

Câu I (3 điểm).

1. Tính diện tích miền phẳng D giới hạn bởi 3 đường cong $y = x^3 + 1$, $y = -x + 1$, và $y = -2x + 4$.
2. Cho A là miền bị chặn bởi đường $y = -x^2 + 2x + 4$ và đường $y = 1$. Tính thể tích của khối tròn xoay được tạo bởi khi quay miền A quanh trục $x = 4$.
3. Tính diện tích của phần mặt phẳng ở ngoài đường $r = 5 + 4 \cos \theta$ và ở trong đường $r = 6 + 2 \cos \theta$ trong hệ tọa độ cực.

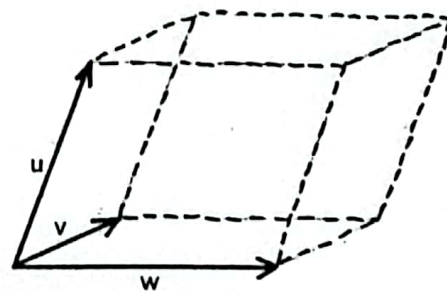
Câu II (2 điểm).

1. Tính tích phân $\int_9^{\infty} \frac{dx}{x\sqrt{2x-9}}$
2. Khảo sát sự hội tụ của tích phân suy rộng $\int_1^{\infty} \frac{3x+5}{8\sqrt{x^3-7x+1}} dx$

Câu III (3 điểm).

1. Tìm tất cả các giá trị của m để chuỗi số $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{7^k \cdot 3}{m^k}$ hội tụ. Tính tổng của chuỗi trong trường hợp $m = 8$.
2. Khảo sát sự hội tụ của chuỗi số $\sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{4k+5}{4k+6} \right)^{k^2}$.
3. Tìm miền hội tụ của chuỗi lũy thừa $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{(2x-3)^k}{5k+1}$.

Câu IV (1 điểm). Trong \mathbb{R}^3 cho các vector $u = 2i + j - 3k$, $v = 4i + mj + 5k$ và $w = i + 3j + 6k$. Tìm m để ba vector trên không đồng phẳng. Trong trường hợp này, hãy tính thể tích của hình hộp được dựng lên từ ba vector đó theo m .



Câu V (1 điểm). Giả sử một tên lửa nhỏ, một tầng có tổng khối lượng $m(t)$ được phóng thẳng đứng, và tốc độ tiêu thụ nhiên liệu của tên lửa không đổi. Nếu chọn chiều dương hướng lên, và xem như lực cản của không khí tuyến tính, thì phương trình vi phân mô tả vận tốc $v(t)$ của tên lửa ở thời điểm t giây là

$$\frac{dv}{dt} + \frac{k - \lambda}{m_0 - \lambda t} v = -g + \frac{R}{m_0 - \lambda t}.$$

với k là hệ số cản; λ là tốc độ tiêu thụ nhiên liệu của tên lửa; R là lực đẩy của tên lửa; m_0 là tổng khối lượng tên lửa lúc $t = 0$; g là gia tốc trọng trường.