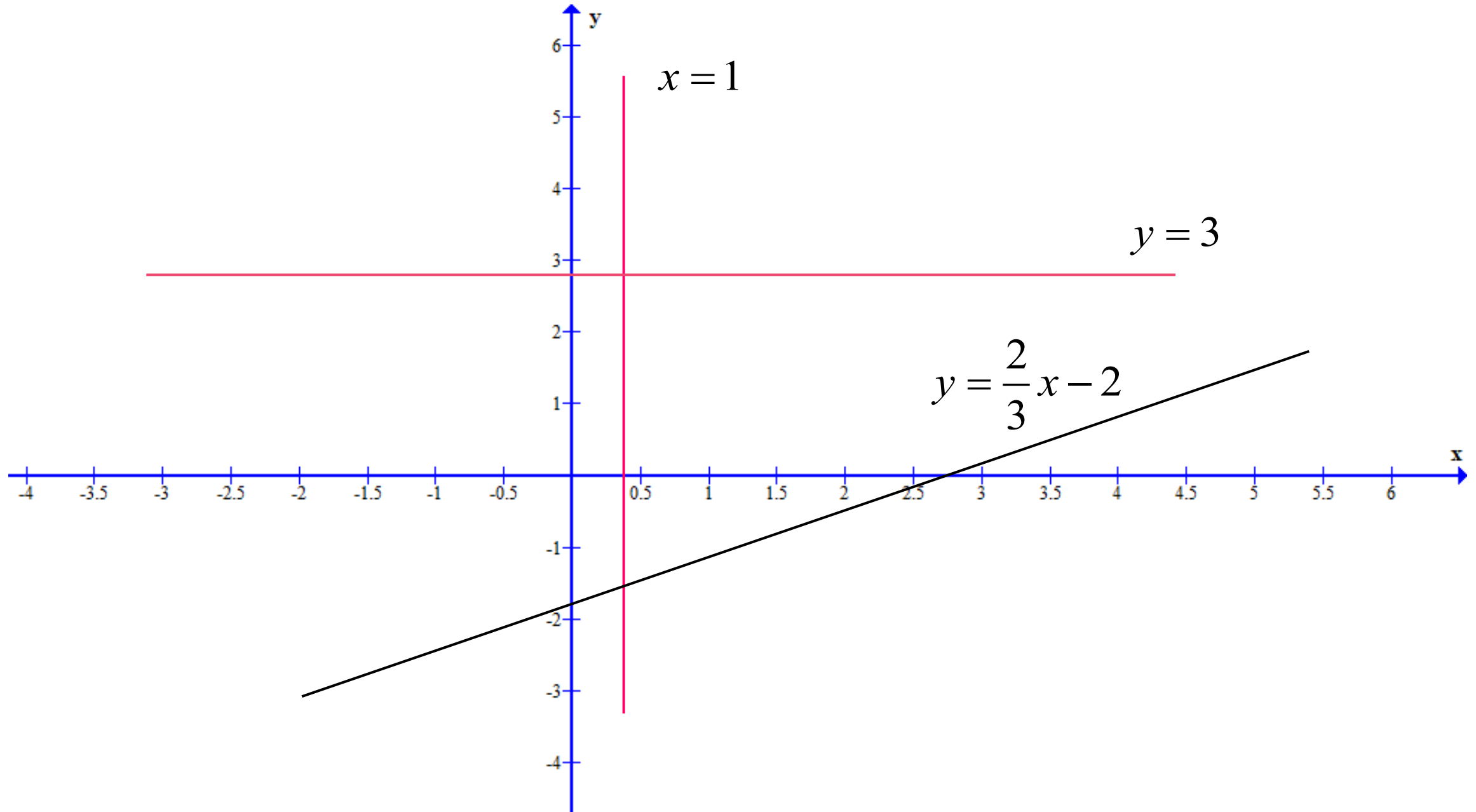
3 Tọa độ cực

3 Diện tích trong tọa độ cực

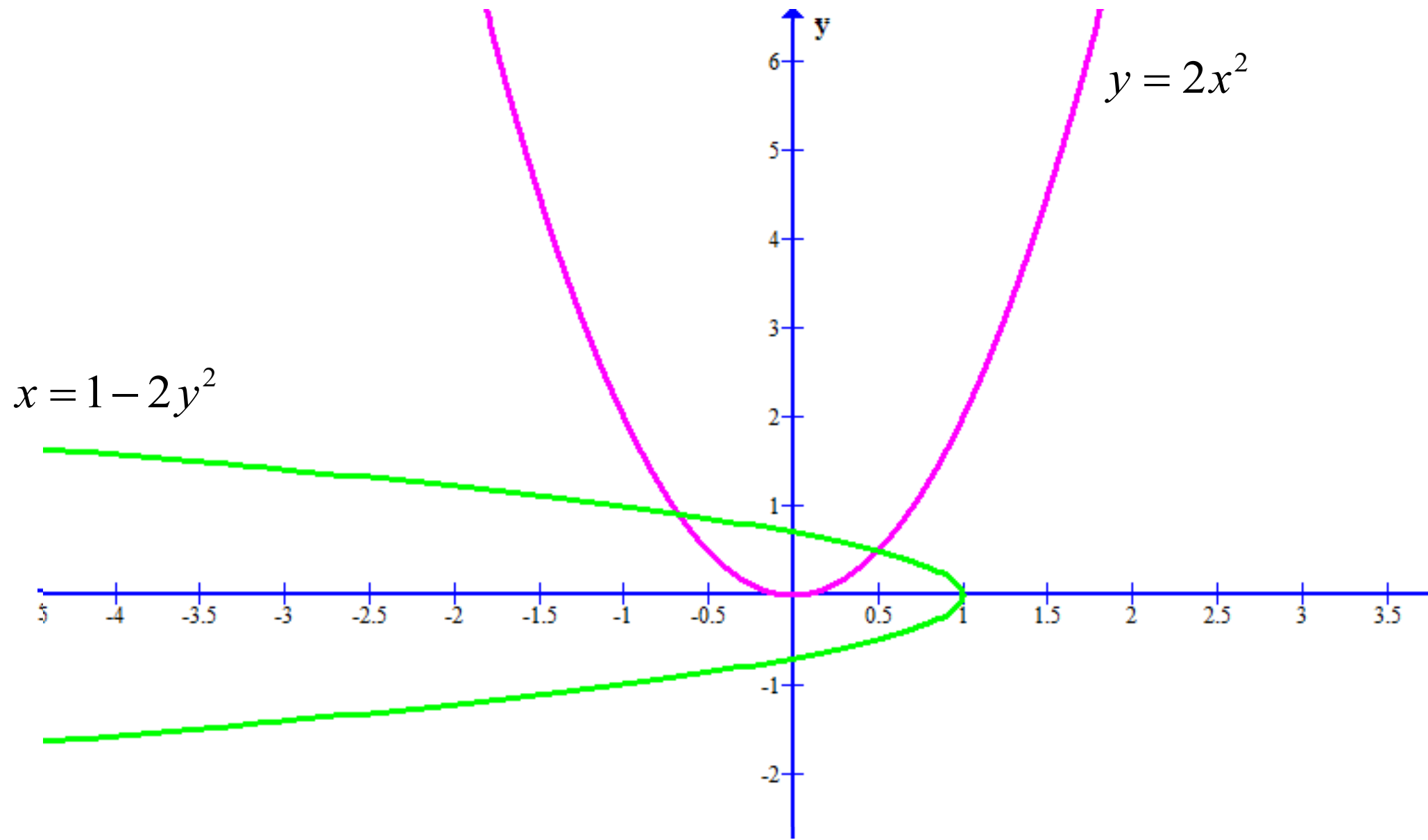


# **1. CÁC ĐƯỜNG CONG CƠ BẢN**

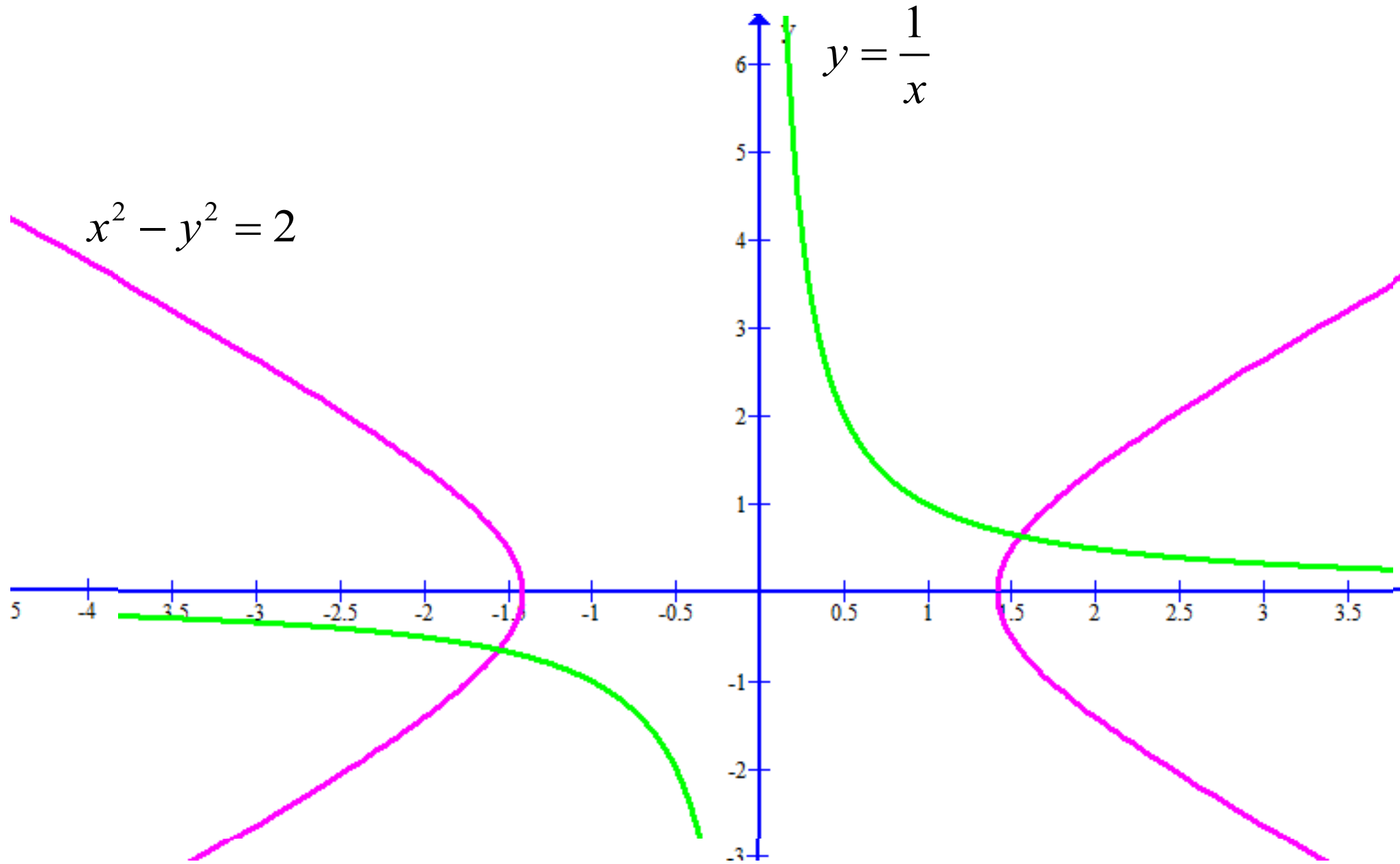
