

BÀI TẬP CHƯƠNG 9

Bài 9.1. Vẽ các vector sau, giả sử rằng điểm đầu của vector là gốc tọa độ

a. $3i - 4j$ b. $\frac{-1}{2}i + \frac{5}{2}j$ c. $-2(-i + 2j)$

Bài 9.2. Cho điểm đầu P và điểm cuối Q của một vector. Hãy vẽ các vector này và viết chúng dưới dạng thành phần và tìm $\|PQ\|$

a. $P(3, -1), Q(7, 2)$ b. $P(3, 4), Q(-2, 4)$ c. $P\left(\frac{1}{2}, 6\right), Q(-3, -2)$

Bài 9.3. Tìm dạng chuẩn và chiều dài mỗi vector PQ , biết

a. $P(-1, -2), Q(1, -2)$ b. $P(-4, -3), Q(0, -1)$ c. $P(3, -5), Q(2, 8)$

Bài 9.4. Tìm một vector đơn vị thỏa các điểm theo hướng của vector được cho sau

a. $i + j$ b. $3i - 4j$ c. $-4i + 7j$

Bài 9.5. Giả sử cho $u = 3i - 4j$, $v = 4i - 3j$, $w = i + j$. Biểu diễn các biểu thức sau dưới dạng chuẩn

a. $2u + 3v - w$ b. $\|v\|u + \|u\|v$ c. $\|u\|\|v\|w$

Bài 9.6. Tìm các số thực x, y thỏa phương trình vector sau

a. $(x - y - 1)i + (2x + 3y - 12)j = 0$

b. $(x^2 + y^2)i + yj = 20i + (x + 2)j$

c. $(y - 1)i + yj = (\log x)i + [\log 2 + \log(x + 4)]j$

Bài 9.7. Cho $u = 4i - j$, $v = i + 2j$, $w = -3i + 4j$

a. Tìm vector đơn vị cùng hướng với vector $u + v$.

b. Tìm vector có độ dài bằng 3 và cùng hướng với $u - 2v + 2w$

Bài 9.8. Tìm điểm cuối của vector $5i + 7j$ nếu biết điểm đầu là $(-2, -3)$.

Bài 9.9. Nếu u, v là các vector khác vector không và $|r| = \frac{\|u\|}{\|v\|}$ thì $\|rv\|$ bằng gì?

Bài 9.10. Nếu $u = 2i + 3j, v = xi + yj$, hãy mô tả tập hợp điểm trong mặt phẳng có tọa độ (x, y) thỏa $\|v - u\| \leq 2$.

Bài 9.11. Cho $u_0 = x_0i + y_0j$ với x_0, y_0 là các hằng số, và $u = xi + yj$. Mô tả tập hợp các điểm trong mặt phẳng có tọa độ thỏa

a. $\|u - u_0\| = 1$ b. $\|u - u_0\| \leq r$

Bài 9.12. Giả sử cho u, v là các vector khác vector không và không song song. Tìm a, b, c thỏa $au + b(u - v) + c(u + v) = 0$

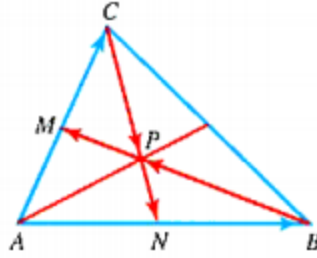
Bài 9.13. Hai lực $F_1 = 3i + 4j, F_2 = 3i - 7j$ cùng tác động vào một vật. Hỏi lực tăng thêm cần tác động là bao nhiêu để vật đứng yên?

Bài 9.14. Một con sông rộng 2.1 dặm chảy theo hướng nam với vận tốc 3.1 dặm/h. Hỏi tốc độ và hướng đi của một xuồng máy là bao nhiêu giả sử rằng cho nó di chuyển theo chiều ngang con sông theo hướng từ đông sang tây trong 30 phút?

Bài 9.15. Bốn lực tác động vào một vật : F_1 có độ lớn 10 lb tác động với góc $\frac{\pi}{6}$ ngược chiều kim đồng hồ từ trục dương Ox , F_2 có độ lớn 8 lb tác động theo hướng vector j , F_3 có độ lớn 5 lb tác động với góc $\frac{4\pi}{3}$ ngược chiều kim đồng hồ từ trục dương Ox . Hỏi lực tác động F_4 bằng bao nhiêu để giữ vật đứng yên?

