

Chương 7

NĂNG LƯỢNG CỦA MỘT HỆ

Ch.	Conceptual Questions	Problems
7	1, 3, 7, 8,10	2, 5, 9, 14, 17, 24, 27, 29, 32, 39, 41, 44, 46,49, 51, 52, 59, 63

Conceptual Questions 1

Can a normal force do work? If not, why not? If so, give an example.

Lực bình thường có thể tạo ra công không? Nếu không, tại sao không? Nếu vậy, đưa ra một ví dụ.

CQ7.1 Yes. The floor of a rising elevator does work on a passenger. A normal force exerted by a stationary solid surface does no work.

Conceptual Questions 3

A student has the idea that the total work done on an object is equal to its final kinetic energy. Is this idea true always, sometimes, or never? If it is sometimes true, under what circumstances? If it is always or never true, explain why.

Một sinh viên có ý kiến rằng tổng số công thực hiện trên một vật bằng động năng cuối cùng của nó. Ý kiến này luôn luôn, đôi khi, hay không đúng? Nếu đôi khi đúng, trong hoàn cảnh nào? Nếu nó là luôn luôn hoặc không bao giờ đúng, hãy giải thích tại sao.

CQ7.3 It is sometimes true. If the object is a particle initially at rest, the net work done on the object is equal to its final kinetic energy. If the object is not a particle, the work could go into (or come out of) some other form of energy. If the object is initially moving, its initial kinetic energy must be added to the total work to find the final kinetic energy.

Conceptual Questions 7

Discuss whether any work is being done by each of the following agents and, if so, whether the work is positive or negative.

- (a) a chicken scratching the ground
- (b) a person studying
- (c) a crane lifting a bucket of concrete
- (d) the gravitational force on the bucket in part (c)
- (e) the leg muscles of a person in the act of sitting down

Trong các trường hợp dưới đây, trường hợp nào thực hiện công? Nếu có, công đó dương hay âm.

- (a) một con gà đang bới đất
- (b) một người đang nghiên cứu
- (c) một cần cẩu nâng một thùng bê tông
- (d) lực hấp dẫn lên thùng bê tông trong phần c
- (e) cơ chân của một người trong hành động ngồi xuống

CQ7.7

- (a) Positive work is done by the chicken on the dirt.
- (b) The person does no work on anything in the environment. Perhaps some extra chemical energy goes through being energy transmitted electrically and is converted into internal energy in his brain; but it would be very hard to quantify “extra.”
- (c) Positive work is done on the bucket.
- (d) Negative work is done on the bucket.
- (e) Negative work is done on the person’s torso.

Conceptual Questions 8

If only one external force acts on a particle, does it necessarily change the particle's (a) kinetic energy? (b) Its velocity?

Nếu chỉ có một lực bên ngoài hoạt động lên một hạt, liệu nhất thiết lực có thay đổi (a) động năng? (b) Vận tốc của hạt?

- CQ7.8**
- (a) Not necessarily. It does if it makes the object's speed change, but not if it only makes the direction of the velocity change.
 - (b) Yes, according to Newton's second law.

Conceptual Questions 10

You are reshelving books in a library. You lift a book from the floor to the top shelf. The kinetic energy of the book on the floor was zero and the kinetic energy of the book on the top shelf is zero, so no change occurs in the kinetic energy, yet you did some work in lifting the book. Is the work–kinetic energy theorem violated? Explain.

Bạn đang sắp xếp lại sách trong một thư viện. Bạn nhắc một quyển sách từ sàn lên kệ. Động năng của cuốn sách trên sàn bằng không và động năng của cuốn sách trên giá sách là không, do đó, không có thay đổi nào xảy ra trong động năng, nhưng bạn đã thực hiện công trong việc nâng cuốn sách. Định lý động năng có bị vi phạm không? Giải thích.

CQ7.10 There is no violation. Choose the book as the system. You did positive work (average force and displacement are in same direction) and the Earth did negative work (average force and displacement are in opposite directions) on the book. The average force you exerted just counterbalanced the weight of the book. The total work on the book is zero, and is equal to its overall change in kinetic energy.

Problems 2

A raindrop of mass 3.35×10^{-5} kg falls vertically at constant speed under the influence of gravity and air resistance. Model the drop as a particle. As it falls 100 m, what is the work done on the raindrop (a) by the gravitational force and (b) by air resistance?

Một giọt mưa có khối lượng 3.35×10^{-5} kg rơi theo chiều thẳng đứng với tốc độ không đổi dưới ảnh hưởng của lực hấp dẫn và không khí. Xét mô hình giọt mưa rơi như một hạt. Khi nó rơi xuống 100 m, công được thực hiện trên giọt mưa (a) bằng lực hấp dẫn và (b) bằng sức cản không khí?

- P7.2** (a) The work done on the raindrop by the gravitational force is given by

$$W = mgh = (3.35 \times 10^{-5} \text{ kg})(9.80 \text{ m/s}^2)(100 \text{ m}) = \boxed{3.28 \times 10^{-2} \text{ J}}$$

- (b) Since the raindrop is falling at constant velocity, all forces acting on the drop must be in balance, and $R = mg$, so

$$W_{\text{air resistance}} = \boxed{-3.28 \times 10^{-2} \text{ J}}$$

Problems 5

5. A block of mass $m = 2.50$ kg is pushed a distance $d = 2.20$ m along a frictionless, horizontal table by a constant applied force of magnitude $F = 16.0$ N directed at an angle $\theta = 25.0^\circ$ below the horizontal as shown in Figure P7.5. Determine the work done on the block by (a) the applied force, (b) the normal force exerted by the table, (c) the gravitational force, and (d) the net force on the block.

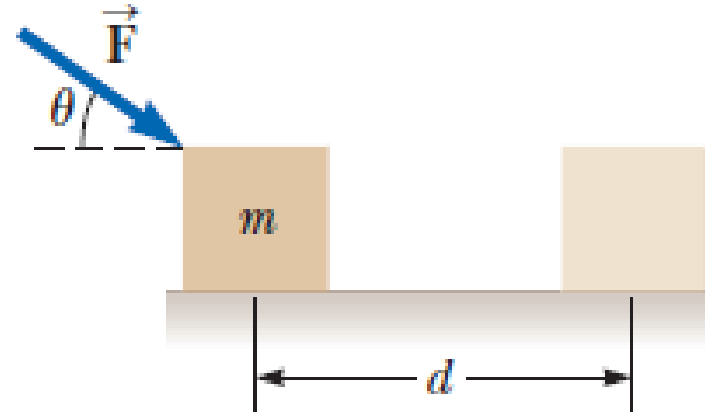


Figure P7.5

Cho một vật khối lượng $m = 2,5 \text{ kg}$ được tác dụng bởi một lực F có độ lớn 16 N , hợp với phương ngang góc $\theta = 25^\circ$, trượt không ma sát trên đoạn đường $d = 2,2 \text{ m}$.

Xác định công gây ra bởi:

- a. Lực F tác dụng lên vật
- b. Phản lực
- c. Trọng lực
- d. Toàn bộ lực tác dụng lên vật

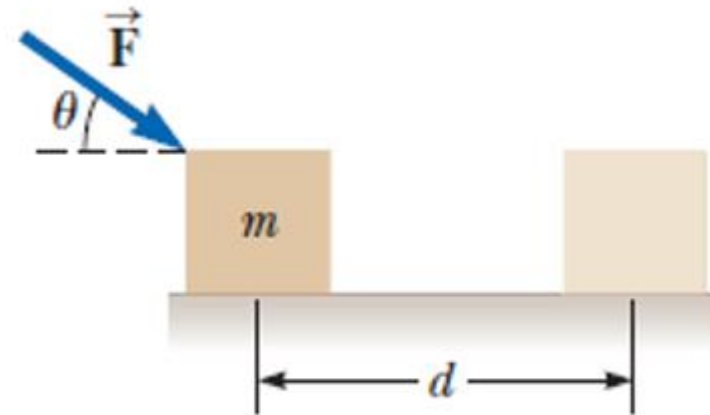


Figure P7.5

P7.5 We apply the definition of work by a constant force in the first three parts, but then in the fourth part we add up the answers. The total (net) work is the sum of the amounts of work done by the individual forces, and is the work done by the total (net) force. This identification is not represented by an equation in the chapter text, but is something

you know by thinking about it, without relying on an equation in a list.

