VẬT RẮN QUAY QUANH TRỤC CỐ ĐỊNH

Chương 10

Ch.	Conceptual Questions	Problems	
10	2, 5, 7, 8, 13	1, 3, 8, 13, 18, 20, 23, 25, 27, 29, 32, 36, 39, 40, 41, 46, 49, 55, 64, 77, 78	

Conceptual Questions 2

Must an object be rotating to have a nonzero moment of inertia?

Vật đang quay thì có momen quán tính khác 0 phải không?

CQ10.2 No, just as an object need not be moving to have mass.

No. Does an object have to be moving to have a mass, or a length or a volume?

Intrinsic properties are not dependent on the motion (or otherwise) imparted.

The moment of inertia is a mathematical construct to determine what will happen IF A TORQUE WERE TO BE

Note that it is a predictor of behaviour rather than a result of behaviour.

There is an equivalence between linear motion and rotational motion

For no Forces acting - things continue moving at a constant velocity or continue rotating with the same angular velocity. (there is nothing different about a velocity or angular velocity of zero, things always just keep doing what they were doing before)

For forces acting we have: Force = mass x acceleration

and: Turning force = angular mass x angular acceleration.

However, nobody call it angular mass, its name is the moment of inertia. It is not the same as the mass as it depends upon both the mass and how it is distributed (close/far frpom the axis of rotation).

I think all real things have a non zero moment of inertia. The nearest you might meet under normal circumstances would be some thin low mass object - like a human hair. This can be rotated about an axis along its length very easily and would have close to zero moment of inertia.

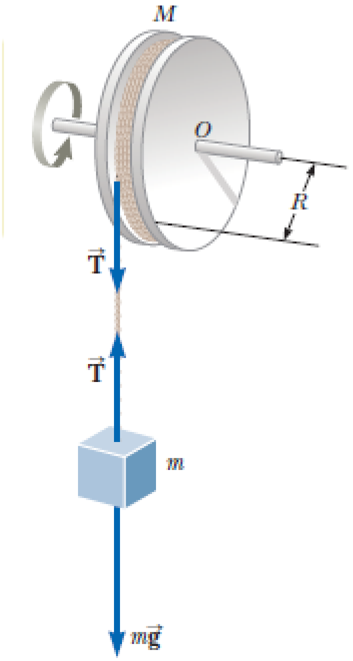
Caveat- provided the hai was not attached, the human would increase the moment of inertia considerably!

Conceptual Questions 5

Using the results from Example 10.6, how would you calculate the angular speed of the wheel and the linear speed of the hanging object at $t = 2$ s, assuming the system is released from rest at $t = 0$?

$$(5)\quad a = \boxed{\frac{g}{1 + (I/mR^2)}}$$

$$\alpha = \frac{a}{R} = \boxed{\frac{g}{R + (I/mR)}}$$



Sử dụng các kết quả từ ví dụ 10.6, làm thế nào để bạn tính được tốc độ góc của bánh xe và tốc độ chuyển động của vật m tại t = 2 s, giả sử hệ bắt đầu chuyển động tại t = 0.

CQ10.5 We have from Example 10.6 the means to calculate a and α. You could use $\omega = \alpha t$ and $v = at$.

Conceptual Questions 7

Suppose you have two eggs, one hard-boiled and the other uncooked. You wish to determine which is the hard-boiled egg without breaking the eggs, which can be done by spinning the two eggs on the floor and comparing the rotational motions.

(a) Which egg spins faster?

(b) Which egg rotates more uniformly?

(c) Which egg begins spinning again after being stopped and then immediately released? Explain your answers to parts (a), (b), and (c).

Giả sử có 2 cái trứng, 1 cái luộc rồi và 1 cái chưa luộc. Bạn muốn xác định cái nào là trứng đã luộc mà không phải đập vỡ nó, bạn có thể quay nó trên sàn nhà và quan sát chuyển động của nó.

(a) Hỏi rằng cái trứng nào sẽ quay nhanh hơn?

(b) Cái trứng nào sẽ quay đồng nhất hơn?

(c) Cái trứng nào khi dừng thì lảo đảo 1 chút mới dừng và trứng nào khi dừng là dừng ngay? Giải thích các câu trả lời trên.

The easiest nondestructive way we know about for finding if an egg is cooked or not is to try to spin it on a flat surface. If you try to spin a raw egg, when you grab it and give it a twisting motion, only the shell and some of the liquid near the shell starts rotating -- the liquid close to the center will spin much more slowly because it isn’t attached to the outside. After you let go, the friction betwen the different parts of the liquid brings them all to the same spinning rate, a sort of average, in between the slow insides and the faster outsides. The net effect is a slowly-spinning egg.

If the egg is cooked, the inside will be solid. When you spin the egg, the inside will spin together with the outside, and there will be no "catching up" to do to slow it down. The hard-boiled egg in general will stay spinning longer because it got more angular momentum from your hand and it has the same slowing torque from friction from the table

Now you can tell the difference between hard-boiled eggs and raw eggs, just by spinning them!

Hard-boiled eggs are easy to start spinning and easy to stop spinning.

Raw eggs are harder to start spinning and keep turning a little bit when you try to stop them.

Why?

Hard-boiled eggs are solid inside. In the raw egg, the liquid inside the egg slides about and stops the egg from spinning as fast.

When you stop the hard-boiled egg, it stops quickly. When you stop the raw egg, it keeps turning a little bit. You have only stopped the shell, not the liquid inside. The liquid is still moving, which causes the shell to keep turning.

Hard-boiled eggs will spin on their end if you spin them fast enough. The egg saves energy by spinning on its end and making a smaller circle.

Conceptual Questions 8

Suppose you set your textbook sliding across a gymnasium floor with a certain initial speed. It quickly stops moving because of a friction force exerted on it by the floor. Next, you start a basketball rolling with the same initial speed. It keeps rolling from one end of the gym to the other. (a) Why does the basketball roll so far? (b) Does friction significantly affect the basketball's motion?

Bạn thực hiện một thí nghiệm. Giả sử bạn đặt một quyển sách trượt trên mặt sàn với tốc độ ban đầu xác định. Nó nhanh chóng dừng lại bởi ma sát với sàn. Tiếp theo bạn bắt đầu lăn 1 quả bóng rổ trên mặt sàn đó cũng cùng tốc độ ban đầu đó. Quả bóng rổ lăn rồi dừng lại ở 1 điểm xa hơn so với quyển sách.

(a) Giải thích tại sau quả bóng dừng lại ở điểm xa hơn?

(b) Ma sát ảnh hưởng như thế nào đến chuyển động của quả bóng?

The surface area that is making contact with the ground is smaller, so there is less Ff (frictional force) acting on the ball

Conceptual Questions 13

Three objects of uniform density—a solid sphere, a solid cylinder, and a hollow cylinder—are placed at the top of an incline (Fig. CQ10.13). They are all released from rest at the same elevation and roll without slipping.

(a) Which object reaches the bottom first?

(b) Which reaches it last? Note: The result is independent of the masses and the radii of the objects. (Try this activity at home!)

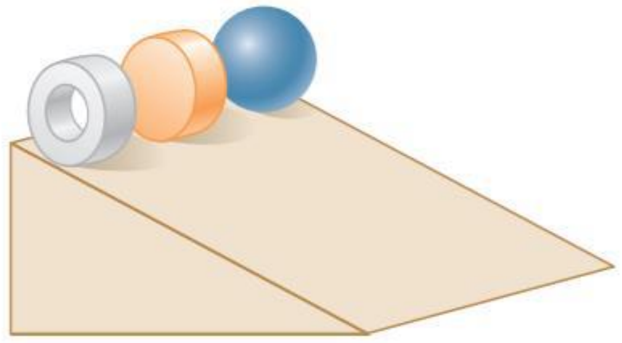


Figure CQ10.13

Có 3 vật rắn với mật độ khối lượng đồng nhất, 1 vật là quả cầu đặc, 1 vật dạng trụ đặc và 1 vật dạng trụ rỗng như hình bên. Cả 3 vật đặt trên đỉnh mặt phẳng nghiêng và được thả cho lăn xuống từ trạng thái nghỉ. Chúng đều lăn xuống chứ không trượt.

(a) Hỏi rằng đến chân mặt phẳng nghiêng trước tiên?

(b) Vật nào về cuối? Chú ý: kết quả không phụ thuộc khối lượng và bán kính của các vật.

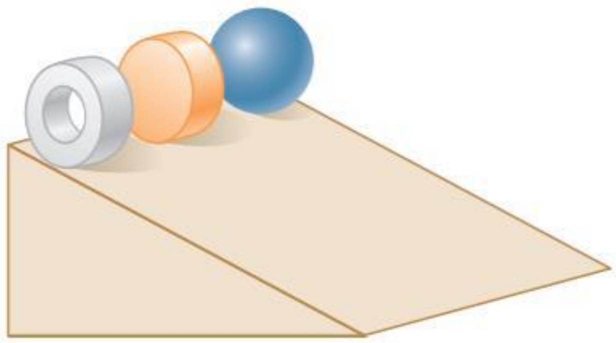


Figure CQ10.13

CQ10.13 (a) The sphere would reach the bottom first. (b) The hollow cylinder would reach the bottom last. First imagine that each object has the same mass and the same radius. Then they all have the same torque due to gravity acting on them. The one with the smallest moment of inertia will thus have the largest angular acceleration and reach the bottom of the plane first. Equation 10.52 describes the speed of an object rolling down an inclined plane. In the denominator, I_{CM} will be a numerical factor (e.g., 2/5 for the sphere) multiplied by MR^2. Therefore, the mass and radius will cancel in the equation and the center-of-mass speed will be independent of mass and radius.

Problems 1

Find the angular speed of the Earth's rotation about its axis.

(a) How does this rotation affect the shape of the Earth?

(a) Tìm tốc độ góc của Trái đất khi nó quay quanh trục của nó.

(b) Sự quay của Trái đất ảnh hưởng thế nào tới hình dạng của Trái đất?

P10.1 (a) The Earth rotates 2π radians (360°) on its axis in 1 day. Thus,

$$\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{2\pi \text{ rad}}{1 \cancel{\text{ day}}}\left(\frac{1 \cancel{\text{ day}}}{8.64 \times 10^4 \text{ s}}\right) = \boxed{7.27 \times 10^{-5} \text{ rad/s}}$$

(b) Because of its angular speed, $\boxed{\text{the Earth bulges at the equator}}$.

Problems 3

During a certain time interval, the angular position of a swinging door is described by $\theta = 5.00 + 10.0t + 2.00t^2$, where θ is in radians and t is in seconds. Determine the angular position, angular speed, and angular acceleration of the door

(a) at t = 0 and

(b) at t = 3.00 s.

Trong một khoảng thời gian nhất định, tọa độ góc của cánh cửa được mô tả bằng phương trình $\theta = 5.00 + 10.0t + 2.00t^2$. Tìm tọa độ góc góc, tốc độ góc và gia tốc góc của cánh cửa này tại

(a) t = 0 và

(b) t = 3s.