❖ Đường thẳng  $y = ax + b$



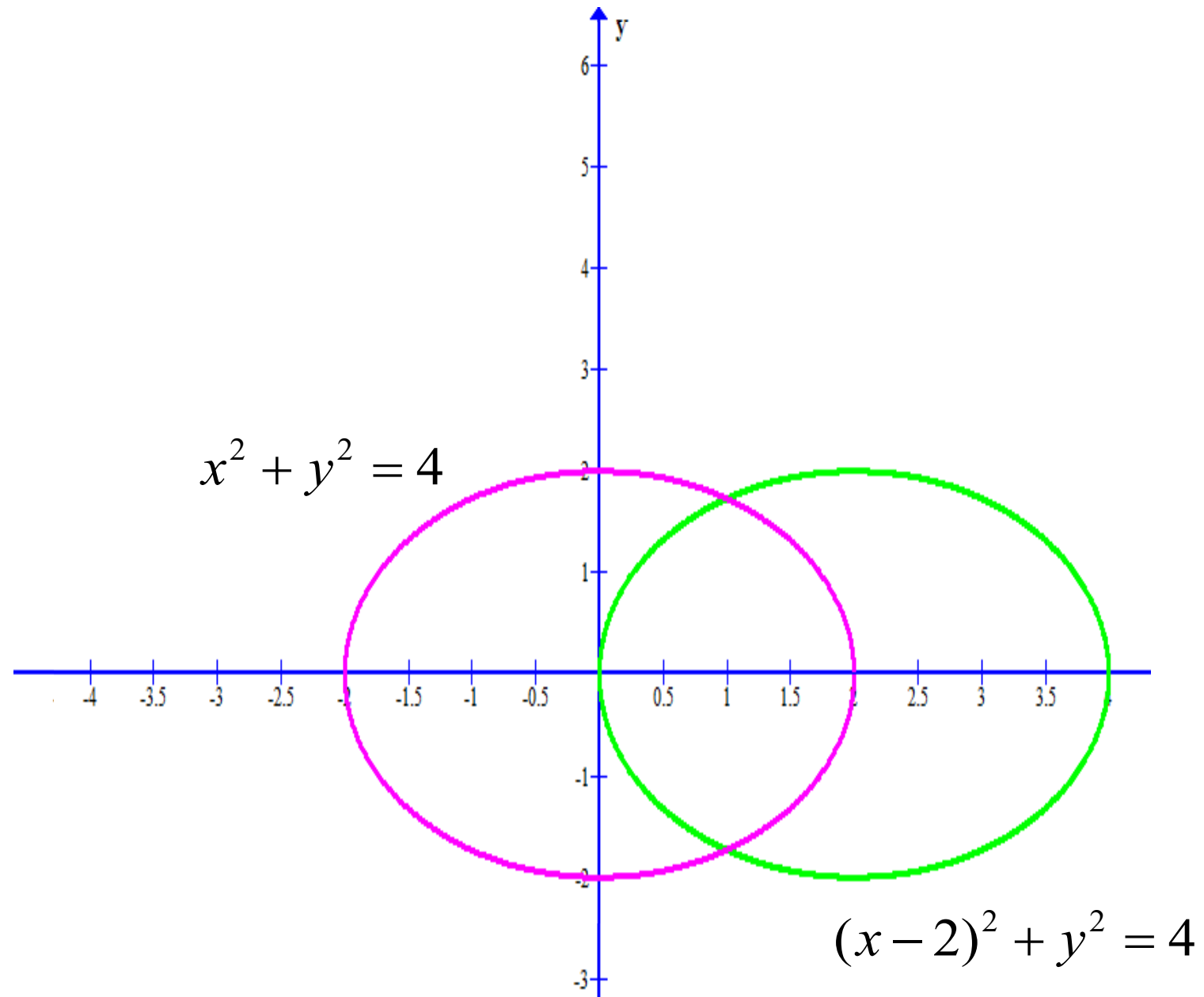
❖ Đường parabol  $y = ax^2 + bx + c \rightarrow \left(-\frac{b}{2a}, -\frac{\Delta}{4a}\right)$  là đỉnh parabol



