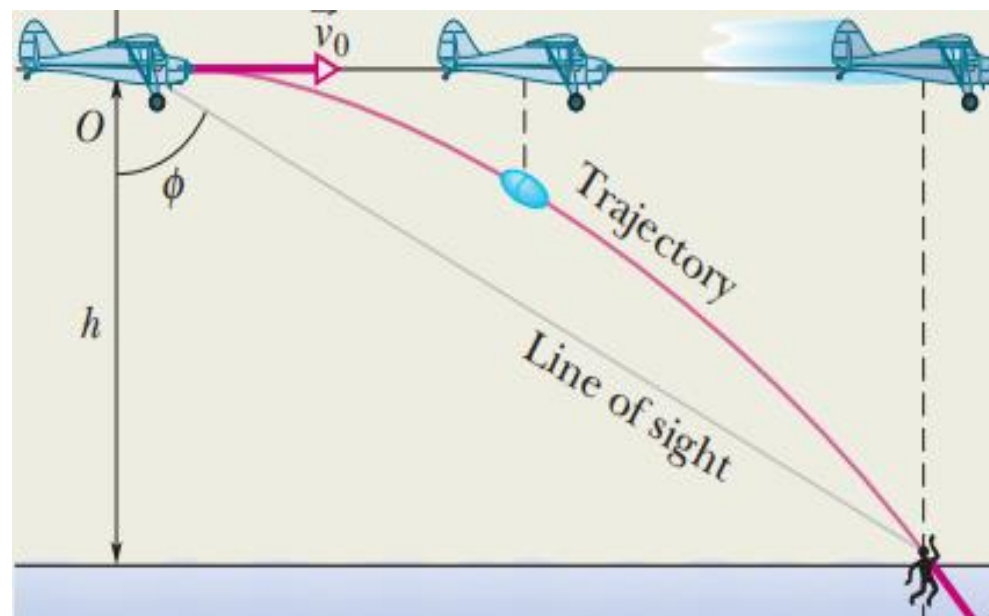


MOTION IN TWO DIMENSION

CHUYỂN ĐỘNG TRONG KHÔNG GIAN HAI CHIỀU



1-The Position, Velocity, and Acceleration Vectors

A-Position vector-Vector vị trí

→ Displacement vector $\Delta \vec{r} = \vec{r}_f - \vec{r}_i$

$$\vec{r} = x.\hat{i} + y.\hat{j}$$

→ Orbit equation

$$f(x, y) = 0$$

VD1:

$$\begin{cases} x = t + 1 \text{ (m)} \\ y = t^2 - 1 \text{ (m)} \end{cases}$$



$$y = (x - 1)^2 - 1 = x^2 - 2x \rightarrow \text{Parabol}$$



$$\vec{r} = (t + 1)\hat{i} + (t^2 - 1)\hat{j}$$

$$t = 2s \rightarrow \vec{r}_{(2s)} = (3\hat{i} + 3\hat{j}) \text{ m}$$

1-The Position, Velocity, and Acceleration Vectors

A-Position vector-Vector vị trí

→ Displacement vector $\Delta \vec{r} = \vec{r}_f - \vec{r}_i$

$$\vec{r} = x.\hat{i} + y.\hat{j}$$

→ Orbit equation $f(x, y) = 0$

B-Instantaneous velocity vector

→ Average velocity

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{dx}{dt}\hat{i} + \frac{dy}{dt}\hat{j}$$

$$\vec{v}_{avg} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$$

C-Instantaneous acceleration vector

→ Average acceleration

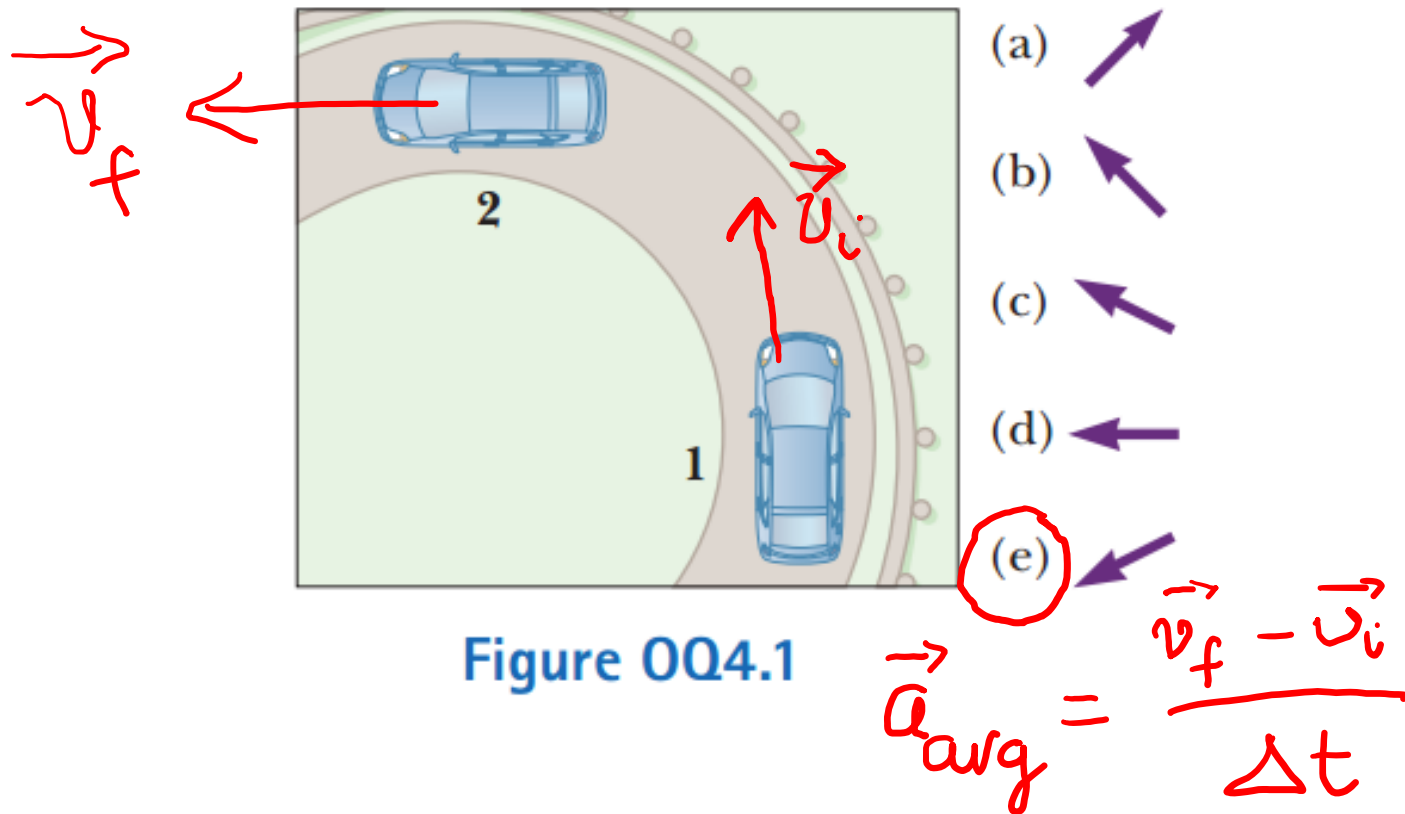
$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{dv_x}{dt}\hat{i} + \frac{dv_y}{dt}\hat{j}$$