The definition of work by a constant force is $W = F \Delta r \cos \theta$.

(a) The applied force does work given by

$$W = F \Delta r \cos \theta = (16.0 \text{ N})(2.20 \text{ m}) \cos 25.0^\circ = \boxed{31.9 \text{ J}}$$

(b), (c) The normal force and the weight are both at 90° to the displacement in any time interval. Both do $\boxed{0}$ work.

(d) $\sum W = 31.9 \text{ J} + 0 + 0 = \boxed{31.9 \text{ J}}$

Problems 9

9. For $\vec{A} = 3\hat{i} + \hat{j} - \hat{k}$, $\vec{B} = -\hat{i} + 2\hat{j} + 5\hat{k}$, and $\vec{C} =$
W $2\hat{j} - 3\hat{k}$, find $\vec{C} \cdot (\vec{A} - \vec{B})$.

P7.9

$$\vec{A} - \vec{B} = (3.00\hat{i} + \hat{j} - \hat{k}) - (-\hat{i} + 2.00\hat{j} + 5.00\hat{k}) = 4.00\hat{i} - \hat{j} - 6.00\hat{k}$$
$$\vec{C} \cdot (\vec{A} - \vec{B}) = (2.00\hat{j} - 3.00\hat{k}) \cdot (4.00\hat{i} - \hat{j} - 6.00\hat{k}) = 0 + (-2.00) + (+18.0)$$
$$= \boxed{16.0}$$

Problems 14

14. The force acting on a particle varies as shown in Figure P7.14. Find the work done by the force on the particle as it moves (a) from $x = 0$ to $x = 8.00$ m, (b) from $x = 8.00$ m to $x = 10.0$ m, and (c) from $x = 0$ to $x = 10.0$ m.

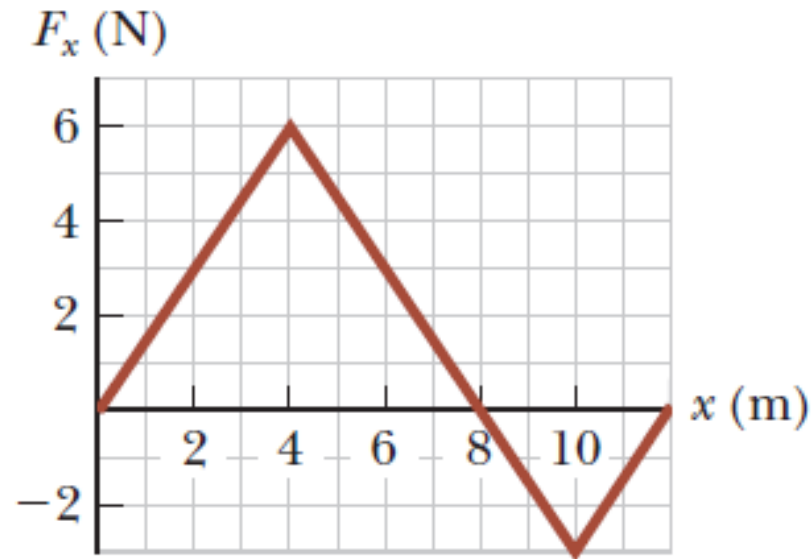


Figure P7.14

Cho lực tác dụng lên một điểm biến đổi như hình P7.14. Tìm công do lực tác dụng lên điểm đó để nó di chuyển từ

a. $x = 0$ đến $x = 8$ m

b. $x = 8$ m đến $x = 10$ m

c. $x = 0$ đến $x = 10$ m

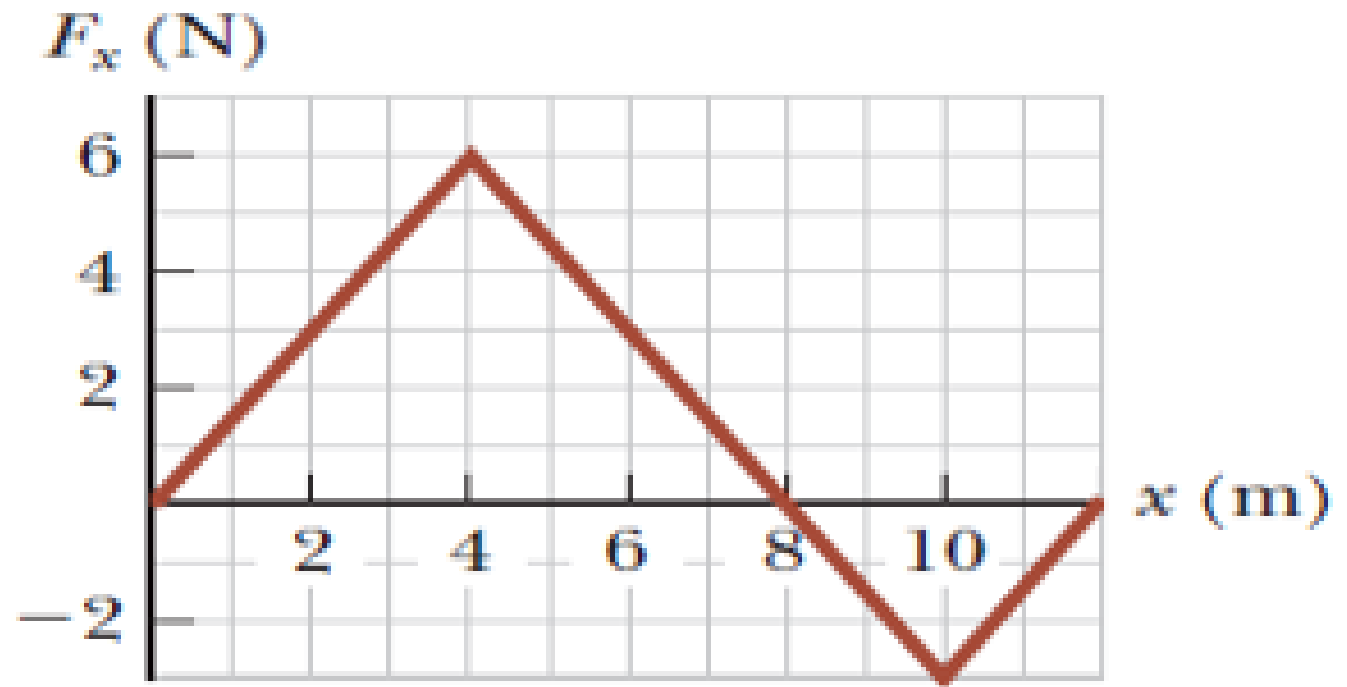


Figure P7.14

P7.14 $W = \int_{x_i}^{x_f} F dx = \text{area under curve from } x_i \text{ to } x_f$

(a) $x_i = 0$ and $x_f = 8.00 \text{ m}$

$$W_{0 \rightarrow 8} = \text{area of triangle ABC}$$

$$= \left(\frac{1}{2} \right) AC \times \text{height}$$

$$W_{0 \rightarrow 8} = \left(\frac{1}{2} \right) \times 8.00 \text{ m} \times 6.00 \text{ N}$$

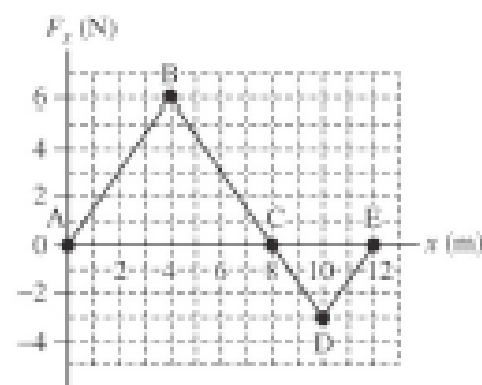
$$= \boxed{24.0 \text{ J}}$$

(b) $x_i = 8.00 \text{ m}$ and $x_f = 10.0 \text{ m}$

$$W_{8 \rightarrow 10} = \text{area of } \triangle CDE = \left(\frac{1}{2} \right) CE \times \text{height},$$

$$W_{8 \rightarrow 10} = \left(\frac{1}{2} \right) \times (2.00 \text{ m}) \times (-3.00 \text{ N}) = \boxed{-3.00 \text{ J}}$$

(c) $W_{0 \rightarrow 10} = W_{0 \rightarrow 8} + W_{8 \rightarrow 10} = 24.0 + (-3.00) = \boxed{21.0 \text{ J}}$



ANS. FIG. P7.14

Problems 17

When a 4.00-kg object is hung vertically on a certain light spring that obeys Hooke's law, the spring stretches 2.50 cm. If the 4.00-kg object is removed, (a) how far will the spring stretch if a 1.50-kg block is hung on it? (b) How much work must an external agent do to stretch the same spring 4.00 cm from its unstretched position?