## ❖ Đường hyperbol



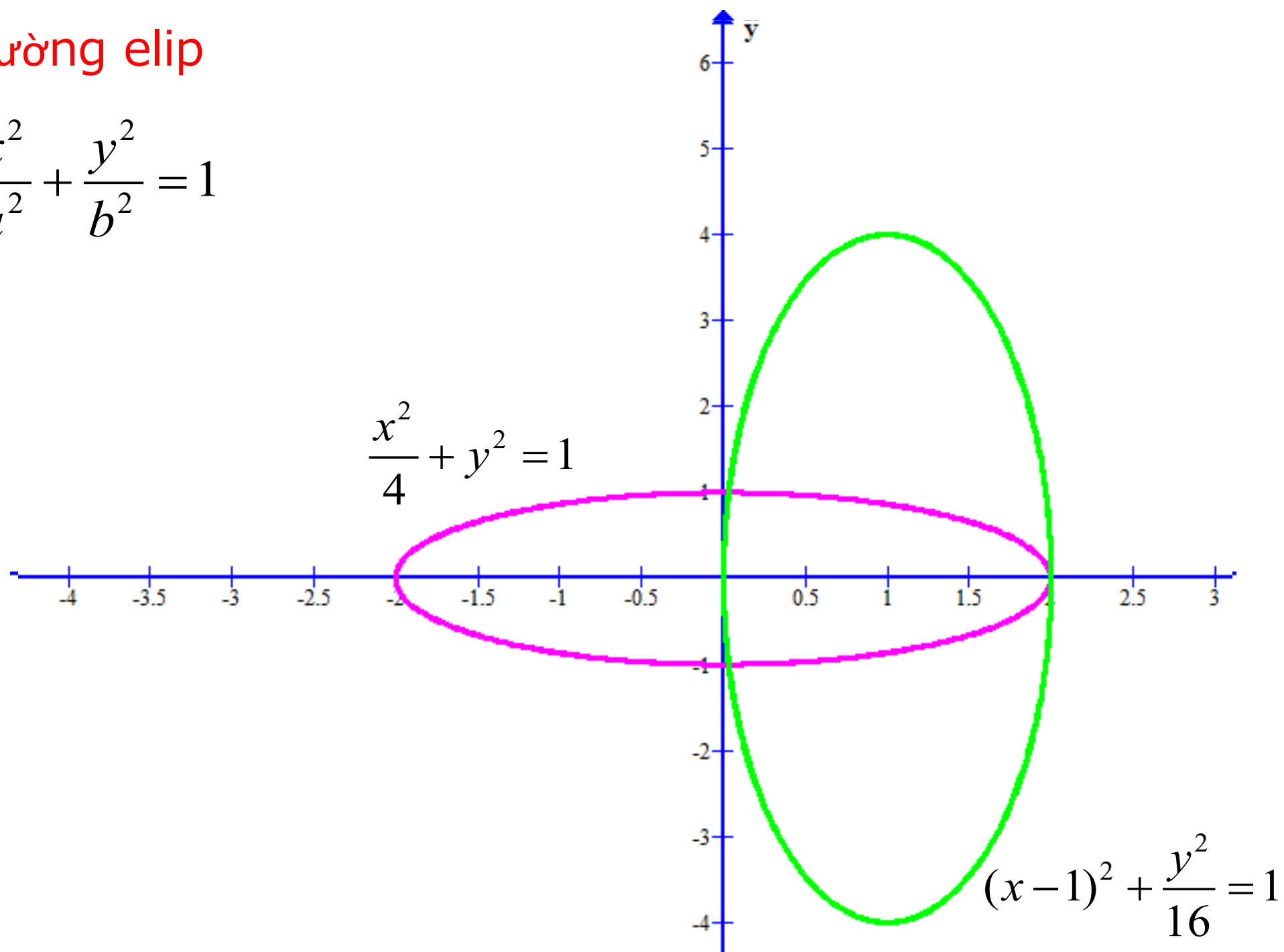
## ❖ Đường tròn



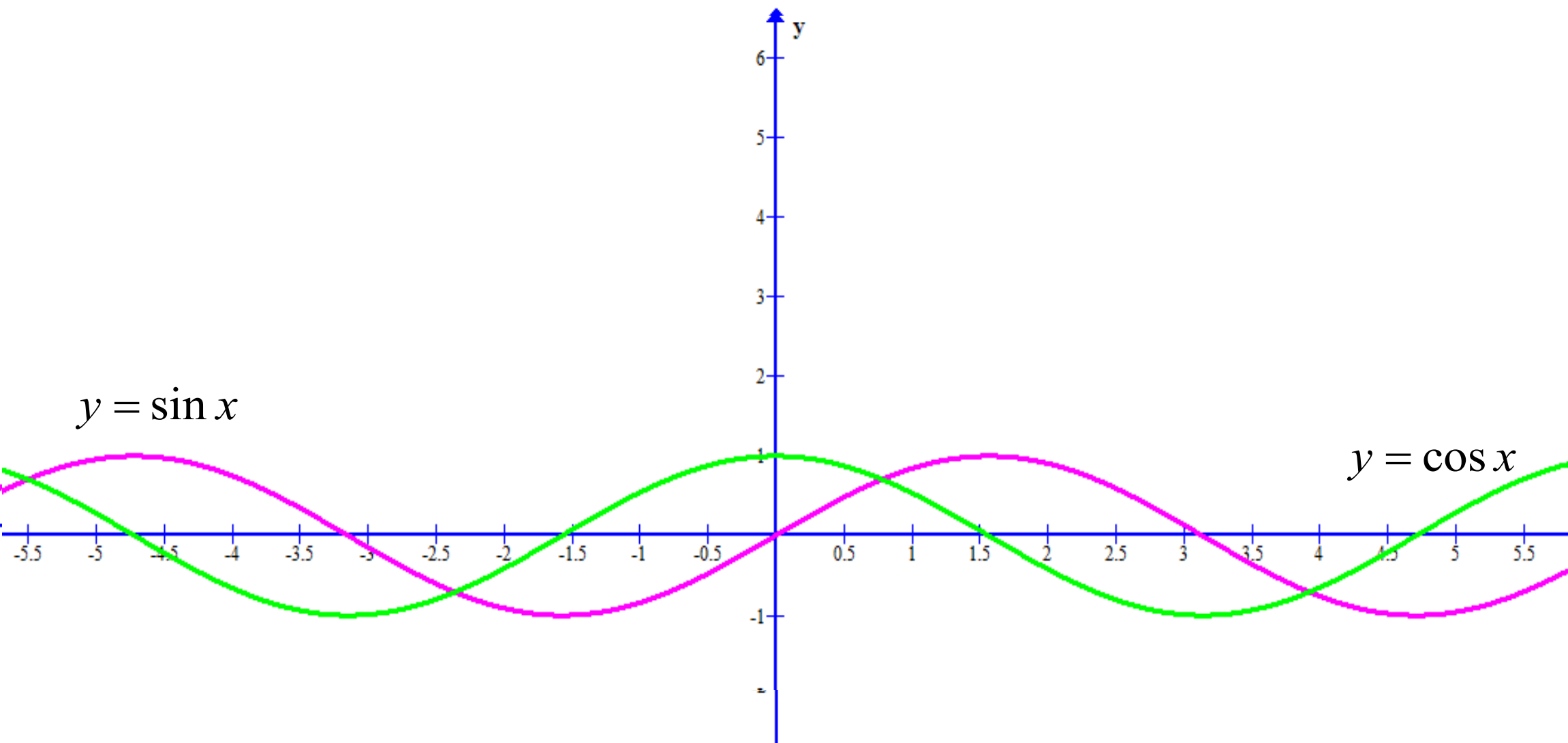


## ❖ Đường elip

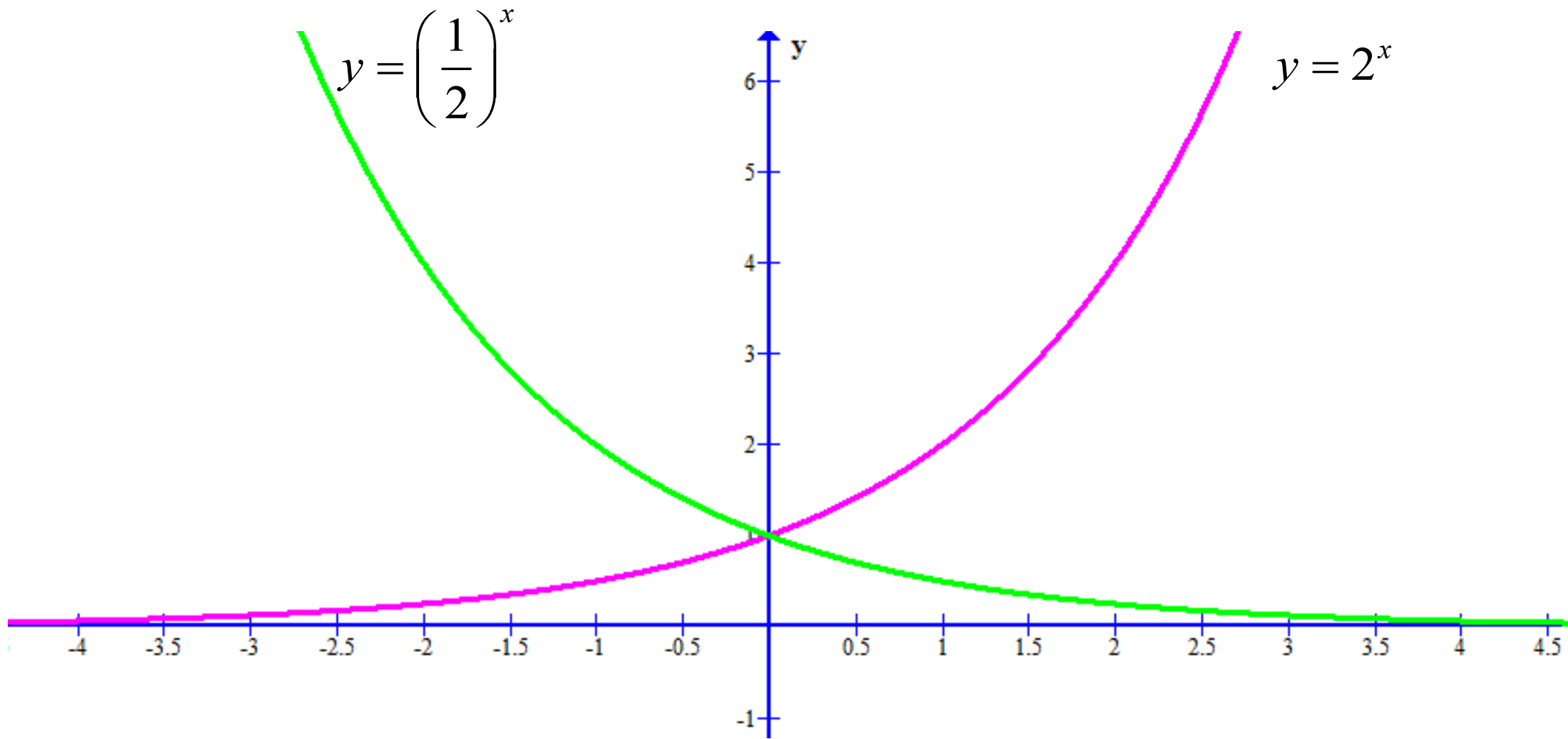
$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$



