

**Bài 2:**

# **THẺ TÍCH VẬT THẺ**

**Giảng viên: Nguyễn Lê Thi**

**Bộ Môn Toán – Khoa Khoa học ứng dụng**

# MỤC TIÊU BÀI HỌC

---

- Áp dụng được phương pháp lát cắt để tính thể tích của vật thể bất kỳ
- Áp dụng được phương pháp đĩa, vòng đệm và ống trụ để tính thể tích vật thể tròn xoay
- Phân biệt phương pháp đĩa, vòng đệm và ống trụ và sử dụng thích hợp

# NỘI DUNG CHÍNH

1 Phương pháp lát cắt

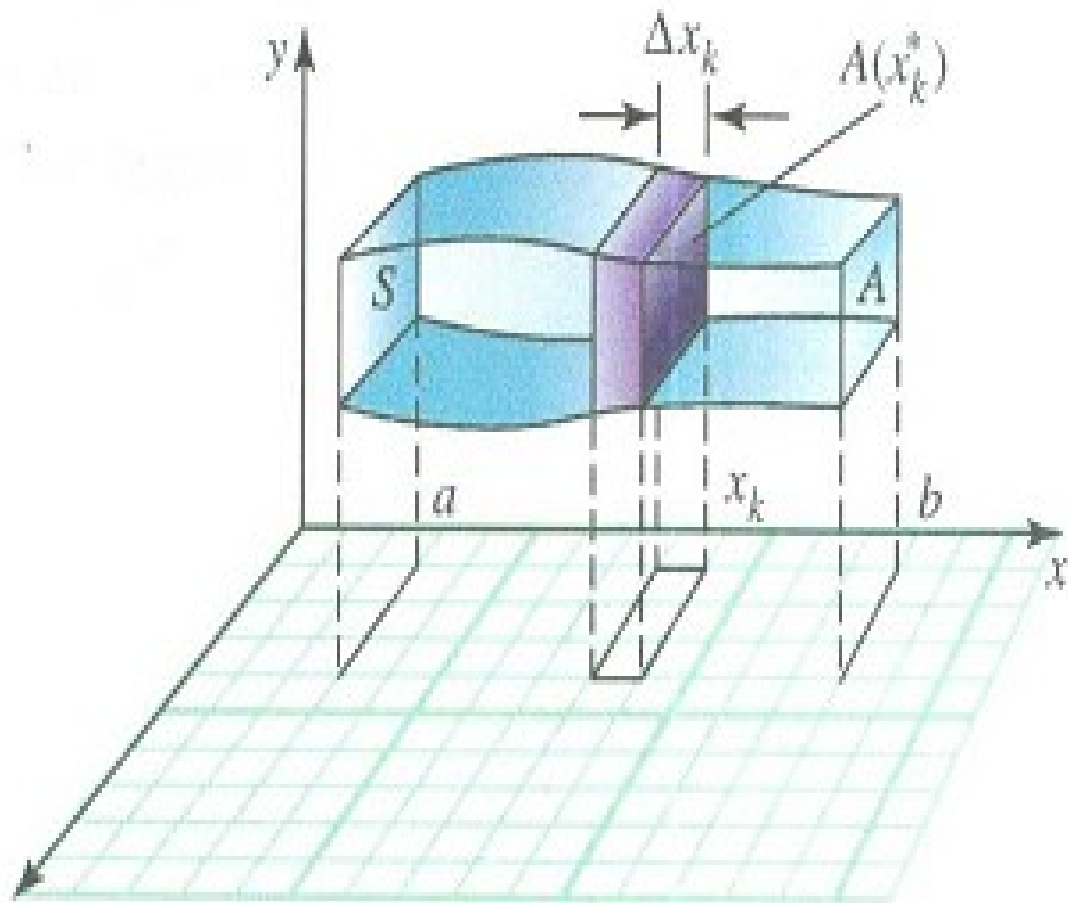
2 Phương pháp đĩa, vòng đệm

3 Phương pháp ống trụ



# **1. PHƯƠNG PHÁP LÁT CẮT**

## 1.1 Phương pháp lát cắt dọc



Nếu vật rắn mà các lát cắt vuông góc với trục  $Ox$  tại mỗi điểm trên đoạn  $[a, b]$  có diện tích là  $A(x)$  thì thể tích của nó sẽ là