$$\vec{a}_{avg} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$$

→ Motion in Two Dimensions with
Constant Acceleration

$$\begin{aligned}\vec{v}_f &= \vec{v}_i + \vec{a} \cdot t = (v_{xi} + a_x t)\hat{i} + (v_{yi} + a_y t)\hat{j} \\ \vec{r}_f &= \vec{r}_i + \vec{v}_i \cdot t + \frac{1}{2} \vec{a} \cdot t^2\end{aligned}$$

Figure OQ4.1 shows a bird's-eye view of a car going around a highway curve. As the car moves from point 1 to point 2, its speed doubles. Which of the vectors (a) through (e) shows the direction of the car's average acceleration between these two points?



Hình OQ4.1 chụp từ trên cao xuống một ô tô đang di chuyển từ điểm 1 đến 2. Lựa chọn nào từ (a) đến (e) chỉ chiều của gia tốc trung bình của xe giữa hai điểm 1 và 2

$$\vec{v}_f = \vec{v}_i + \vec{a} \cdot t$$

$$t = 20 \text{ s}$$



$$20\hat{i} - 5\hat{j} = (4\hat{i} + \hat{j}) + \vec{a} \cdot 20$$



$$\vec{a} = \left(\frac{4}{5}\hat{i} - \frac{3}{10}\hat{j} \right) (\text{m/s}^2)$$

$$\Rightarrow \tan \alpha = \frac{a_y}{a_x}$$

$$\vec{r}_f = \vec{r}_i + \vec{v}_i \cdot t + \frac{1}{2} \vec{a} \cdot t^2$$

- 9.** A fish swimming in a horizontal plane has velocity $\vec{v}_i = (4.00\hat{i} + 1.00\hat{j})$ m/s at a point in the ocean where the position relative to a certain rock is $\vec{r}_i = (10.0\hat{i} - 4.00\hat{j})$ m. After the fish swims with constant acceleration for 20.0 s, its velocity is $\vec{v} = (20.0\hat{i} - 5.00\hat{j})$ m/s. (a) What are the components of the acceleration of the fish? (b) What is the direction of its acceleration with respect to unit vector \hat{i} ? (c) If the fish maintains constant acceleration, where is it at $t = 25.0$ s and in what direction is it moving?


VD2: Một con cá bắt đầu bơi từ vị trí $\vec{r}_i = (10\hat{i} - 4\hat{j})$ m trong mặt phẳng ngang với vận tốc đầu $\vec{v}_i = (4\hat{i} + \hat{j})$ m/s. Sau khi nó bơi được 20s với gia tốc không đổi, vận tốc nó là $\vec{v}_f = (20\hat{i} - 5\hat{j})$ m/s. (a) Xác định các thành phần gia tốc của con cá. (b) Xác định phương, chiều của vec-tơ gia tốc so với trục \hat{i} . (c) Nếu con cá vẫn giữ nguyên gia tốc không đổi thì nó ở đâu và di chuyển theo phương chiều nào lúc $t = 25$ s?

ĐS: (a) 0,8 m/s² và -0,3 m/s²; (b) -20,6 °; (c) -15,2°

••15 **SSM** **ILW** A particle leaves the origin with an initial velocity $\vec{v} = (3.00\hat{i})$ m/s and a constant acceleration $\vec{a} = (-1.00\hat{i} - 0.500\hat{j})$ m/s². When it reaches its maximum x coordinate, what are its (a) velocity and (b) position vector?