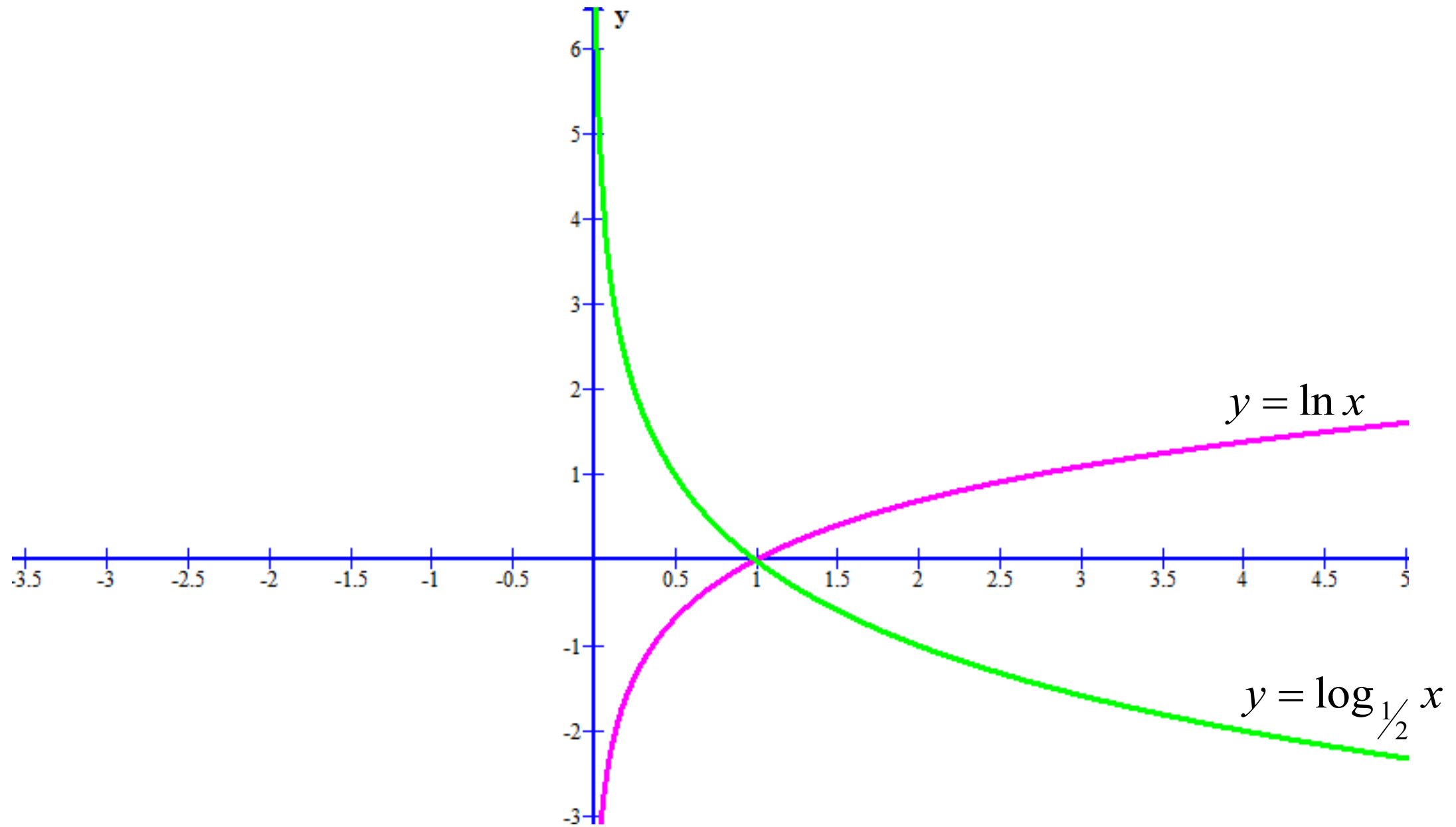
## ❖ Đường sin, cos



## ❖ Đường cong mũ



## ❖ Đường cong logarit



## Ví dụ 1.1

Xác định miền  
được giới hạn bởi  
đường  $y = x^2 - 2$   
và đường  $y = -x$

## Ví dụ 1.2

Xác định miền được  
giới hạn bởi đường

$$x^2 + y^2 \leq 4$$

phía dưới

$$y = \frac{1}{x}$$

và phía dưới

$$y = 2x - 2$$

## **2. DIỆN TÍCH MIỀN TRONG TỌA ĐỘ ĐỀ-CÁC**

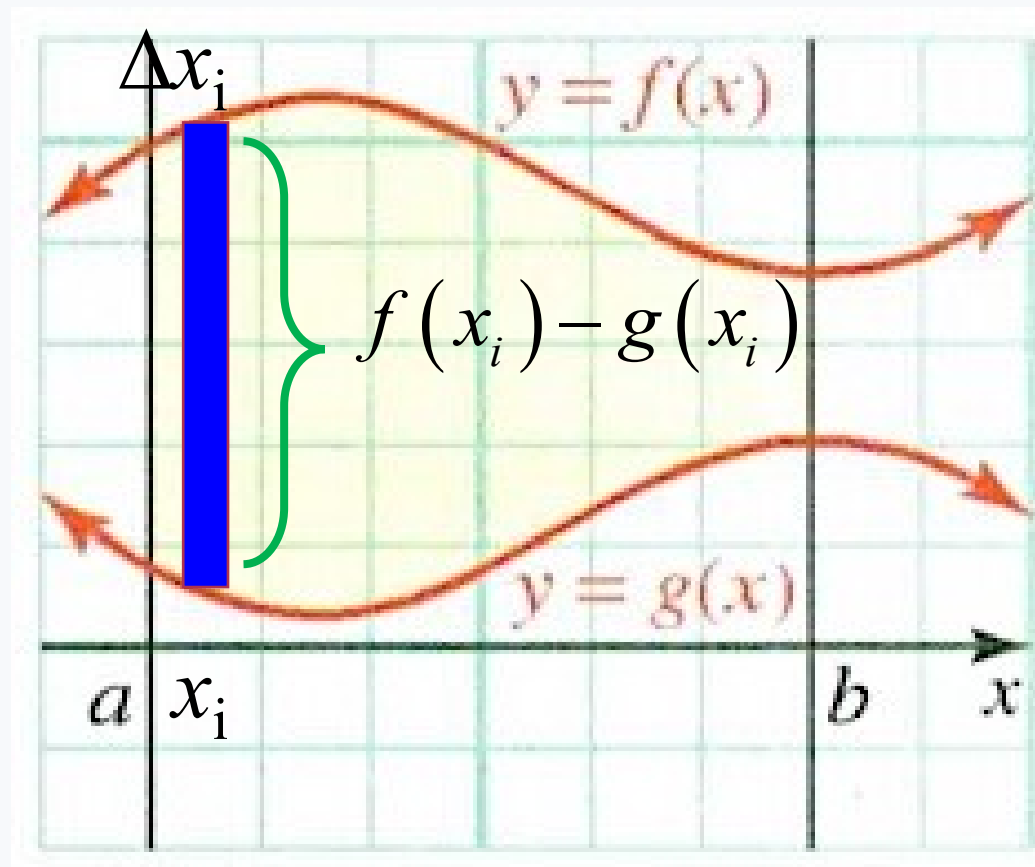
# Phương pháp lát cắt thẳng đứng

Nếu hai đường cong  $y = f(x)$   
và  $y = g(x)$  liên tục trên  $[a, b]$   
thì diện tích miền giới hạn giữa  
hai đường cong là

$$A = \int_a^b [f(x) - g(x)] dx$$

Đường trên

Đường dưới



$$S_i = [f(x_i) - g(x_i)] \Delta x_i$$



### Ví dụ 1.3

Tìm diện tích của  
miền nằm giữa hai  
đường  $y = 2 - x^2$   
và  $y = -x$  bằng  
phương pháp lát  
cắt dọc.

## Ví dụ 1.4

Tìm diện tích của  
miền giới hạn bởi

$$y = \sqrt{x}, y = 2 - x$$

Và trục  $Ox$

bằng phương pháp  
lát cắt dọc.