Khi một vật nặng 4kg được treo vào đầu 1 lò xo theo phương đứng, đầu kia của lò xo gắn cố định, thì lò xo giãn 1 đoạn 2.5cm . Nếu lấy vật nặng 4kg ra, (a) thay bằng vật nặng 1.5kg thì lò xo bị giãn một đoạn bao nhiêu? (b) Tác dụng ngoại lực vào lò xo trên để nó giãn ra 4 cm so với vị trí cân bằng, tính công thực hiện bởi lực trên.

P7.17

When the load of mass $M = 4.00$ kg is hanging on the spring in equilibrium, the upward force exerted by the spring on the load is equal in magnitude to the downward force that the Earth exerts on the load, given by $w = Mg$. Then we can write Hooke's law as $Mg = +kx$. The spring constant, force constant, stiffness constant, or Hooke's-law constant of the spring is given by

$$k = \frac{F}{y} = \frac{Mg}{y} = \frac{(4.00 \text{ kg})(9.80 \text{ m/s}^2)}{2.50 \times 10^{-2} \text{ m}} = 1.57 \times 10^3 \text{ N/m}$$

(a) For the 1.50-kg mass,

$$y = \frac{mg}{k} = \frac{(1.50 \text{ kg})(9.80 \text{ m/s}^2)}{1.57 \times 10^3 \text{ N/m}} = 0.00938 \text{ m} = \boxed{0.938 \text{ cm}}$$

$$(b) \text{ Work} = \frac{1}{2}ky^2 = \frac{1}{2}(1.57 \times 10^3 \text{ N/m})(4.00 \times 10^{-2} \text{ m})^2 = \boxed{1.25 \text{ J}}$$

Problems 24

A light spring with force constant 3.85 N/m is compressed by 8.00 cm as it is held between a 0.250-kg block on the left and a 0.500-kg block on the right, both resting on a horizontal surface. The spring exerts a force on each block, tending to push the blocks apart. The blocks are simultaneously released from rest. Find the acceleration with which each block starts to move, given that the coefficient of kinetic friction between each block and the surface is (a) 0 , (b) 0.100 , and (c) 0.462 .

Một lò xo có độ cứng 3.85N/m bị nén 1 đoạn 8 cm , biết rằng lò xo nằm giữa 2 vật 2 bên, vật bên trái nặng 0.25kg và vật bên phải nặng 0.5kg , cả 2 vật đều đang đứng yên trên mặt ngang. Lò xo tác dụng lực vào mỗi khối, có xu hướng đẩy các vật ra xa. Các khối đồng thời được thả ra từ trạng thái nghỉ. Tính gia tốc của mỗi vật khi nó bắt đầu chuyển động, cho hệ số ma sát trượt giữa các khối và mặt ngang là (a) 0, (b) 0.1 và (c) 0.462.

P7.24 The spring exerts on each block an outward force of magnitude

$$|F_s| = kx = (3.85 \text{ N/m})(0.08 \text{ m}) = 0.308 \text{ N}$$

Take the $+x$ direction to the right. For the light block on the left, the vertical forces are given by

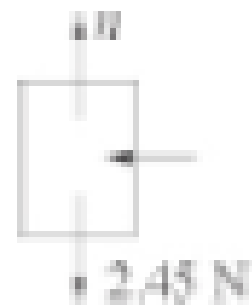
$$F_g = mg = (0.250 \text{ kg})(9.80 \text{ m/s}^2) = 2.45 \text{ N}$$

and $\sum F_y = 0$

so $n - 2.45 \text{ N} = 0 \quad \rightarrow \quad n = 2.45 \text{ N}$

Similarly, for the heavier block,

$$n = F_g = (0.500 \text{ kg})(9.80 \text{ m/s}^2) = 4.90 \text{ N}$$



**ANS. FIG.
P7.24**

- (a) For the block on the left,

$$\sum F_x = ma_x: \quad -0.308 \text{ N} = (0.250 \text{ kg})a$$

$$a = \boxed{-1.23 \text{ m/s}^2}$$

For the heavier block,

$$+0.308 \text{ N} = (0.500 \text{ kg})a$$

$$a = \boxed{0.616 \text{ m/s}^2}$$

- (b) For the block on the left, $f_k = \mu_k n = 0.100(2.45 \text{ N}) = 0.245 \text{ N}$.

$$\sum F_x = ma_x$$

$$-0.308 \text{ N} + 0.245 \text{ N} = (0.250 \text{ kg})a$$

$$a = \boxed{-0.252 \text{ m/s}^2 \text{ if the force of static friction is not too large}}.$$

For the block on the right, $f_k = \mu_k n = 0.490 \text{ N}$. The maximum force of static friction would be larger, so no motion would begin and the acceleration is $\boxed{\text{zero}}$.

- (c) Left block: $f_k = 0.462(2.45 \text{ N}) = 1.13 \text{ N}$. The maximum static friction force would be larger, so the spring force would produce no motion of this block or of the right-hand block, which could feel even more friction force. For both, $a = \boxed{0}$.

Problems 27

When different loads hang on a spring, the spring stretches to different lengths as shown in the following table. (a) Make a graph of the applied force versus the extension of the spring. (b) By least-squares fitting, determine the straight line that best fits the data. (c) To complete part (b), do you want to use all the data points, or should you ignore some of them? Explain. (d) From the slope of the best-fit line, find the spring constant k . (e) If the spring is extended to 105 mm, what force does it exert on the suspended object?

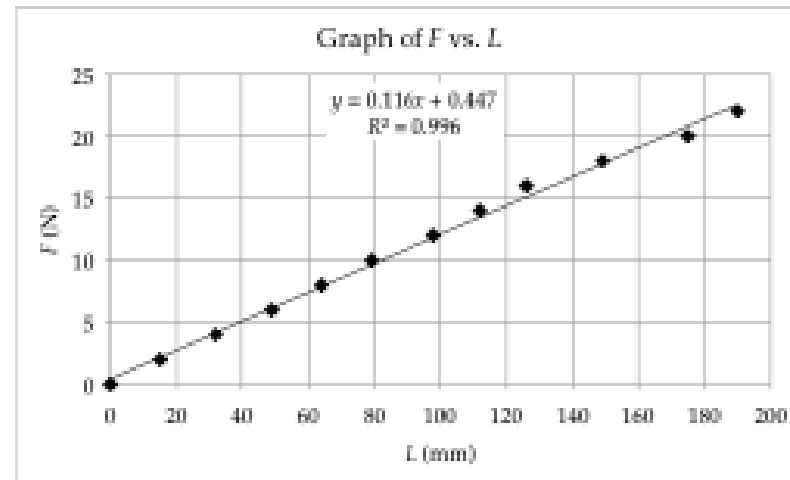
F (N)	2.0	4.0	6.0	8.0	10	12	14	16	18	20	22
L (mm)	15	32	49	64	79	98	112	126	149	175	190

Treo những vật khác nhau lên lò xo, lò xo giãn ra đến các độ dài khác nhau, thể hiện trong bảng sau.

- (a) Vẽ đồ thị lực theo độ giãn của lò xo.
- (b) Bằng phương pháp bình phương tối thiểu, xác định đường thẳng phù hợp nhất với dữ liệu.
- (c) Để hoàn thành phần (b), bạn sử dụng tất cả các điểm dữ liệu, hay bạn bỏ qua một vài số trong số chúng? Giải thích.
- (d) Từ độ dốc của đường thẳng tốt nhất, tìm hằng số lò xo k .
- (e) Nếu lò xo được kéo dài đến 105 mm, lực nào tác động lên vật đang treo?