P10.3 (a) $$\theta\big|_{t=0} = \boxed{5.00\text{ rad}}$$

$$\omega\big|_{t=0} = \left.\frac{d\theta}{dt}\right|_{t=0} = 10.0 + 4.00t\big|_{t=0} = \boxed{10.0\text{ rad/s}}$$

$$\alpha\big|_{t=0} = \left.\frac{d\omega}{dt}\right|_{t=0} = \boxed{4.00\text{ rad/s}^2}$$

(b) $$\theta\big|_{t=3.00\text{ s}} = 5.00 + 30.0 + 18.0 = \boxed{53.0\text{ rad}}$$

$$\omega\big|_{t=3.00\text{s}} = \left.\frac{d\theta}{dt}\right|_{t=3.00\text{s}} = 10.0 + 4.00t\big|_{t=3.00\text{s}} = \boxed{22.0\text{ rad/s}}$$

$$\alpha\big|_{t=3.00\text{s}} = \left.\frac{d\omega}{dt}\right|_{t=3.00\text{s}} = \boxed{4.00\text{ rad/s}^2}$$

Problems 8

A machine part rotates at an angular speed of 0.060 rad/s; its speed is then increased to 2.2 rad/s at an angular acceleration of 0.70 $\mathrm{rad/s^2}$.

(a) Find the angle through which the part rotates before reaching this final speed.

(b) If both the initial and final angular speeds are doubled and the angular acceleration remains the same, by what factor is the angular displacement changed? Why?

Một bộ phận của một máy quay với gia tốc góc 0.70 $\mathrm{rad/s^2}$ từ tốc độ góc ban đầu 0.06 rad/s đến tốc độ góc 2.2 rad/s.

(a) Tìm góc quét của bộ phận máy trước khi nó đạt đến tốc độ cuối.

(b) Nếu cả hai tốc độ góc ban đầu và cuối cùng đều tăng gấp đôi và gia tốc góc vẫn giữ nguyên, góc quét của máy thay đổi như thế nào? Tại sao?

P10.8 (a) From $\omega_f^2 = \omega_i^2 + 2\alpha(\Delta\theta)$, the angular displacement is

$$\Delta\theta = \frac{\omega_f^2 - \omega_i^2}{2\alpha} = \frac{(2.2\text{ rad/s})^2 - (0.06\text{ rad/s})^2}{2(0.70\text{ rad/s}^2)} = \boxed{3.5\text{ rad}}$$

(b) From the equation given above for $\Delta\theta$, observe that when the angular acceleration is constant, the displacement is proportional to the difference in the *squares* of the final and initial angular speeds. Thus, the angular displacement would $\boxed{\text{increase by a factor of 4}}$ if both of these speeds were doubled.

Problems 13

A spinning wheel is slowed down by a brake, giving it a constant angular acceleration of -5.60 rad/s^2. During a 4.20-s time interval, the wheel rotates through 62.4 rad. What is the angular speed of the wheel at the end of the 4.20-s interval?

Một bánh xe quay bị phanh với gia tốc không đổi –5.6 rad/s^2 làm cho chuyển động chậm lại. Trong khoảng thời gian 4.2s, bánh xe quay được 1 góc 62,4 rad. Tính tốc độ góc của bánh xe tại thời điểm 4.2s?

***P10.13** We use $\theta_f - \theta_i = \omega_i t + \frac{1}{2}\alpha t^2$ and $\omega_f = \omega_i + \alpha t$ to obtain

$$\omega_i = \omega_f - \alpha t \quad \text{and} \quad \theta_f - \theta_i = (\omega_f - \alpha t)t + \frac{1}{2}\alpha t^2 = \omega_f t - \frac{1}{2}\alpha t^2$$

Solving for the final angular speed gives

$$\omega_f = \frac{\theta_f - \theta_i}{t} + \frac{1}{2}\alpha t = \frac{62.4 \text{ rad}}{4.20 \text{ s}} + \frac{1}{2}(-5.60 \text{ rad/s}^2)(4.20 \text{ s})$$

$$= \boxed{3.10 \text{ rad/s}^2}$$

Problems 18

Figure P10.18 shows the drive train of a bicycle that has wheels 67.3 cm in diameter and pedal cranks 17.5 cm long. The cyclist pedals at a steady cadence of 76.0 rev/min. The chain engages with a front sprocket 15.2 cm in diameter and a rear sprocket 7.00 cm in diameter. Calculate

(a) the speed of a link of the chain relative to the bicycle frame,

(b) the angular speed of the bicycle wheels, and

(c) the speed of the bicycle relative to the road.

(d) What pieces of data, if any, are not necessary for the calculations?

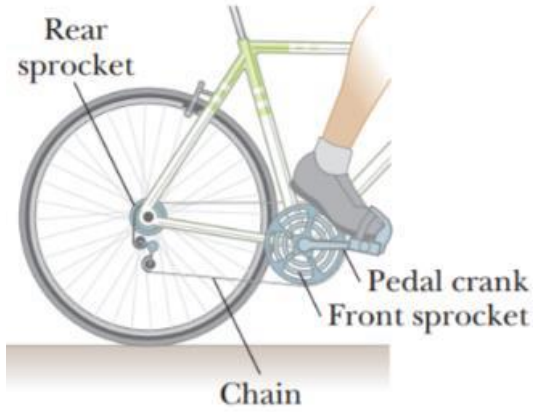


Figure P10.18

Hình 10.18 cho thấy đường truyền của một chiếc xe đạp, bánh xe có đường kính 67.3cm và trục bàn đạp dài 17.5cm. Bàn đạp xe đạp ở tốc độ ổn định là 76 vòng/phút. Dây xích nối một bánh răng phía trước đường kính 15.2cm và bánh răng phía sau đường kính 7cm. Tính

(a) tốc độ dài của dây xích so với khung xe,

(b) tốc độ góc của bánh xe đạp và

(c) tốc độ của xe đạp so với đường.

(d) Những dữ liệu nào không cần thiết cho tính toán?

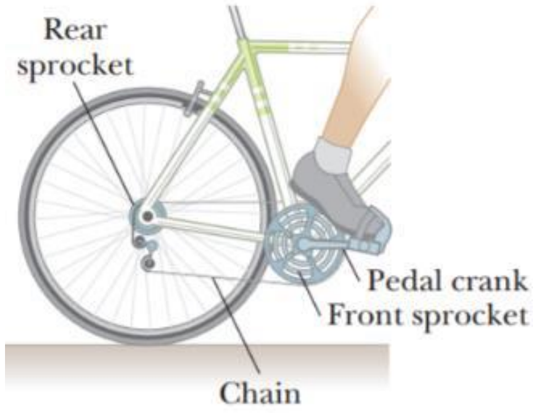


Figure P10.18

P10.18 (a) Consider a tooth on the front sprocket. It gives this speed, relative to the frame, to the link of the chain it engages:

$$v = r\omega = \left(\frac{0.152\text{ m}}{2}\right)(76\text{ rev}/\text{min})\left(\frac{2\pi\text{ rad}}{1\text{ rev}}\right)\left(\frac{1\text{ min}}{60\text{ s}}\right)$$

$$= \boxed{0.605\text{ m}/\text{s}}$$

(b) Consider the chain link engaging a tooth on the rear sprocket:

$$\omega = \frac{v}{r} = \frac{0.605\text{ m}/\text{s}}{(0.070\text{ m})/2} = \boxed{17.3\text{ rad}/\text{s}}$$

(c) Consider the wheel tread and the road. A thread could be unwinding from the tire with this speed relative to the frame:

$$v = r\omega = \left(\frac{0.673\text{ m}}{2}\right)(17.3\text{ rad}/\text{s}) = \boxed{5.82\text{ m}/\text{s}}$$

(d) $\boxed{\text{We did not need to know the length of the pedal cranks}}$, but we could use that information to find the linear speed of the pedals:

$$v = r\omega = (0.175\text{ m})(7.96\text{ rad}/\text{s})\left(\frac{1}{1\text{ rad}}\right) = 1.39\text{ m}/\text{s}$$

Problems 20

A car accelerates uniformly from rest and reaches a speed of 22.0 m/s in 9.00 s. Assuming the diameter of a tire is 58.0 cm,

(a) find the number of revolutions the tire makes during this motion, assuming that no slipping occurs.

(b) What is the final angular speed of a tire in revolutions per second?

Một chiếc xe tăng tốc một cách đồng đều từ trạng thái nghỉ và đạt tốc độ 22m/s trong 9s. Giả sử đường kính của lốp là 58cm.

(a) Tìm số vòng quay của lốp trong suốt thời gian chuyển động này, giả định rằng lốp lăn không trượt.

(b) Tính tốc độ góc cuối của lốp theo đơn vị vòng/s.

P10.20 (a) We first determine the distance travelled by the car during the 9.00-s interval:

$$s = \bar{v}t = \frac{v_i + v_f}{2}t = (11.0\ \text{m/s})(9.00\ \text{s}) = 99.0\ \text{m}$$

the number of revolutions completed by the tire is then

$$\theta = \frac{s}{r} = \frac{99.0\ \text{m}}{0.290\ \text{m}} = 341\ \text{rad} = \boxed{54.3\ \text{rev}}$$

(b) $$\omega_f = \frac{v_f}{r} = \frac{22.0\ \text{m/s}}{0.290\ \text{m}} = 75.9\ \text{rad/s} = \boxed{12.1\ \text{rev/s}}$$

Problems 23

A car traveling on a flat (unbanked), circular track accelerates uniformly from rest with a tangential acceleration of 1.70 m/s2. The car makes it one-quarter of the way around the circle before it skids off the track. From these data, determine the coefficient of static friction between the car and the track.

Một chiếc xe di chuyển trên một rãnh tròn, bằng phẳng. Nó tăng tốc đều từ trạng thái nghỉ với gia tốc tiếp tuyến là 1.7m/s2. Chiếc xe ôm cua ¼ vòng tròn trước khi nó trượt ra khỏi rãnh. Xác định hệ số ma sát nghỉ giữa xe và rãnh.

P10.23 The force of static friction must act forward and then more and more inward on the tires, to produce both tangential and centripetal acceleration. Its tangential component is $m(1.70\ \mathrm{m/s^2})$. Its radially inward component is $ma_c = \frac{mv^2}{r} = m\omega^2 r$, which increases with time: this takes the maximum value

$$m\omega_f^2 r = mr\left(\omega_i^2 + 2\alpha\Delta\theta\right) = mr\left(0 + 2\alpha\frac{\pi}{2}\right) = m\pi r\alpha = m\pi a_t$$
$$= m\pi\left(1.70\ \mathrm{m/s^2}\right)$$

With skidding impending we have $\sum F_y = ma_y$, $+n - mg = 0$, $n = mg$:

$$f_s = \mu_s n = \mu_s mg = \sqrt{m^2\left(1.70\ \mathrm{m/s^2}\right)^2 + m^2\pi^2\left(1.70\ \mathrm{m/s^2}\right)^2}$$
$$\mu_s = \frac{1.70\ \mathrm{m/s^2}}{g}\sqrt{1+\pi^2} = \boxed{0.572}$$

Problems 25

In a manufacturing process, a large, cylindrical roller is used to flatten material fed beneath it. The diameter of the roller is 1.00 m, and, while being driven into rotation around a fixed axis, its angular position is expressed as $\theta = 2.50t^2 - 0.600t^3$ where θ is in radians and t is in seconds.