Bài 9.16. Trong một tam giác, gọi u, v, w lần lượt là các vector từ các đỉnh đến trung điểm cạnh đối diện. Sử dụng các phương pháp vector chứng minh $u + v + w = 0$.

Bài 9.17. Chứng minh rằng các đường trung tuyến của một tam giác giao tại một điểm đơn bằng cách hoàn thành chứng minh sau (xem hình bên dưới)



- a. Cho M, N lần lượt là trung điểm $\overline{AC}, \overline{AB}$. Chứng minh rằng:

$$\overrightarrow{CN} = \frac{1}{2} \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} \text{ và } \overrightarrow{BM} = \frac{1}{2} \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}$$

- b. Cho P là giao các đường trung tuyến CN, BM . Chứng minh rằng tồn tại các hằng số r, s thỏa

$$\overrightarrow{CP} = r \left(\frac{1}{2} \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} \right) \text{ và } \overrightarrow{BP} = s \left(\frac{1}{2} \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB} \right)$$

Chú ý rằng $\overrightarrow{CP} + \overrightarrow{PB} = \overrightarrow{CB}$. Sử dụng mối liên hệ này để chứng minh $r = s = \frac{2}{3}$. Giải

thích vì sao điều này chứng tỏ các cặp trung tuyến bất kỳ giao nhau tại điểm cách đỉnh một khoảng bằng $\frac{2}{3}$ độ dài từ đỉnh đến điểm chính giữa của cạnh đối diện.

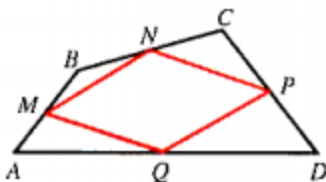
Vì sao điều này chứng tỏ cả ba trung tuyến đồng quy tại một điểm?

- c. Trọng tâm của trung tuyến là giao điểm của ba đường trung tuyến. Chứng minh rằng nếu $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2), C(x_3, y_3)$ là tọa độ 2 đỉnh của một tam giác thì trọng

tâm có tọa độ là $\left(\frac{x_1 + x_2 + x_3}{3}, \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3} \right)$.

Bài 9.18. Cho A, B, C, D là bốn đỉnh bất kì trong mặt phẳng. Chứng minh rằng nếu M, N là các trung điểm của AC, BD thì $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CD})$.

Bài 9.19. Gọi A, B, C, D là các đỉnh của một tứ giác và M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của các cạnh bên $\overline{AB}, \overline{BC}, \overline{CD}, \overline{DA}$. Sử dụng phương pháp vectơ để chứng minh $MNPQ$ là hình bình hành.



Bài 9.20. Tính các vector $u + v$, $u - v$, $\frac{5}{2}u$, $2u + 3v$, biết

a. $u = \langle 4, -3, 1 \rangle$, $v = \langle -2, 5, 3 \rangle$

b. $u = \langle 2, -1, 0 \rangle$, $v = \langle 5, -3, 4 \rangle$

c. $u = \langle 1, -2, 5 \rangle$, $v = \langle 0, -1, 3 \rangle$

Bài 9.21. Biểu diễn P, Q trong không gian \mathbb{R}^3 và tính $\|PQ\|$

a. $P(3, -4, 5)$, $Q(1, 5, -3)$ b. $P(3, 0, 0)$, $Q(-2, 5, 7)$ c. $P(0, 5, -3)$, $Q(2, -1, 0)$

Bài 9.22. Tìm tâm, bán kính mặt cầu có phương trình sau

a. $x^2 + y^2 + z^2 - 2y + 2z - 2 = 0$

b. $x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 2z - 8 = 0$

c. $x^2 + y^2 + z^2 - 2y + 2z - 2 = 0$

Bài 9.23. Tìm dạng chuẩn của vector PQ và $\|PQ\|$

a. $P(1, -1, 3)$, $Q(-1, 1, 4)$ b. $P(0, 2, 3)$, $Q(2, 3, 0)$ c. $P(3, 0, -4)$, $Q(0, -4, 3)$