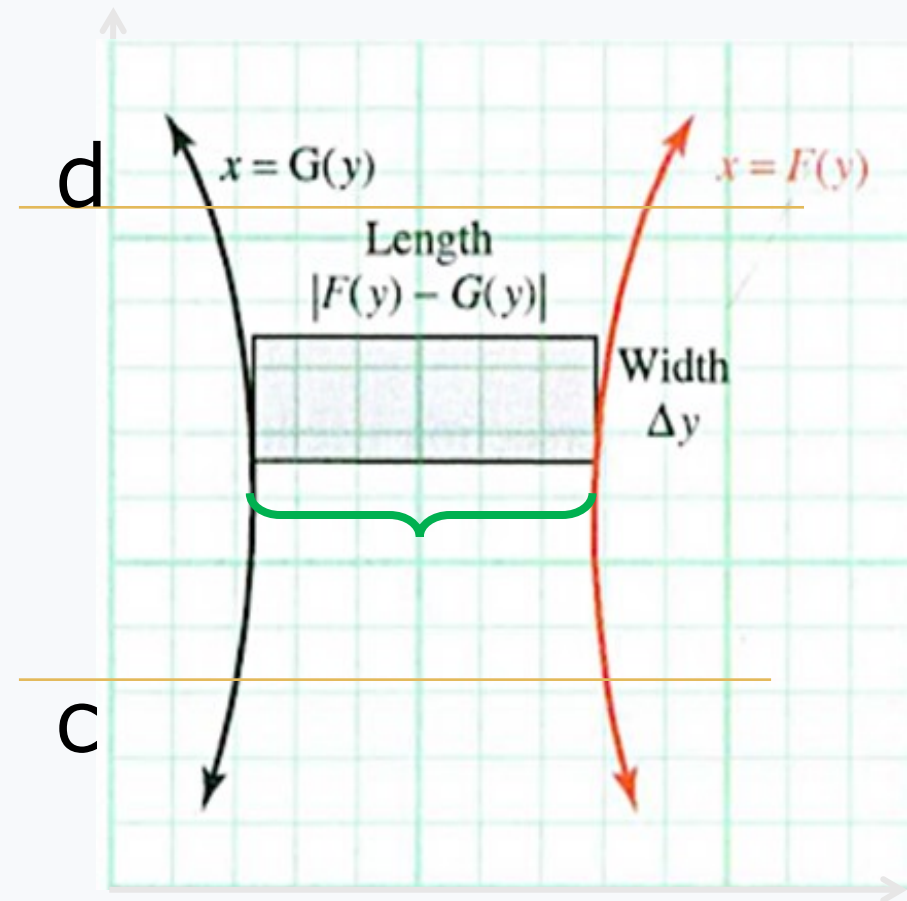
# Phương pháp lát cắt nằm ngang

Nếu hai đường cong  $x = f(y)$  và  $x = g(y)$  liên tục trên  $[c, d]$  thì diện tích miền giới hạn giữa hai đường cong xác định bởi

$$A = \int_c^d [F(y) - G(y)] dy$$

Đường bên phải

Đường bên trái



$$S_i = [F(y_i) - G(y_i)] \Delta y_i$$

## Ví dụ 1.5

Tìm diện tích của  
miền giới hạn bởi  
đường thẳng  $y = x - 1$   
và đường cong

$$y^2 = 2x + 6$$

bằng phương pháp  
lát cắt ngang.

## Ví dụ 1.6

Tìm diện tích của  
miền giới hạn bởi  
các đường

$$y = x$$

$$y = 2x - 1$$

$$x = y^2$$

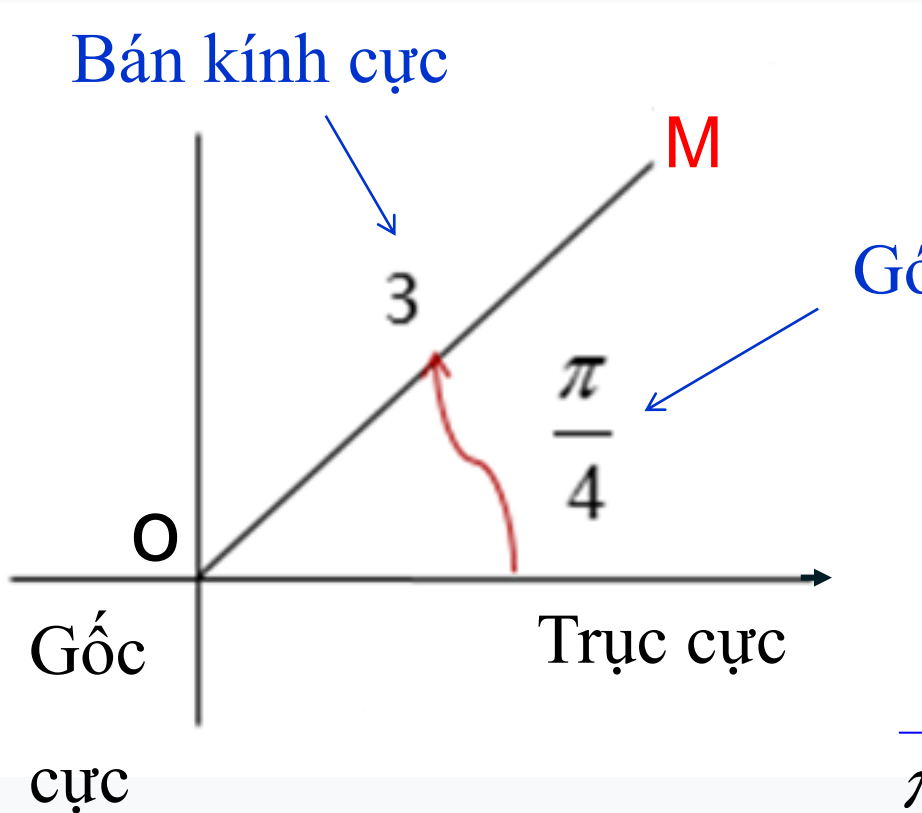
bằng 2 phương  
pháp.

### **3. TỌA ĐỘ CỰC**

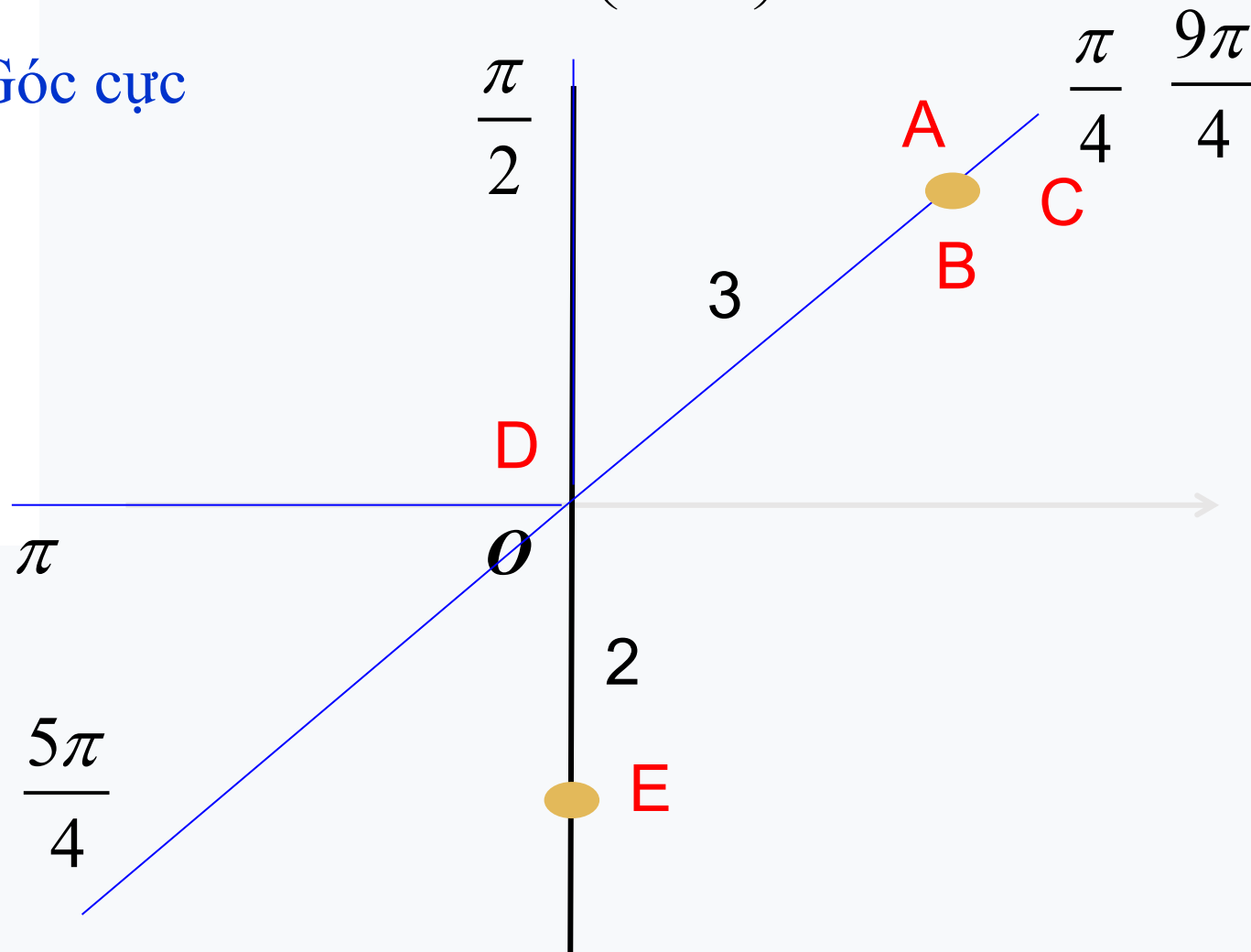
# Tọa độ cực

$$A\left(3, \frac{\pi}{4}\right), B\left(-3, \frac{5\pi}{4}\right), C\left(3, \frac{9\pi}{4}\right),$$