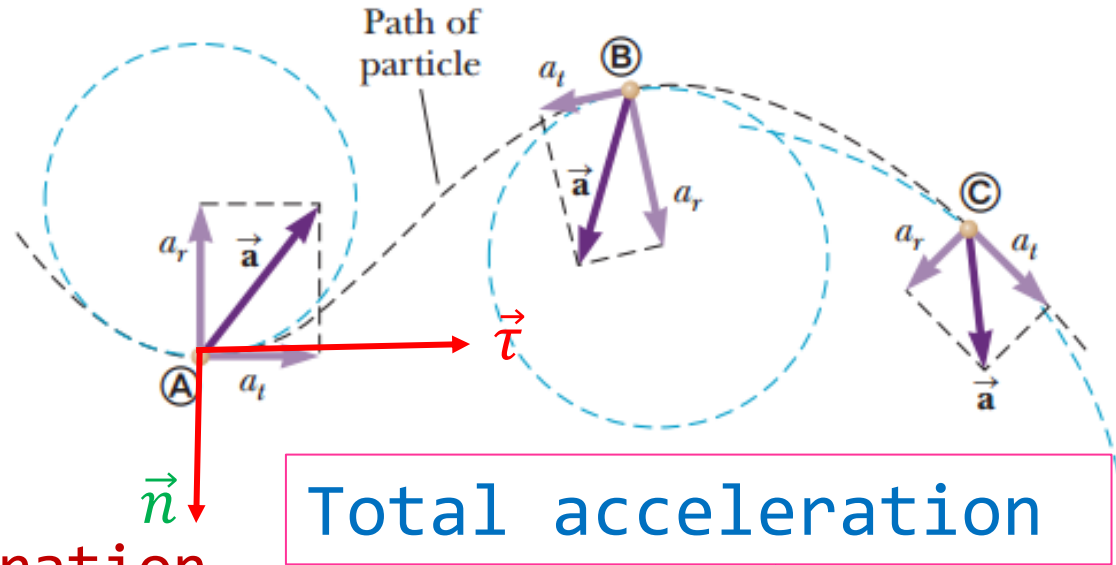
VD3: Chất điểm rời gốc tọa độ với vận tốc ban đầu $\vec{v}_i = 3\hat{i}$ (m/s) và gia tốc không đổi $\vec{a} = -\hat{i} - 0,5\hat{j}$ (m/s²). Khi nó đạt tọa độ x cực đại, xác định (a) vec-tơ vận tốc và (b) vec-tơ vị trí của nó.

$$\text{ĐS: } \vec{r}_f = 4,5\hat{i} - 2,25\hat{j} \text{ (m)}$$

••16  The velocity \vec{v} of a particle moving in the xy plane is given by $\vec{v} = (6.0t - 4.0t^2)\hat{i} + 8.0\hat{j}$, with \vec{v} in meters per second and t (> 0) in seconds. (a) What is the acceleration when $t = 3.0$ s? (b) When (if ever) is the acceleration zero? (c) When (if ever) is the velocity zero? (d) When (if ever) does the speed equal 10 m/s?

•••19 The acceleration of a particle moving only on a horizontal xy plane is given by $\vec{a} = 3t\hat{i} + 4t\hat{j}$, where \vec{a} is in meters per second-squared and t is in seconds. At $t = 0$, the position vector $\vec{r} = (20.0 \text{ m})\hat{i} + (40.0 \text{ m})\hat{j}$ locates the particle, which then has the velocity vector $\vec{v} = (5.00 \text{ m/s})\hat{i} + (2.00 \text{ m/s})\hat{j}$. At $t = 4.00$ s, what are (a) its position vector in unit-vector notation and (b) the angle between its direction of travel and the positive direction of the x axis?

2-Tangential and Radial Acceleration



Tangential acceleration
Gia tốc tiếp tuyến

$$a_t = \left| \frac{dv}{dt} \right|$$

- $\vec{a}_t \uparrow \uparrow \vec{v}$ khi CĐ chuyển động nhanh dần và ngược lại.
- Đặc trưng cho sự thay đổi về ĐỘ LỚN của \vec{v} .

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$$



$$\vec{a} = \vec{a}_t + \vec{a}_r$$
$$a = \sqrt{a_t^2 + a_r^2}$$

Radial acceleration
Gia tốc Pháp tuyến

$$|a_r| = \frac{v^2}{r}$$

- \vec{a}_r có chiều LUÔN hướng về phía tâm quỹ đạo.
- Đặc trưng cho sự thay đổi về PHƯƠNG, CHIỀU của \vec{v} .

phg tiếp tuyến
phg pháp tuyến

$a = 15 \text{ m/s}^2$
 $R = 2.5 \text{ m}$

(a) $a_r = ?$
(b) $v = ?$
(c) $a_t = ?$

Gheo hình vẽ: $\cos 30^\circ = \frac{a_r}{a} \Rightarrow a_r = a \cos 30^\circ = \dots$
 $\sin 30^\circ = \frac{a_t}{a} \Rightarrow a_t = a \sin 30^\circ = \dots$
 Mà ta có: $a_r = \frac{v^2}{R} \Rightarrow v = \dots$

- 40.** Figure P4.40 represents the total acceleration of a particle moving clockwise in a circle of radius 2.50 m at a certain instant of time. For that instant, find (a) the radial acceleration of the particle, (b) the speed of the particle, and (c) its tangential acceleration.

