

# **Bài 5.**

## **CÁC ỨNG DỤNG KHÁC CỦA TÍCH PHÂN**

**Giảng viên: Nguyễn Lê Thi**  
**Bộ Môn Toán – Khoa Khoa học ứng dụng**

# MỤC TIÊU BÀI HỌC

---

- Áp dụng tích phân tính công của lực.
- Áp dụng tích phân để tính khối lượng và xác định trọng tâm của vật phân bố đều có dạng miền phẳng.

# NỘI DUNG CHÍNH

5.1 Công của lực và lực lò xo.

5.2 Công của lực bơm nước ra khỏi bình chứa

5.3 Khối lượng và trọng tâm của vật.

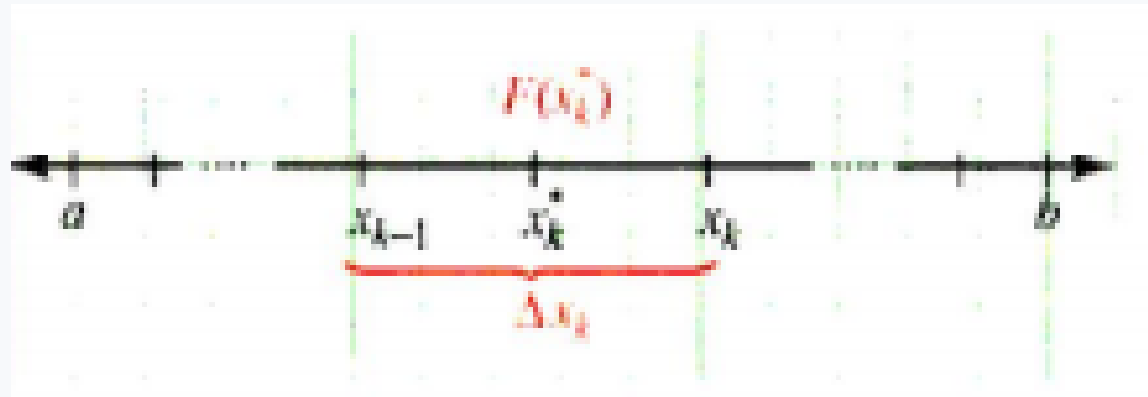


# 1. CÔNG CỦA LỰC VÀ LỰC LÒ XỐ

## ❖ Công của lực

Nếu một vật di chuyển dọc theo trục  $Ox$  từ  $x = a$  đến  $x = b$  dưới tác dụng của lực  $F(x)$  thì công sinh ra là

$$W = \int_a^b F(x) dx$$



### Ví dụ 5.1.

Một vật di chuyển dọc theo trục Ox dưới tác dụng của lực

$$F(x) = 4x^2 - x + 3$$

với  $x$  là khoảng cách từ vật đến điểm xuất phát ban đầu. Tính công sinh ra của lực để di chuyển vật

- a) Từ 1 ft đến 4 ft.
- b) Trong suốt 4 ft đầu tiên.