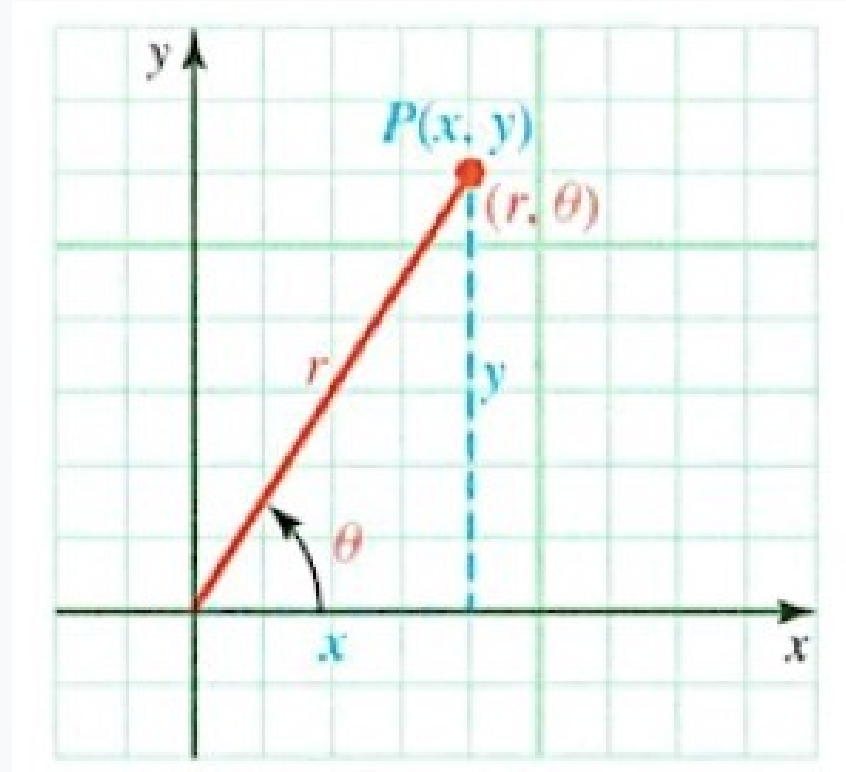
$$D(0, \pi), \quad E\left(-2, \frac{\pi}{2}\right)$$



$$M(r, \varphi) : \begin{cases} r = 3 \\ \varphi = \frac{\pi}{4} \end{cases}$$



# Công thức đổi tọa độ



$$\begin{cases} x = r \cos \varphi \\ y = r \sin \varphi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} r = \sqrt{x^2 + y^2} \\ \tan \varphi = \frac{y}{x} \end{cases}$$



## Ví dụ 1.7

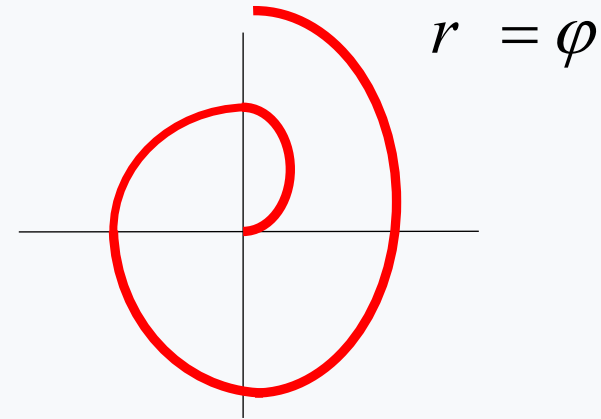
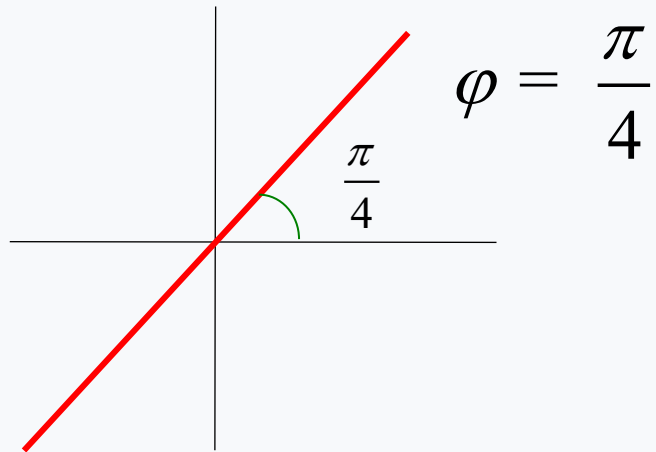
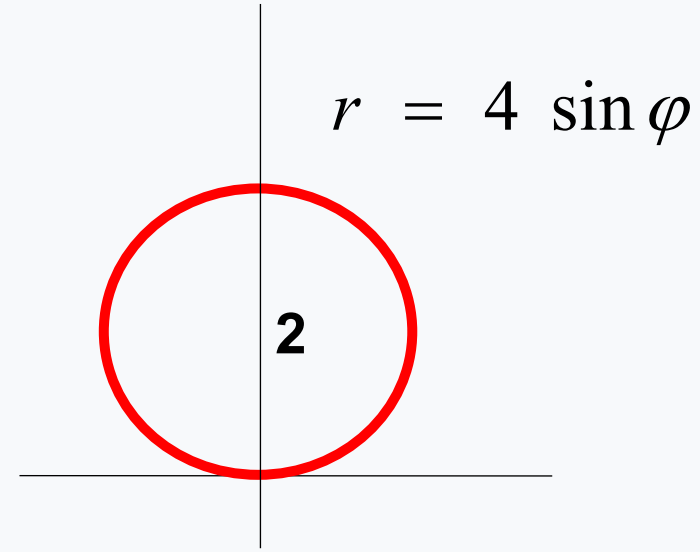
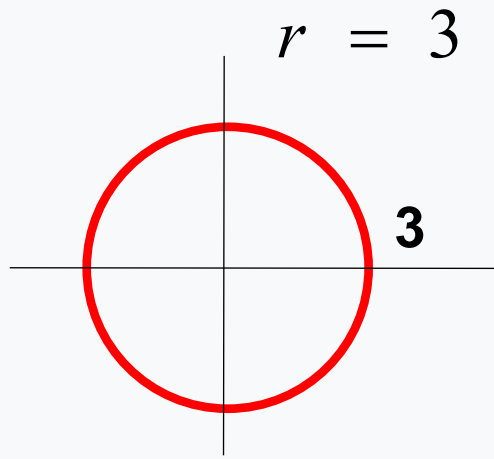
Đổi điểm  $A\left(3, \frac{5\pi}{4}\right)$

sang tọa độ Decac

và đổi  $B(1, -\sqrt{3})$

sang tọa độ cực.

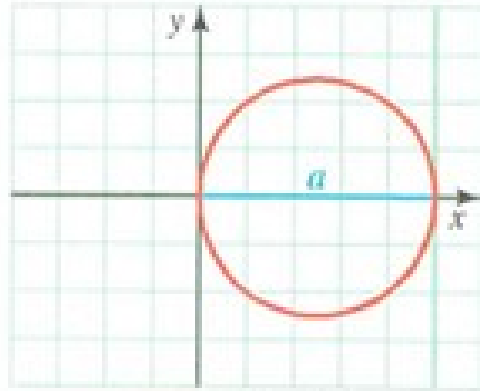
# Đường cong trong tọa độ cực



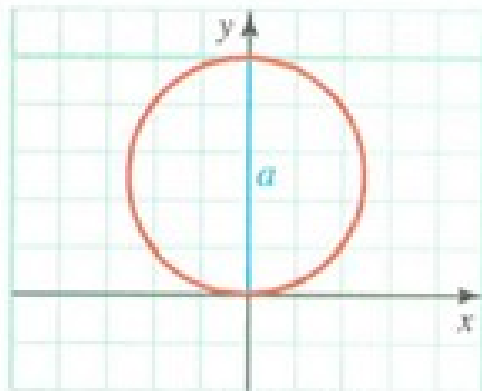
# Các đường cong cực cơ bản

## ROSE CURVES

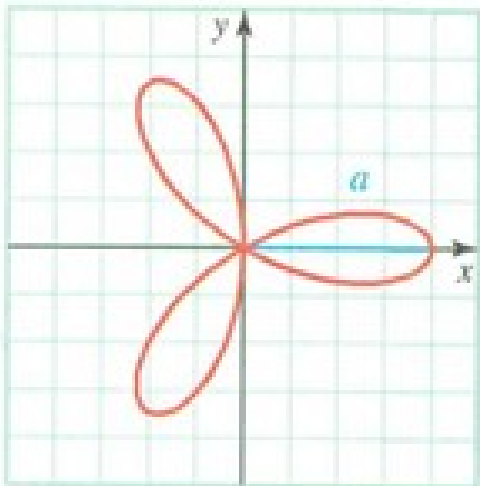
$$r = a \cos n\theta \text{ and } r = a \sin n\theta$$