Bài 9.24. Thực hiện các phép tính được chỉ ra bên dưới, biết $u = 2i - j + 3k$, $v = i + j - 5k$, $w = 5i + 7k$

a. $u + v - 2w$ b. $2u - v + 3w$ c. $4u + w$

Bài 9.25. Tìm một vector đơn vị chỉ cùng hướng với vector v cho trước

a. $v = \langle 3, -2, 1 \rangle$ b. $v = \langle -5, 3, 4 \rangle$ c. $v = \langle 1, \sqrt{2}, 7 \rangle$

Bài 9.26. Vẽ các mặt trụ được cho bởi phương trình

a. $x^2 + y^2 = 4$ b. $z = 9 - x^2$ c. $y = 3z^2$

Bài 9.27. Tìm phương trình mặt cầu biết các điểm cuối của đường kính quả cầu là

$$(1, 2, -3), (-2, 3, 3).$$

Bài 9.28. Tính giá trị các biểu thức sau

a. $\|i - j + k\|$ b. $\|2(i - j + k) - 3(2i + j - k)\|^2$ c. $\|2i + j - 3k\|^2$

Bài 9.29. Cho $v = i - 2j + 2k$, $w = 2i + 4j - k$, tìm vector hoặc tích vô hướng được yêu cầu

a. $\|v\|w$ b. $2\|v\| - 3\|w\|$ c. $\|v - w\|(v + w)$

Bài 9.30. Cho các đỉnh A, B, C của một tam giác. Tìm độ dài các cạnh và xác định tam giác là tam giác vuông, hoặc cân hoặc cả hai hoặc không cả hai:

a. $A(1, 1, 1), B(3, 3, 2), C(3, -3, 5)$ b. $A(3, -1, 0), B(7, 1, 4), C(1, 3, 4)$
c. $A(2, 4, 3), B(-3, 2, -4), C(-6, 8, -10)$ d. $A(1, 2, 3), B(-3, 2, 4), C(1, -4, 3)$

Bài 9.31. Xác định các điểm sau có cộng tuyến hay không (cùng nằm trên một đường thẳng). Chú ý: với A, B, C cộng tuyến thì AC phải là bội của AB .

a. $(2, 3, 2), (-1, 4, 0), (-4, 5, -2)$ b. $(3, 0, 3), (2, -3, 5), (4, 3, 1)$

Bài 9.32. Cho $u = \langle -1, 1, 2 \rangle$, $v = \langle 0, 2, -3 \rangle$, $w = \langle 5, -1, 0 \rangle$. Tìm vector q sao cho $2u - v + 5q = 3w$.

Bài 9.33. Tìm điểm P nằm cách $\frac{2}{3}$ khoảng cách từ $A(-1, 3, 9)$ đến điểm chính giữa của đoạn tạo bởi hai điểm $B(-2, 3, 7)$ và $C(4, 1, -3)$

Bài 9.34. Cho $P(3, 2, -1)$, $Q(-2, 1, c)$ và $R(c, 1, 0)$ là các điểm trong \mathbb{R}^3 . Với giá trị nào của c thì PQR là tam giác vuông?

Bài 9.35. Tìm tích có hướng $v \cdot w$ biết

a. $v = \langle 3, -2, 4 \rangle$, $w = \langle 2, -1, -6 \rangle$ b. $v = \langle 2, -6, 0 \rangle$, $w = \langle 0, -3, 7 \rangle$ c. $v = 3i - j$, $w = 2i + 5j$

Bài 9.36. Các cặp vector sau có trực giao hay không?

a. $v = 3i - 2j$, $w = 6i + 9j$ b. $v = 4i - 5j + k$, $w = 8i + 10j - 2k$

Bài 9.37. Cho $v = 3i - 2j + k$, $w = i + j - k$, xác định giá trị các biểu thức sau

a. $(v + w) \cdot (v - w)$ b. $(\|v\|w) \cdot (\|w\|v)$ c. $\frac{2v + 3w}{\|3v + 2w\|}$

Bài 9.38. Tìm góc hợp bởi các vector sau:

a. $v = i + j + k, w = i - j + k$ b. $v = 2i + k, w = j - 3k$ c. $v = 4i - j + k, w = 2i + 3j + 5k$

Bài 9.39. Tìm hai vector đơn vị phân biệt trực giao với cả hai vector $v = i + j - k, w = -i + j + k$.