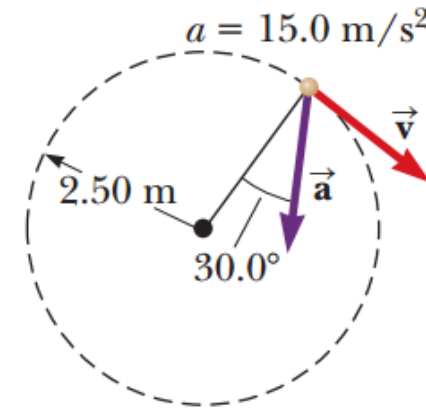


Figure P4.40

VD4: Hình P4.40 biểu diễn gia tốc tổng hợp tại một thời điểm xác định của chất điểm chuyển động theo quỹ đạo tròn thuận chiều kim đồng hồ với bán kính quỹ đạo 2,5 m. Tại thời điểm đó, tìm (a) gia tốc pháp tuyến, (b) tốc độ và (c) gia tốc tiếp tuyến của chất điểm.

42. A ball swings counterclockwise in a vertical circle at the end of a rope 1.50 m long. When the ball is 36.9° past the lowest point on its way up, its total acceleration is $(-22.5\hat{i} + 20.2\hat{j}) \text{ m/s}^2$. For that instant, (a) sketch a vector diagram showing the components of its acceleration, (b) determine the magnitude of its radial acceleration, and (c) determine the speed and velocity of the ball.

VD5: Một trái banh được nối vào một dây dài 1,5 m, quay thuận chiều kim đồng hồ theo quỹ đạo tròn trong mặt phẳng thẳng đứng. Khi trái banh đi đến điểm thấp nhất và cách nó một góc $36,9^\circ$ so với phương thẳng đứng thì gia tốc của nó là $(-22,5\hat{i} + 20,2\hat{j}) \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$. Tại thời điểm đó, (a) vẽ giản đồ vec-tơ các gia tốc thành phần, (b) tính độ lớn gia tốc pháp tuyến và (c) tốc độ và vận tốc của trái banh.

Answer: $a_c = 29,7 \text{ m/s}^2$; $v = 6,67 \text{ m/s}$

$\alpha = 36,9^\circ$

Phương tiếp tuyến

$\vec{a} = \underbrace{-22,5 \hat{i}}_{\vec{a}_x} + \underbrace{20,2 \hat{j}}_{\vec{a}_y}$

$\Rightarrow \tan \beta = \frac{a_y}{a_x} = \frac{20,2}{22,5}$

Phương pháp tuyến $\Rightarrow \beta = 41,9^\circ$

$\theta = 90^\circ - \alpha - \beta = 11,2^\circ$

Theo hình: $\begin{cases} a_t = a \cdot \sin \theta \\ a_r = a \cdot \cos \theta \end{cases}$

VD6: Vec-tơ vận tốc của một chiếc xe đồ chơi như sau:

$\vec{v} = (5t^2 - 2)\hat{i} - 3\hat{j}$. Lúc 5s, hãy xác định:

- (a) độ lớn gia tốc của chất điểm
- (b) độ lớn gia tốc tiếp tuyến
- (c) bán kính đường tròn mật tiếp quỹ đạo tại thời điểm đó.
- (d) tính chất chuyển động của chất điểm như thế nào? (nhANH dần, chậm dần...đều....)

VD6

(a) $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = 10t \hat{i} \text{ (m/s}^2\text{)} \xrightarrow{t=5s} \vec{a}_{(5s)} = 50 \hat{i} \text{ (m/s}^2\text{)}$

(b) $v = |\vec{v}| = \sqrt{(5t^2 - 2)^2 + 3^2} \quad (1)$

$a_t = \frac{dv}{dt} = \left(\sqrt{(5t^2 - 2)^2 + 9} \right)' = \dots \text{ (m/s}^2\text{)}$

(c) $a_n = \sqrt{a^2 - a_t^2} = \frac{v^2}{R} \} \Rightarrow R.$
Thế $t = 5s$ vào (1) $\Rightarrow v$

3-SPECIAL MOTIONS

A-Straight Motion

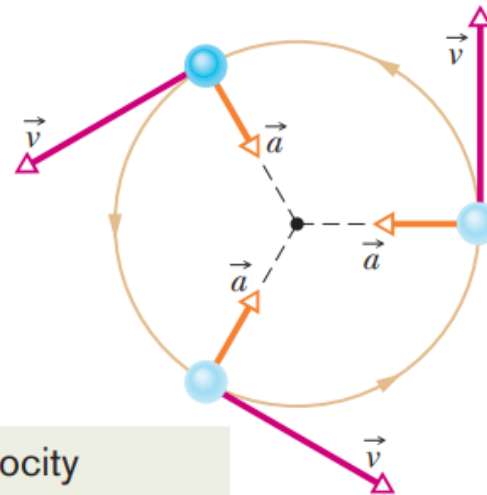
- Phương không đổi $\rightarrow a_r = 0$
- v thay đổi $\rightarrow a_t \neq 0$

$$a = a_t = \left| \frac{dv}{dt} \right|$$

B-Particle in Uniform Circular Motion

- $v = \text{const} \rightarrow a_t = 0$
- Phương thay đổi $\rightarrow a_r \neq 0$

The acceleration vector always points toward the center.



The velocity vector is always tangent to the path.

$$a = |a_r| = \frac{v^2}{r} = a_c$$

Centripetal acceleration
Gia tốc hướng tâm

$$T = \frac{2\pi r}{v} ; \omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \omega = \frac{v}{r} \Rightarrow a_c = \omega^2 r$$

39. The astronaut orbiting the Earth in Figure P4.39 is preparing to dock with a Westar VI satellite. The satellite is in a circular orbit 600 km above the Earth's surface, where the free-fall acceleration is 8.21 m/s^2 . Take the radius of the Earth as 6 400 km. Determine the speed of the satellite and the time interval required to complete one orbit around the Earth, which is the period of the satellite.