(a) Find the maximum angular speed of the roller.

(b) What is the maximum tangential speed of a point on the rim of the roller?

(c) At what time t should the driving force be removed from the roller so that the roller does not reverse its direction of rotation?

(d) Through how many rotations has the roller turned between t =0 and the time found in part (c)

Trong một quy trình sản xuất, một con lăn hình trụ lớn được sử dụng để làm phẳng vật liệu khi ta cho vật liệu đó vào bên dưới nó. Đường kính của con lăn là 1m, khi quay quanh một trục cố định, tọa độ góc của nó được cho bởi: với $\theta = 2.50t^2 - 0.600t^3$(rad; s).

(a) Tìm tốc độ góc cực đại của con lăn.

(b) Xác định tốc độ dài tối đa tại một điểm trên rìa của con lăn?

(c) Tại thời điểm nào thì nên ngưng lực đẩy vào con lăn để con lăn không đảo hướng quay của nó?

(d) Trong khoảng thời gian từ t = 0 đến thời gian trong câu (c), con lăn quay bao nhiêu vòng?

P10.25 (a) The general expression for angular velocity is

$$\omega = \frac{d\theta}{dt} = \frac{d}{dt}\left(2.50t^2 - 0.600t^3\right) = 5.00t - 1.80t^2$$

where ω is in radians/second and t is in seconds.

The angular velocity will be a maximum when

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{d}{dt}\left(5.00t - 1.80t^2\right) = 5.00 - 3.60t = 0$$

Solving for the time t, we find

$$t = \frac{5.00}{3.60} = 1.39\,\text{s}$$

Placing this value for t into the equation for angular velocity, we find

$$\omega_{max} = 5.00t - 1.80t^2 = 5.00(1.39) - 1.80(1.39)^2 = \boxed{3.47\,\text{rad/s}}$$

(b) $v_{max} = \omega_{max} r = (3.47\,\text{rad/s})(0.500\,\text{m}) = \boxed{1.74\,\text{m/s}}$

(c) The roller reverses its direction when the angular velocity is zero—recall an object moving vertically upward against gravity reverses its motion when its velocity reaches zero at the maximum height.

$$\omega = 5.00t - 1.80t^2 = t(5.00 - 1.80t) = 0$$

$$\rightarrow 5.00 - 1.80t = 0 \rightarrow t = \frac{5.00}{1.80} = 2.78\,\mathrm{s}$$

The driving force should be removed from the roller at $t = \boxed{2.78\,\mathrm{s}}$.

(d) Set $t = 2.78$ s in the expression for angular position:

$$\theta = 2.50t^2 - 0.600t^3 = 2.50(2.78)^2 - 0.600(2.78)^3 = 6.43\,\mathrm{rad}$$

or $$(6.43\text{ rad})\left(\frac{1\text{ rotation}}{2\pi\text{ rad}}\right) = \boxed{1.02\text{ rotations}}$$

Problems 27

Find the net torque on the wheel in Figure P10.27 about the axle through O, taking a = 10.0 cm and b = 25.0 cm.

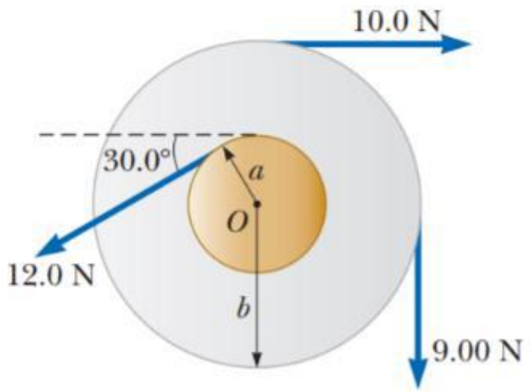


Figure P10.27

Tìm tổng momen lực (momen xoắn) trên bánh xe như hình 10.27 đối với trục quay đi qua O. Cho a = 10cm, b = 25cm.

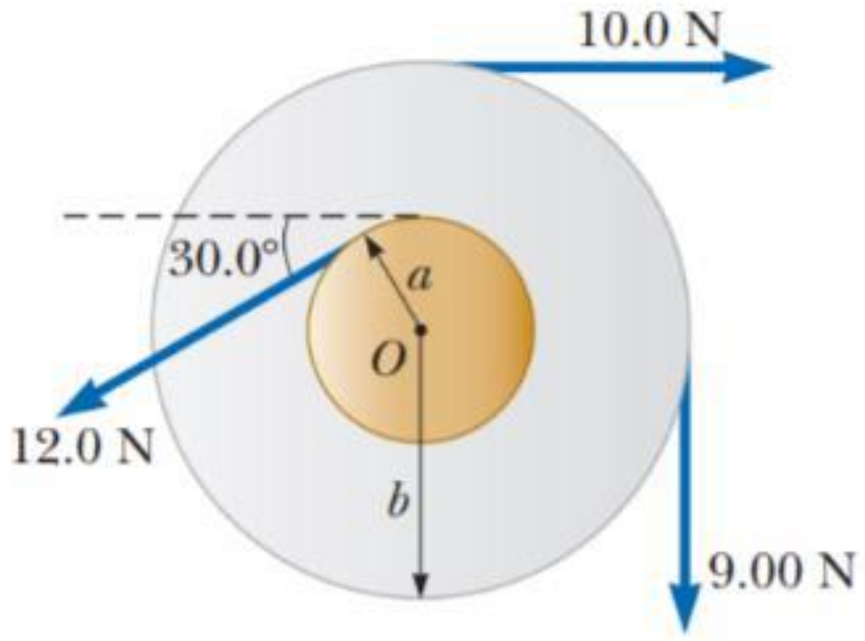
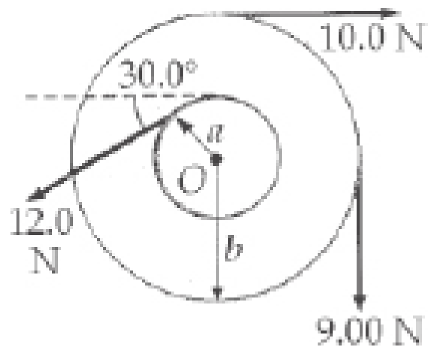


Figure P10.27

P10.27 To find the net torque, we add the individual torques, remembering to apply the convention that a torque producing clockwise rotation is negative and a counterclockwise rotation is positive.



ANS. FIG. P10.27

$$\sum \tau = (0.100\text{ m})(12.0\text{ N}) - (0.250\text{ m})(9.00\text{ N}) - (0.250\text{ m})(10.0\text{ N})$$

$$= \boxed{-3.55\text{ N}\cdot\text{m}}$$

The thirty-degree angle is unnecessary information.

Problems 29

An electric motor turns a flywheel through a drive belt that joins a pulley on the motor and a pulley that is rigidly attached to the flywheel as shown in Figure P10.29. The flywheel is a solid disk with a mass of 80.0 kg and a radius R = 0.625 m. It turns on a frictionless axle. Its pulley has much smaller mass and a radius of r = 0.230 m. The tension T_u in the upper (taut) segment of the belt is 135 N, and the flywheel has a clockwise angular acceleration of 1.67 rad/s^2. Find the tension in the lower (slack) segment of the belt.

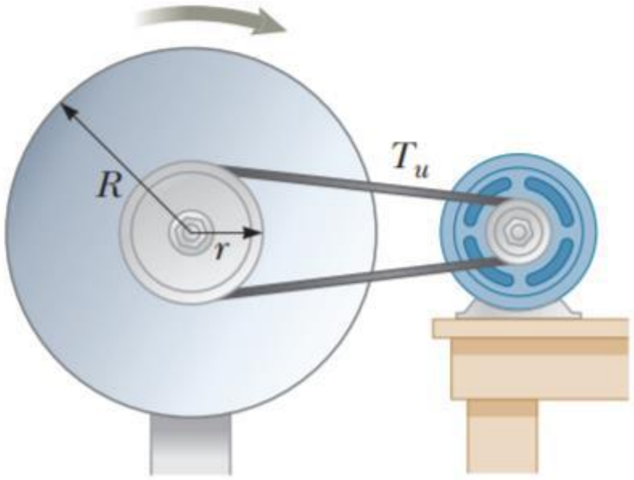


Figure P10.29

Một động cơ điện truyền động thông qua dây đai kết nối với 2 ròng rọc, một trên động cơ và một gắn cứng với bánh đà được thể hiện trong hình 10.29. Bánh đà là một đĩa cứng có khối lượng 80kg và có bán kính R = 0.625m. Nó quay trên trục không có ma sát, ròng rọc có khối lượng nhỏ hơn rất nhiều và có bán kính r = 0.23m. Lực căng dây trong dây đai ở trên (phần căng) T_u là 135N và bánh đà có gia tốc góc là 1.67 $\mathrm{rad/s^2}$.

Tìm lực trên dây đai ở dưới (phần chùng)

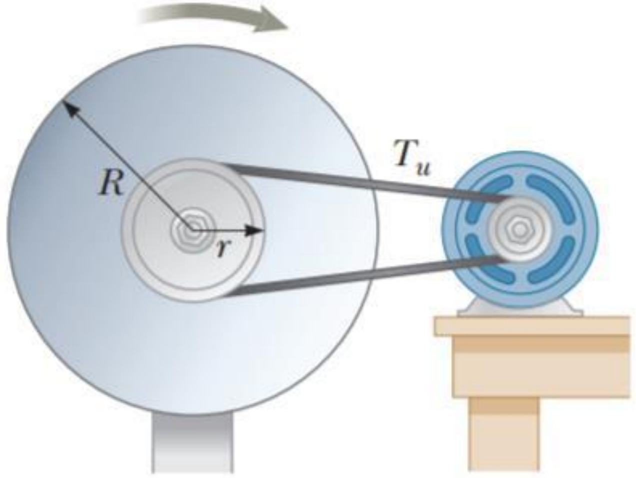


Figure P10.29

P10.29 The flywheel is a solid disk of mass M and radius R with axis through its center.

$$\left.\begin{array}{l}\sum \tau = I\alpha \\ I = \dfrac{1}{2}MR^2\end{array}\right\} -T_u r + T_b r = \frac{1}{2}MR^2\alpha \rightarrow T_b = T_u + \frac{MR^2\alpha}{2r}$$

$$T_b = 135\text{ N} + \frac{(80.0\text{ kg})(0.625\text{ m})^2(-1.67\text{ rad/s}^2)}{2(0.230\text{ m})} = \boxed{21.5\text{ N}}$$

Problems 32

A block of mass $m_1 = 2.00kg$ and a block of mass $m_2 = 6.00kg$ are connected by a massless string over a pulley in the shape of a solid disk having radius R= 0.250 m and mass M= 10.0 kg. The fixed, wedge shaped ramp makes an angle of θ=30.0° as shown in Figure P10.32. The coefficient of kinetic friction is 0.360 for both blocks.