$$V = \int_a^b A(x) dx$$

### Diện tích lát cắt vuông góc với $Ox$

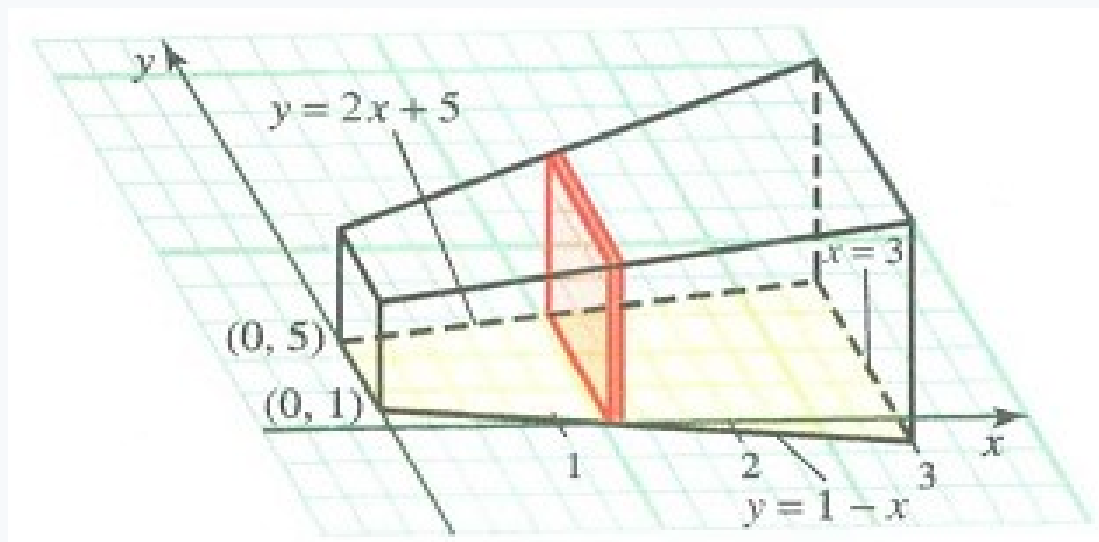
## Ví dụ 2.1

Đáy của một vật rắn là miền kín trong mặt phẳng  $Oxy$ , được giới hạn bởi trục  $Oy$  và các đường thẳng