Figure P4.39

VD7: Vệ tinh Westar VI quay quanh trái đất với quỹ đạo tròn và cách bề mặt trái đất 600 km. Biết gia tốc rơi tự do tại nơi cách bề mặt trái đất 600 km là $8,21 \text{ m/s}^2$, bán kính trái đất 6400 km. Xác định tốc độ của vệ tinh và chu kỳ quay của vệ tinh trên. **ĐS: $T = 96,7$ phút**

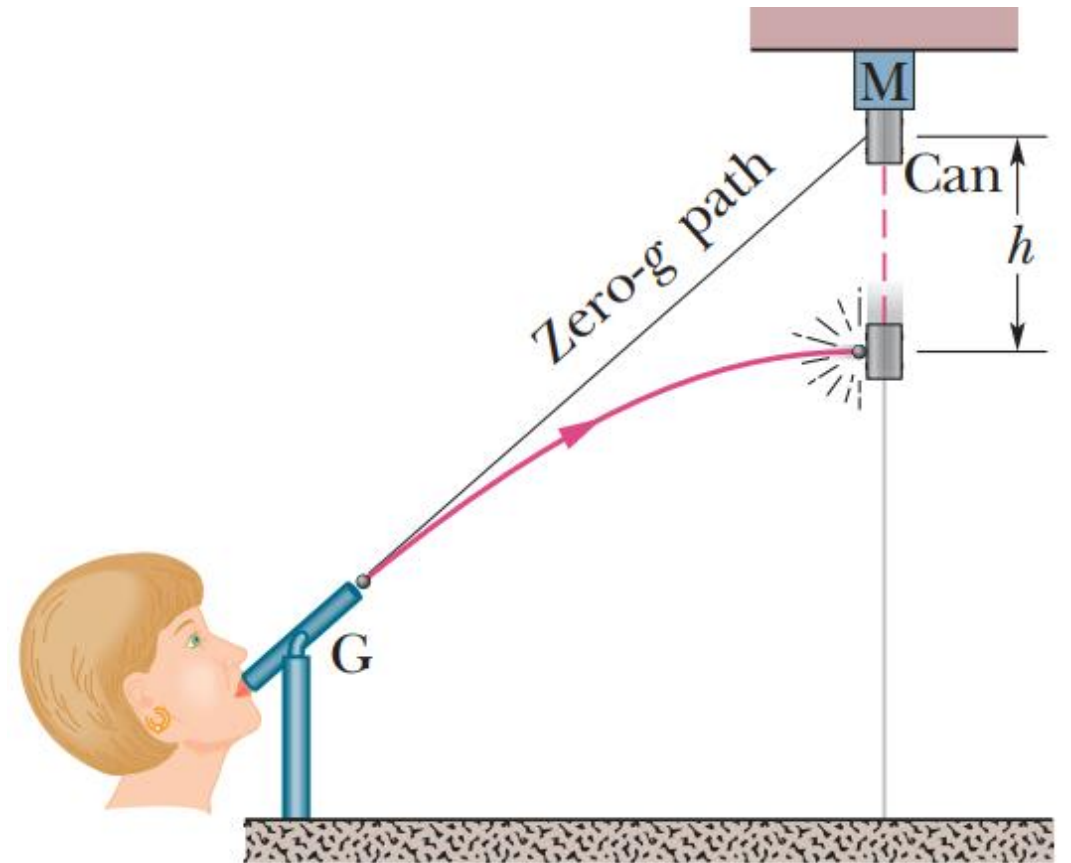
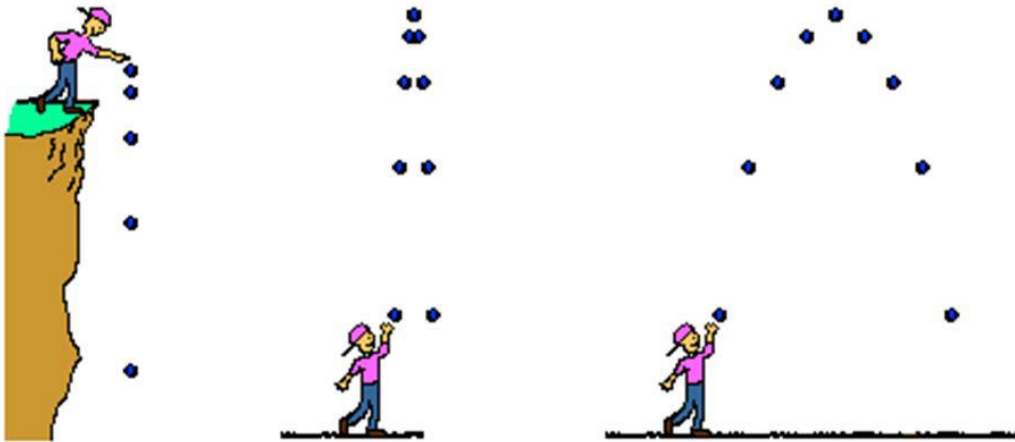
$$T = \frac{2\pi r}{v}$$

$$a_c = g = \frac{v^2}{r} \rightarrow v = \sqrt{rg}$$

C- Projectile Motion

Free Fall & Projectile Motion

Types of Projectiles



10. A baseball is thrown from the outfield toward the catcher. When the ball reaches its highest point, which statement is true? (a) Its velocity and its acceleration are both zero. (b) Its velocity is not zero, but its acceleration is zero. (c) Its velocity is perpendicular to its acceleration. (d) Its acceleration depends on the angle at which the ball was thrown. (e) None of statements (a) through (d) is true.

