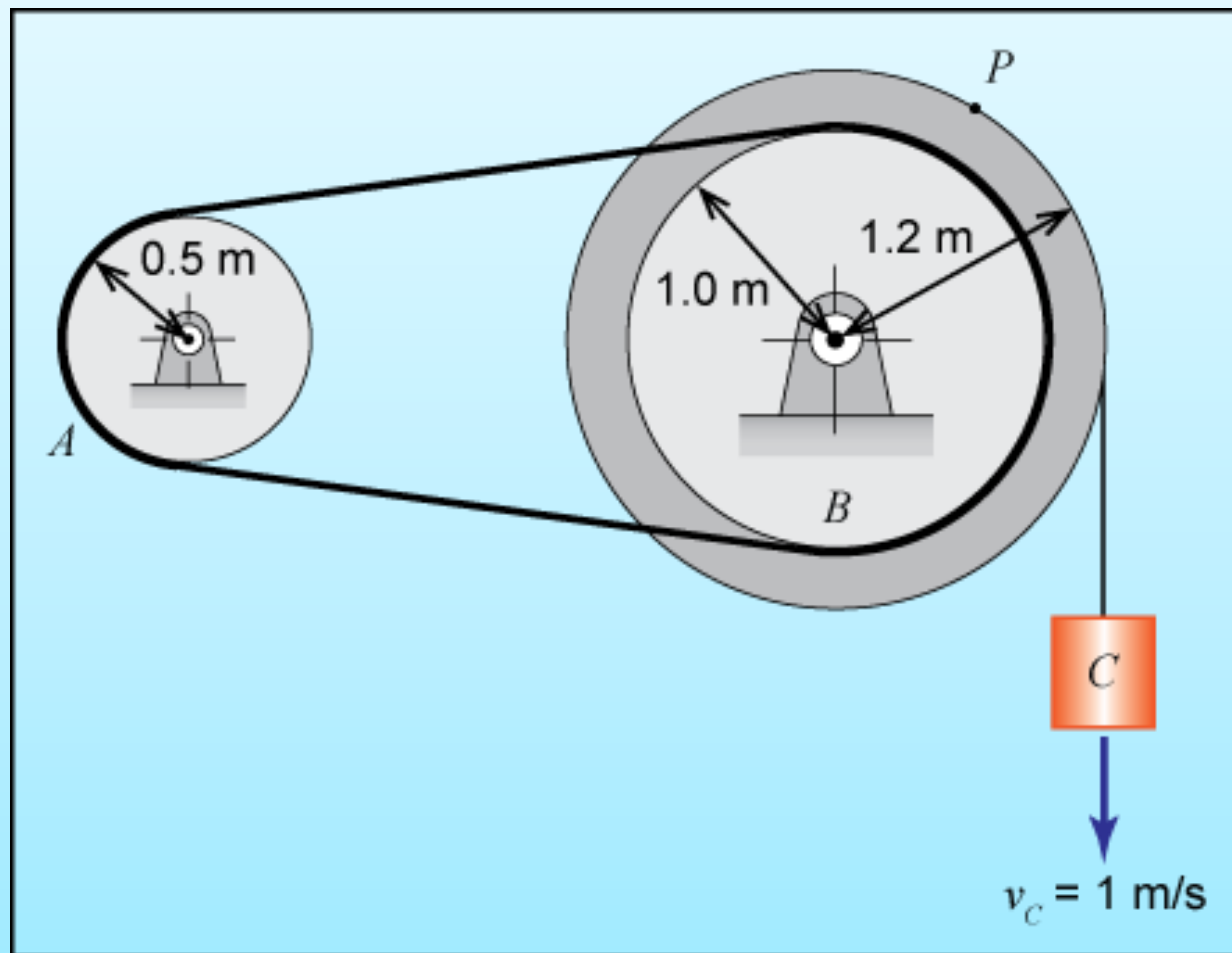
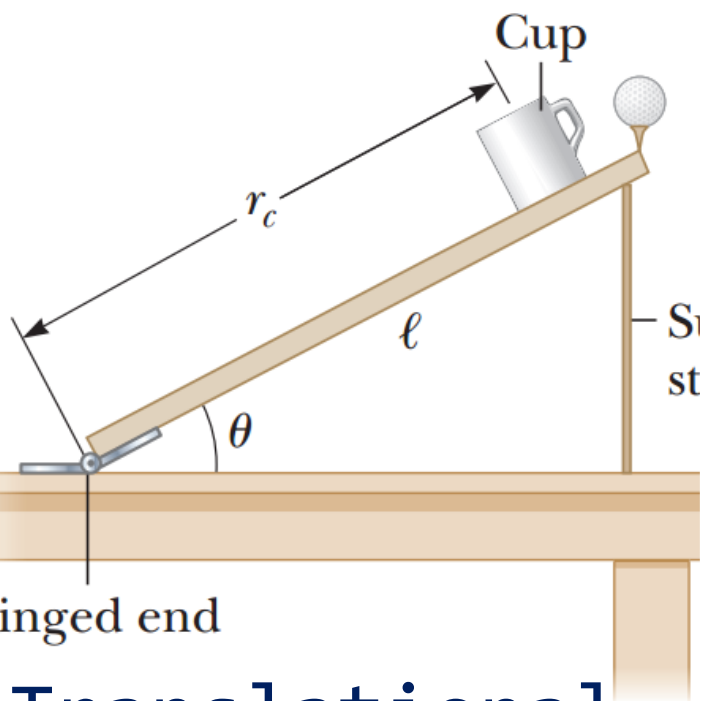


