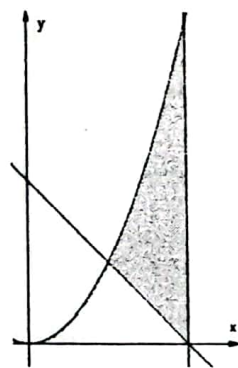


Câu 1 (2.0 điểm). Cho D là phần hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^2$, $x + y = 2$ và $x = 2$, là phần được tô màu như hình vẽ bên.



1. Hãy sử dụng công thức tính diện tích miền D theo các dải nằm ngang để tính diện tích miền này.
2. Gọi V là thể tích vật thể tạo thành khi quay miền D quanh trục Oy . Hãy thiết lập công thức tính V theo hai cách, sử dụng phương pháp lát cắt (đĩa hoặc vòng đệm) và phương pháp ống trụ, sau đó tính thể tích vật thể này.

Câu 2 (1.0 điểm). Trong hệ tọa độ cực cho các đường cong $r = 2$ và $r = 2 + 2 \cos \theta$.

1. Tìm tọa độ cực và tọa độ Descartes (tọa độ vuông góc) của các giao điểm của những đường này.
2. Tính diện tích phần hình phẳng nằm ngoài đường $r = 2$ và nằm trong đường $r = 2 + 2 \cos \theta$.

Câu 3 (3.0 điểm).

1. Tính $I = \int_{-\infty}^0 (2x + 1)e^x dx$.

2. Khảo sát sự hội tụ của tích phân suy rộng $J = \int_1^{\infty} \frac{3 - 2 \cos x}{\sqrt[3]{x^3 - x + 1}} dx$.

3. Giải phương trình vi phân

$$\frac{dy}{dx} + y - \frac{1}{1 + e^x} = 0$$

với điều kiện $y(0) = 0$.

Câu 4 (3.0 điểm).

1. Mỗi số thập phân vô hạn tuần hoàn đều có thể biểu diễn thành một chuỗi cấp số nhân. Chẳng hạn

$$0,333 \dots = 0,(3) = \frac{3}{10} + \frac{3}{10^2} + \frac{3}{10^3} + \dots = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{3}{10^k} = \sum_{k=1}^{\infty} 3 \left(\frac{1}{10} \right)^k = \frac{1}{3}.$$

Bằng cách tương tự, hãy biểu diễn số $0,5(12)$ thành một số hữu tỷ.

2. Khảo sát sự hội tụ của chuỗi số $\sum_{k=2}^{\infty} \frac{1}{k(\ln^2 k + 4)}$.

3. Tìm tập hội tụ của chuỗi lũy thừa $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-2)^k}{2k^2 + k + 1} (x + 2)^k$.

Câu 5 (1.0 điểm). Trong \mathbb{R}^3 cho các vectơ $\mathbf{u} = \mathbf{i} + m\mathbf{j} - 2\mathbf{k}$, $\mathbf{v} = m\mathbf{i} + 4\mathbf{j} + 3\mathbf{k}$, $\mathbf{w} = 3\mathbf{i} + 6\mathbf{j} + \mathbf{k}$, với m là tham số. Tìm điều kiện của m để vectơ $\mathbf{u} \times \mathbf{v}$ trực giao với vectơ \mathbf{w} .