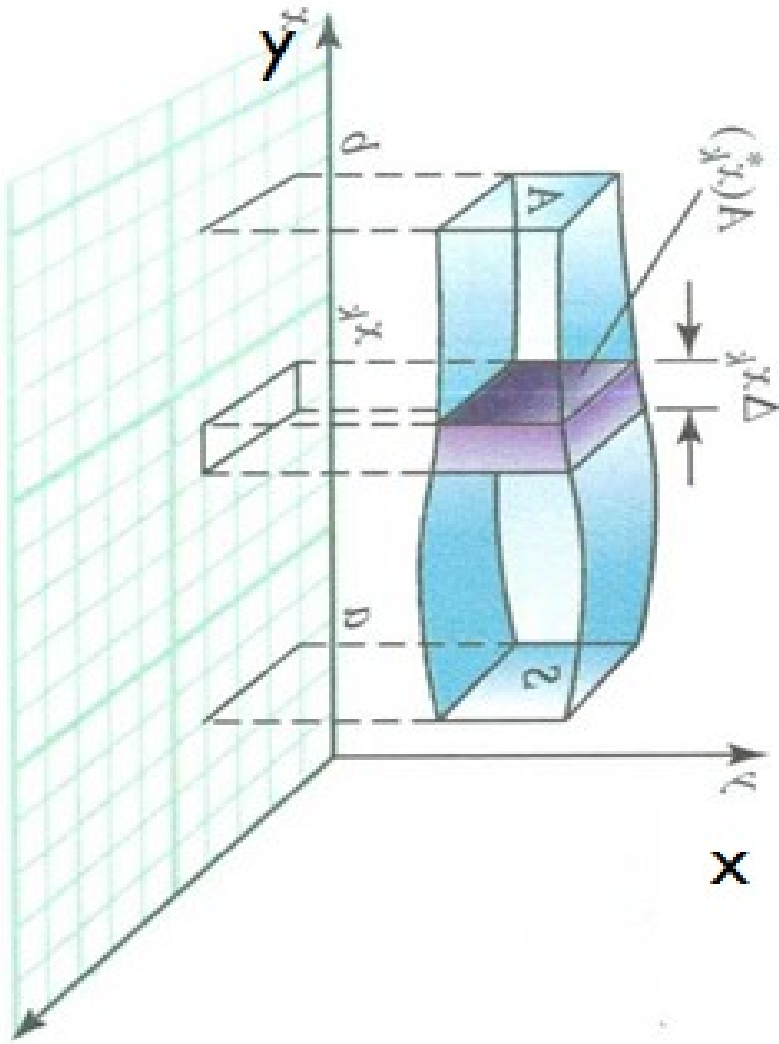
$$y = 1 - x, y = 2x + 5, x = 3.$$

Tìm thể tích vật thể biết rằng mỗi lát cắt vuông góc với trục  $Ox$  là một hình vuông.

## Bài giải



## 1.2 Phương pháp lát cắt ngang



Nếu lát cắt vuông góc với trục  $Oy$  tại mỗi điểm trên đoạn  $[c, d]$  có diện tích là  $A(y)$  thì thể tích của vật rắn sẽ là

$$V = \int_c^d A(y) dy$$

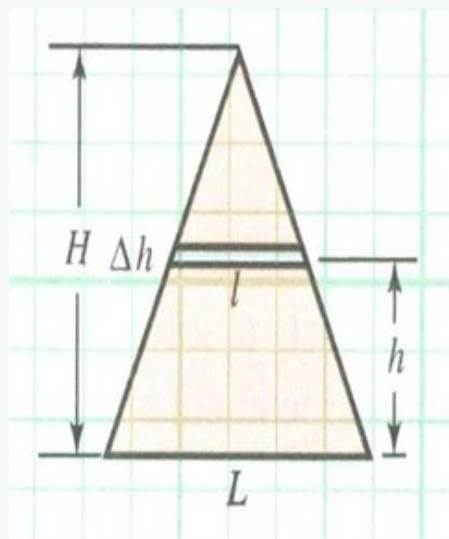
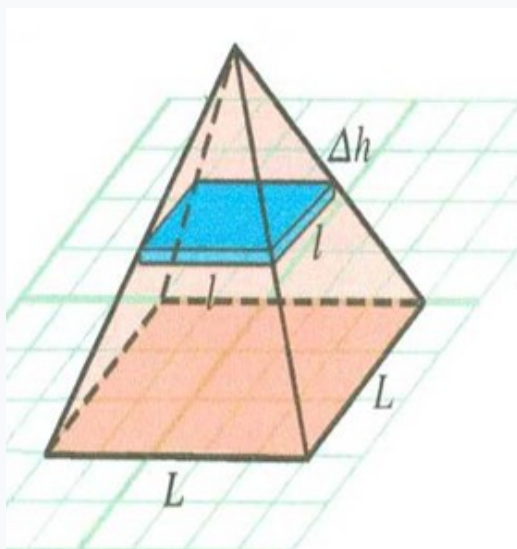
### Diện tích lát cắt vuông góc với $Oy$