P7.27 (a)

F (N)	L (mm)	F (N)	L (mm)
0.00	0.00	12.0	98.0
2.00	15.0	14.0	112
4.00	32.0	16.0	126
6.00	49.0	18.0	149
8.00	64.0	20.0	175
10.0	79.0	22.0	190



ANS FIG. P7.27(a)

(b) By least-squares fitting, its slope is $0.116 \text{ N/mm} = \boxed{116 \text{ N/m}}$

- (c) To draw the straight line we use all the points listed and also the origin. If the coils of the spring touched each other, a bend or nonlinearity could show up at the bottom end of the graph. If the spring were stretched “too far,” a nonlinearity could show up at the top end. But there is no visible evidence for a bend in the graph near either end.
- (d) In the equation $F = kx$, the spring constant k is the slope of the F -versus- x graph.

$$k = 116 \text{ N/m}$$

(e) $F = kx = (116 \text{ N/m})(0.105 \text{ m}) = 12.2 \text{ N}$

Problems 29

A force $\vec{F} = (4x\hat{i} + 3y\hat{j})$, where \vec{F} is in newtons and x and y are in meters, acts on an object as the object moves in the x direction from the origin to $x = 5.00$ m. Find the work $W = \int \vec{F} \cdot \overrightarrow{dr}$ done by the force on the object.

Một lực $\vec{F} = (4x\hat{i} + 3y\hat{j})$ (N; m) tác dụng vào 1 vật làm nó di chuyển theo trục x từ gốc tọa độ đến $x = 5\text{m}$.

Tính công $W = \int \vec{F} \cdot d\vec{r}$ do lực thực hiện lên vật.

P7.29

$$W = \int_i^f \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int_0^{5\text{ m}} (4x\hat{i} + 3y\hat{j}) \text{ N} \cdot dx\hat{i}$$

$$\int_0^{5\text{ m}} (4 \text{ N/m})x dx + 0 = (4 \text{ N/m}) \frac{x^2}{2} \bigg|_0^{5\text{ m}} = \boxed{50.0 \text{ J}}$$

Problems 32

A worker pushing a 35.0-kg wooden crate at a constant speed for 12.0 m along a wood floor does 350 J of work by applying a constant horizontal force of magnitude F on the crate. (a) Determine the value of F . (b) If the worker now applies a force greater than F , describe the subsequent motion of the crate. (c) Describe what would happen to the crate if the applied force is less than F .

Một công nhân đẩy một lực F theo phương ngang vào một thùng gỗ nặng 35kg làm nó di chuyển với tốc độ không đổi và đi được 12m trên mặt sàn gỗ. Lực F đó sinh công là 350J .

- (a) Xác định độ lớn lực F .
- (b) Nếu bây giờ người công nhân tác dụng lực lớn hơn F , mô tả chuyển động của thùng gỗ trong trường hợp này.
- (c) Mô tả chuyển động của thùng gỗ nếu lực tác dụng nhỏ hơn F .

P7.32

- (a) Since the applied force is horizontal, it is in the direction of the displacement, giving $\theta = 0^\circ$. The work done by this force is then

$$W_{F_0} = (F_0 \cos \theta) \Delta x = F_0 (\cos 0) \Delta x = F_0 \Delta x$$

and

$$F_0 = \frac{W_{F_0}}{\Delta x} = \frac{350 \text{ J}}{12.0 \text{ m}} = \boxed{29.2 \text{ N}}$$

- (b) If the applied force is greater than 29.2 N, the crate would accelerate in the direction of the force, so its speed would increase with time.
- (c) If the applied force is less than 29.2 N, the crate would slow down and come to rest.

Problems 39

- 39. Review.** A 5.75-kg object passes through the origin at time $t = 0$ such that its x component of velocity is 5.00 m/s and its y component of velocity is -3.00 m/s.
- (a) What is the kinetic energy of the object at this time?
 - (b) At a later time $t = 2.00$ s, the particle is located at $x = 8.50$ m and $y = 5.00$ m. What constant force acted on the object during this time interval?
 - (c) What is the speed of the particle at $t = 2.00$ s?

Một vật nặng 5.75kg tại thời điểm ban đầu, nó ở tọa độ $(0,0)$ và có vận tốc 5m/s theo phương x , 23m/s theo phương y .

- (a) Tính động năng của vật tại thời điểm ban đầu.
- (b) Khi $t = 2\text{s}$, tọa độ của vật là $(8.5; 5)\text{m}$. Hỏi độ lớn lực không đổi tác dụng vào vật trong suốt quá trình 2s đó?
- (c) Tốc độ của chất điểm tại thời điểm 2s .

- P7.39** (a) $K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m(v_x^2 + v_y^2)$
- $$= \frac{1}{2}(5.75 \text{ kg})[(5.00 \text{ m/s})^2 + (-3.00 \text{ m/s})^2] = \boxed{97.8 \text{ J}}$$
- (b) We know $F_x = ma_x$ and $F_y = ma_y$. At $t = 0$, $x_i = y_i = 0$, and $v_{xi} = 5.00 \text{ m/s}$, $v_{yi} = -3.00 \text{ m/s}$; at $t = 2.00 \text{ s}$, $x_f = 8.50 \text{ m}$, $y_f = 5.00 \text{ m}$.

$$x_f = x_i + v_{xi}t + \frac{1}{2}a_x t^2$$

$$a_x = \frac{2(x_f - x_i - v_{xi}t)}{t^2} = \frac{2[8.50 \text{ m} - 0 - (5.00 \text{ m/s})(2.00 \text{ s})]}{(2.00 \text{ s})^2}$$

$$= -0.75 \text{ m/s}^2$$

$$y_f = y_i + v_{yi}t + \frac{1}{2}a_y t^2$$

$$a_y = \frac{2(y_f - y_i - v_{yi}t)}{t^2} = \frac{2[5.00 \text{ m} - 0 - (-3.00 \text{ m/s})(2.00 \text{ s})]}{(2.00 \text{ s})^2}$$

$$= 5.50 \text{ m/s}^2$$

$$F_x = ma_x = (5.75 \text{ kg})(-0.75 \text{ m/s}^2) = -4.31 \text{ N}$$

$$F_y = ma_y = (5.75 \text{ kg})(5.50 \text{ m/s}^2) = 31.6 \text{ N}$$

$$\boxed{\vec{F} = (-4.31\hat{i} + 31.6\hat{j}) \text{ N}}$$

- (c) We can obtain the particle's speed at $t = 2.00$ s from the particle under constant acceleration model, or from the nonisolated system model. From the former,

$$v_{xf} = v_{xi} + a_x t = (5.00 \text{ m/s}) + (-0.75 \text{ m/s}^2)(2.00 \text{ s}) = 3.50 \text{ m/s}$$

$$v_{yf} = v_{yi} + a_y t = (-3.00 \text{ m/s}) + (5.50 \text{ m/s}^2)(2.00 \text{ s}) = 8.00 \text{ m/s}$$

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{(3.50 \text{ m/s})^2 + (8.00 \text{ m/s})^2} = \boxed{8.73 \text{ m/s}}$$

From the nonisolated system model,

$$\sum W = \Delta K: \quad W_{\text{ext}} = \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_i^2$$

The work done by the force is given by

$$\begin{aligned} W_{\text{ext}} &= \vec{F} \cdot \Delta \vec{r} = F_x \Delta r_x + F_y \Delta r_y \\ &= (-4.31 \text{ N})(8.50 \text{ m}) + (31.6 \text{ N})(5.00 \text{ m}) = 121 \text{ J} \end{aligned}$$

then,

$$\frac{1}{2}mv_f^2 = W_{\text{ext}} + \frac{1}{2}mv_i^2 = 121 \text{ J} + 97.8 \text{ J} = 219 \text{ J}$$

which gives

$$v_f = \sqrt{\frac{2(219 \text{ J})}{5.75 \text{ kg}}} = \boxed{8.73 \text{ m/s}}$$

Một hạt nặng 5,75 kg, tại thời điểm $t = 0$, vật ở gốc tọa độ và có vận tốc theo trục x và trục y $v_x = 5 \frac{m}{s}$ và $v_y = -3 \frac{m}{s}$.

(A) Tính động năng của vật tại thời điểm đó?

(B) Vào thời gian $t = 2.00$ s, hạt được đặt tại vị trí $x = 8.5$ m và $y = 5$ m. Tìm lực tác động lên hạt trong khoảng thời gian này?

(C) Tốc độ của hạt ở thời điểm $t = 2$ s là bao nhiêu?