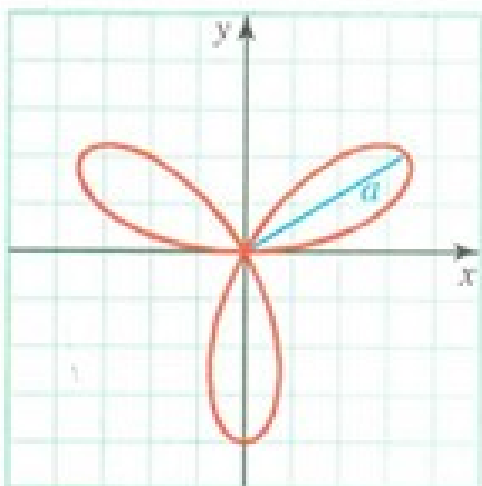
$r = a \cos \theta$ ; circle  
standard form; one petal



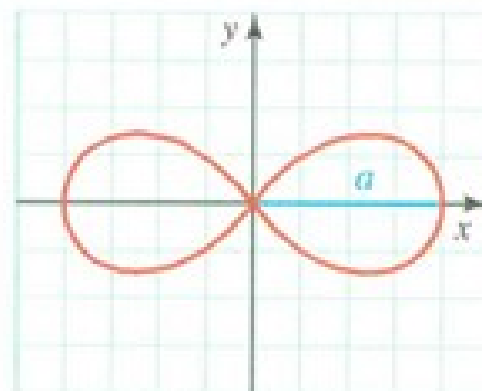
$r = a \sin \theta$ ; circle  
 $\frac{\pi}{2}$  rotation; one petal



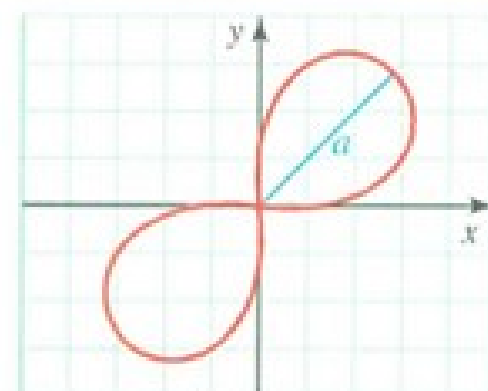
$r = a \cos 3\theta$   
standard form; three petals



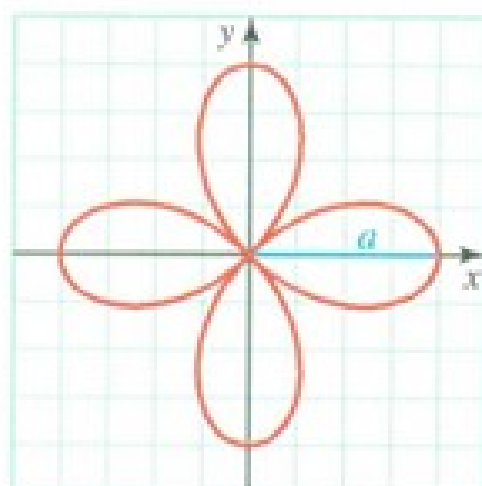
$r = a \sin 3\theta$   
 $\frac{\pi}{6}$  rotation; three petals



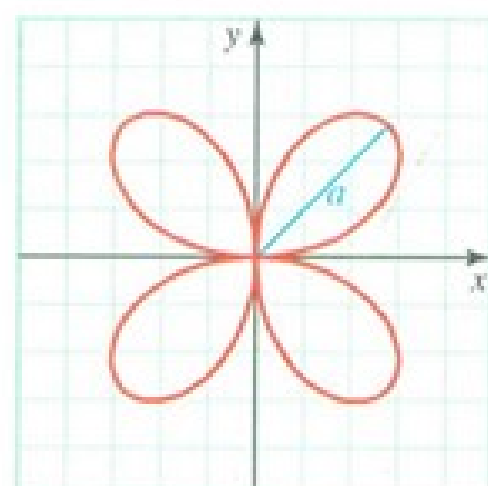
$r^2 = a^2 \cos 2\theta$   
standard form



$r^2 = a^2 \sin 2\theta$   
 $\frac{\pi}{4}$  rotation



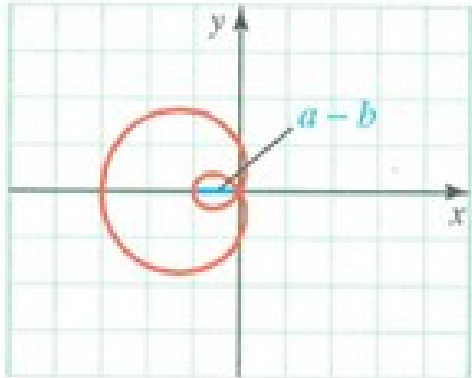
$r = a \cos 2\theta$   
standard form; four petals



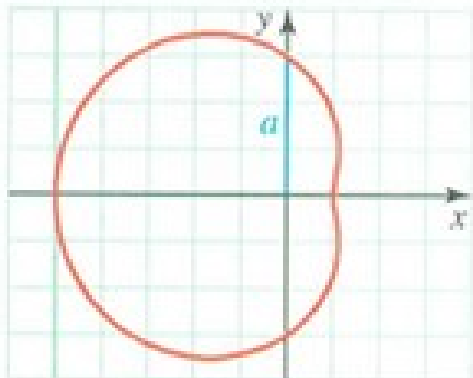
$r = a \sin 2\theta$   
 $\frac{\pi}{4}$  rotation; four petals

# Các đường cong cực cơ bản

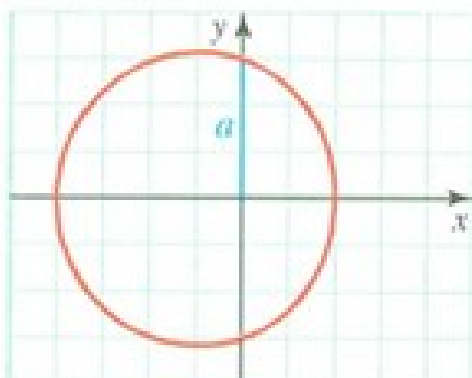
LIMAçons      $r = b \pm a \cos \theta$  and  $r = b \pm a \sin \theta$



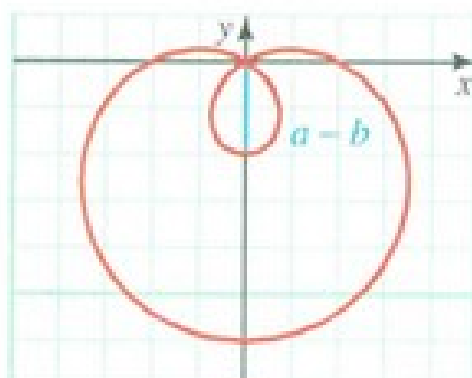
$r = b - a \cos \theta, \frac{b}{a} < 1$   
standard form, inner loop



$r = b - a \cos \theta, 1 < \frac{b}{a} < 2$   
standard form, dimple

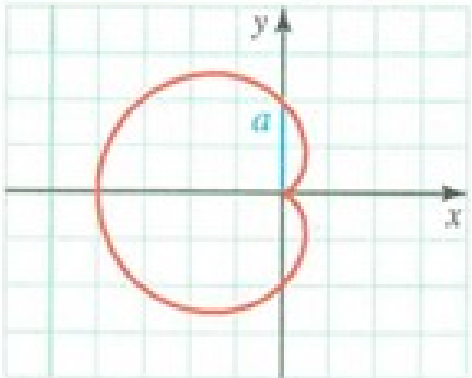


$r = b - a \cos \theta, \frac{b}{a} \geq 2$   
standard form, convex

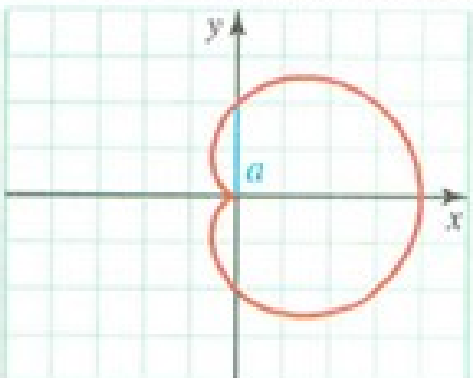


$r = b - a \sin \theta, \frac{b}{a} < 1$   
 $\frac{\pi}{2}$  rotation; inner loop

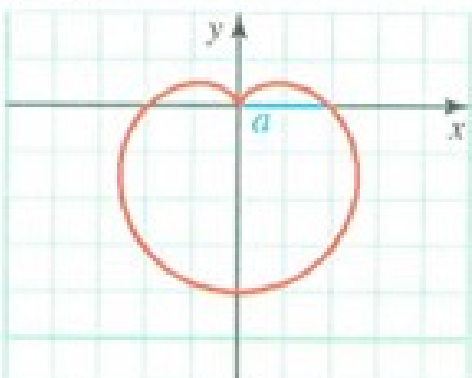
CARDIOIDS      $r = a(1 \pm \cos \theta)$  and  $r = a(1 \pm \sin \theta)$  Limaçons in which  $a = b$