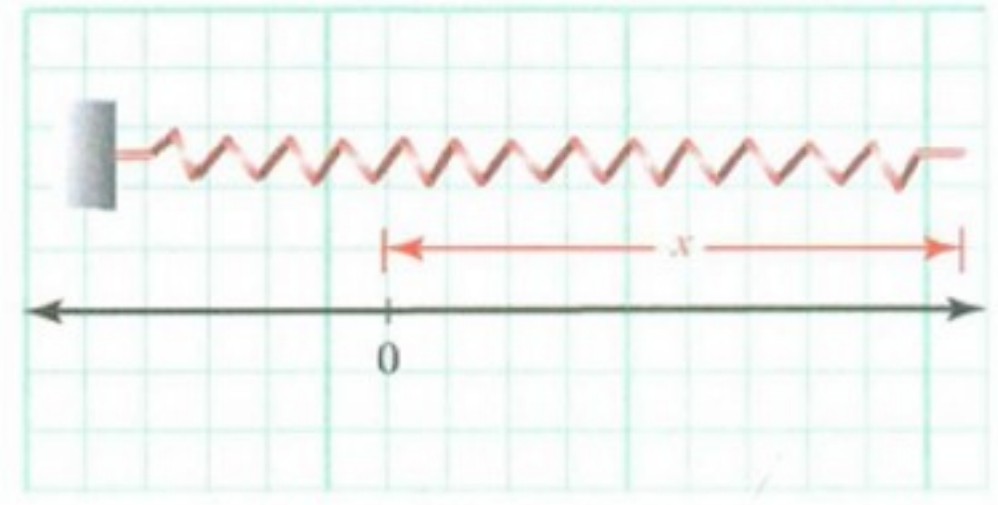
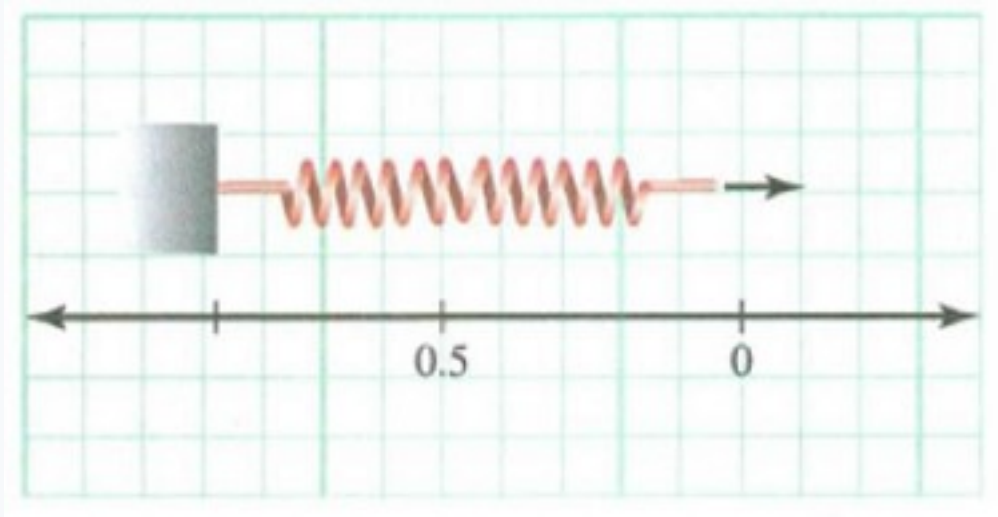
## ❖ Công của lực lò xo

$$F(x) = \underbrace{k}_{\text{hệ số đàn hồi (độ cứng) của lò xo}} \cdot x$$

hệ số đàn hồi (độ cứng) của lò xo

Công của lực lò xo có hệ số đàn hồi  $k$  và giãn một đoạn  $x$  từ vị trí ứng với độ dài tự nhiên của lò xo được tính bằng

$$W = \int_a^b kx dx$$

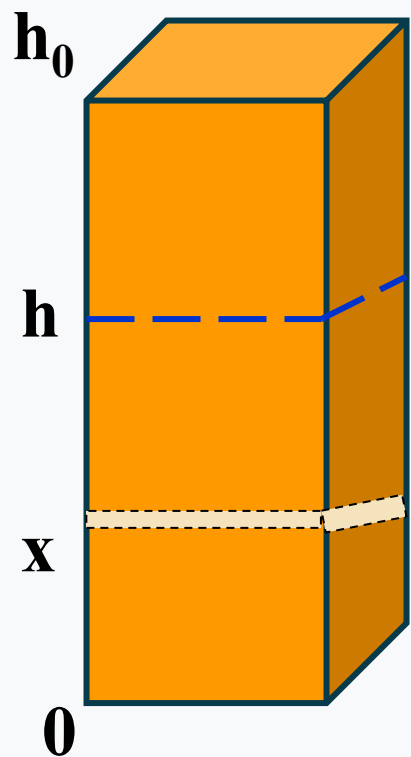


## Ví dụ 5.2.

Chiều dài tự nhiên của một lò xo là 10 cm. Nếu cần một công là 2 (ergs) để kéo lò xo dài 18 cm thì cần một công bao nhiêu để kéo lò xo thành 20 cm.

