

Bài 3:

ĐỘ DÀI ĐOẠN CONG

Giảng viên: Nguyễn Lê Thi

Bộ Môn Toán – Khoa Khoa học ứng dụng

MỤC TIÊU BÀI HỌC

- Nhận dạng và chuyển đổi giữa các dạng phương trình của đường cong.
- Áp dụng tích phân để tính độ dài của một đoạn cong trong tọa độ Decac và tọa độ cực.

NỘI DUNG CHÍNH

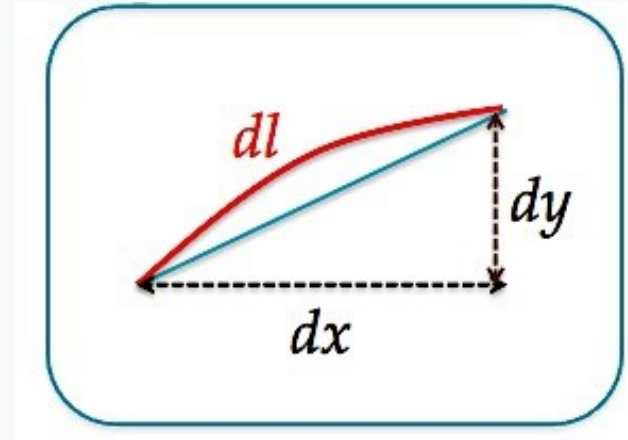
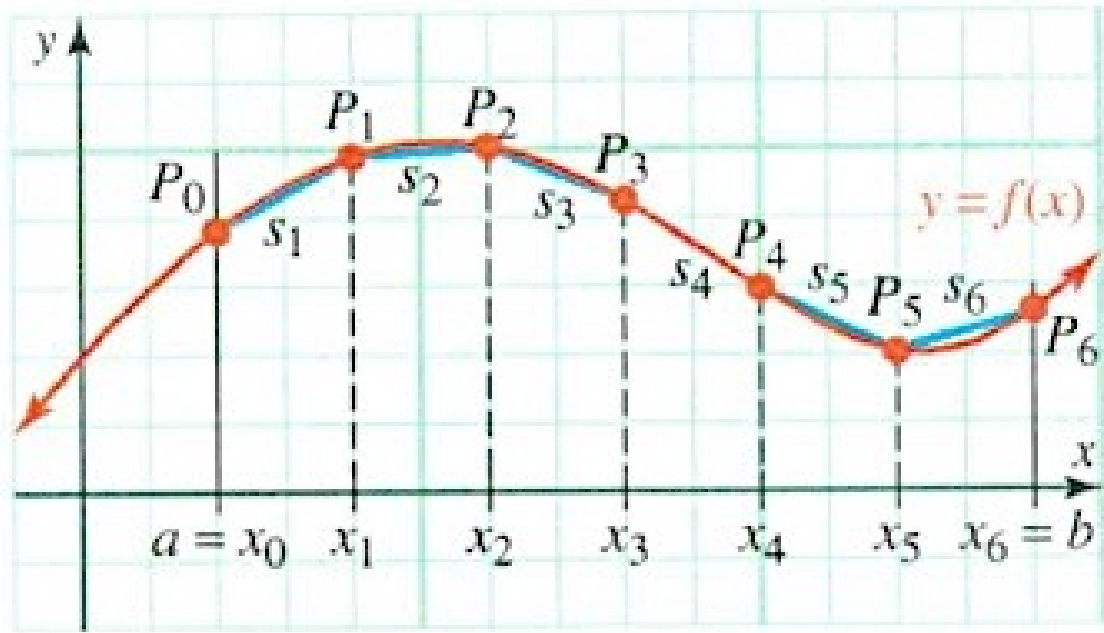
1 Độ dài đoạn cong trong tọa độ Decac.

2 Độ dài đoạn cong trong tọa độ cực.



1. ĐỘ DÀI ĐOẠN CONG TRONG TỌA ĐỘ DECAC

❖ Dạng đường cong tổng quát



Độ dài đoạn cong của đồ thị hàm $y = f(x)$ với $x \in [a, b]$ là

$$l = \int_a^b \sqrt{1 + [f'(x)]^2} dx$$

❖ Dạng đường cong tổng quát

Nếu đường cong có phương trình $x = g(y)$ với $y \in [c, d]$ thì độ dài sẽ tính bằng

$$l = \int_c^d \sqrt{1 + [g'(y)]^2} dy$$

Ví dụ 3.1.

Viết công thức tích phân để tính độ dài cung $y = e^x$ với $x \in [0, 1]$ bằng hai cách.