Rotation of a Rigid Object About a Fixed Axis

VẬT RẮN QUAY QUANH TRỤC CỐ ĐỊNH

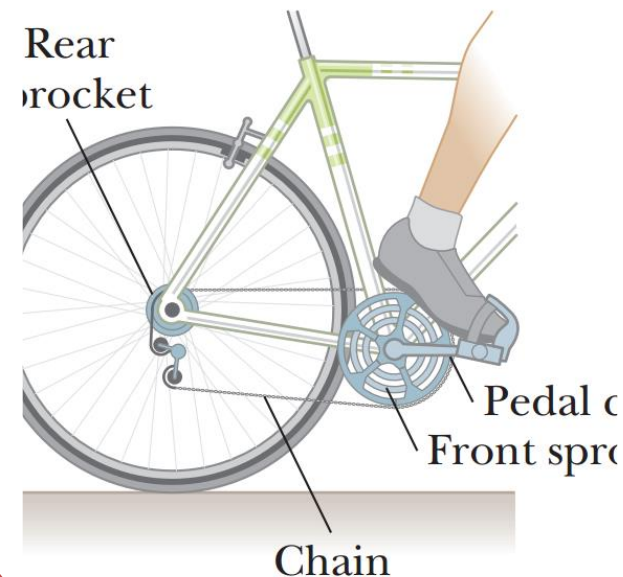




Translational
Motion



Rotational Motion



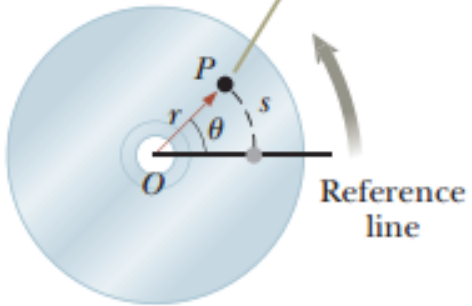
Rolling Motion

Motion of Rigid Object

1. Kinetics
2. Dynamics
3. Energy
4. Momentum

Angular Position, Velocity and Acceleration

As the disc rotates, a particle at P moves through an arc length s on a circular path of radius r .



θ - rad

ω - rad/s

α - (rad/s²)

$$\omega = \frac{d\theta}{dt}$$

$$\omega_{avg} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$$

$$\alpha = \frac{d\omega}{dt}$$

$$\alpha_{avg} = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$$

$$\omega_f = \omega_i + \alpha t$$

$$\theta_f = \theta_i + \omega_i t + \frac{1}{2} \alpha t^2$$

$$\theta_f = \theta_i + \frac{1}{2} (\omega_i + \omega_f) t$$

$$\omega_f^2 - \omega_i^2 = 2\alpha(\theta_f - \theta_i)$$



$$v = r\omega$$

$$a_t = r\alpha$$

$$a_c = \frac{v^2}{r} = \omega^2 r$$

$$\Rightarrow a = \sqrt{a_t^2 + a_c^2} = r\sqrt{\alpha^2 + \omega^4}$$



Dynamics Equation of a Rigid Object rotates about a fixed axis:

Torque

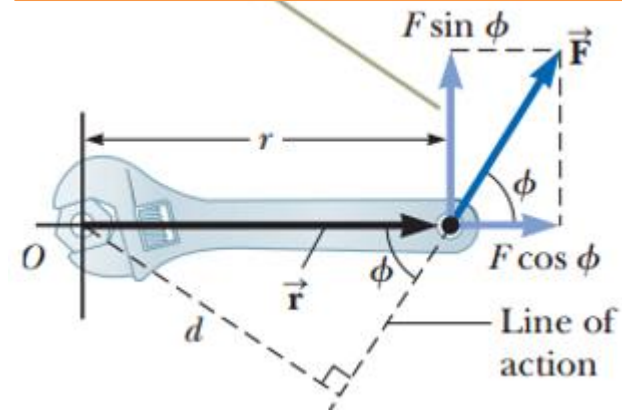
$$\sum \vec{\tau} = I \vec{\alpha}$$

Moments of Inertia

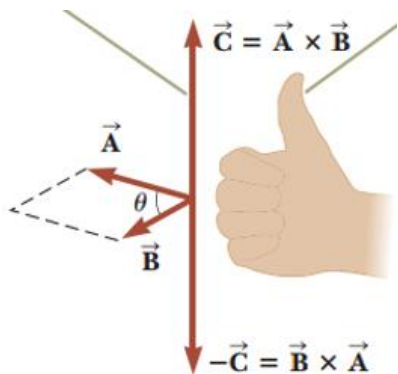
$$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$$

$$\begin{aligned}\Rightarrow \tau &= r \cdot F \cdot \sin \phi \\ \Rightarrow \tau &= r \cdot F_t \\ \Rightarrow \tau &= F \cdot d\end{aligned}$$