Bài 9.40. Tìm vector có cùng hướng với $v = i + 2j - k$ và có độ lớn bằng $\frac{1}{3}$.

Bài 9.41. Tìm để hai vector $v = 3i - 2j + k$ và $w = 2i + aj - 2ak$ trực giao.

Bài 9.42. Tìm cosin định hướng và góc định hướng cho các vector sau

a. $v = 2i - 3j - 5k$ b. $v = 5i - 4j + 3k$ c. $v = j - 5k$

Bài 9.43. Cho $v = 2i - 3j + 6k$ và $w = 4i + 3k$. Hãy tìm

- a. $v \cdot w$
- b. $\cos \theta$ với θ là góc giữa v và w .
- c. vô hướng s sao cho v trực giao với $v - sw$
- d. vô hướng t sao cho $v + tw$ trực giao với w .

Bài 9.44. Tìm cosin và góc của hai vector $v = i - j + 2k$ và $w = 2i + j - k$ và phép chiếu vector của v lên w .

Bài 9.45. Tìm phép chiếu vô hướng của của lực $F = 4i - 2j + 3k$ theo hướng của vector $v = 4i - 2j + 3k$

Bài 9.46. Tìm công thực hiện bởi lực không đổi $F = 2i + 3j + k$ để làm dịch chuyển một vật theo đường thẳng từ $P(1, 0, -1)$ đến $Q(3, 1, 2)$.

Bài 9.47. Giả sử rằng gió thổi với một lực F có độ lớn 1000 lb theo hướng $N60^\circ W$ vào phía sau cánh buồm của một thuyền. Hỏi công thực hiện của gió để đẩy thuyền về hướng bắc một khoảng 50 ft. Đưa ra câu trả lời theo *foot - pounds*.

Bài 9.48. Ta nói rằng hai hàm f và g là trực giao trên $[a, b]$ nếu

$$\int_a^b f(x)g(x)dx = 0$$

- a. Chứng minh rằng hai hàm $x^2, x^3 - 5x$ trực giao trên $[-b, b]$ với b là số dương bất

kỳ.

- b. Với hai số nguyên dương k, n phân biệt, chứng minh $\sin kx, \sin nx$ trực giao trên $[-\pi, \pi]$.

Điều này có nghĩa họ các hàm $\sin x, \sin 2x, \dots$ trực giao lẫn nhau trên $[-\pi, \pi]$.

Lưu ý: công thức khai triển tích thành tổng $2 \sin \alpha \sin \beta = \cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta)$.

Bài 9.49. Chứng minh vectơ $B = \|v\|u + \|u\|v$ chia đôi góc θ giữa hai vectơ khác vectơ không u, v .

Bài 9.50. Tìm $v \times w$ với

- a. $v = 3i + 2k, w = 2i + j$ b. $v = 3i - 2j + 4k, w = i + 4j - 7k$
c. $v = 3i - 1j + 2k, w = 2i + 3j - 4k$ d. $v = i - 6j + 10k, w = -i + 5j - 6k$
e. $v = \cos \varphi i + \sin \varphi j, w = \cos \varphi i + \sin \varphi$ với mọi φ .

Bài 9.51. Sử dụng tích có hướng để tìm $\sin \theta$ biết θ là góc hợp bởi v, w

- a. $v = i + k, w = i + j$ b. $v = i + j, w = i + j + k$ c. $v = j + k, w = i + k$

Bài 9.52. Tìm một vectơ đơn vị trực giao với v và w

- a. $v = 2i + k, w = i - j - k$
b. $v = i + j + k, w = 3i + 12j - 4k$
c. $v = 2i - 2j + k, w = 4i + 2j - 3k$

Bài 9.53. Tính diện tích hình bình hành xác định bởi các vectơ

- a. $v = 3i + 4j, w = i + j - k$
b. $v = 4i - j + k, w = 2i + 3j - k$
c. $v = 2i + 3k, w = 2j - 3k$

Bài 9.54. Tính diện tích tam giác PQR biết

- a. $P(0,1,1), Q(1,1,0), R(1,0,1)$
b. $P(1,2,3), Q(2,3,1), R(3,1,2)$

c. $P(1,0,0), Q(2,1,-1), R(0,1,-2)$

Bài 9.55. Tính thể tích hình hộp xác định các vector u, v, w

a. $v = j + k, v = 2i + j + 2k, w = 5i$

b. $v = i + j, v = j + 2k, w = 3k$

c. $v = i + j + k, v = i - j - k, w = 2i + 3k$

Bài 9.56. Tìm s sao cho các vector $i, i + j + k, i + 2j + sk$ đồng phẳng.