Một quả bóng chày được ném từ ngoài sân về phía người bắt. Khi quả bóng đạt đến điểm cao nhất, phát biểu nào sau đây là đúng?

- (a) Vận tốc và gia tốc cả nó đều bằng 0.
- (b) Vận tốc của nó khác 0, gia tốc bằng 0.
- (c) Vận tốc của nó vuông góc với gia tốc.
- (d) Gia tốc của nó phụ thuộc vào góc tại nơi quả bóng được ném.
- (e) Không có phát biểu nào ở trên đúng

Projectile Motion

(1) $\vec{a} = \vec{g}$

(2) Air resistance is neglected

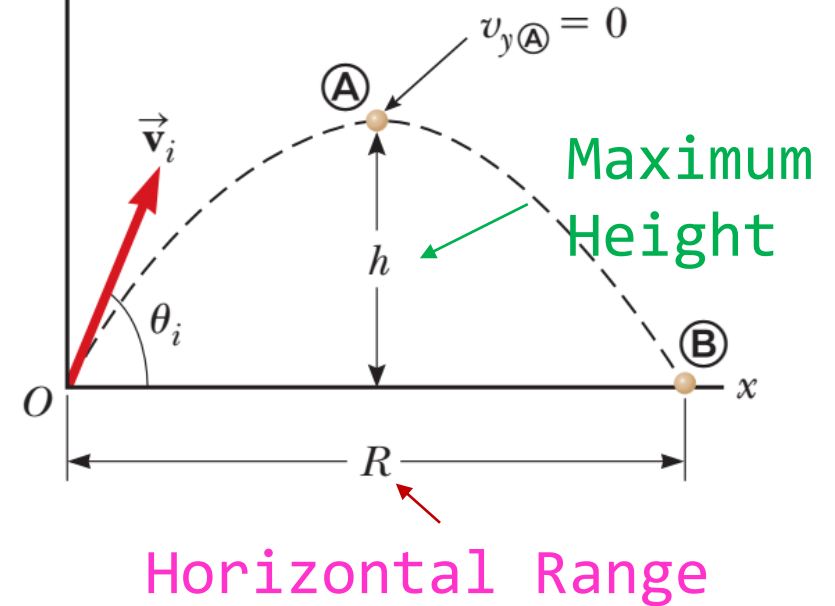
$$\vec{a} = \vec{g} \Rightarrow \begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{cases} \rightarrow \begin{aligned} &\text{The constant velocity motion } v_{xf} = v_i \cos \theta \\ &\rightarrow \text{The free-fall motion } v_{yf} = v_i \sin \theta - gt \end{aligned}$$

Motion equations of object:

$$\begin{cases} x_f = x_i + v_{xi}t \\ y_f = y_i + v_{yi}t + \frac{1}{2}a_y t^2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x_f = v_i \cos \theta_i t \\ y_f = v_i \sin \theta_i t - \frac{1}{2}gt^2 \end{cases}$$

Orbit equation of object:

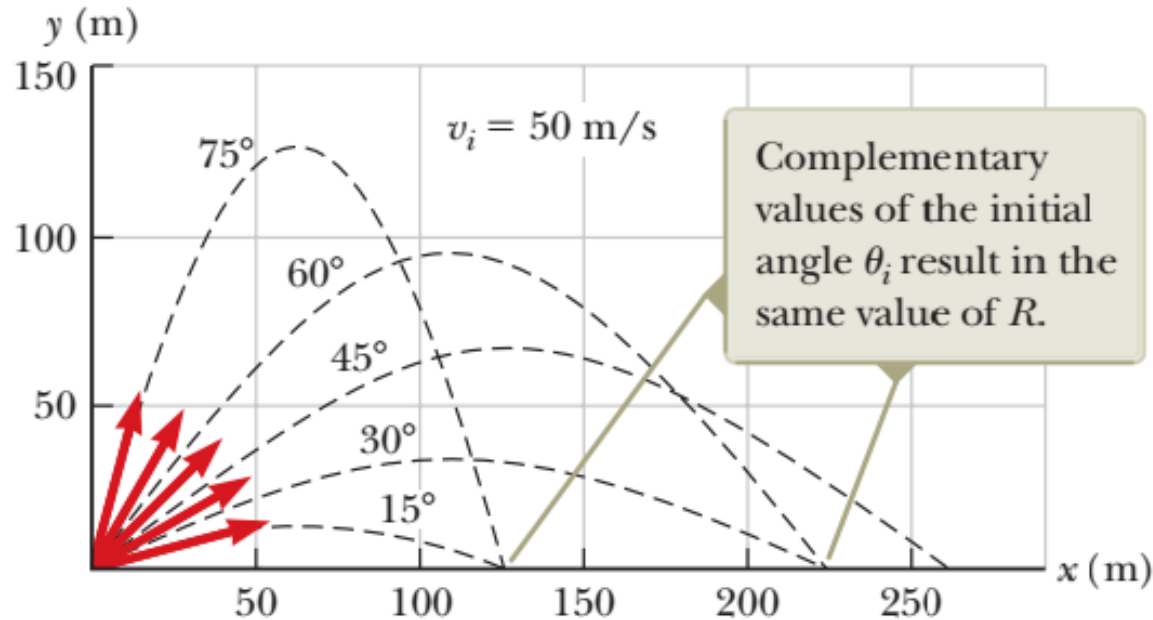
$$y_f = x_f \tan \theta - \frac{g}{2v_i^2 \cos^2 \theta} x_f^2$$



$$t_B = \frac{2v_i \sin \theta}{g} \rightarrow R = \frac{v_i^2 \sin 2\theta}{g}$$

$$t_A = \frac{v_i \sin \theta}{g} \rightarrow h = \frac{v_i^2 \sin^2 \theta_i}{2g}$$

- Quick Quiz 4.3** Rank the launch angles for the five paths in Figure 4.10 with respect to time of flight from the shortest time of flight to the longest.