- Particle: $I = mr^2$
- Rigid object: $I = \int r^2 dm$

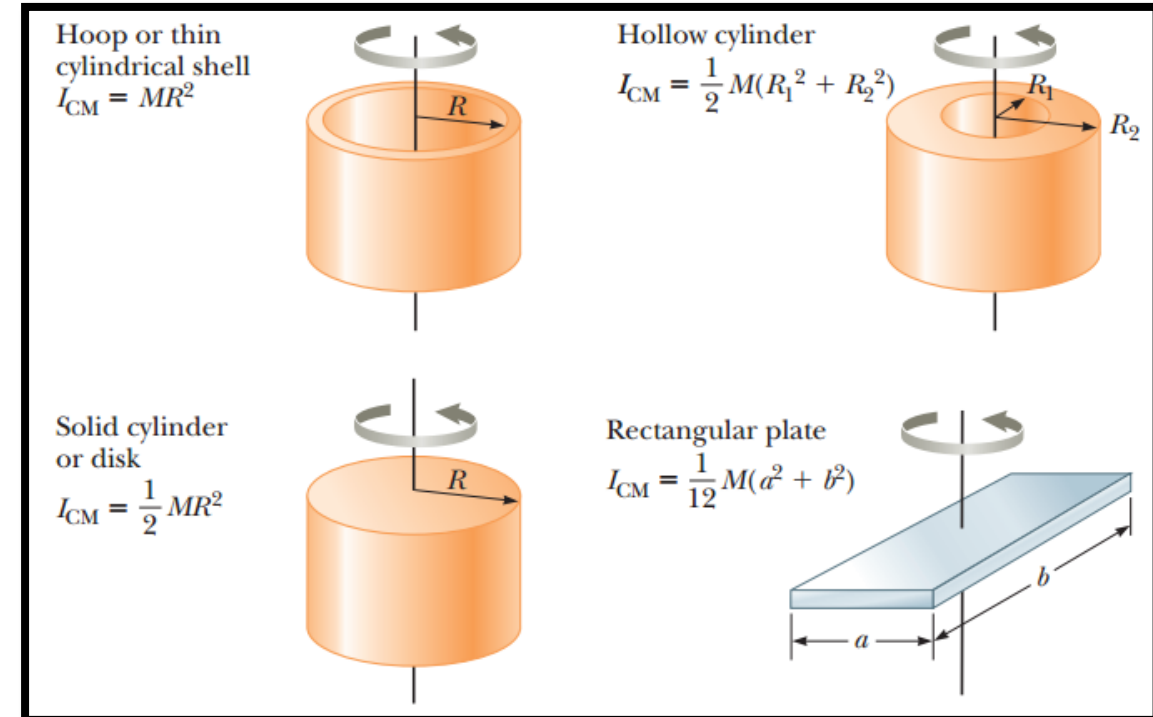
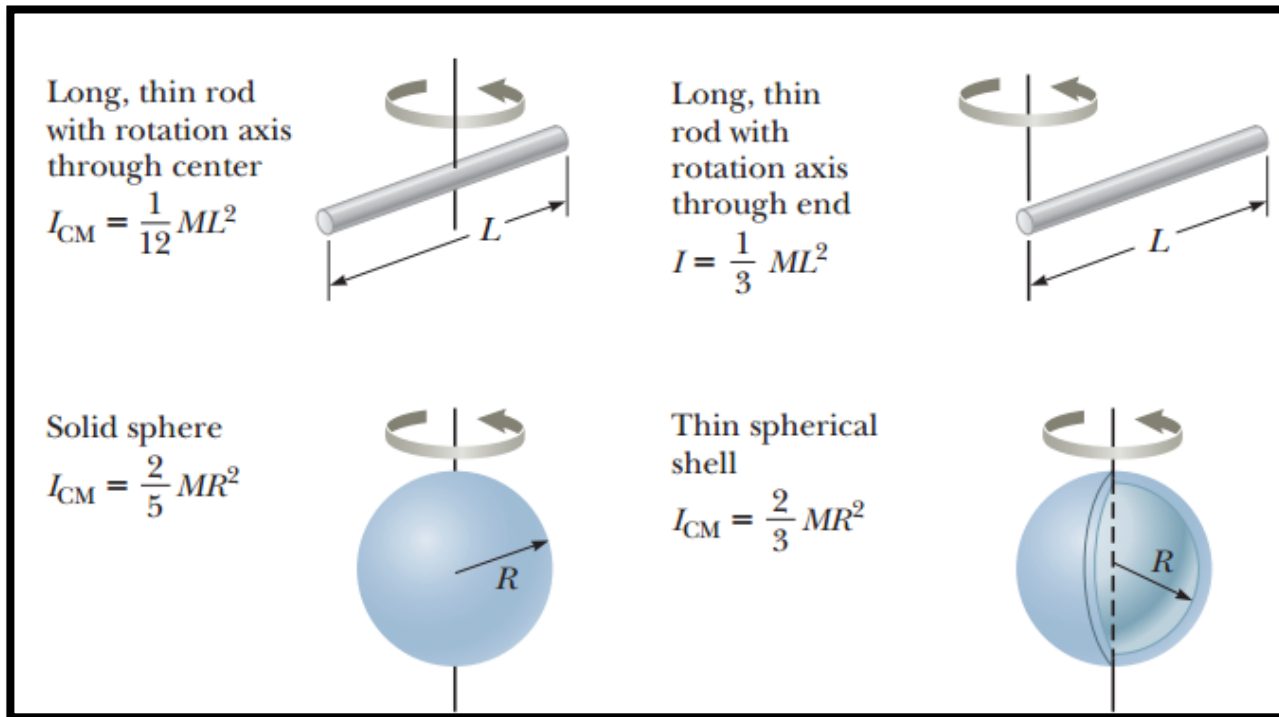


d – the moment arm of \vec{F}



$$\tau = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} F = 0 \\ r = 0 \\ \phi = 0 \Leftrightarrow \vec{r} \uparrow \uparrow \vec{F} \end{cases}$$