## Ví dụ 2.2

Chứng minh rằng thể tích của hình chóp có đáy là hình vuông cạnh  $L$  và chiều cao  $H$  là

$$V = \frac{1}{3} HL^2$$



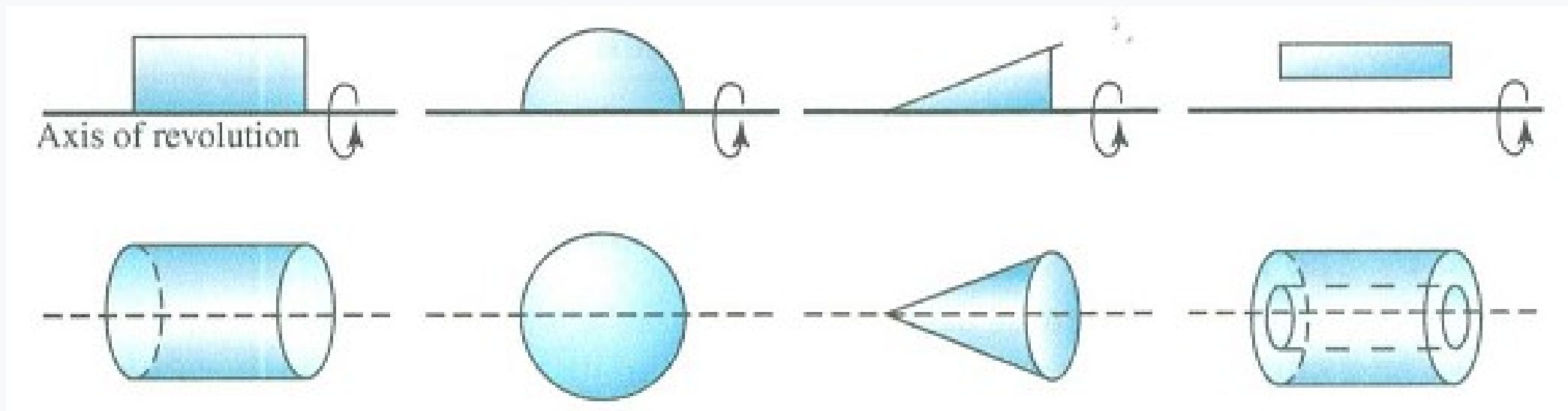
## Bài giải



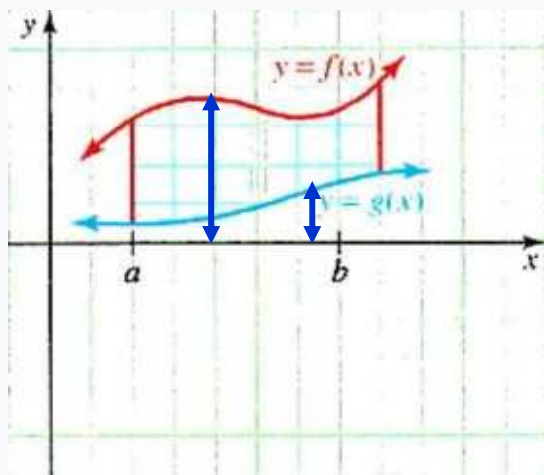
## **2. PHƯƠNG PHÁP ĐĨA, VÒNG ĐỆM**

## 2.1 Vật thể tròn xoay

- ❑ Vật thể được tạo thành khi xoay một miền phẳng quanh trục cố định được gọi là **vật thể tròn xoay**.
- ❑ Trục quay có thể thuộc biên hoặc không thuộc biên của miền phẳng.