(a) Draw force diagrams of both blocks and of the pulley. Determine

(b) the acceleration of the two blocks and

(c) the tensions in the string on both sides of the pulley.

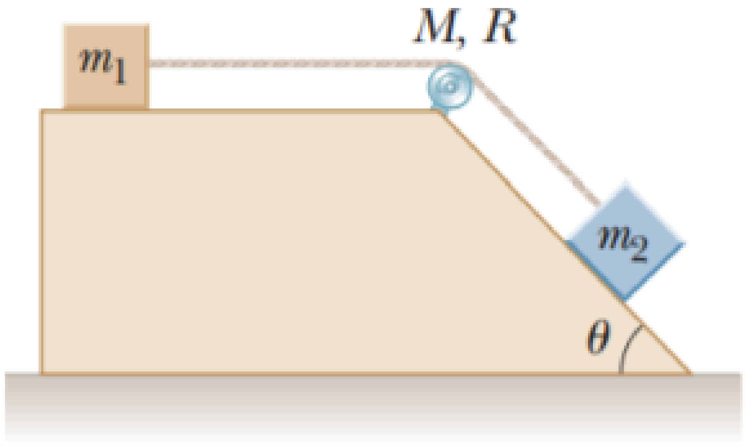


Figure P10.32

Cho cơ hệ như hình 10.32, biết $m_1 = 2.00kg$, $m_2 = 6.00kg$, ròng rọc là một đĩa cứng với bán kính R = 0.25m và khối lượng của nó là M = 10kg, góc θ = 30o, hệ số ma sát của 2 vật với bề mặt là 0.36.

(a) Vẽ sơ đồ lực của 2 vật và ròng rọc.

(b) Xác định gia tốc chuyển động của hai vật.

(c) Xác định các lực căng dây của hệ.

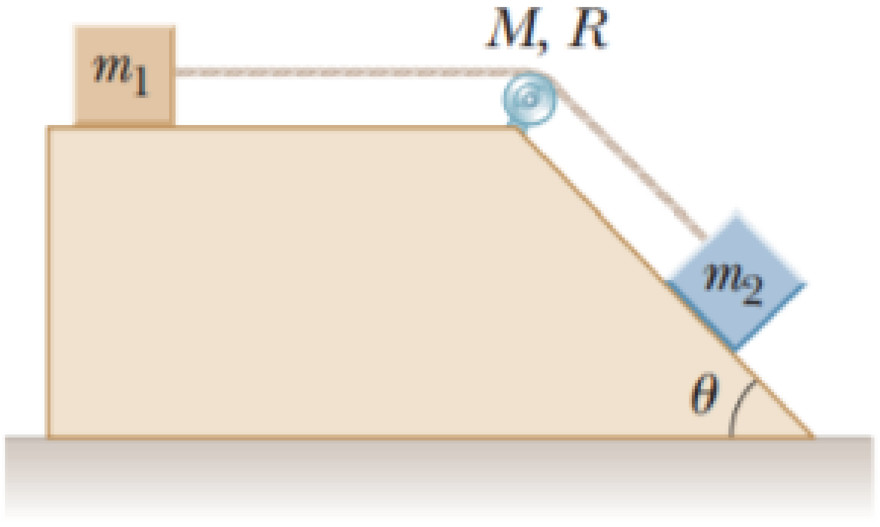
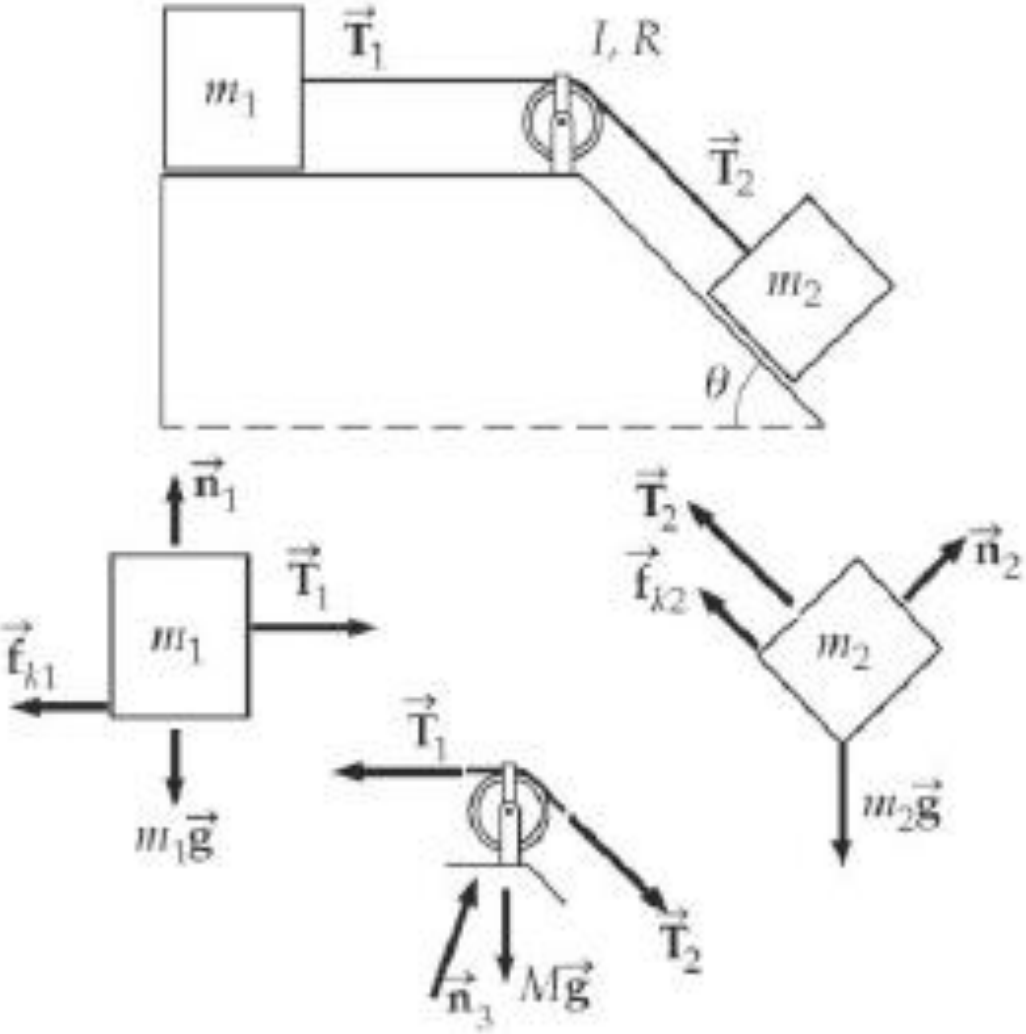


Figure P10.32



ANS. FIG. P10.32

P10.32 (a) See ANS. FIG. P10.32 below for the force diagrams. For m_1,

$\sum F_y = ma_y$ gives

$$+n - m_1 g = 0$$

$$n_1 = m_1 g$$

with $f_{k1} = \mu_k n_1$.

$\sum F_x = ma_x$ gives

$$-f_{k1} + T_1 = m_1 a \qquad [1]$$

For the pulley, $\sum \tau = I\alpha$ gives

$$-T_1 R + T_2 R = \frac{1}{2} MR^2 \left(\frac{a}{R}\right)$$

or $$-T_1 + T_2 = \frac{1}{2} MR \left(\frac{a}{R}\right) \rightarrow -T_1 + T_2 = \frac{1}{2} Ma \qquad [2]$$

For m_2,

$$+n_2 - m_2 g \cos\theta = 0 \rightarrow n_2 = m_2 g \cos\theta$$

$$f_{k2} = \mu_k n_2$$

$$-f_{k2} - T_2 + m_2 g \sin\theta = m_2 a \qquad [3]$$

(b) Add equations [1], [2], and [3] and substitute the expressions for f_{k1} and n_1, and $-f_{k2}$ and n_2:

$$-f_{k1} + T_1 + (-T_1 + T_2) - f_{k2} - T_2 + m_2 g \sin\theta = m_1 a + \frac{1}{2}Ma + m_2 a$$

$$-f_{k1} - f_{k2} + m_2 g \sin\theta = \left(m_1 + m_2 + \frac{1}{2}M\right)a$$

$$-\mu_k m_1 g - \mu_k m_2 g \cos\theta + m_2 g \sin\theta = \left(m_1 + m_2 + \frac{1}{2}M\right)a$$

$$a = \frac{m_2(\sin\theta - \mu_k \cos\theta) - \mu_k m_1}{m_1 + m_2 + \frac{1}{2}M}g$$

$$a = \frac{(6.00\text{ kg})(\sin 30.0^\circ - 0.360\cos 30.0^\circ) - 0.360(2.00\text{ kg})}{(2.00\text{ kg}) + (6.00\text{ kg}) + \frac{1}{2}(10.0\text{ kg})}g$$

$$a = \boxed{0.309\text{ m/s}^2}$$

(c) From equation [1]:

$$-f_{k1} + T_1 = m_1 a \rightarrow T_1 = 2.00\text{ kg}(0.309\text{ m/s}^2) + 7.06\text{ N} = \boxed{7.67\text{ N}}$$

From equation [2]:

$$-T_1 + T_2 = \frac{1}{2}Ma \rightarrow T_2 = 7.67\text{ N} + 5.00\text{ kg}(0.309\text{ m/s}^2)$$

$$= \boxed{9.22\text{ N}}$$

Problems 36

Consider the system shown in Figure P10.36 with $m_1 = 20.00\text{kg}$, $m_2 = 12.5\text{ kg}$, R =0.200 m, and the mass of the pulley M= 5.00 kg. Object $m_2$is resting on the floor, and object m1 is 4.00 m above the floor when it is released from rest. The pulley axis is frictionless. The cord is light, does not stretch, and does not slip on the pulley.

(a) Calculate the time interval required for m1 to hit the floor.

(b) How would your answer change if the pulley were massless.

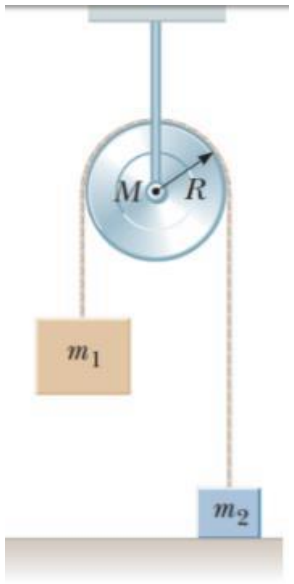


Figure P10.36

Cho cơ hệ như hình 10.36, biết $m_1 = 20.00kg$, $m_2 = 12.5\ kg$, R = 0.2m, M = 5kg, vật m_2 nằm trên sàn nhà và vật m1 cao hơn 4m so với sàn và được thả rơi từ trạng thái nghỉ. Giả sử trục ròng rọc không có ma sát, dây nhẹ, không căng và không trượt trên ròng rọc.