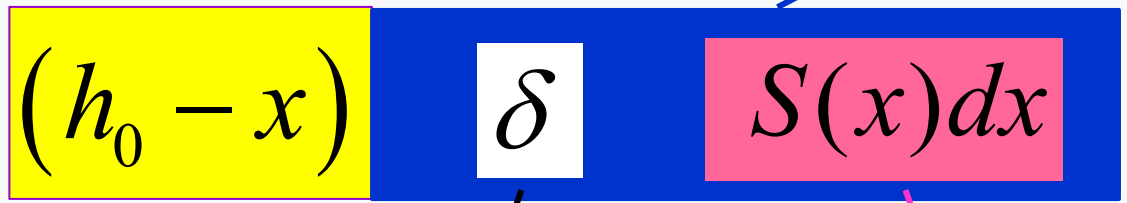


## **2. CÔNG CỦA LỰC BƠM NƯỚC RA KHỎI BÌNH CHỨA**



Mức nước

$$W = \int_0^h$$



Lực đẩy

Khoảng cách  
di chuyển của  
khối chất lỏng

Mật độ chất  
lỏng (trọng  
lượng riêng)

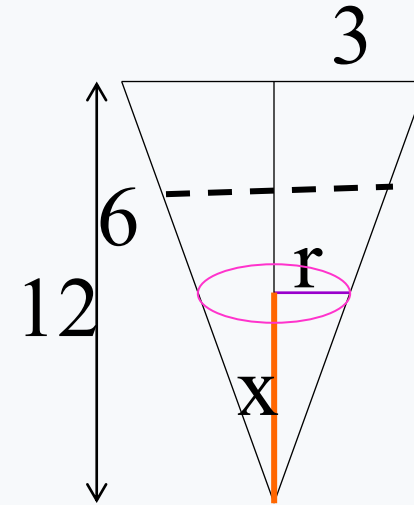
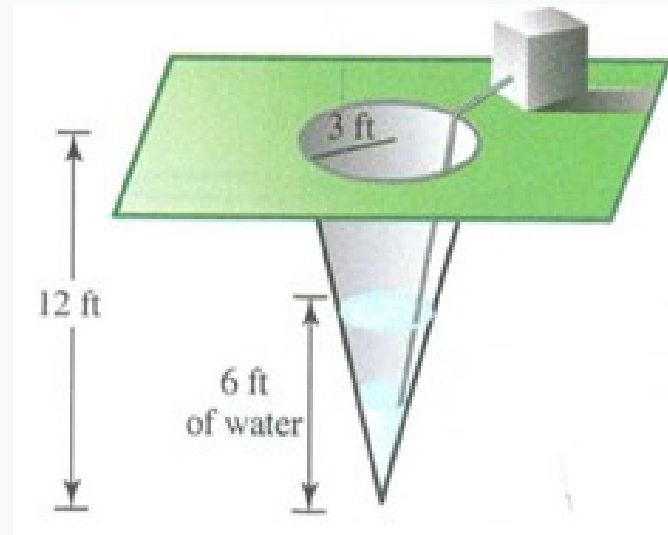
Thể tích khối  
chất lỏng.

### Ví dụ 5.3.

Một thùng chứa nước hình nón ngược được chôn dưới mặt đất như hình vẽ.

a) Tính công của lực bơm tất cả nước lên khỏi mặt đất.

b) Tính công của lực bơm nước lên cao 3ft so với mặt đất.