Bài 9.57. Tìm góc giữa vector $2i - j + k$ và mặt phẳng xác định bởi các điểm $P(1, -2, 3), Q(-1, 2, 3), R(1, 2, -3)$.

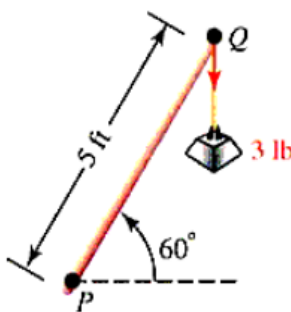
Bài 9.58.

a. Chứng minh rằng các vector u, v, w đồng phẳng nếu

$$u \cdot (v \times w) = 0 \text{ hoặc } (u \times v) \cdot w = 0$$

b. Các vector $u = i + 3j + k, v = 2i - j - k$ và $w = 7j + 3k$ có đồng phẳng?

Bài 9.59. Một vật nặng 3lb treo vào đầu cuối Q của một thanh PQ dài 5ft được giữ nghiêng một góc 60° so với phương ngang, xem hình bên dưới. Hỏi moment do vật nặng tạo ra tại điểm P là bao nhiêu?



Bài 9.60. Tìm phương trình tham số và phương trình đối xứng của các đường thẳng đi qua điểm cho trước với các tính chất được mô tả như trong bài toán được cho

a. $(1, -1, -2)$ song song với $3i - 2j + 5k$

b. $(2, 2, 3)$ và đi qua $(1, 3, -1)$

c. $(1, -1, 2)$ và song song $\frac{x+3}{4} = \frac{y-2}{5} = \frac{z+5}{1}$

d. $(1, 0, -4)$ và song song với $x = -2 + 3t, y = 4 + t, z = 2 + 2t$

Bài 9.61. Tìm dạng tham số của phương trình đường thẳng đi qua $(3, -1, 0)$ và song song với cả hai mặt phẳng Oxy, Oxz .

Bài 9.62. Tìm giao điểm của đường thẳng sau đây với mỗi mặt phẳng tọa độ

a. $\frac{x-4}{4} = \frac{y+3}{3} = \frac{z+2}{1}$ b. $x = 6 - 2t, y = 1 + t, z = 3t$ c. $x = 6 + 3t, y = 2 - t, z = 2t$

Bài 9.63. Xác định các cặp đường thẳng sau là cắt nhau, song song, chéo nhau hay trùng nhau? tìm giao điểm nếu có.

a. $x = 4 - 2t, y = 6t, z = 7 - 4t$ và $x = 5 + t, y = 1 - 3t, z = -3 + 2t$

b. $x = 2 - 4t, y = 1 + t, z = \frac{1}{2} + 5t$ và $x = 3t, y = -2 - t, z = 4 - 2t$

c. $\frac{x-3}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-4}{1}$ và $\frac{x+2}{3} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z-2}{1}$

Bài 9.64. Tìm hàm liên hệ giữa x và y bằng cách khử tham số. Vẽ các đường cong bởi phương trình tham số trong khoảng cho trước.

a. $x = t, y = t - 1, 0 \leq t \leq 3$

b. $x = 60t, y = 80t - 16t^2, 0 \leq t \leq 3$

c. $x = t^3, y = t^2, t \geq 0$

d. $x = 2 \sin \theta, y = 2 \cos \theta, 0 \leq \theta \leq 2\pi$

e. $x = 4 \tan 2t, y = 3 \sec 2t, 0 \leq t \leq \pi$

Bài 9.65. Tìm phương trình tham số của các đường cong trong các bài toán sau

a. Đường tròn bán kính bằng 3, tâm tại gốc tọa độ, theo hướng ngược chiều kim đồng hồ.

b. Đường tròn bán kính bằng 2, tâm tại gốc tọa độ, theo hướng cùng chiều kim đồng hồ.

c. Elip có phương trình $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$, ngược chiều kim đồng hồ.

d. Parabol $y^2 = 4x + 9$, hướng từ $(4, -5)$ đến $(0, 3)$.

e. Hyperbol $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$.