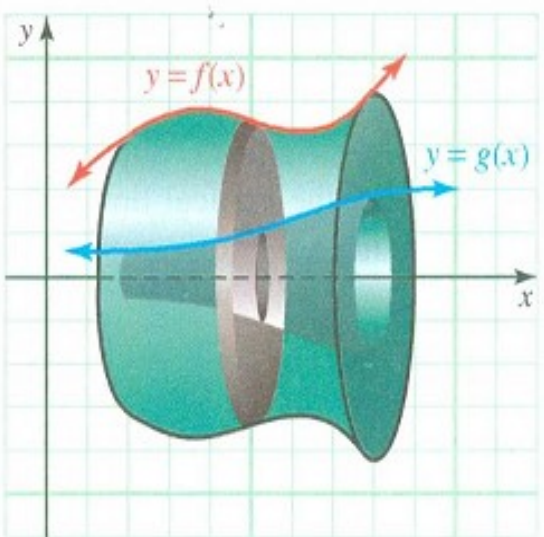


## 2.2 Phương pháp vòng đệm (lát cắt vuông góc trục quay, trục quay không nằm trên biên của miền)



Thể tích khối tạo thành khi xoay tròn miền bao bởi các đường  $y = f(x)$ ,  $y = g(x)$ ,  $(0 \leq g(x) \leq f(x), \forall x \in [a, b])$  và  $x = a$ ,  $x = b$  **quanh trục  $Ox$**  là

$$V = \int_a^b \pi \left( [f(x)]^2 - [g(x)]^2 \right) dx$$



**Khoảng cách từ  
biên ngoài đến  
trục quay  $Ox$  ( $R$ )**

**Khoảng cách từ  
biên trong đến  
trục quay  $Ox$  ( $r$ )**

## 2.2 Phương pháp vòng đệm (lát cắt ngang vuông góc trục quay, trục quay không nằm trên biên của miền)

Thể tích khối tạo thành khi xoay tròn miền bao bởi các

đường  $x = f(y), x = g(y), (0 \leq g(y) \leq f(y), \forall y \in [c, d])$

và  $y = c, y = d$  **quanh trục  $Oy$**  là

$$V = \int_c^d \pi ([f(y)]^2 - [g(y)]^2) dy$$

**Khoảng cách từ**

**biên ngoài đến**

**trục quay  $Oy$  (R)**

**Khoảng cách từ**

**biên trong đến**

**trục quay  $Oy$  (r)**

## 2.3 Phương pháp đĩa (lát cắt vuông góc trục quay, trục quay thuộc biên của miền)

Thể tích khối tạo thành khi xoay miền bao bởi các đường  $y = f(x)$ , trục  $Ox$  và  $x = a, x = b$  **quanh trục  $Ox$**  là

$$V = \int_a^b \pi [f(x)]^2 dx$$

Thể tích khối tạo thành khi xoay miền bao bởi các đường  $x = g(y)$ , trục  $Oy$  và  $y = c, y = d$  **quanh trục  $Oy$**  là:

$$V = \int_c^d \pi [g(y)]^2 dy$$

**Chú ý:** Phương pháp đĩa là trường hợp đặc biệt của phương pháp vòng đệm khi đồ thị của  *$g$  trùng với trục  $Ox$  hay  $g(x) = 0$* ,  
Hoặc khi đồ thị của  *$g$  trùng với trục  $Oy$  hay  $g(y) = 0$* .

## 2.4 Ví dụ minh họa

## Ví dụ 2.3

Tính thể tích vật thể tạo thành khi xoay miền bao bởi các đường

$$y = \sqrt{x}, y = 0, x = 0, x = 1$$

quanh trục  $Ox$ .

## Bài giải



## Ví dụ 2.4

Tính thể tích vật thể tạo thành khi xoay miền bao bởi các đường

$$y = x^3, y = 8, x = 0$$

quanh trục  $Oy$ .