## Ví dụ 5.3 (tiếp)

### **3. KHỐI LƯỢNG VÀ TRỌNG TÂM CỦA VẬT**

# Vật phân bố đều có khối lượng riêng $\rho$

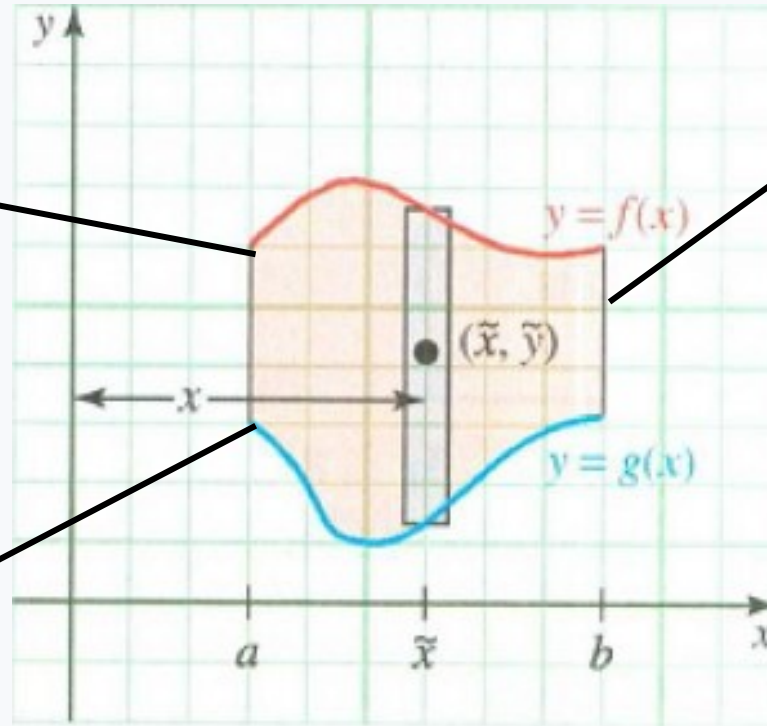
**Khối lượng**

$$m = \rho \int_a^b [f(x) - g(x)] dx$$

**Trọng tâm**

$$\bar{x} = \frac{M_y}{m}$$

$$\bar{y} = \frac{M_x}{m}$$



**Moments**

$$M_x = \frac{1}{2} \rho \int_a^b [f^2(x) - g^2(x)] dx$$

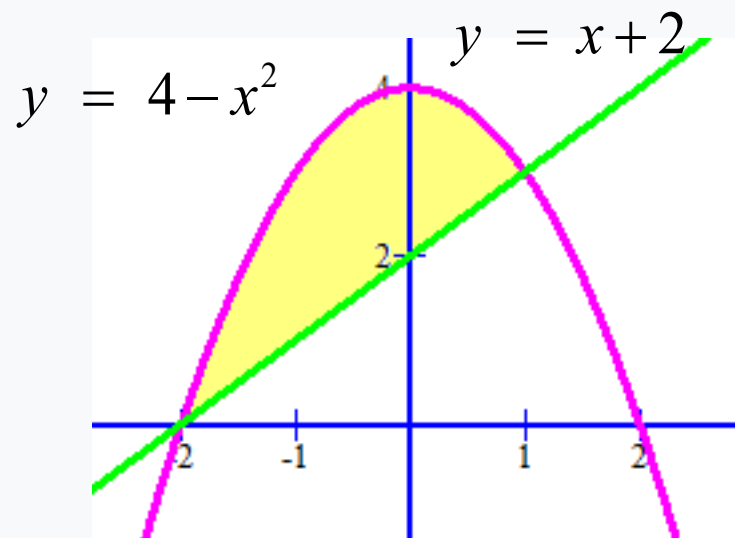
$$M_y = \rho \int_a^b x [f(x) - g(x)] dx$$

### Ví dụ 5.4.

Một đĩa đồng chất có khối lượng riêng  $\rho = 1$ , được giới hạn bởi các đường

$$y = x + 2, y = 4 - x^2$$

Tìm khối lượng và trọng tâm của đĩa.



# KẾT BÀI

---

Sinh viên cần lưu ý:

- Sử dụng tích phân để tính công của lực: lực tác động làm vật di chuyển, lực lò xo, lực đẩy khối chất lỏng ra khỏi bình chứa
- Sử dụng tích phân để tính khối lượng và xác định trọng tâm của vật phân bố đều



**THANKS FOR WATCHING!**