(a) Tính khoảng thời gian cần thiết để vật chạm sàn.

(b) Câu trả lời của bạn sẽ thay đổi như thế nào nếu ròng rọc không có khối lượng.

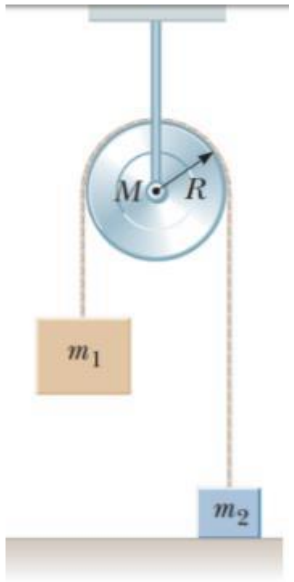


Figure P10.36

P10.36 (a) Let T_1 represent the tension in the cord above m_1 and T_2 the tension in the cord above the lighter mass. The two blocks move with the same acceleration because the cord does not stretch, and the angular acceleration of the pulley is a/R. For the heavier mass we have

$$\sum F = m_1 a \rightarrow T_1 - m_1 g = m_1(-a) \quad \text{or} \quad -T_1 + m_1 g = m_1 a$$

For the lighter mass,

$$\sum F = m_2 a \rightarrow \quad T_2 - m_2 g = m_2 a$$

We assume the pulley is a uniform disk: $I = (1/2)MR^2$

$$\sum \tau = I\alpha \rightarrow \quad +T_1 R - T_2 R = \frac{1}{2}MR^2(a/R)$$

or $\quad T_1 - T_2 = \dfrac{1}{2}Ma$

Add up the three equations in a:

$$-T_1 + m_1 g + T_2 - m_2 g + T_1 - T_2 = m_1 a + m_2 a + \frac{1}{2}Ma$$

$$a = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2 + \frac{1}{2}M}g$$

$$= \frac{20.0\ \text{kg} - 12.5\ \text{kg}}{20.0\ \text{kg} + 12.5\ \text{kg} + \frac{1}{2}(5.00\ \text{kg})}\left(9.80\ \text{m/s}^2\right)$$

$$= 2.10\ \text{m/s}^2$$

Next, $x = 0 + 0 + \frac{1}{2}at^2 \to t = \sqrt{\frac{2x}{a}} = \sqrt{\frac{2(4.00\ \text{m})}{2.10\ \text{m/s}^2}} = \boxed{1.95\ \text{s}}$

(b) If the pulley were massless, the acceleration would be larger by a factor 35/32.5 and the time shorter by the square root of the factor 32.5/35. That is, the time would be reduced by 3.64%.

Problems 39

A uniform, thin, solid door has height 2.20 m, width 0.870 m, and mass 23.0 kg.

(a) Find its moment of inertia for rotation on its hinges.

(b) Is any piece of data unnecessary?

Một cánh cửa đồng nhất, mỏng và chắc chắn có chiều cao 2.2m, rộng 0.87m và nặng 23kg.

(a) Tìm momen quán tính của cánh cửa khi quay quanh bản lề.

(b) Có dữ liệu nào không cần thiết cho tính toán hay không?

P10.39 (a) Every particle in the door could be slid straight down into a high-density rod across its bottom, without changing the particle's distance from the rotation axis of the door. Thus, a rod 0.870 m long with mass 23.0 kg, pivoted about one end, has the same rotational inertia as the door:

$$I = \frac{1}{3}ML^2 = \frac{1}{3}(23.0\text{ kg})(0.870\text{ m})^2 = \boxed{5.80\text{ kg}\cdot\text{m}^2}$$

(b) The $\boxed{\text{height of the door is unnecessary}}$ data.

Problems 40

Two balls with masses M and m are connected by a rigid rod of length L and negligible mass as shown in Figure P10.40. For an axis perpendicular to the rod, (a) show that the system has the minimum moment of inertia when the axis passes through the center of mass. (b) Show that this moment of inertia is $\boldsymbol{I} = \boldsymbol{\mu L2}$, where $\boldsymbol{\mu} = \boldsymbol{mM}/(\boldsymbol{m}+\boldsymbol{M})$.

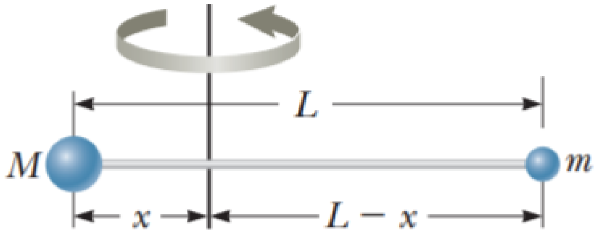


Figure P10.40

Hai quả bóng có khối lượng M, m được nối với nhau qua một thanh cứng có chiều dài L và khối lượng không đáng kể như hình 10.40, trục quay vuông góc với thanh.

(a) Chứng minh momen quán tính khi trục quay đi qua khối tâm của hệ là nhỏ nhất.

(b) Chứng minh momen quán tính của hệ đối với trục quay qua khối tâm là $\boldsymbol{I=\mu L2}$, where $\boldsymbol{\mu=mM/(m+M)}$.

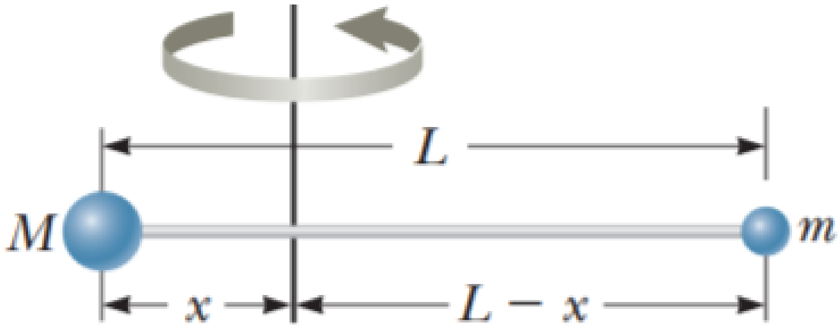


Figure P10.40

P10.40 (a) We take a coordinate system with mass *M* at the origin. The distance from the axis to the origin is also *x*. The moment of ineria about the axis is

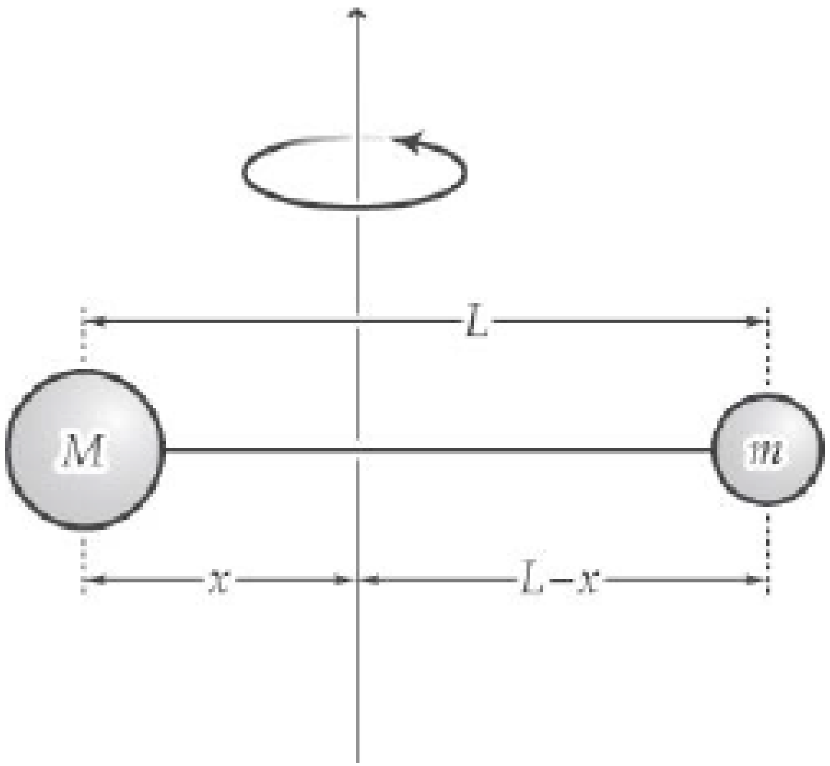
$$I = Mx^2 + m(L - x)^2$$

To find the extrema in the moment of inertia, we differentiate *I* with respect to *x*:

$$\frac{dI}{dx} = 2Mx - 2m(L - x) = 0$$

Solving for *x* then gives

$$x = \frac{mL}{M + m}$$



ANS. FIG. P10.40

Differentiating again gives $\frac{d^2I}{dx^2} = 2m + 2M$; therefore, I is at a minimum when the axis of rotation passes through $x = \frac{mL}{M+m}$, which is also the position of the center of mass of the system if we take mass M to lie at the origin of a coordinate system.

b) The moment of inertia about an axis passing through x is

$$I_{CM} = M\left[\frac{mL}{M+m}\right]^2 + m\left[1 - \frac{m}{M+m}\right]^2 L^2 = \frac{Mm}{M+m}L^2$$

$$\rightarrow \boxed{I_{CM} = \mu L^2, \text{ where } \mu = \frac{Mm}{M+m}}$$

Problems 41

Figure P10.41 shows a side view of a car tire before it is mounted on a wheel. Model it as having two sidewalls of uniform thickness 0.635 cm and a tread wall of uniform thickness 2.50 cm and width 20.0 cm. Assume the rubber has uniform density $1.10 \times 10^3\ \mathrm{kg/m^3}$. Find its moment of inertia about an axis perpendicular to the page through its center.

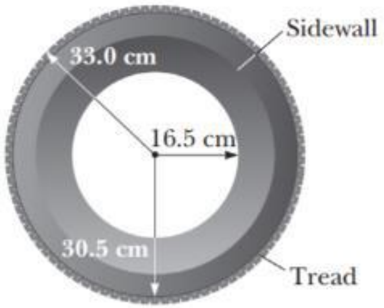


Figure P10.41

Hình 10.41 cho thấy mặt bên của lốp ô tô trước khi nó được gắn trên bánh xe. Mô hình nó gồm 2 phần: phần treat (lớp vỏ cao su được xử lý bề mặt tăng ma sát) và phần sidewall (lớp vỏ cao su bên trong). Phần treat có bề dày 2.5cm, rộng 20cm; phần sidewall có bề dày 0.635cm, mép trong của sidewall cách tâm lốp xe 16.5cm (hình). Khối lượng riêng cao su là $\rho = 1.10 \times 10^3\ \mathrm{kg/m^3}$. Tìm momen quán tính của lốp xe đối với trục quay vuông góc với mặt phẳng lốp xe và đi qua tâm lốp.