P7.39 (a) $K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m(v_x^2 + v_y^2)$

$$= \frac{1}{2}(5.75 \text{ kg})[(5.00 \text{ m/s})^2 + (-3.00 \text{ m/s})^2] = \boxed{97.8 \text{ J}}$$

(b) We know $F_x = ma_x$ and $F_y = ma_y$. At $t = 0$, $x_i = y_i = 0$, and $v_{xi} = 5.00 \text{ m/s}$, $v_{yi} = -3.00 \text{ m/s}$; at $t = 2.00 \text{ s}$, $x_f = 8.50 \text{ m}$, $y_f = 5.00 \text{ m}$.

$$x_f = x_i + v_{xi}t + \frac{1}{2}a_x t^2$$

$$a_x = \frac{2(x_f - x_i - v_{xi}t)}{t^2} = \frac{2[8.50 \text{ m} - 0 - (5.00 \text{ m/s})(2.00 \text{ s})]}{(2.00 \text{ s})^2}$$

$$= -0.75 \text{ m/s}^2$$

$$y_f = y_i + v_{yi}t + \frac{1}{2}a_y t^2$$

$$a_y = \frac{2(y_f - y_i - v_{yi}t)}{t^2} = \frac{2[5.00 \text{ m} - 0 - (-3.00 \text{ m/s})(2.00 \text{ s})]}{(2.00 \text{ s})^2}$$

$$= 5.50 \text{ m/s}^2$$

$$F_x = ma_x = (5.75 \text{ kg})(-0.75 \text{ m/s}^2) = -4.31 \text{ N}$$

$$F_y = ma_y = (5.75 \text{ kg})(5.50 \text{ m/s}^2) = 31.6 \text{ N}$$

$$\boxed{\vec{F} = (-4.31\hat{i} + 31.6\hat{j}) \text{ N}}$$

- (c) We can obtain the particle's speed at $t = 2.00$ s from the particle under constant acceleration model, or from the nonisolated system model. From the former,

$$v_{xf} = v_{xi} + a_x t = (5.00 \text{ m/s}) + (-0.75 \text{ m/s}^2)(2.00 \text{ s}) = 3.50 \text{ m/s}$$

$$v_{yf} = v_{yi} + a_y t = (-3.00 \text{ m/s}) + (5.50 \text{ m/s}^2)(2.00 \text{ s}) = 8.00 \text{ m/s}$$

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{(3.50 \text{ m/s})^2 + (8.00 \text{ m/s})^2} = \boxed{8.73 \text{ m/s}}$$

From the nonisolated system model,

$$\sum W = \Delta K: \quad W_{\text{ext}} = \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_i^2$$

The work done by the force is given by

$$\begin{aligned} W_{\text{ext}} &= \vec{F} \cdot \Delta \vec{r} = F_x \Delta r_x + F_y \Delta r_y \\ &= (-4.31 \text{ N})(8.50 \text{ m}) + (31.6 \text{ N})(5.00 \text{ m}) = 121 \text{ J} \end{aligned}$$

then,

$$\frac{1}{2}mv_f^2 = W_{\text{ext}} + \frac{1}{2}mv_i^2 = 121 \text{ J} + 97.8 \text{ J} = 219 \text{ J}$$

which gives

$$v_f = \sqrt{\frac{2(219 \text{ J})}{5.75 \text{ kg}}} = \boxed{8.73 \text{ m/s}}$$

Problems 41

A 0.20-kg stone is held 1.3 m above the top edge of a water well and then dropped into it. The well has a depth of 5.0 m. Relative to the configuration with the stone at the top edge of the well, what is the gravitational potential energy of the stone–Earth system (a) before the stone is released and (b) when it reaches the bottom of the well? (c) What is the change in gravitational potential energy of the system from release to reaching the bottom of the well?

Một hòn đá 0.2 kg được giữ ở độ cao 1.3m so với mép giếng và sau đó thả nó rơi xuống giếng. Giếng sâu 5m. Chọn gốc thế năng tại mép giếng.

Tính thế năng của hệ hòn đá – trái đất

(a) trước khi hòn đá được thả.

(b) khi hòn đá đến đáy giếng.

(c) Tính độ thay đổi thế năng của hòn đá.

P7.41 Use $U = mgy$, where y is measured relative to a reference level. Here, we measure y to be relative to the top edge of the well, where we take $y = 0$.

(a) $y = 1.3 \text{ m}$: $U = mgy = (0.20 \text{ kg})(9.80 \text{ m/s}^2)(1.3 \text{ m}) = \boxed{+2.5 \text{ J}}$

(b) $y = -5.0 \text{ m}$: $U = mgy = (0.20 \text{ kg})(9.80 \text{ m/s}^2)(-5.0 \text{ m}) = \boxed{-9.8 \text{ J}}$

(c) $\Delta U = U_f - U_i = (-9.8 \text{ J}) - (2.5 \text{ J}) = -12.3 = \boxed{-12 \text{ J}}$

Problems 44

(a) Suppose a constant force acts on an object. The force does not vary with time or with the position or the velocity of the object. Start with the general definition for work done by a force

$$W = \int_i^f \vec{F} \cdot d\vec{r}$$

and show that the force is conservative.

(b) As a special case, suppose the force $\vec{F} = (4\hat{i} + 3\hat{j})$ N acts on a particle that moves from O to C in Figure P7.43. Calculate the work done by \vec{F} on the particle as it moves along each one of the three paths shown in the figure and show that the work done along the three paths is identical.

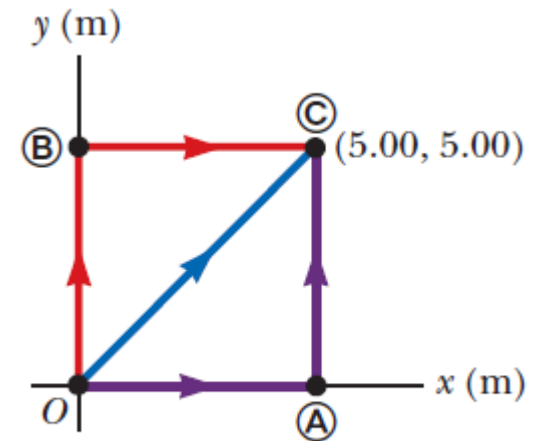


Figure P7.43

(a) Giả sử một lực không đổi tác dụng vào vật. Lực này không đổi theo thời gian/vị trí/vận tốc của vật. Hãy dùng định nghĩa tổng quát $W = \int_i^f \vec{F} \cdot d\vec{r}$ để chứng tỏ lực trên là lực thế (lực bảo toàn).

(b) Trong trường hợp đặc biệt, giả sử lực $\vec{F} = (4\hat{i} + 3\hat{j})\text{N}$ tác dụng vào chất điểm làm nó chuyển động từ O đến C như hình P7.43. Tính công lực F thực hiện lên chất điểm làm nó di chuyển theo 3 đường như hình và chứng tỏ công dọc theo 3 đường là giống nhau.

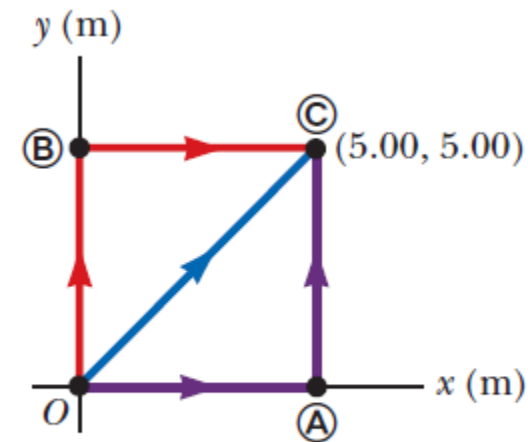


Figure P7.43

P7.44 (a) $W = \int \vec{F} \cdot d\vec{r}$, and if the force is constant, this can be written as

$$W = \vec{F} \cdot \int d\vec{r} = \boxed{\vec{F} \cdot (\vec{r}_f - \vec{r}_i)}, \text{ which depends only on the end points,}$$

and not on the path .

$$\begin{aligned} \text{(b)} \quad W &= \int \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int (3\hat{i} + 4\hat{j}) \cdot (dx\hat{i} + dy\hat{j}) \\ &= (3.00 \text{ N}) \int_0^{5.00 \text{ m}} dx + (4.00 \text{ N}) \int_0^{5.00 \text{ m}} dy \end{aligned}$$

$$W = (3.00 \text{ N})x \Big|_0^{5.00 \text{ m}} + (4.00 \text{ N})y \Big|_0^{5.00 \text{ m}} = 15.0 \text{ J} + 20.0 \text{ J} = \boxed{35.0 \text{ J}}$$

The same calculation applies for all paths.