Moments of Inertia of Homogeneous Rigid Objects with Different Geometries



- *Parallel-axis theorem:*

$$I = I_{CM} + M.D^2$$

Table 10.3**Useful Equations in Rotational and Translational Motion****Rotational Motion About a Fixed Axis**

Angular speed $\omega = d\theta/dt$

Angular acceleration $\alpha = d\omega/dt$

Net torque $\Sigma\tau_{\text{ext}} = I\alpha$

If $\alpha = \text{constant}$
$$\begin{cases} \omega_f = \omega_i + \alpha t \\ \theta_f = \theta_i + \omega_i t + \frac{1}{2}\alpha t^2 \\ \omega_f^2 = \omega_i^2 + 2\alpha(\theta_f - \theta_i) \end{cases}$$

Work $W = \int_{\theta_i}^{\theta_f} \tau d\theta$

Rotational kinetic energy $K_R = \frac{1}{2}I\omega^2$

Power $P = \tau\omega$

Angular momentum $L = I\omega$

Net torque $\Sigma\tau = dL/dt$

Translational Motion

Translational speed $v = dx/dt$

Translational acceleration $a = dv/dt$

Net force $\Sigma F = ma$

If $a = \text{constant}$
$$\begin{cases} v_f = v_i + at \\ x_f = x_i + v_i t + \frac{1}{2}at^2 \\ v_f^2 = v_i^2 + 2a(x_f - x_i) \end{cases}$$

Work $W = \int_{x_i}^{x_f} F_x dx$

Kinetic energy $K = \frac{1}{2}mv^2$

Power $P = Fv$

Linear momentum $p = mv$

Net force $\Sigma F = dp/dt$

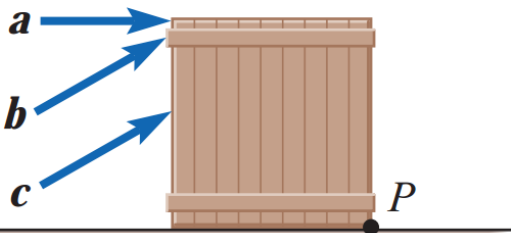
Ethan và Joseph đang chơi trò ngồi trên vòng quay. Ethan cưỡi con ngựa ở mép ngoài của bề sân tròn, Joseph cưỡi con ngựa ở phía trong gần trục quay hơn. Khoảng cách từ trục quay đến Ethan gấp đôi khoảng cách từ trục quay đến Joseph

(Câu 1) Khi vòng quay quay với tốc độ góc không đổi, hỏi tốc độ góc của Ethan so với tốc độ góc của Joseph là: (a) gấp hai lần (b) bằng nhau (c) bằng một nửa (d) không thể xác định được

(Câu 2) Khi vòng quay quay với tốc độ góc không đổi, vận tốc dài của Ethan so với tốc độ tiếp tuyến của Joseph là: (a) gấp hai lần (b) bằng nhau (c) bằng một nửa (d) không thể xác định được.

Câu 3: Giả sử một vật nằm trên một cái đĩa đang quay, cách tâm đĩa một khoảng r , và nó đứng yên trên đĩa nhờ ma sát nghỉ. Những mệnh đề nào sau đây không đúng?

- (a) Nếu tốc độ góc là hằng số thì vật phải có tốc độ dài không đổi;
- (b) Nếu tốc độ góc không đổi thì vật không có gia tốc;
- (c) Vật có GT tiếp tuyến chỉ khi đĩa có GT pháp tuyến;
- (d) Nếu đĩa có GT góc thì vật có cả GT tiếp tuyến và pháp tuyến;
- (e) Vật luôn có GT hướng tâm ngoại trừ khi tốc độ góc của đĩa bằng 0.



Câu 4: Tác dụng cùng một lực F vào 3 điểm a, b, c như hình vẽ. Hãy so sánh momen lực F tác dụng lên điểm P . Lựa chọn nào hợp lý?
(a) $a > b = c$; (b) $c > a = b$; (c) $b > a = c$;
(d) $a = b = c$



Câu 5: Cho một thanh thẳng khối lượng M , chiều dài L . Hãy sắp xếp momen quán tính đối với các trục quay vuông góc với thanh và đi qua các điểm 1, 2, 3 như hình vẽ. (a) $1 = 2 = 3$; (b) $1 > 2 > 3$; (c) $3 > 2 > 1$; (d) $1 > 2 = 3$; (e) $2 > 1 = 3$;
 $3 > 1 = 2$