Giả sử bắn một vật với cùng tốc độ 50 m/s, với các góc bắn khác nhau. Sắp xếp thời gian đạt đến tầm xa từ lớn đến nhỏ ứng với các góc bắn 15° , 30° , 45° , 60° và 75° .

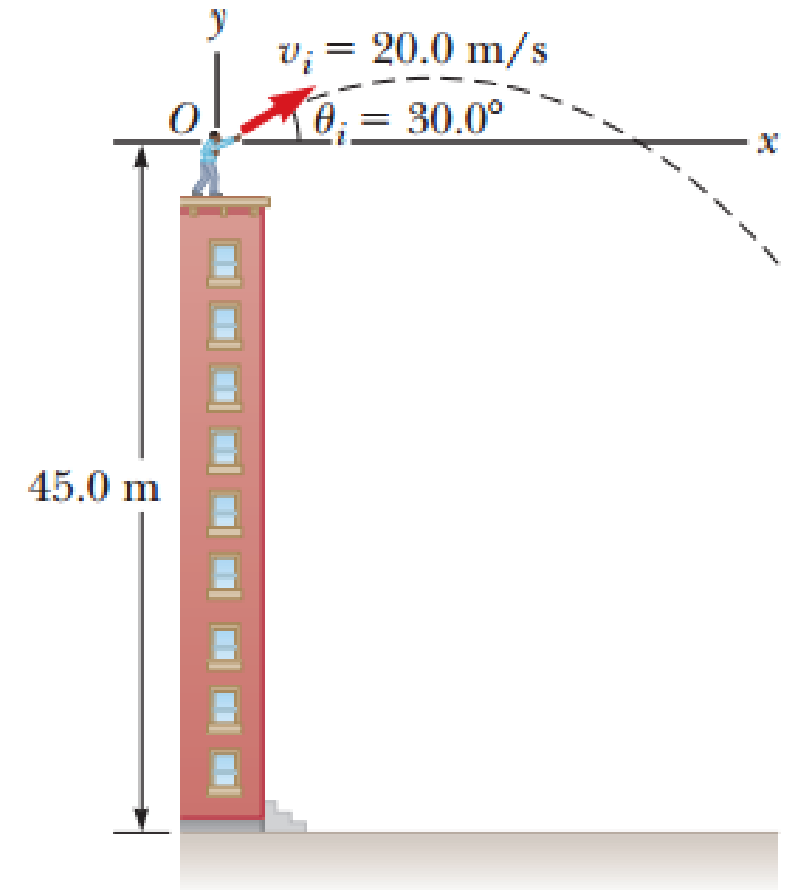
Tầm xa và thời gian đạt tầm xa

$$R = \frac{v_i^2 \sin 2\theta}{g}; t = \frac{2v_i \sin \theta}{g}$$

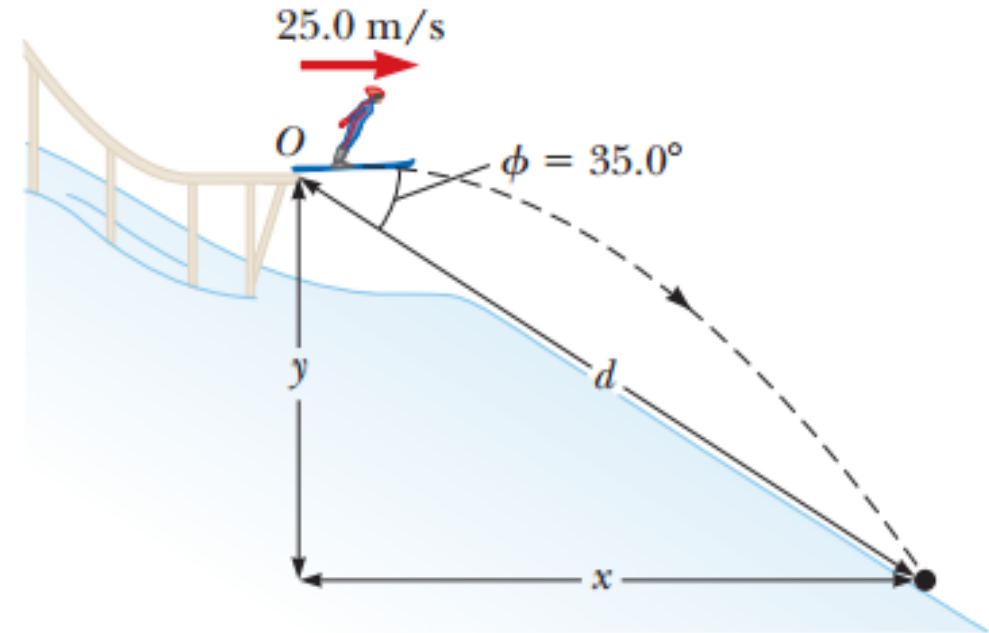
Example 4.4: A stone is thrown from the top of a building upward at an angle of 30.0° to the horizontal with an initial speed of 20.0 m/s . The height from which the stone is thrown is 45.0 m above the ground.