Problems 46

An object moves in the xy plane in Figure P7.43 and experiences a friction force with constant magnitude 3.00 N , always acting in the direction opposite the object's velocity. Calculate the work that you must do to slide the object at constant speed against the friction force as the object moves along (a) the purple path O to A followed by a return purple path to O , (b) the purple path O to C followed by a return blue path to O , and (c) the blue path O to C followed by a return blue path to O . (d) Each of your three answers should be nonzero. What is the significance of this observation?

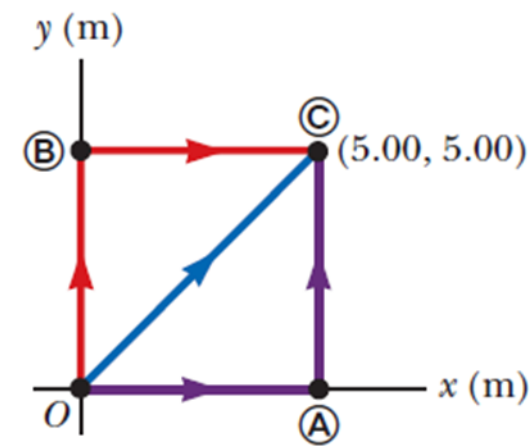


Figure P7.43

Một vật chuyển động trong mặt phẳng xy như hình P7.43 và chịu tác dụng của lực ma sát có độ lớn không đổi 3N luôn ngược chiều chuyển động. Tính công mà bạn phải thực hiện để cho vật trượt với vận tốc không đổi dọc theo

- (a) đường màu tím từ O đến A sau đó quay lại đúng đường đó,
- (b) đường màu tím từ O đến C và quay lại O theo đường màu xanh,
- (c) đường màu xanh từ O đến C và quay lại O cũng bằng đường màu xanh.
- (d) Nhận xét kết quả 3 câu trên.

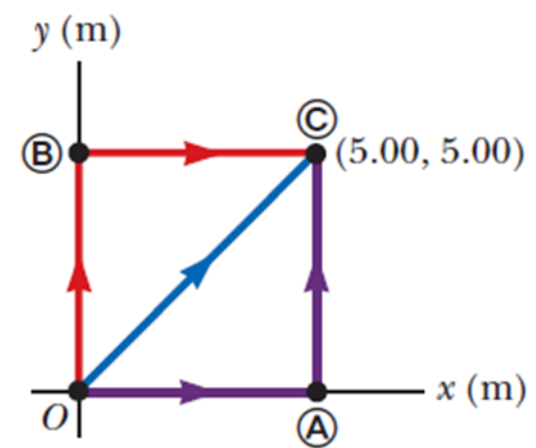


Figure P7.43

P7.46 Along each step of motion, to overcome friction you must push with a force of 3.00 N in the direction of travel along the path, so in the expression for work, $\cos\theta = \cos 0^\circ = 1$.

(a) $W = (3.00 \text{ N})(5.00 \text{ m})(1) + (3.00 \text{ N})(5.00 \text{ m})(1) = \boxed{30.0 \text{ J}}$

(b) The distance CO is $(5.00^2 + 5.00^2)^{1/2} \text{ m} = 7.07 \text{ m}$

$$W = (3.00 \text{ N})(5.00 \text{ m})(1) + (3.00 \text{ N})(5.00 \text{ m})(1) \\ + (3.00 \text{ N})(7.07 \text{ m})(1) = \boxed{51.2 \text{ J}}$$

(c) $W = (3.00 \text{ N})(7.07 \text{ m})(1) + (3.00 \text{ N})(7.07 \text{ m})(1) = \boxed{42.4 \text{ J}}$

(d) Friction is a nonconservative force.

Problems 49

A potential energy function for a system in which a two-dimensional force acts is of the form $U = 3x^3y - 7x$. Find the force that acts at the point (x, y) .

Cho hàm thế năng phụ thuộc vị trí của một hệ

$$U = 3x^3y - 7x.$$

Tìm lực tác dụng tại vị trí (x, y) .

P7.49

$$F_x = -\frac{\partial U}{\partial x} = -\frac{\partial(3x^3y - 7x)}{\partial x} = -(9x^2y - 7) = 7 - 9x^2y$$

$$F_y = -\frac{\partial U}{\partial y} = -\frac{\partial(3x^3y - 7x)}{\partial y} = -(3x^3 - 0) = -3x^3$$

Thus, the force acting at the point (x, y) is

$$\vec{F} = F_x \hat{i} + F_y \hat{j} = \boxed{(7 - 9x^2y) \hat{i} - 3x^3 \hat{j}}$$

Problems 51

A single conservative force acts on a 5.00-kg particle within a system due to its interaction with the rest of the system. The equation $F_x = 2x + 4$ describes the force, where F_x is in newtons and x is in meters. As the particle moves along the x axis from $x = 1.00$ m to $x = 5.00$ m, calculate (a) the work done by this force on the particle, (b) the change in the potential energy of the system, and (c) the kinetic energy the particle has at $x = 5.00$ m if its speed is 3.00 m/s at $x = 1.00$ m.

Một lực thế $F_x = 2x + 4$ (N; m) tác dụng lên chất điểm nặng 5kg. Khi chất điểm dịch chuyển theo trục x từ $x = 1\text{m}$ đến $x = 5\text{m}$, hãy tính

- (a) công của lực F_x thực hiện lên chất điểm,
- (b) độ biến thiên thế năng của hệ vật
- (c) động năng của chất điểm tại $x = 5\text{m}$ nếu tại điểm $x = 1\text{m}$ vận tốc nó là 3m/s .

- P7.51** (a) For a particle moving along the x axis, the definition of work by a variable force is

$$W_F = \int_{x_i}^{x_f} F_x dx$$

Here $F_x = (2x + 4)$ N, $x_i = 1.00$ m, and $x_f = 5.00$ m.

So

$$\begin{aligned} W_F &= \int_{1.00 \text{ m}}^{5.00 \text{ m}} (2x + 4) dx \text{ N} \cdot \text{m} = x^2 + 4x \Big|_{1.00 \text{ m}}^{5.00 \text{ m}} \text{ N} \cdot \text{m} \\ &= [5^2 + 20 - 1 - 4] \text{ J} = \boxed{40.0 \text{ J}} \end{aligned}$$

- (b) The change in potential energy of the system is the negative of the internal work done by the conservative force on the particle:

$$\Delta U = -W_{\text{int}} = \boxed{-40.0 \text{ J}}$$

- (c) From $\Delta K = K_f - \frac{mv_1^2}{2}$, we obtain

$$K_f = \Delta K + \frac{mv_1^2}{2} = 40.0 \text{ J} + \frac{(5.00 \text{ kg})(3.00 \text{ m/s})^2}{2} = \boxed{62.5 \text{ J}}$$

Problems 52

For the potential energy curve shown in Figure P7.52, (a) determine whether the force F_x is positive, negative, or zero at the five points indicated. (b) Indicate points of stable, unstable, and neutral equilibrium. (c) Sketch the curve for F_x versus x from $x = 0$ to $x = 9.5$ m.

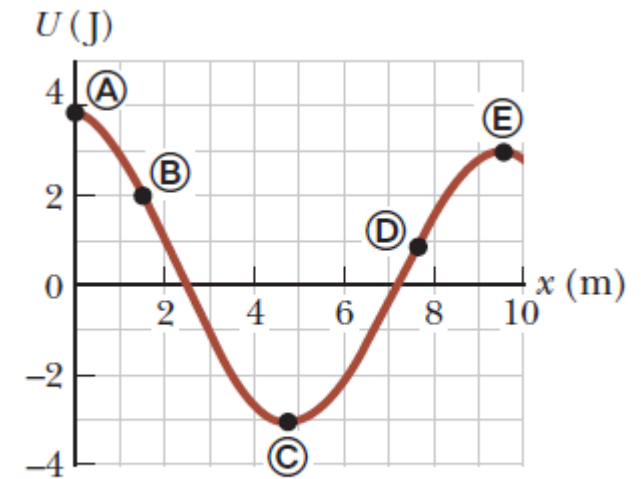


Figure P7.52

Đồ thị trên hình P7.52 biểu diễn sự phụ thuộc thế năng vào vị trí x .