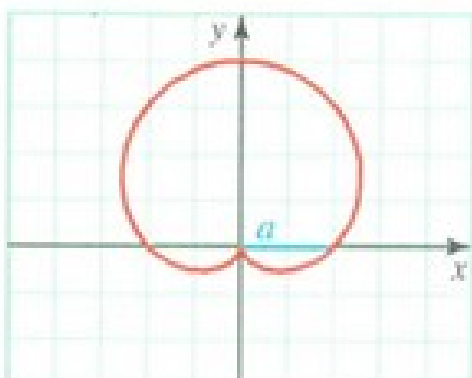
$r = a - a \cos \theta$   
standard form



$r = a + a \cos \theta$   
 $\pi$  rotation



$r = a - a \sin \theta$   
 $\frac{\pi}{2}$  rotation

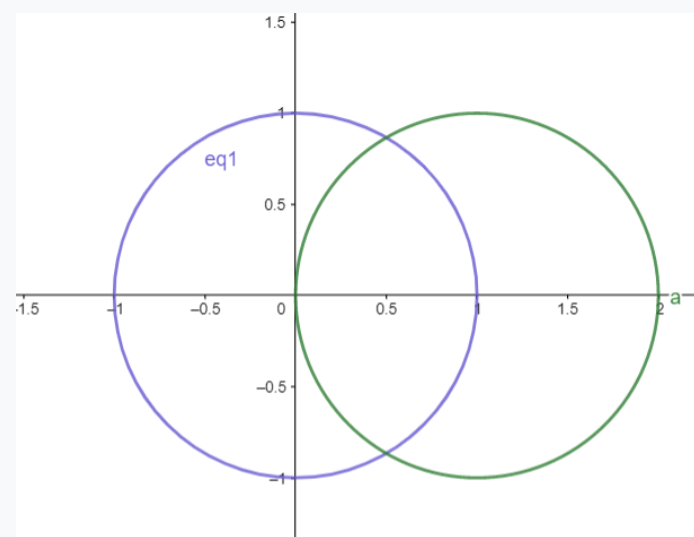


$r = a + a \sin \theta$   
 $\frac{3\pi}{2}$  rotation

## Ví dụ 1.8

Xác định giao điểm  
và vẽ miền giới hạn  
bởi 2 đường cong  
cực sau:  $r = 2\cos\varphi$

$$r = 1$$



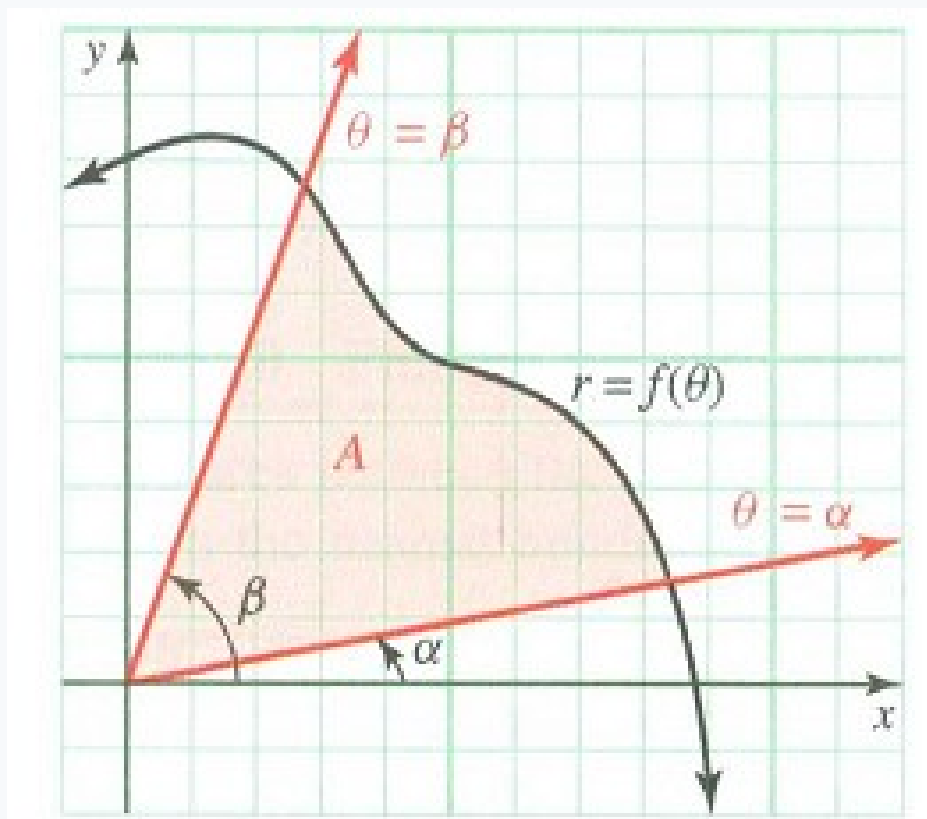
### Tìm giao điểm của các đường cong cực

**Bước 1** Tìm tất cả các nghiệm chung của các phương trình được cho.

**Bước 2** Xác định xem điểm cực  $r = 0$  có nằm trên hai đồ thị hay không.

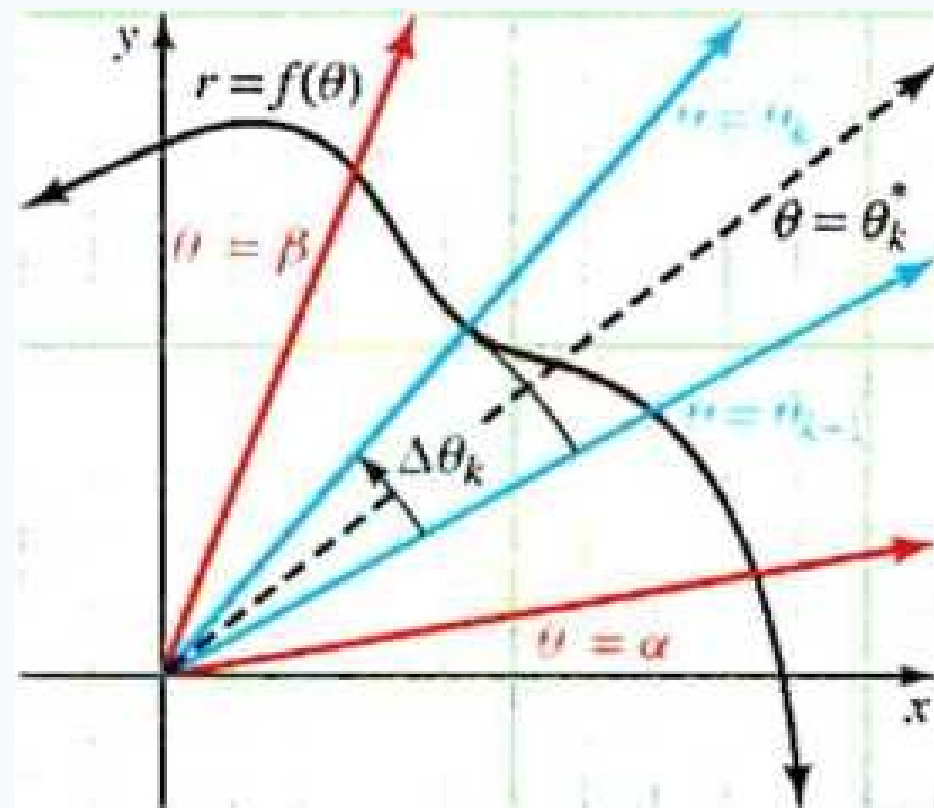
**Bước 3** Vẽ các đường cong để tìm các giao điểm khác.

## 4. DIỆN TÍCH MIỀN TRONG TỌA ĐỘ CỰC



$$A = \frac{1}{2} \int_{\alpha}^{\beta} [f(\varphi)]^2 d\varphi$$

$$\alpha, \beta \in [0, 2\pi] \text{ hoặc } \alpha, \beta \in [-\pi, \pi]$$



$$S_k = \frac{1}{2} f^2(\theta_k) \cdot \Delta\theta_k$$

## Ví dụ 1.9

Tìm diện tích nửa  
trên của đường  
cardioid

$$r = 1 + \cos \varphi$$



## Ví dụ 1.9

Tìm diện tích miền  
giao nhau của hai  
đường tròn

$$r = \sin \varphi$$

$$r = \cos \varphi$$

# KẾT BÀI

---

- Những vấn đề sinh viên cần quan tâm
- Cách vẽ các đường cong trong tọa độ Decac và tọa độ cực.
- Cách chuyển đổi giữa 2 hệ tọa độ.
- Tính diện tích miền bằng tích phân (biến tích phân, cận tích phân và hàm lấy tích phân)

**THANKS FOR WATCHING!**