## Bài giải

## Ví dụ 2.5

Tìm thể tích vật thể tạo thành khi xoay miền *bao bởi parabol  $y = x^2$  và đường thẳng  $y = 2x$*  quanh

- a) Trục  $Ox$       b) Trục  $Oy$
- c)  $x = -1$       d)  $y = 5$

## Bài giải

### Ví dụ 2.5 – a)

## Ví dụ 2.5 – b)

## Bài giải

## Ví dụ 2.5 – c)

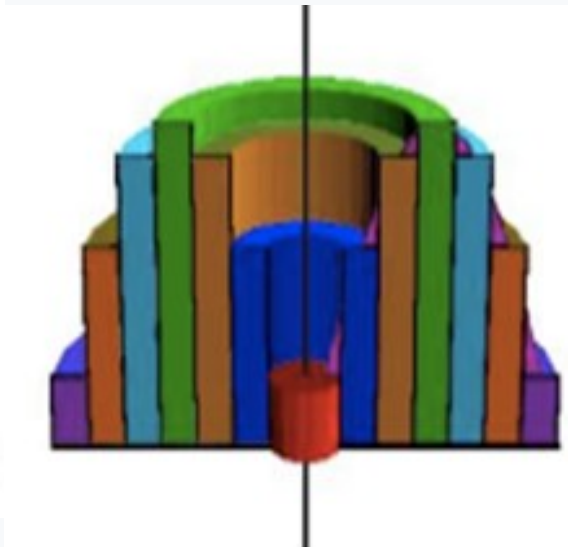
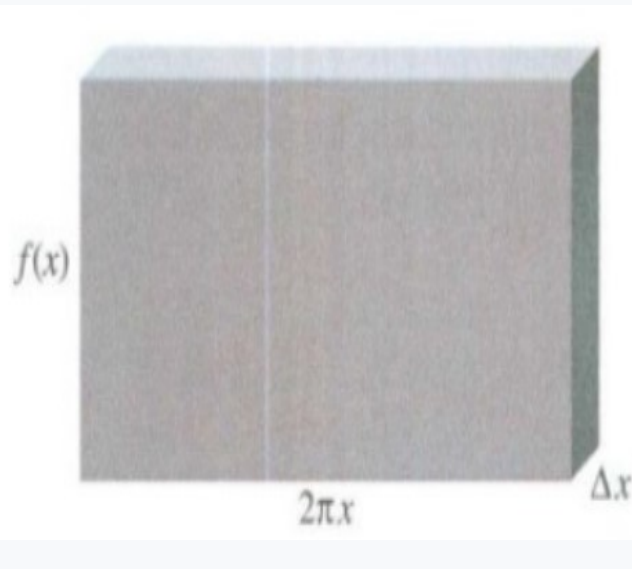
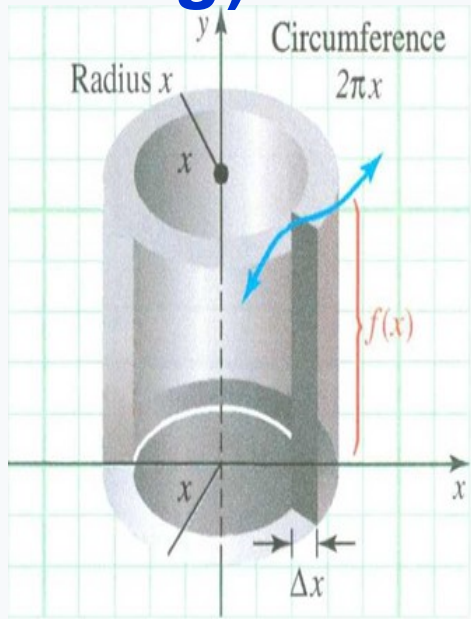
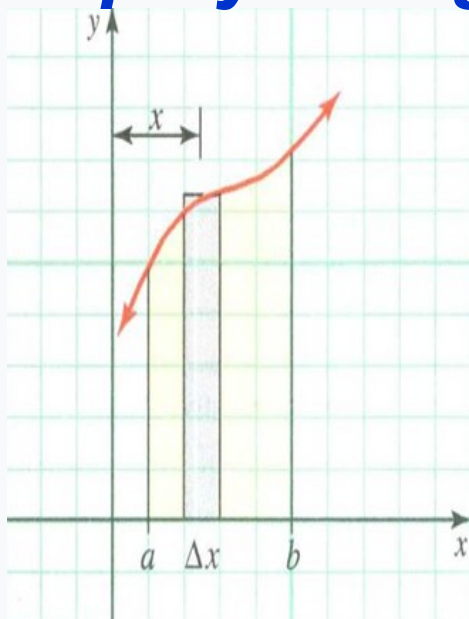
## Bài giải