- (a) Hãy xác định lực F_x tại 5 vị trí A, B, C, D, E là âm hay dương hay bằng 0.
- (b) Chỉ ra các vị trí cân bằng bền, cân bằng không bền và cân bằng phiếm định.
- (c) Vẽ đồ thị F_x theo x từ $x = 0$ đến $x = 9.5\text{m}$.

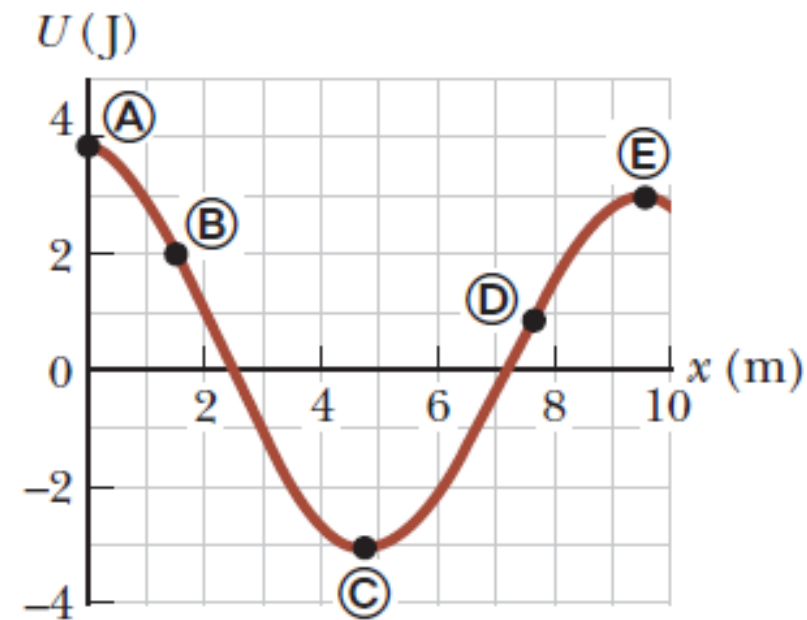


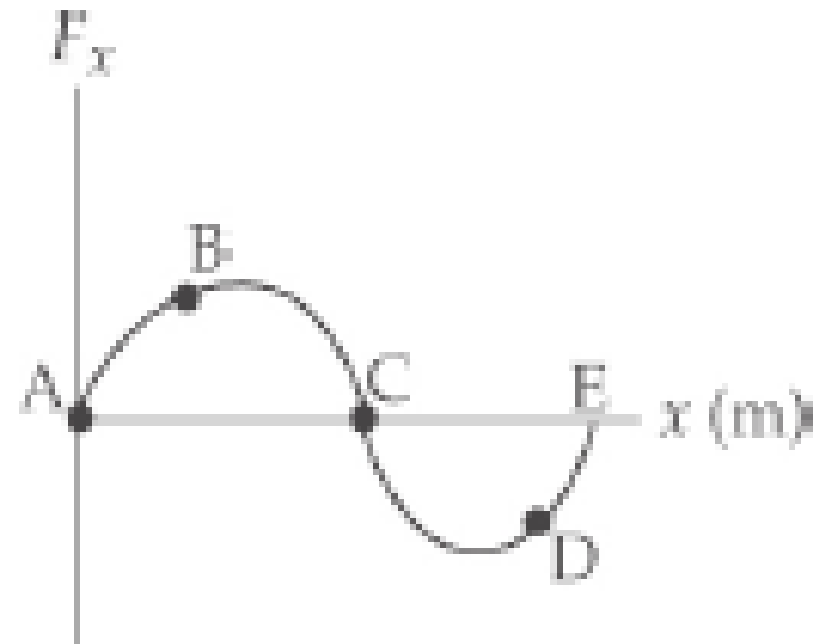
Figure P7.52

P7.52

(a) F_x is zero at points A, C, and E; F_x is positive at point B and negative at point D.

(b) A and E are unstable, and C is stable.

(c) ANS. FIG. P7.52 shows the curve for F_x vs. x for this problem.



Problems 59

A 6 000-kg freight car rolls along rails with negligible friction. The car is brought to rest by a combination of two coiled springs as illustrated in Figure P7.59. Both springs are described by Hooke's law and have spring constants $k_1 = 1\,600\text{ N/m}$ and $k_2 = 3\,400\text{ N/m}$. After the first spring compresses a distance of 30.0 cm, the second spring acts with the first to increase the force as additional compression occurs as shown in the graph. The car comes to rest 50.0 cm after first contacting the two-spring system. Find the car's initial speed.

Một toa xe nặng 6000kg chuyển động không ma sát dọc theo đường ray và sau đó đụng vào hệ 2 lò xo như hình P7.59 . Cả 2 lò xo đều tuân theo định luật Hooke và có độ cứng lò xo $k_1 = 1600\text{N/m}$, $k_2 = 3400\text{N/m}$. Sau khi lò xo thứ nhất nén được $1\text{đoạn } 30\text{cm}$ thì lò xo thứ 2 bắt đầu nén, tổng lực nén lò xo được cho trên đồ thị trên hình P7.59. Toa xe dừng lại sau khi đi được quãng đường 50cm kể từ lúc chạm vào hệ 2 lò xo. Tính tốc độ ban đầu của toa xe.

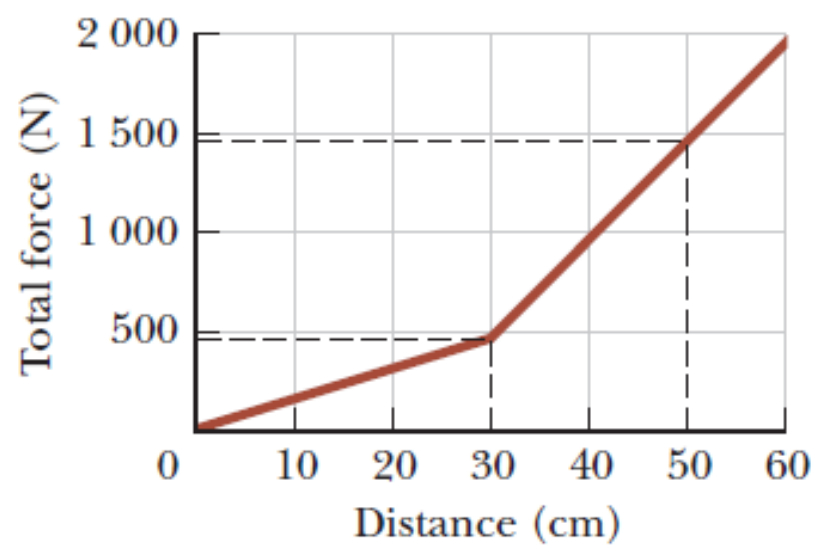
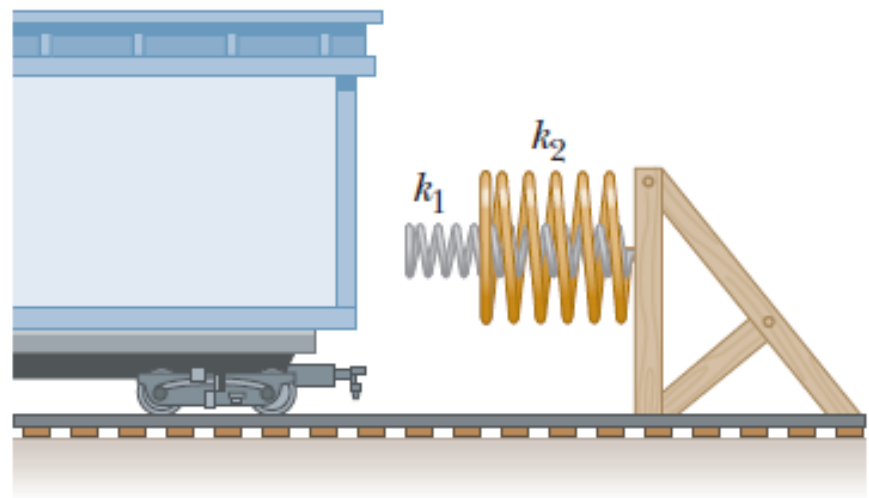