Cách 1:

Ví dụ 3.1 (tiếp)

Cách 2:

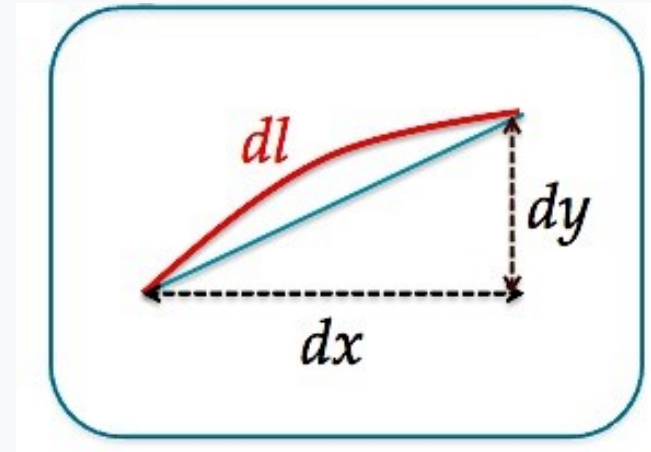
❖ Dạng đường cong tham số

Nếu đường cong có phương trình dạng tham số

$$\begin{cases} x = x(t) \\ y = y(t) \end{cases}; \quad a \leq t \leq b$$

thì độ dài đường cong là

$$l = \int_a^b \sqrt{[x'(t)]^2 + [y'(t)]^2} dt$$



Ví dụ 3.2.

Tính độ dài đường
cong cycloide

$$\begin{cases} x = t - \sin t \\ y = 1 - \cos t \end{cases}$$

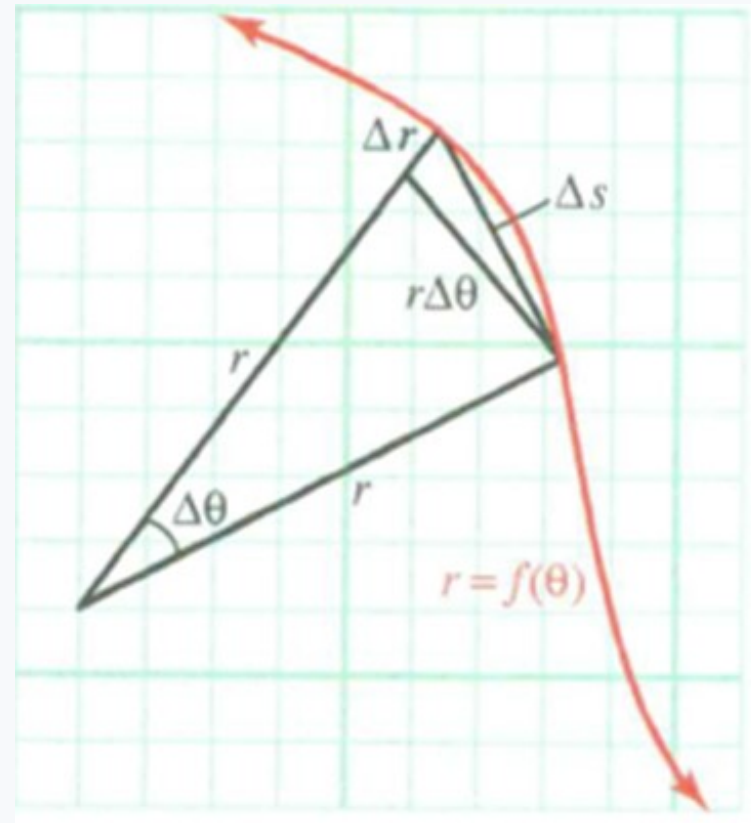
nối từ điểm $(0, 0)$

đến điểm $(\pi, 2)$

2. ĐỘ DÀI ĐOẠN CONG TRONG TỌA ĐỘ CỰC

Độ dài cung $r = r(\varphi)$, $\alpha \leq \varphi \leq \beta$
được tính bởi

$$l = \int_{\alpha}^{\beta} \sqrt{[r(\varphi)]^2 + [r'(\varphi)]^2} d\varphi$$

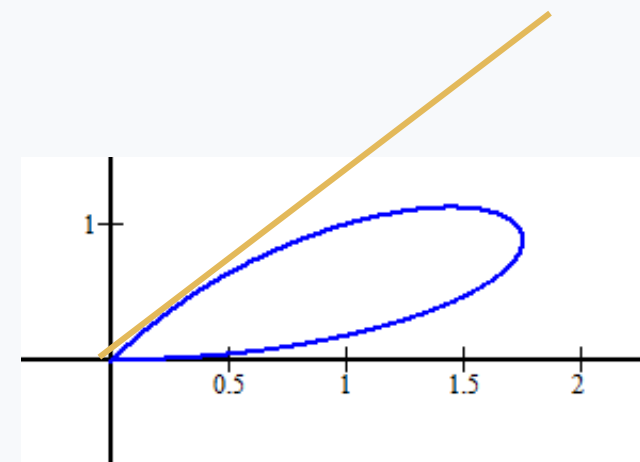


$$\begin{aligned}\Delta s &= \sqrt{(r\Delta\theta)^2 + (\Delta r)^2} \\ &= \sqrt{(r)^2 + \left(\frac{\Delta r}{\Delta\theta}\right)^2} \Delta\theta\end{aligned}$$

Ví dụ 3.3.

Tính độ dài một lá
của đường cong

$$r = 2 \sin 3\varphi$$



KẾT BÀI

Sinh viên cần lưu ý:

- Sử dụng tích phân để tính độ dài đoạn cong với các dạng phương trình được cho khác nhau.

THANKS FOR WATCHING!