## Ví dụ 2.5 – d)

## Bài giải

### **3. PHƯƠNG PHÁP ỒNG TRỤ**

# 1. Phương pháp ống trụ (lát cắt dọc song song trục quay thẳng đứng)



Thể tích vật thể tạo thành khi xoay miền giới hạn bởi  $y = f(x) \geq 0$ ,  $\forall x \in [a, b]$ ,  $0 \leq a \leq b$  và trục  $Ox$  quanh  $Oy$  là:

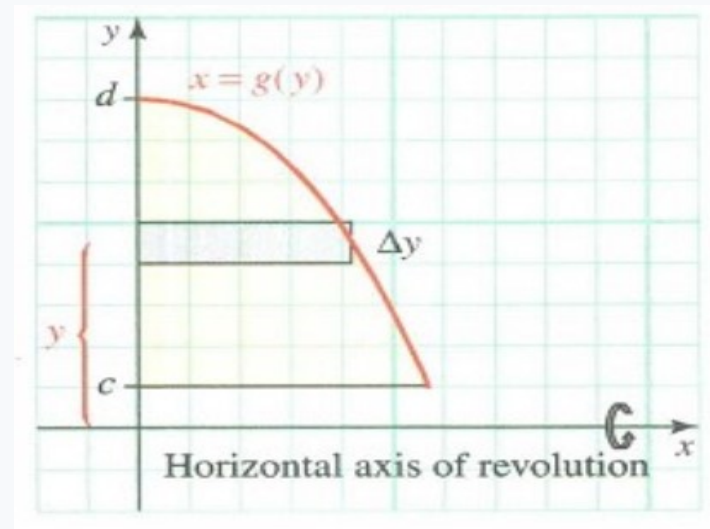
$$V = \int_a^b 2\pi \cdot x \cdot f(x) dx$$

Khoảng cách từ lát cắt đến trục quay  $Oy$

Chiều dài lát cắt dọc



# 1. Phương pháp ống trụ (lát cắt ngang song song trục quay nằm ngang)



Thể tích vật thể tạo thành khi xoay miền

giới hạn bởi trục  $Oy$  và  $x = g(y) \geq 0, \forall y \in [c, d]$

với  $0 \leq c \leq d$  quanh  $Ox$  là:

$$V = \int_c^d 2\pi \cdot y \cdot g(y) dy$$

Khoảng cách từ lát cắt  
đến trục quay  $Ox$

Chiều dài lát cắt ngang

## 2. Ví dụ minh họa

## Ví dụ 2.6

Tìm thể tích vật thể được tạo ra bằng cách xoay tròn miền giới hạn bởi các đường

$$y = x^2 + 1 ,$$

$x = 0, x = 2, y = 0$  quanh:

- a) Trục  $Oy$ .
- b) Trục  $Ox$

## Bài giải

### Ví dụ 2.6 – a)

## Ví dụ 2.6 – b)

## Bài giải

# KẾT BÀI

---

- Sinh viên cần lưu ý:
- Ghi nhớ công thức tính thể tích của phương pháp lát cắt, đĩa, vòng đệm và ống trụ
- Áp dụng được các phương pháp nêu trên trong tính thể tích vật thể tròn xoay
- Phân biệt được đặc trưng của mỗi phương pháp và sử dụng thích hợp

**THANKS FOR WATCHING!**