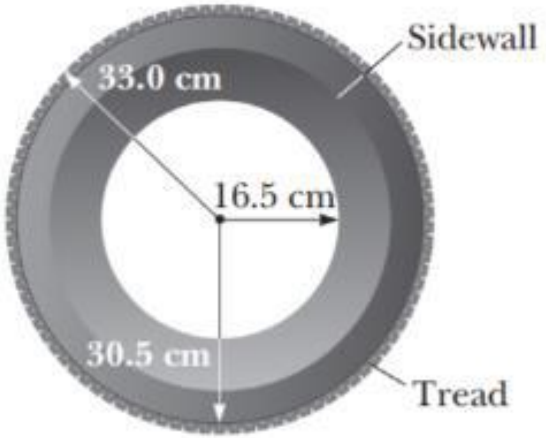


Figure P10.41

P10.41 Treat the tire as consisting of three hollow cylinders: two sidewalls and a tread region. The moment of inertia of a hollow cylinder, where $R_2 > R_1$, is $I = \frac{1}{2}M\left(R_1^2 + R_2^2\right)$, and the mass of a hollow cylinder of height (or thickness) t is $M = \rho\pi\left(R_2^2 - R_1^2\right)t$. Substituting the expression for mass M into the expression for I, we get

$$I = \frac{1}{2}\rho\pi\left(R_2^2 - R_1^2\right)t\left(R_1^2 + R_2^2\right) = \frac{1}{2}\rho\pi t\left(R_2^4 - R_1^4\right)$$

The two sidewalls have inner radius $r_1 = 16.5$ cm, outer radius $r_2 = 30.5$ cm, and height $t_{side} = 0.635$ cm. The tread region has inner radius $r_2 = 30.5$ cm, outer radius $r_3 = 33.0$ cm, and height $t_{tread} = 20.0$ cm. The density of the rubber is $1.10 \times 10^3\ \mathrm{kg/m^3}$.

For the tire (two sidewalls: $R_1 = r_1$, $R_2 = r_2$; tread region: $R_1 = r_2$, $R_2 = r_3$)

$$I_{\text{total}} = 2\left[\frac{1}{2}\rho\pi t_{\text{side}}\left(R_2^4 - R_1^4\right)\right] + \frac{1}{2}\rho\pi t_{\text{tread}}\left(R_2^4 - R_1^4\right)$$

$$= 2\left[\frac{1}{2}\rho\pi t_{\text{side}}\left(r_2^4 - r_1^4\right)\right] + \frac{1}{2}\rho\pi t_{\text{tread}}\left(r_3^4 - r_2^4\right)$$

Substituting,

$$I_{\text{total}} = 2\left\{\frac{1}{2}\left(1.10\times 10^3\ \mathrm{kg/m^3}\right)\pi\left(6.35\times 10^{-3}\ \mathrm{m}\right)\right.$$

$$\left.\times\left[(0.305\ \mathrm{m})^4 - (0.165\ \mathrm{m})^4\right]\right\}$$

$$+\frac{1}{2}\left(1.10\times 10^3\ \mathrm{kg/m^3}\right)\pi(0.200\ \mathrm{m})\left[(0.330\ \mathrm{m})^4 - (0.305\ \mathrm{m})^4\right]$$

$$= 2\left(8.68\times 10^{-2}\ \mathrm{kg\cdot m^2}\right) + 1.11\ \mathrm{kg\cdot m^2} = \boxed{1.28\ \mathrm{kg\cdot m^2}}$$

Problems 46

Figure P10.46

Many machines employ cams for various purposes, such as opening and closing valves. In Figure P10.46, the cam is a circular disk of radius R with a hole of diameter R cut through it. As shown in the figure, the hole does not pass through the center of the disk. The cam with the hole cut out has mass M. The cam is mounted on a uniform, solid, cylindrical shaft of diameter R and also of mass M.

What is the kinetic energy of the cam–shaft combination when it is rotating with angular speed v about the shaft's axis?

Trong kỹ thuật nhiều máy sử dụng cơ cấu cam cho nhiều mục đích khác nhau, chẳng hạn như đóng và mở van. Trong hình 10.46 cam là một đĩa tròn bán kính R, với một lỗ tròn đường kính R cắt qua cam như hình mô tả và cam bị cắt như vậy có khối lượng M. Các cam được gắn trên một trục hình trụ rắn, đồng nhất có đường kính R và cũng có khối lượng là M. Khi một động cơ quay cam với tốc độ góc v so với trục của trụ tròn thì động năng của cam là?

Figure P10.46

P10.46 The cam is a solid disk of radius R that has had a small disk of radius $R/2$ cut from it. To find the moment of inertia of the cam, we use the parallel-axis theorem to find the moment of inertia of the solid disk about an axis at distance $R/2$ from its CM, then subtract off the moment of inertia of the small disk of radius $R/2$ with axis through its center.

By the parallel-axis theorem, the moment of inertia of the solid disk about an axis $R/2$ from its CM is

$$I_{\text{disk}} = I_{\text{CM}} + M_{\text{disk}}\left(\frac{R}{2}\right)^2 = \frac{1}{2}M_{\text{disk}}R^2 + \frac{1}{4}M_{\text{disk}}R^2 = \frac{3}{4}M_{\text{disk}}R^2$$

With half the radius, the cut-away small disk has one-quarter the face area and one-quarter the volume and one-quarter the mass M_{disk} of the original solid disk:

$$\frac{M_{\text{small disk}}}{M_{\text{disk}}} = \frac{(R/2)^2}{R^2} = \frac{1}{4}$$

The moment of inertia of the small disk of radius $R/2$ about an axis through its CM is

$$I_{\text{small disk}} = \frac{1}{2} M_{\text{small disk}} \left(\frac{R}{2}\right)^2 = \frac{1}{2}\left[\frac{1}{4} M_{\text{disk}}\right]\frac{R^2}{4} = \frac{1}{32} M_{\text{disk}} R^2$$

Subtracting the moment of the small disk from the solid disk, we find for the cam

$$I_{\text{cam}} = I_{\text{disk}} - I_{\text{small disk}} = \frac{3}{4} M_{\text{disk}} R^2 - \frac{1}{32} M_{\text{disk}} R^2$$

$$I_{\text{cam}} = M_{\text{disk}} R^2 \left[\frac{24}{32} - \frac{1}{32}\right] = \frac{23}{32} M_{\text{disk}} R^2$$

The mass of the cam is $M = M_{disk} - M_{small\ disk} = M_{disk} - \frac{1}{4}M_{disk} = \frac{3}{4}M_{disk}$,

therefore

$$I_{cam} = \frac{23}{32}M_{disk}R^2\left(\frac{M}{\frac{3}{4}M_{disk}}\right) = MR^2\left(\frac{23}{32}\right)\left(\frac{4}{3}\right) = \frac{23}{24}MR^2$$

The moment of inertia of the cam-shaft is the sum of the moments of the cam and the shaft:

$$I_{cam\text{-}shaft} = I_{cam} + I_{shaft} = \frac{23}{24}MR^2 + \frac{1}{2}M\left(\frac{R}{2}\right)^2$$

$$= MR^2\left[\frac{23}{24} + \frac{1}{8}\right] = MR^2\left[\frac{23}{24} + \frac{3}{24}\right]$$

$$I_{cam\text{-}shaft} = \frac{26}{24}MR^2 = \frac{13}{12}MR^2$$

The kinetic energy of the cam-shaft combination rotating with angular speed ω is

$$K = \frac{1}{2}I_{can\text{-}shaft}\omega^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{13}{12}MR^2\right)\omega^2 = \boxed{\frac{13}{24}MR^2\omega^2}$$

Problems 49

Figure P10.49 Problems 49 and 72.

Big Ben, the nickname for the clock in Elizabeth Tower (named after the Queen in 2012) in London, has an hour hand 2.70 m long with a mass of 60.0 kg and a minute hand 4.50 m long with a mass of 100 kg (Fig. P10.49). Calculate the total rotational kinetic energy of the two hands about the axis of rotation. (You may model the hands as long, thin rods rotated about one end. Assume the hour and minute hands are rotating at a constant rate of one revolution per 12 hours and 60 minutes, respectively).

Big Ben, tên của đồng hồ ở Elizabeth Tower (tên tòa nhà được đặt tên theo nữ hoàng năm 2012) ở London, có một kim giờ dài 2.7m có khối lượng 60kg và một kim phút dài 4.5m có khối lượng 100kg (hình 10.49). Tính tổng động năng của 2 kim đối với trục quay của chúng. (Bạn có thể mô hình các kim là thanh mỏng xoay quanh một đầu, kim giờ quay với một tốc độ không đổi là 1 vòng/12 giờ, và kim phút quay với một tốc độ không đổi là 1 vòng/60 phút).

Figure P10.49 Problems 49 and 72.

P10.49 The moment of inertia of a thin rod about an axis through one end is $I = \frac{1}{3}ML^2$. The total rotational kinetic energy is given as

$$K_R = \frac{1}{2}I_h\omega_h^2 + \frac{1}{2}I_m\omega_m^2$$

with $$I_h = \frac{m_h L_h^2}{3} = \frac{60.0\text{ kg}(2.70\text{ m})^2}{3} = 146\text{ kg}\cdot\text{m}^2$$

and $$I_m = \frac{m_m L_m^2}{3} = \frac{100\text{ kg}(4.50\text{ m})^2}{3} = 675\text{ kg}\cdot\text{m}^2$$

In addition,

$$\omega_h = \frac{2\pi\text{ rad}}{12\text{ h}}\left(\frac{1\text{ h}}{3\,600\text{ s}}\right) = 1.45\times10^{-4}\text{ rad/s}$$

while $\qquad \omega_m = \frac{2\pi \text{ rad}}{1 \text{ h}}\left(\frac{1 \text{ h}}{3\,600 \text{ s}}\right) = 1.75 \times 10^{-3} \text{ rad/s}$

Therefore,

$$K_R = \frac{1}{2}\left(146 \text{ kg}\cdot\text{m}^2\right)\left(1.45 \times 10^{-4} \text{ rad/s}\right)^2 + \frac{1}{2}\left(675 \text{ kg}\cdot\text{m}^2\right)\left(1.75 \times 10^{-3} \text{ rad/s}\right)^2$$

$$= \boxed{1.04 \times 10^{-3} \text{ J}}$$

Problems 55

Review. An object with a mass of m = 5.10 kg is attached to the free end of a light string wrapped around a reel of radius R = 0.250 m and mass M = 3.00 kg. The reel is a solid disk, free to rotate in a vertical plane about the horizontal axis passing through its center as shown in Figure P10.55. The suspended object is released from rest 6.00m above the floor. Determine (a) the tension in the string, (b) the acceleration of the object, and (c) the speed with which the object hits the floor. (d) Verify your answer to part (c) by using the isolated system (energy) model.