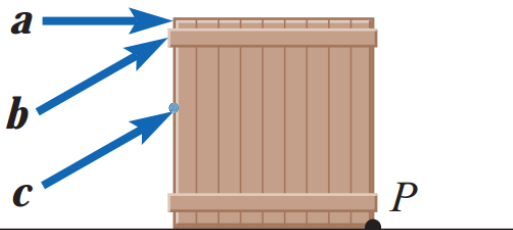
Ethan và Joseph đang chơi trò ngồi trên vòng quay. Ethan cưỡi con ngựa ở mép ngoài của bề sân tròn, Joseph cưỡi con ngựa ở phía trong gần trục quay hơn. Khoảng cách từ trục quay đến Ethan gấp đôi khoảng cách từ trục quay đến Joseph

(Câu 1) Khi vòng quay quay với tốc độ góc không đổi, hỏi tốc độ góc của Ethan so với tốc độ góc của Joseph là: (a) gấp hai lần (b) bằng nhau (c) bằng một nửa (d) không thể xác định được

(Câu 2) Khi vòng quay quay với tốc độ góc không đổi, vận tốc dài của Ethan so với tốc độ tiếp tuyến của Joseph là: (a) gấp hai lần (b) bằng nhau (c) bằng một nửa (d) không thể xác định được.

Câu 3: Giả sử một vật nằm trên một cái đĩa đang quay, cách tâm đĩa một khoảng r , và nó đứng yên trên đĩa nhờ ma sát nghỉ. Những mệnh đề nào sau đây không đúng?

- (a) Nếu tốc độ góc là hằng số thì vật phải có tốc độ dài không đổi;
- (b) Nếu tốc độ góc không đổi thì vật không có gia tốc;
- (c) Vật có GT tiếp tuyến chỉ khi đĩa có GT pháp tuyến;
- (d) Nếu đĩa có GT góc thì vật có cả GT tiếp tuyến và pháp tuyến;
- (e) Vật luôn có GT hướng tâm ngoại trừ khi tốc độ góc của đĩa bằng 0.



Câu 4: Tác dụng cùng một lực F vào 3 điểm a, b, c như hình vẽ. Hãy so sánh momen lực F tác dụng lên điểm P . Lựa chọn nào hợp lý?
(a) $a > b = c$; (b) $c > a = b$; (c) $b > a = c$;
(d) $a = b = c$



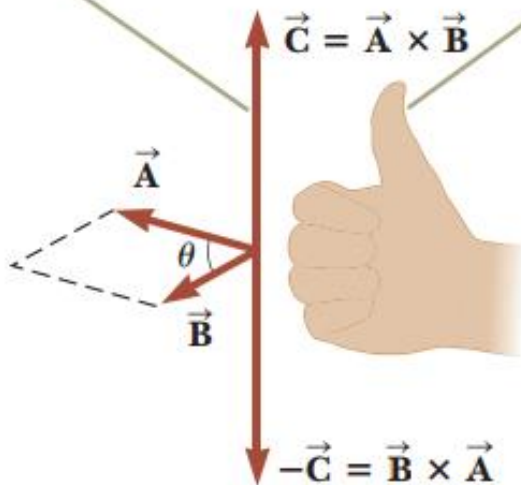
Câu 5: Cho một thanh thẳng khối lượng M , chiều dài L . Hãy sắp xếp momen quán tính đối với các trục quay vuông góc với thanh và đi qua các điểm 1, 2, 3 như hình vẽ. (a) $1 = 2 = 3$;
(b) $1 > 2 > 3$; (c) $3 > 2 > 1$; (d) $1 > 2 = 3$; (e) $2 > 1 = 3$;
 $3 > 1 = 2$

The Vector Product

$$\vec{C} = \vec{A} \times \vec{B} \rightarrow C = AB \sin \theta$$



The direction of \vec{C} is perpendicular to the plane formed by \vec{A} and \vec{B} ; choose which perpendicular direction using the right-hand rule shown by the hand.



$$1. \vec{A} \times \vec{B} = -\vec{B} \times \vec{A} \quad (11.4)$$

$$2. \vec{A} \times \vec{A} = 0$$

$$3. \text{ Nếu } \vec{A} \text{ vuông góc } \vec{B} \text{ thì } |\vec{A} \times \vec{B}| = AB.$$

$$4. \vec{A} \times (\vec{B} + \vec{C}) = \vec{A} \times \vec{B} + \vec{A} \times \vec{C} \quad (11.5)$$

$$5. \frac{d}{dt}(\vec{A} \times \vec{B}) = \frac{d\vec{A}}{dt} \times \vec{B} + \vec{A} \times \frac{d\vec{B}}{dt} \quad (11.6)$$

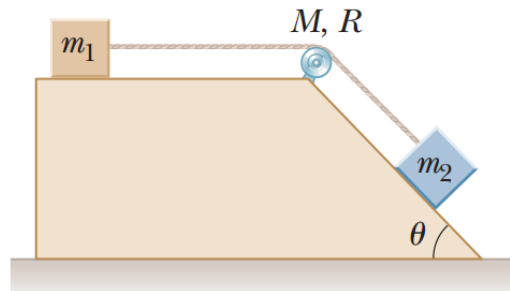
Tích chéo của hai vector \vec{A} và \vec{B} bất kì có thể được biểu diễn theo dạng định thức sau:

$$\vec{A} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} A_y & A_z \\ B_y & B_z \end{vmatrix} \hat{i} + \begin{vmatrix} A_x & A_z \\ B_x & B_z \end{vmatrix} \hat{j} + \begin{vmatrix} A_x & A_y \\ B_x & B_y \end{vmatrix} \hat{k}$$