Figure P7.59

P7.59

Compare an initial picture of the rolling car with a final picture with both springs compressed. From conservation of energy, we have

$$K_i + \sum W = K_f$$

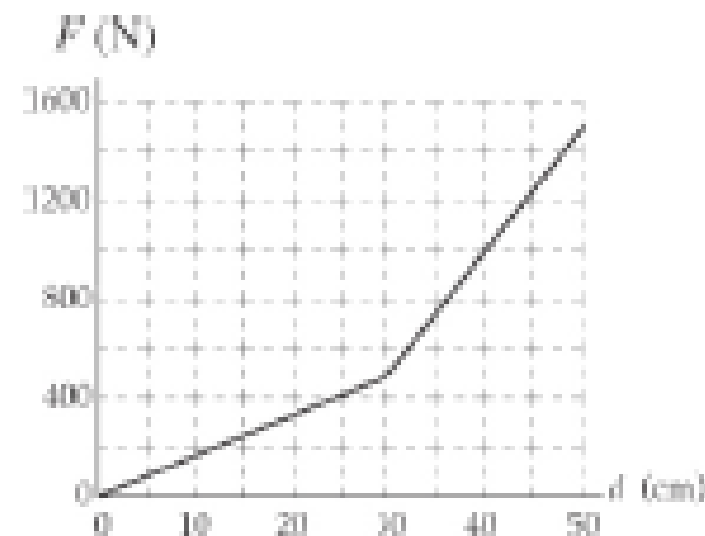
Work by both springs changes the car's kinetic energy.

$$K_i + \frac{1}{2}k_1(x_{1i}^2 - x_{1f}^2) + \frac{1}{2}k_2(x_{2i}^2 - x_{2f}^2) = K_f$$

Substituting,

$$\frac{1}{2}mv_i^2 + 0 - \frac{1}{2}(1\,600\text{ N/m})(0.500\text{ m})^2 + 0 - \frac{1}{2}(3\,400\text{ N/m})(0.200\text{ m})^2 = 0$$

Which gives



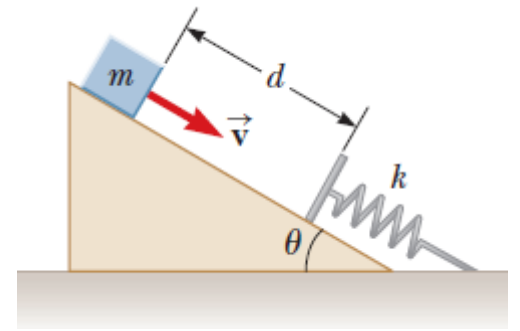
ANS. FIG. P7.59

$$\frac{1}{2}(6\,000\text{ kg})v_i^2 - 200\text{ J} - 68.0\text{ J} = 0$$

Solving for v_i

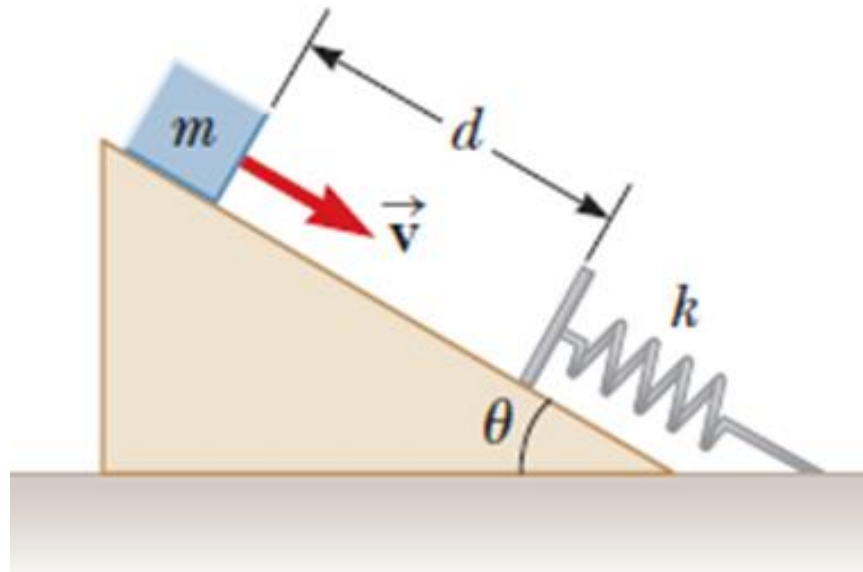
$$v_i = \sqrt{\frac{2(268\text{ J})}{6\,000\text{ kg}}} = \boxed{0.299\text{ m/s}}$$

Problems 63



An inclined plane of angle $\theta = 20^\circ$ has a spring of force constant $k = 500 \text{ N/m}$ fastened securely at the bottom so that the spring is parallel to the surface as shown in Figure P7.63. A block of mass $m = 2.50 \text{ kg}$ is placed on the plane at a distance $d = 0.300 \text{ m}$ from the spring. From this position, the block is projected downward toward the spring with speed $v = 0.750 \text{ m/s}$. By what distance is the spring compressed when the block momentarily comes to rest?

Trên mặt phẳng nghiêng ($\theta = 20^\circ$) có một lò xo với hệ số đàn hồi $k = 500 \text{ N / m}$ được nối như hình P7.63 để nó có thể di chuyển song song bề mặt nghiêng. Một vật $m = 2,50 \text{ kg}$ được đặt trên mặt phẳng nghiêng, cách lò xo $d = 0,300 \text{ m}$. Giữ vật đứng yên sau đó thả cho vật chuyển động. Vật đi xuống, về hướng lò xo với tốc độ $v = 0.750 \text{ m / s}$. Ở khoảng cách nào lò xo bị nén?



P7.63

The component of the weight force parallel to the incline, $mg \sin \theta$, accelerates the block down the incline through a distance d until it encounters the spring, after which the spring force, pushing up the incline, opposes the weight force and slows the block through a distance x until the block eventually is brought to a momentary stop. The weight force does positive work on the block as it slides down the incline through total distance $(d + x)$, and the spring force does negative work on the block as it slides through distance x . The normal force does no work. Applying the work-energy theorem,

$$K_i + W_g + W_s = K_f$$

$$\frac{1}{2}mv_i^2 + mg \sin \theta(d + x) + \left(\frac{1}{2}kx_{\text{sp},i}^2 - \frac{1}{2}kx_{\text{sp},f}^2 \right) = \frac{1}{2}mv_f^2$$

$$\frac{1}{2}mv^2 + mg \sin \theta(d + x) + \left(0 - \frac{1}{2}kx^2 \right) = 0$$

Dividing by m , we have

$$\frac{1}{2}v^2 + g \sin \theta(d + x) - \frac{k}{2m}x^2 = 0 \rightarrow$$

$$\frac{k}{2m}x^2 - (g \sin \theta)x - \left[\frac{v^2}{2} + (g \sin \theta)d \right] = 0$$

Solving for x , we have

$$x = \frac{g \sin \theta \pm \sqrt{(g \sin \theta)^2 - 4\left(\frac{k}{2m}\right)\left[-\left(\frac{v^2}{2} + (g \sin \theta)d\right)\right]}}{2\left(\frac{k}{2m}\right)}$$

$$x = \frac{g \sin \theta \pm \sqrt{(g \sin \theta)^2 + \left(\frac{k}{m}\right)[v^2 + 2(g \sin \theta)d]}}{k/m}$$

Because distance x must be positive,

$$x = \frac{g \sin \theta + \sqrt{(g \sin \theta)^2 + \left(\frac{k}{m}\right)[v^2 + 2(g \sin \theta)d]}}{k/m}$$

For $v = 0.750 \text{ m/s}$, $k = 500 \text{ N/m}$, $m = 2.50 \text{ kg}$, $\theta = 20.0^\circ$, and $g = 9.80 \text{ m/s}^2$, we have $g \sin \theta = (9.80 \text{ m/s}^2)\sin 20.0^\circ = 3.35 \text{ m/s}^2$ and $k/m = (500 \text{ N/m})/(2.50 \text{ kg}) = 200 \text{ N/m} \cdot \text{kg}$. Suppressing units, we have

$$\begin{aligned} x &= \frac{3.35 + \sqrt{(3.35)^2 + (200)[(0.750)^2 + 2(3.35)(0.300)]}}{200} \\ &= \boxed{0.131 \text{ m}} \end{aligned}$$