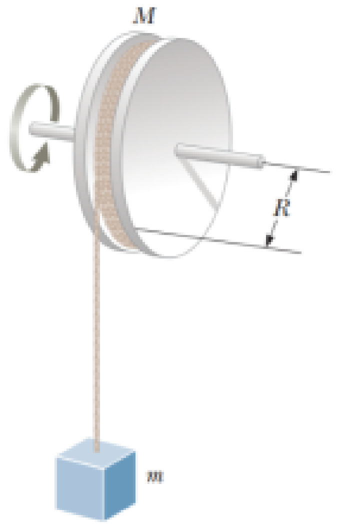


Figure P10.55

Một vật có khối lượng m = 5.1kg được gắn vào một đầu của dây cuốn quanh một dụng cụ dùng để quấn dây là một đĩa cứng có bán kính R = 0.25m và khối lượng M = 3kg, quay tự do trong mặt phẳng thẳng đứng và có trục quay đi qua tâm của nó như hình 10.5. Vật được treo lơ lửng và thả ra từ trạng thái nghỉ cách sàn 6m. Xác định

(a) lực căng dây,

(b) gia tốc của vật,

(c) tốc độ trước khi vật chạm sàn.

(d) Tính toán lại câu (c) bằng phương pháp năng lượng.

Figure P10.55

P10.55 The gravitational force exerted on the reel is

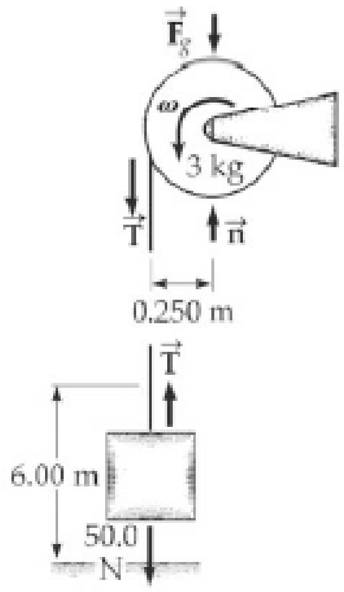
$$mg = (5.10 \text{ kg})(9.80 \text{ m/s}^2) = 50.0 \text{ N down}$$

We use $\sum \tau = I\alpha$ to find T and a.

First find I for the reel, which we know is a uniform disk.

$$I = \frac{1}{2}MR^2 = \frac{1}{2}(3.00 \text{ kg})(0.250 \text{ m})^2$$
$$= 0.093\ 8 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$$

The forces on the reel are shown in ANS. FIG. P10.55, including a normal force exerted by its axle. From the diagram, we can see that the tension is the only force that produces a torque causing the reel to rotate.



ANS. FIG. P10.55

$$\sum \tau = I\alpha \text{ becomes}$$

$$n(0) + F_{gp}(0) + T(0.250 \text{ m}) = (0.093\ 8 \text{ kg}\cdot\text{m}^2)(a/0.250 \text{ m}) \qquad [1]$$

where we have applied $a_t = r\alpha$ to the point of contact between string and reel. For the object that moves down,

$$\sum F_y = ma_y \qquad \text{becomes} \qquad 50.0\text{ N} - T = (5.10\text{ kg})a \qquad [2]$$

Note that we have defined downwards to be positive, so that positive linear acceleration of the object corresponds to positive angular acceleration of the reel. We now have our two equations in the unknowns *T* and *a* for the two connected objects. Substituting *T* from equation [2] into equation [1], we have

$$\left[50.0\text{ N} - (5.10\text{ kg})a\right](0.250\text{ m}) = \left(0.093\,8\text{ kg}\cdot\text{m}^2\right)\left(\frac{a}{0.250\text{ m}}\right)$$

(b) Solving for a from above gives

$$50.0\text{ N} - (5.10\text{ kg})a = (1.50\text{ kg})a$$

$$a = \frac{50.0\text{ N}}{6.60\text{ kg}} = \boxed{7.57\text{ m/s}^2}$$

Because we eliminated *T* in solving the simultaneous equations, the answer for *a*, required for part (b), emerged first. No matter—we can now substitute back to get the answer to part (a).

(a) $T = 50.0\ \text{N} - 5.10\ \text{kg}\,(7.57\ \text{m/s}^2) = \boxed{11.4\ \text{N}}$

(c) For the motion of the hanging weight,

$$v_f^2 = v_i^2 + 2a\left(y_f - y_i\right) = 0^2 + 2\left(7.57\ \text{m/s}^2\right)\left(6.00\ \text{m}\right)$$

$$v_f = 9.53\ \text{m/s (down)}$$

(d) The isolated-system energy model can take account of multiple objects more easily than Newton's second law. Like your bratty cousins, the equation for conservation of energy grows between visits. Now it reads for the counterweight-reel-Earth system:

$$(K_1 + K_2 + U_g)_i = (K_1 + K_2 + U_g)_f$$

where K_1 is the translational kinetic energy of the falling object and K_2 is the rotational kinetic energy of the reel.

$$0 + 0 + m_1 g y_{1i} = \frac{1}{2} m_1 v_{1f}^2 + \frac{1}{2} I_2 \omega_{2f}^2 + 0$$

Now note that $\omega = v/r$ as the string unwinds from the reel.

$$mgy_i = \frac{1}{2} mv^2 + \frac{1}{2} I\omega^2$$

$$2mgy_i = mv^2 + I\left(\frac{v^2}{R^2}\right) = v^2\left(m + \frac{I}{R^2}\right)$$

$$v = \sqrt{\frac{2mgy_i}{m + \left(I/R^2\right)}} = \sqrt{\frac{2(5.10\ \text{kg})\left(9.80\ \text{m/s}^2\right)(6.00\ \text{m})}{5.10\ \text{kg} + \frac{0.093\ 8\ \text{kg}\cdot\text{m}^2}{(0.250\ \text{m})^2}}}$$

$$= \boxed{9.53\ \text{m/s}}$$

Problems 64

A tennis ball is a hollow sphere with a thin wall. It is set rolling without slipping at 4.03 m/s on a horizontal section of a track as shown in Figure P10.64. It rolls around the inside of a vertical circular loop of radius r = 45.0 cm. As the ball nears the bottom of the loop, the shape of the track deviates from a perfect circle so that the ball leaves the track at a point h = 20.0 cm below the horizontal section.

(a) Find the ball's speed at the top of the loop.

(b) Demonstrate that the ball will not fall from the track at the top of the loop.

(c) Find the ball's speed as it leaves the track at the bottom.

(d) What If? Suppose that static friction between ball and track were negligible so that the ball slid instead of rolling. Would its speed then be higher, lower, or the same at the top of the loop?

(e) Explain your answer to part (d).

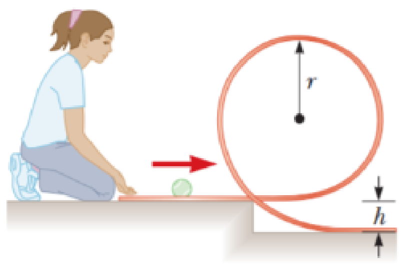


Figure P10.64

Một quả bóng tennis là một quả cầu rỗng với vỏ mỏng. Đẩy bóng lăn không trượt với vận tốc 4.03m/s trên một đoạn ngang như trong hình 10.64. Sau đoạn ngang nó chạy quanh bên trong một vòng lặp hình tròn có bán kính r = 45cm. Khi quả bóng đến gần cuối vòng lặp, hình dạng của đường chạy được thay đổi lệch so với đường tròn để quả bóng rời khỏi đường ray tại điểm có h = 20cm bên dưới phần ngang. (a) Tìm tốc độ của quả bóng ở đầu vòng lặp. (b) Chứng minh rằng quả bóng sẽ không rơi khỏi đường chạy ở đầu vòng lặp. (c) Tìm tốc độ của quả bóng khi nó rời khỏi đường đua ở phía dưới. (d) Giả sử lực ma sát giữa quả bóng và đường đua không đáng kể để quả bóng trượt thay vì lăn. Tốc độ của nó sau đó sẽ cao hơn, thấp hơn, hay bằng tốc độ ở đầu vòng lặp? Giải thích.

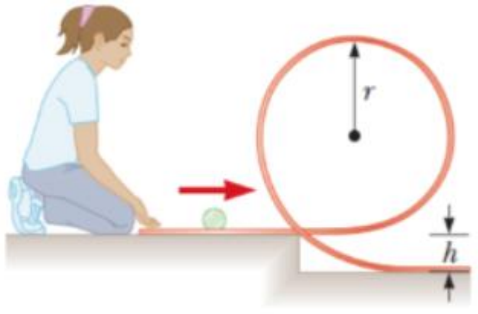


Figure P10.64

P10.64 (a) Energy conservation for the system of the ball and the Earth between the horizontal section and top of loop:

$$\frac{1}{2}mv_2^2 + \frac{1}{2}I\omega_2^2 + mgy_2 = \frac{1}{2}mv_1^2 + \frac{1}{2}I\omega_1^2$$

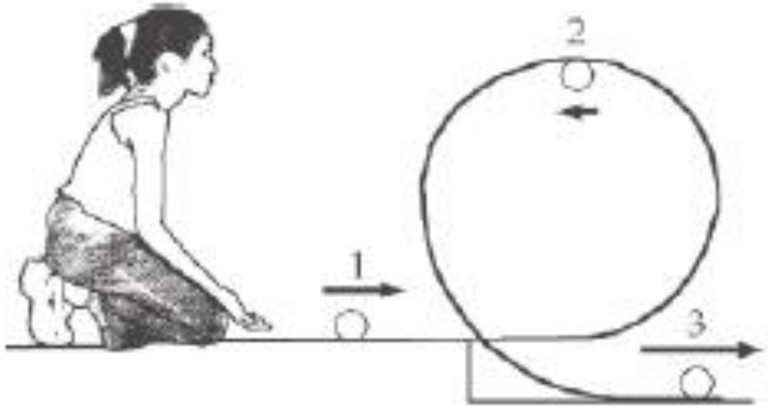
$$\frac{1}{2}mv_2^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{2}{3}mr^2\right)\left(\frac{v_2}{r}\right)^2 + mgy_2 = \frac{1}{2}mv_1^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{2}{3}mr^2\right)\left(\frac{v_1}{r}\right)^2$$

$$\frac{5}{6}v_2^2 + gy_2 = \frac{5}{6}v_1^2$$

$$v_2 = \sqrt{v_1^2 - \frac{6}{5}gy_2}$$

$$= \sqrt{(4.03\text{ m/s})^2 - \frac{6}{5}(9.80\text{ m/s}^2)(0.900\text{ m})}$$

$$= \boxed{2.38\text{ m/s}}$$



ANS. FIG. P10.64

(b) The centripetal acceleration at the top is

$$\frac{v_2^2}{r} = \frac{(2.38\ \text{m/s})^2}{0.450\ \text{m}} = 12.6\ \text{m/s}^2 > g$$

Thus, the ball must be in contact with the track, with the track pushing downward on it.