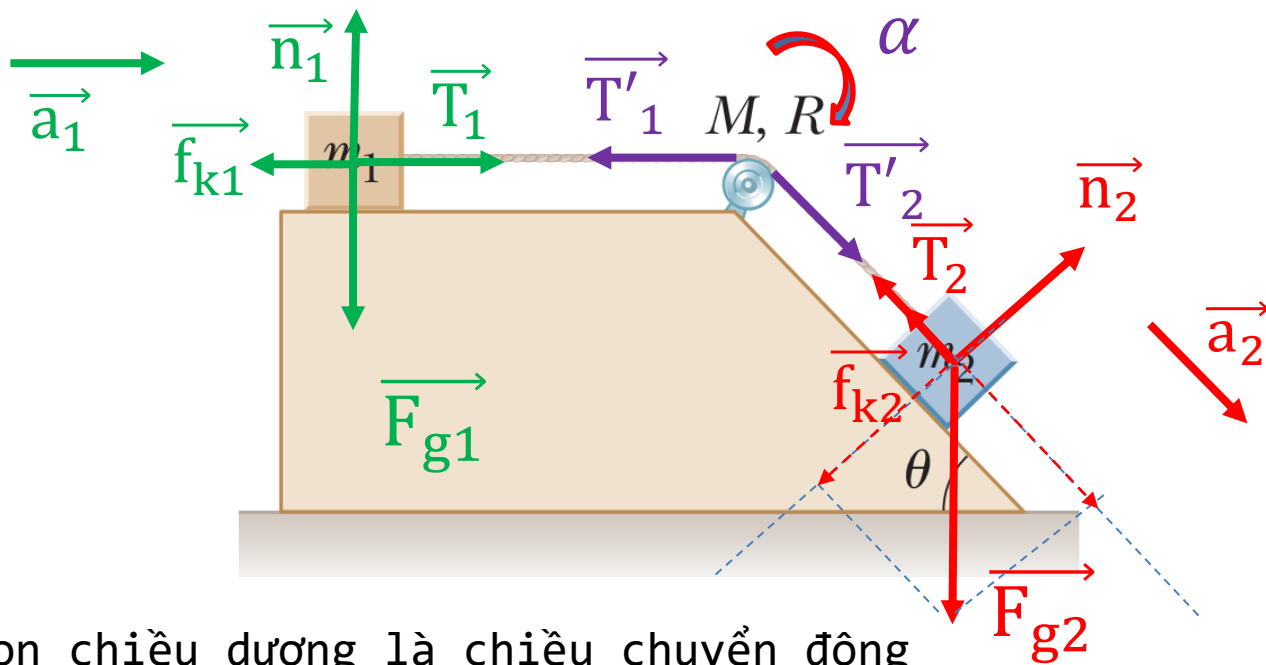
Khai triển các định thức này được kết quả sau:

$$\vec{A} \times \vec{B} = (A_y B_z - A_z B_y) \hat{i} + (A_z B_x - A_x B_z) \hat{j} + (A_x B_y - A_y B_x) \hat{k} \quad (11.8)$$

Review. A block of mass $m_1 = 2.00$ kg and a block of mass $m_2 = 6.00$ kg are connected by a massless string over a pulley in the shape of a solid disk having radius $R = 0.250$ m and mass $M = 10.0$ kg. The fixed, wedge-shaped ramp makes an angle of $\theta = 30.0^\circ$ as shown in Figure P10.32. The coefficient of kinetic friction is 0.360 for both blocks. (a) Draw force diagrams of both blocks and of the pulley. Determine (b) the acceleration of the two blocks and (c) the tensions in the string on both sides of the pulley.



Cho cơ hệ như hình vẽ $m_1 = 2$ kg, $m_2 = 6$ kg, các dây nối mảnh, nhẹ bắt qua ròng rọc dạng đĩa đặc $M = 10$ kg, $R = 0,25$ m. Góc $\theta = 30^\circ$, hệ số ma sát giữa các vật và mặt phẳng là 0,36. Thả cho hệ chuyển động từ trạng thái nghỉ. Tính (a) gia tốc của các vật, (b) gia tốc góc của ròng rọc, (c) các lực căng dây. Sau 3s, tính (d) vận tốc của các vật (e) tốc độ góc của ròng rọc, (f) tổng động năng của hệ, (g) tổng công trọng lực thực hiện lên hệ.