Bài 9.66.

a. Cho $x = 4a \sin t$, $y = b \cos^2 t$. Biểu diễn y là hàm theo x .

b. Cho $x = a \cos t$, $y = 2b \sin^2 t$. Biểu diễn y là hàm theo x .

Bài 9.67. Chứng minh vector $3i - 4j + k$ trực giao với đường thẳng đi qua điểm $P(0, 0, 1)$ và $Q(2, 1, -1)$.

Bài 9.68. Tìm hằng số a, b sao cho hai đường thẳng sau trùng nhau

$$\frac{x-1}{1} = \frac{y+a}{2} = \frac{z+2}{4} \text{ và } \frac{x-b}{-2} = \frac{y-1}{-4} = \frac{z+1}{-8}$$

Bài 9.69. Tìm phương trình đường thẳng L_1 chứa điểm $P(2, 3, -1)$ và trực giao với $L_2 : x = 2 - t, y = 1 - 2t, z = 5 + t$.

Bài 9.70. Viết phương trình cho mỗi mặt phẳng sau dưới dạng chuẩn

a. $-2(x+1) + 4(y-3) + 8z = 0$

b. $4(x+1) - 2(y+1) + 6(z-2) = 0$

c. $-2(x+1) + 4(y-3) + 8z = 0$

d. $-3(x-4) + 2(y+1) - 2(z+1) = 0$

Bài 9.71. Phác họa các mặt phẳng

a. $4(x-5) + 3(y-4) + 2(z-7) = 0$

b. $3(x-4) + 2(y-7) + 2(z+4) = 0$

Bài 9.72. Tìm phương trình mặt phẳng chứa điểm P và có vector pháp tuyến N :

a. $P(0, -7, 1), N = -i + k$

b. $P(0, -3, 0), N = -2j + 3k$

c. $P(0, 0, 0), N = k$

d. $P(-1, 3, 5), N = 2i + 4j - 3k$

Bài 9.73

- a. Tìm hai vector đơn vị vuông góc với mặt phẳng $5x - 3y + 2z = 15$
- b. Tìm hai vector đơn vị vuông góc với mặt phẳng $2x + 4y - 3z = 4$

Bài 9.74. Tính khoảng cách giữa điểm và mặt phẳng cho trước, với $a \neq 0$

- a. $P(0,0,0)$, $2x - 3y + 5z = 10$ b. $P(1,0,-1)$, $x + y - z = 1$
- c. $P(-1,2,1)$, và mặt phẳng đi qua điểm $(0,0,0), (1,2,4), (-2,-1,1)$
- d. $P(-1,2,1)$, và mặt phẳng đi qua điểm $(1,0,1)$ và có vector pháp tuyến $2i - j + 2k$

Bài 9.75. Tính khoảng cách giữa điểm P và mặt phẳng L

- a. $P(9,-3)$; $3x - 4y + 8 = 0$
- b. $P(4,-3)$; $12x + 5y - 2 = 0$
- c. $P(1,0,1)$; $\frac{x}{3} = \frac{y-1}{2} = \frac{z}{1}$

Bài 9.76. Tính khoảng cách giữa các đường thẳng

- a. $x = 2 - t, y = 5 + 2t, z = 3t$ và $x = 2t, y = -1 - t, z = 1 + 2t$
- b. $x = -1 + t, y = -2t, z = 3$ và đường thẳng đi qua $(0,-1,2)$ và $(1,-2,3)$

Bài 9.77

- a. Chứng minh đường thẳng $\frac{x-1}{3} = \frac{y}{-2} = \frac{z+1}{1}$ song song với mặt phẳng $x + 2y + z = 1$
- b. Tìm khoảng cách từ đường thẳng đến mặt phẳng ở câu a.