(c) $$\frac{1}{2}mv_3^2+\frac{1}{2}\left(\frac{2}{3}mr^2\right)\left(\frac{v_3}{r}\right)^2+mgy_3=\frac{1}{2}mv_1^2+\frac{1}{2}\left(\frac{2}{3}mr^2\right)\left(\frac{v_1}{r}\right)^2$$

$$v_3=\sqrt{v_1^2-\frac{6}{5}gy_3}$$

$$=\sqrt{(4.03\ \text{m/s})^2-\frac{6}{5}(9.80\ \text{m/s}^2)(-0.200\ \text{m})}$$

$$=\boxed{4.31\ \text{m/s}}$$

(d) $$\frac{1}{2}mv_2^2+mgy_2=\frac{1}{2}mv_1^2$$

$$v_2=\sqrt{v_1^2-2gy_2}=\sqrt{(4.03\ \text{m/s})^2-2(9.80\ \text{m/s}^2)(0.900\ \text{m})}$$

$$=\boxed{\sqrt{-1.40\ \text{m}^2/\text{s}^2}}!$$

(e) This result is imaginary. In the case where the ball does not roll, the ball starts with less kinetic energy than in part (a) and $\boxed{\text{never makes it to the top of the loop}}$.

Problems 77

As shown in Figure P10.77, two blocks are connected by a string of negligible mass passing over a pulley of radius r = 0.250 m and moment of inertia I. The block on the frictionless incline is moving with a constant acceleration of magnitude a = 2.00 m/s2. From this information, we wish to find the moment of inertia of the pulley.

(a) What analysis model is appropriate for the blocks?

(b) What analysis model is appropriate for the pulley?

(c) From the analysis model in part (a), find the tension T_1.

(d) Similarly, find the tension T_2.

(e) From the analysis model in part (b), find a symbolic expression for the moment of inertia of the pulley in terms of the tensions T_1 and T_2, the pulley radius r, and the acceleration a.

(f) Find the numerical value of the moment of inertia of the pulley.

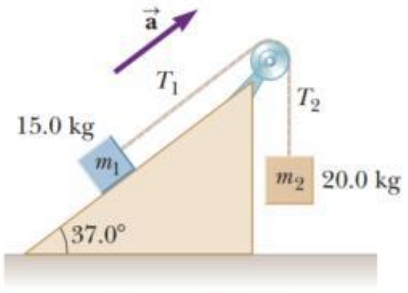


Figure P10.77

Cho cơ hệ như hình 10.77, hai *vật được nối với* nhau *bởi sợi* dây *có khối lượng* không *đáng kể đi* qua *một* ròng ròng *bán* kính r = 0,25m và *có* moment quán tính *I. Vật* m1 *đang chuyển động* trên *mặt phẳng* nghiêng không *có* ma *sát với* gia *tốc* không *đổi* a = 2m/s2*.*

(a)+(b) *Vẽ sơ đồ lực* cho *vật* m_1 , m_2 và ròng *rọc.*

(c), (d), (e), (f) Hãy tính *lực* căng dây T_1 , T_2 và moment quán tính I *của* ròng *rọc.*

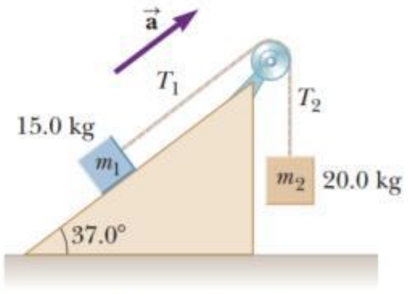
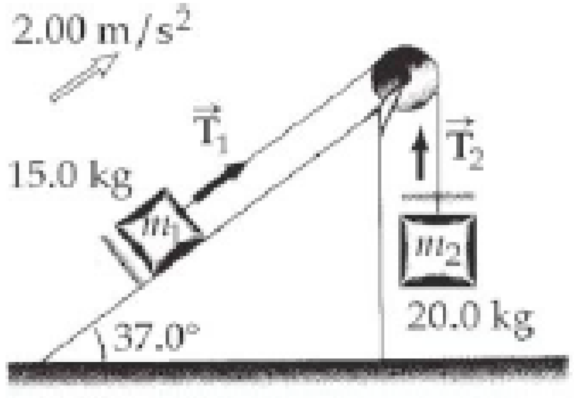


Figure P10.77

P10.77 (a) We apply the $\boxed{\text{particle under a net force}}$ model to each block.

(b) We apply the $\boxed{\text{rigid object under a net torque}}$ model to the pulley.



ANS. FIG. P10.77

(c) We use $\sum F = ma$ for each block to find each string tension. The forces acting on the 15-kg block are its weight, the normal support from the incline, and T_1. Taking the positive x axis as directed up the incline,

$$\sum F_x = ma_x \quad \text{yields:} \quad -(m_1 g)_x + T_1 = m_1(+a)$$

Solving and substituting known values, we have

$$\begin{aligned} T_1 &= m_1(+a) + (m_1 g)_x \\ &= (15.0 \text{ kg})(2.00 \text{ m/s}^2) + (15.0 \text{ kg})(9.80 \text{ m/s}^2)\sin 37.0^\circ \\ &= \boxed{118 \text{ N}} \end{aligned}$$

(d) Similarly, for the counterweight, we have

$$\sum F_y = ma_y \quad \text{or} \quad T_2 - m_2 g = m_2(-a)$$

$$\begin{aligned} T_2 &= m_2 g + m_2(-a) \\ &= (20.0 \text{ kg})(9.80 \text{ m/s}^2) + (20.0 \text{ kg})(-2.00 \text{ m/s}^2) \\ &= \boxed{156 \text{ N}} \end{aligned}$$

(e) Now for the pulley,

$$\sum \tau = r(T_2 - T_1) = I\alpha = I\,a/r$$

so $$I = \frac{r^2}{a}(T_2 - T_1)$$

where we have chosen to call clockwise positive.

(f) Computing from above, the pulley's rotational inertia is

$$I = \frac{r^2}{a}(T_2 - T_1) = \frac{(156\text{ N} - 118\text{ N})(0.250\text{ m})^2}{2.00\ \text{m/s}^2} = \boxed{1.17\ \text{kg}\cdot\text{m}^2}$$

Problems 78

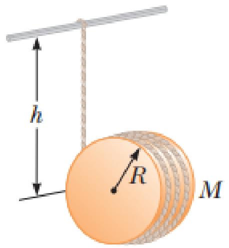


Figure P10.78

A string is wound around a uniform disk of radius R and mass M. The disk is released from rest with the string vertical and its top end tied to a fixed bar (Fig. P10.78). Show that (a) the tension in the string is one third of the weight of the disk, (b) the magnitude of the acceleration of the center of mass is $2g/3$, and (c) the speed of the center of mass is *(4gh/3)1/2* after the disk has descended through distance h. (d) Verify your answer to part (c) using the energy approach

Một cuộn dây được quấn quanh một khối trụ đặc, đồng chất có bán kính R và khối lượng M. Thả khối từ trạng thái nghỉ theo phương thẳng đứng và đầu trên cùng của cuộn dây gắn với một thanh cố định (Hình 10.78). Chứng minh

(a) lực căng dây bằng 1/3 trọng lượng của đĩa,

(b) gia tốc của khối bằng 2g/3,

(c) tốc độ của khối là (4gh/3)1/2 sau khi khối đi xuống một khoảng cách h.

(d) Xác minh câu trả lời của bạn cho phần (c) sử dụng những định luật về năng lượng.

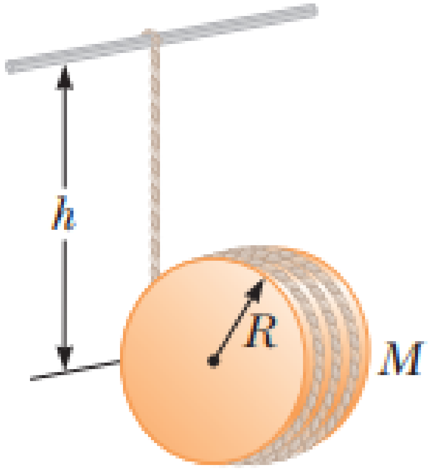


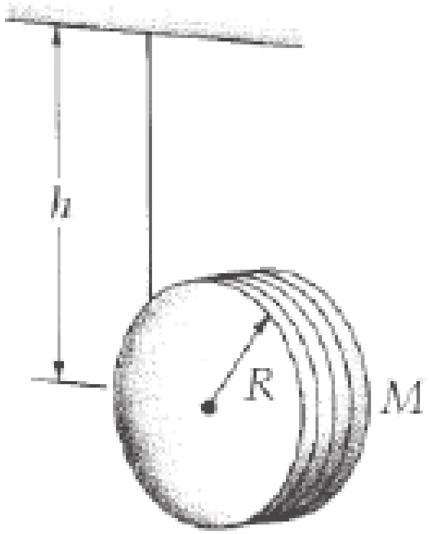
Figure P10.78

P10.78 Choosing positive linear quantities to be downwards and positive angular quantities to be clockwise, $\sum F_y = ma_y$ yields

$$\sum F = Mg - TM = a \quad \text{or} \quad a = \frac{Mg - T}{M}$$

$\sum \tau = I\alpha$ then becomes

$$\sum \tau = TR = I\alpha = \frac{1}{2}MR^2\left(\frac{a}{R}\right) \quad \text{so} \quad a = \frac{2T}{M}$$



ANS. FIG. P10.78

(a) Setting these two expressions equal,

$$\frac{Mg - T}{M} = \frac{2T}{M} \quad \text{and} \quad T = \boxed{Mg/3}$$

(b) Substituting back,

$$a = \frac{2T}{M} = \frac{2Mg}{3M} \quad \text{or} \quad a = \boxed{\frac{2}{3}g}$$

(c) Since $v_i = 0$ and $a = \frac{2}{3}g$, $v_f^2 = v_i^2 + 2ah$ gives us $v_f^2 = 0 + 2\left(\frac{2}{3}g\right)h$,

or $\quad v_f = \boxed{\sqrt{4gh/3}}$

(d) Now we verify this answer. Requiring conservation of mechanical energy for the disk-Earth system, we have

$$U_i + K_{\text{rot}, i} + K_{\text{trans}, i} = U_f + K_{\text{rot}, f} + K_{\text{trans}, f}$$

$$\text{mgh} + 0 + 0 = 0 + \frac{1}{2}\text{I}\omega^2 + \frac{1}{2}\text{mv}^2$$

$$\text{mgh} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}\text{MR}^2\right)\omega^2 + \frac{1}{2}\text{Mv}^2$$

When there is no slipping, $\omega = \frac{v}{R}$ and $v = \sqrt{\frac{4gh}{3}}$.

$\boxed{\text{The answer is the same.}}$