Chọn chiều dương là chiều chuyển động

PTĐLH của các vật như sau:

$$\begin{aligned}
 m_1: \sum \vec{F}_1 &= m_1 \vec{a}_1 \rightarrow \begin{cases} \sum F_{1x} = T_1 - f_{k1} = m_1 a_1 & (1) \\ \sum F_{1y} = n_1 - F_{g1} = 0 \end{cases} \\
 m_2: \sum \vec{F}_2 &= m_2 \vec{a}_2 \rightarrow \begin{cases} \sum F_{2x} = F_{g2} \sin \theta - T_2 - f_{k2} = m_2 a_2 & (2) \\ \sum F_{2y} = n_2 - F_{g2} \cos \theta = 0 \end{cases} \\
 RR: \sum \vec{\tau} &= I \vec{\alpha} \rightarrow R \cdot T'_2 - R \cdot T'_1 = I \cdot \alpha & (3)
 \end{aligned}$$

Do dây không giãn nên $T_1 = T'_1, T_2 = T'_2$

$$a_1 = a_2 = a_{RR} = R\alpha \rightarrow \alpha = \frac{a}{R}$$

Ròng rọc là **đĩa đặc** nên có $I = \frac{1}{2} m R^2$

Thế vào các phương trình (1), (2), (3) và cộng vế theo vế chúng ta được biểu thức tính gia tốc tịnh tiến của các vật:

$$(1) \rightarrow T_1 - f_{k1} = m_1 a$$

$$(2) \rightarrow F_{g2} \sin \theta - T_2 - f_{k2} = m_2 a$$

$$(3) \rightarrow T_2 - T_1 = \frac{1}{2} m R^2 \cdot \frac{a}{R} \cdot \frac{1}{R} = \frac{M}{2} a$$



$$a = \frac{F_{g2} \sin \theta - f_{k1} - f_{k2}}{m_1 + m_2 + \frac{M}{2}}$$

- 56.** This problem describes one experimental method for determining the moment of inertia of an irregularly shaped object such as the payload for a satellite. Figure P10.56 shows a counterweight of mass m suspended by a cord wound around a spool of radius r , forming part of a turntable supporting the object. The turntable can rotate without friction. When the counterweight is released from rest, it descends through a distance h , acquiring a speed v . Show that the moment of inertia I of the rotating apparatus (including the turntable) is $mr^2(2gh/v^2 - 1)$.

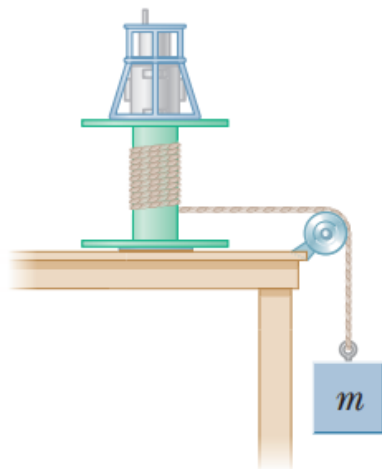
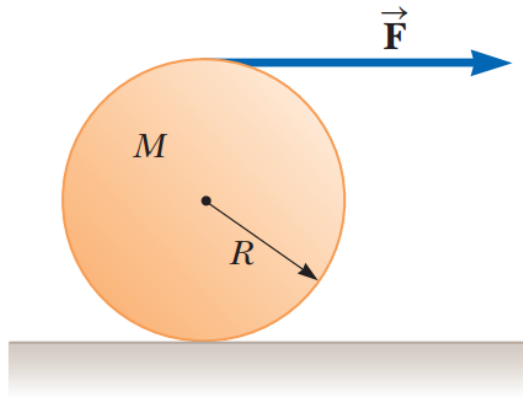


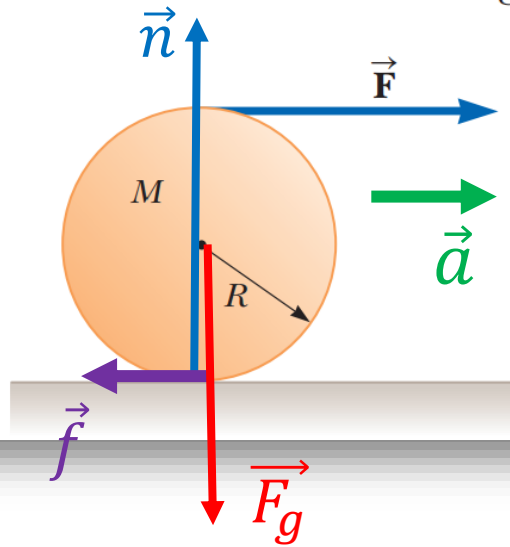
Figure P10.56

Review. A spool of wire of mass M and radius R is unwound under a constant force \vec{F} (Fig. P10.82). Assuming the spool is a uniform, solid cylinder that doesn't slip, show that (a) the acceleration of the center of mass is $4\vec{F}/3M$ and (b) the force of friction is to the *right* and equal in magnitude to $F/3$. (c) If the cylinder starts from rest and rolls without slipping, what is the speed of its center of mass after it has rolled through a distance d ?



Khối trụ (M , R) lăn không trượt trên mặt phẳng ngang nhờ lực F như hình vẽ. (a) Chứng tỏ gia tốc của khối trụ là $\frac{4\vec{F}}{3M}$ và lực ma sát hướng về bên phải có độ lớn $\frac{F}{3}$. Nếu khối trụ bắt đầu lăn từ trạng thái nghỉ, hãy xác định tốc độ khối trụ sau khi lăn được quãng đường d .