Bài 9.78. Tìm phương trình cho tập hợp điểm $P(x, y, z)$ sao cho khoảng cách từ P đến

$P_0(-1, 2, 4)$ bằng với khoảng cách từ P đến mặt phẳng $2x - 5y + 3z = 7$.

Bài 9.79. Tìm phương trình mặt cầu có tâm tại $P(-2, 3, 7)$ và tiếp xúc với mặt phẳng

$$2x + 3y - 6z = 5$$

Bài 9.80. Tìm vector song song với đường thẳng là giao tuyến của hai mặt phẳng

$$2x + 3y = 0; 3x - y + z = 1.$$

Bài 9.81. Tìm cosin định hướng của vector xác định bởi đường thẳng là giao của hai mặt

phẳng $x + y + z = 3$ và $2x + 3y - z = 4$.

Bài 9.82. Tìm hai vector đơn vị song song với đường thẳng là giao của hai mặt phẳng $x + y = 1$, $x - 2z = 3$.

Bài 9.83. Tìm khoảng cách giữa hai mặt phẳng song song $x + y + 2z = 2$ và $x + y + 2z = 4$.

Bài 9.84. Vẽ đồ thị của mỗi phương trình sau trong không gian \mathbb{R}^3

- a. $2x + y + 3z = 6$ b. $x + 2y + 5z = 10$ c. $3x + 2y + z = 6$
d. $z = e^y$ e. $x^2 + y^2 = z$ f. $z = \sin y$

Bài 9.85. Vẽ đồ thị các mặt được cho bởi phương trình

- a. $x = \frac{1}{1 + y^2 + z^2}$ b. $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ c. $y = \frac{1}{1 + x^2 + z^2}$

Bài 9.86. Nhận biết các mặt bậc hai và mô tả vết. Vẽ đồ thị

- a. $9x^2 + 4y^2 + z^2 = 1$ b. $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} - z^2 = 1$ c. $x^2 - 2y^2 = 9z$
d. $z = \frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16}$ e. $z^2 = 1 + \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4}$ f. $x^2 + 2y^2 = 9z^2$

Bài 9.87. Các phương trình sau đại diện cho các mặt bậc hai có trục đối xứng là Ox hoặc Oy . Nhận xét và vẽ đồ thị.

- a. $y - x^2 - 9z^2 = 0$ b. $x = \frac{y^2}{4} - \frac{z^2}{9}$ c. $x^2 = y^2 + 3z^2$

Bài 9.88. Hãy mô tả các mặt sau khi đã chuyển về dạng mặt bậc hai

- a. $\frac{(x-1)^2}{4} + (y+2)^2 + \frac{(z-3)^2}{9} = 1$ b. $z = (2x+1)^2 + \frac{(y-1)^2}{9} + 3$
c. $7x^2 + y^2 + 3z^2 - 9x + 4y + 7z = 1$ d. $z^2 = x^2 - y^2 + 2x + y - z + 5$

Bài 9.89. Mô tả các đường cong là giao của các mặt bậc hai sau

- a. $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} + \frac{z^2}{5} = 1$ và $z^2 = \frac{x^2}{3} + \frac{y^2}{2}$

b. $z = \frac{y^2}{9} - \frac{x^2}{16}$ và $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{2} - \frac{z^2}{3} = 1$

Bài 9.90. Sử dụng phương pháp mặt cắt ngang để tìm thể tích bao bởi mặt $z = 5$ và parabolic $9z = x^2 + y^2$.

Bài 9.91. Tìm giao của mặt $z = x^2 + y^2$ lần lượt với $z = 1 - y^2$ và $z = y$.

Bài 9.92. Cho đường thẳng $x = 1 - t, y = 2 + t, z = 3t$ giao với khối hyperboloid có phương

trình $\frac{z^2}{9} - \frac{x^2}{1} + \frac{y^2}{4} = 1$ là hai điểm P, Q . Tìm khoảng cách giữa P và Q .

Bài 9.93. Tìm phương trình mặt S bao gồm tất cả các điểm (x, y, z) sao cho khoảng cách từ điểm đến gốc tọa độ bằng với khoảng cách từ điểm đến mặt $x + y + z = 5$. S có là mặt bậc hai hay không?