- (A) How long does it take the stone to reach the ground?
(B) What is the speed of the stone just before it strikes the ground?


Answer: (A) 4,22 s; (B) 35,8 m/s



Example 4.5: A ski jumper leaves the ski track moving in the horizontal direction with a speed of 25.0 m/s as shown in Figure. The landing incline below her falls off with a slope of 35° . Where does she land on the incline?



Answer: $x = 89,3 \text{ m}$; $y = - 62,5 \text{ m}$

••28  In Fig. 4-34, a stone is projected at a cliff of height h with an initial speed of 42.0 m/s directed at angle $\theta_0 = 60.0^\circ$ above the horizontal. The stone strikes at A , 5.50 s after launching. Find (a) the height h of the cliff, (b) the speed of the stone just before impact at A , and (c) the maximum height H reached above the ground.

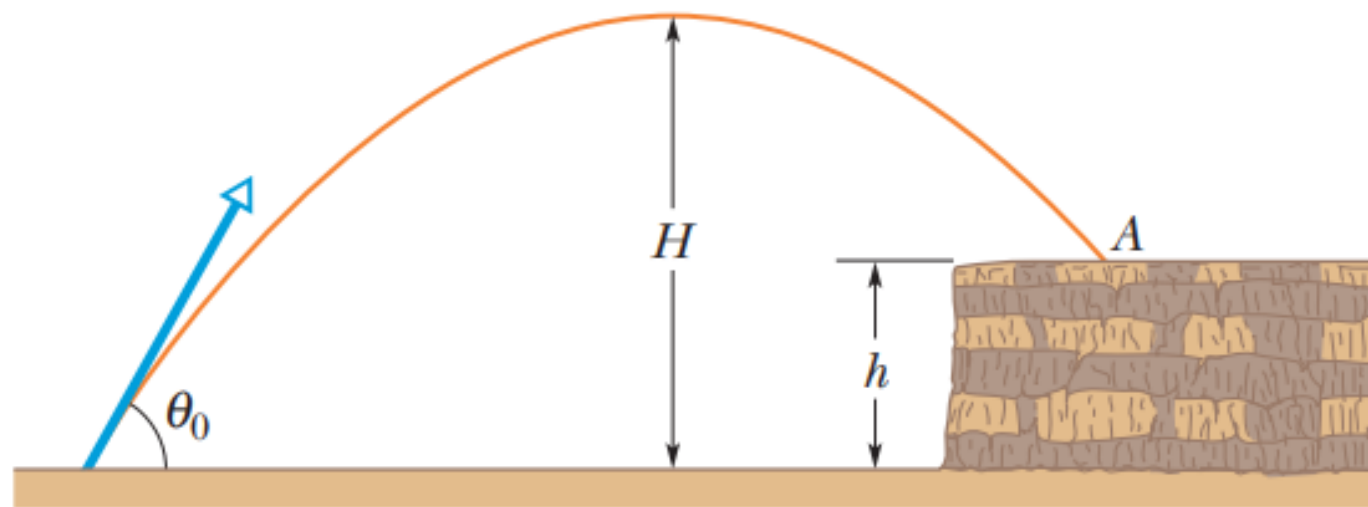


Figure 4-34 Problem 28.

- 32 **GO** You throw a ball toward a wall at speed 25.0 m/s and at angle $\theta_0 = 40.0^\circ$ above the horizontal (Fig. 4-35). The wall is distance $d = 22.0 \text{ m}$ from the release point of the ball. (a) How far above the release point does the ball hit the wall? What are the (b) horizontal and (c) vertical components of its velocity as it hits the wall? (d) When it hits, has it passed the highest point on its trajectory?

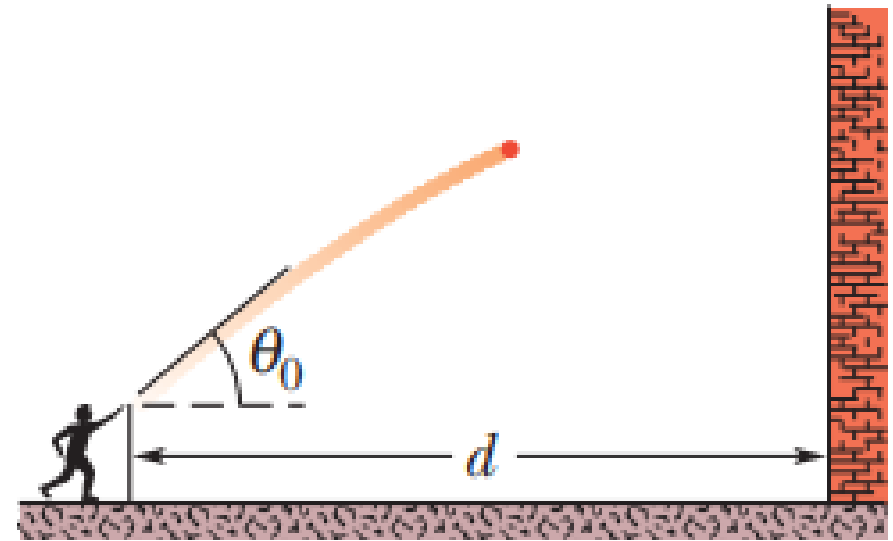


Figure 4-35 Problem 32.

The end!!! 😊