Review. A spool of wire of mass M and radius R is unwound under a constant force \vec{F} (Fig. P10.82). Assuming the spool is a uniform, solid cylinder that doesn't slip, show that (a) the acceleration of the center of mass is $4\vec{F}/3M$ and (b) the force of friction is to the *right* and equal in magnitude to $F/3$. (c) If the cylinder starts from rest and rolls without slipping, what is the speed of its center of mass after it has rolled through a distance d ?

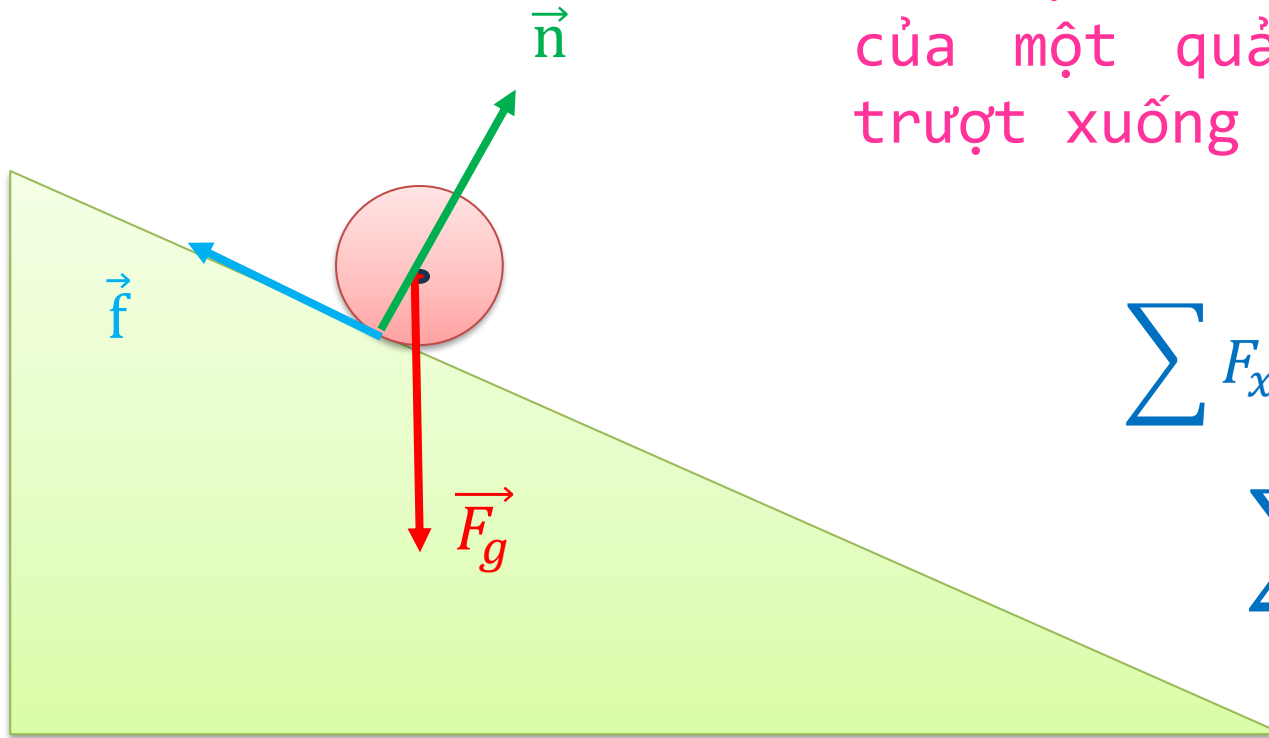


10.82 Khối trụ (M , R) lăn không trượt trên mặt phẳng ngang nhờ lực F như hình vẽ. (a) Chứng tỏ gia tốc của khối trụ là $\frac{4\vec{F}}{3M}$ và lực ma sát hướng về bên phải có độ lớn $\frac{F}{3}$. (b) Nếu khối trụ bắt đầu lăn từ trạng thái nghỉ, hãy xác định tốc độ khối trụ sau khi lăn được quãng đường d .

$$M: \begin{cases} \sum \vec{F} = M\vec{a} \rightarrow \sum F_x = F - f = Ma \\ \sum \vec{\tau} = I\vec{\alpha} \rightarrow \sum \tau = +F.R + f.R = I\alpha \end{cases}$$

$$I = \frac{M.R^2}{2}; a = a_t = R\alpha \rightarrow \begin{cases} F - f = Ma \\ F + f = \frac{M.R^2}{2} \cdot \frac{1}{R} \cdot \frac{a}{R} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} a = \frac{2F}{M + \frac{M}{2}} = \frac{4F}{3M} \\ f = -\frac{F}{3} \end{cases}$$

Xác định biểu thức tính gia tốc của một quả cầu đặc lăn không trượt xuống mặt nghiêng.



$$\sum F_x = F_g \sin \theta - f = Ma$$

$$\sum \tau = f \cdot R = I\alpha$$

$$a = \frac{F_g \sin \theta}{m + \frac{2m}{5}}$$

••7 ILW In Fig. 11-31, a solid cylinder of radius 10 cm and mass 12 kg starts from rest and rolls without slipping a distance $L = 6.0$ m down a roof that is inclined at angle $\theta = 30^\circ$. (a) What is the angular speed of the cylinder about its center as it leaves the roof? (b) The roof's edge is at height $H = 5.0$ m. How far horizontally from the roof's edge does the cylinder hit the level ground?

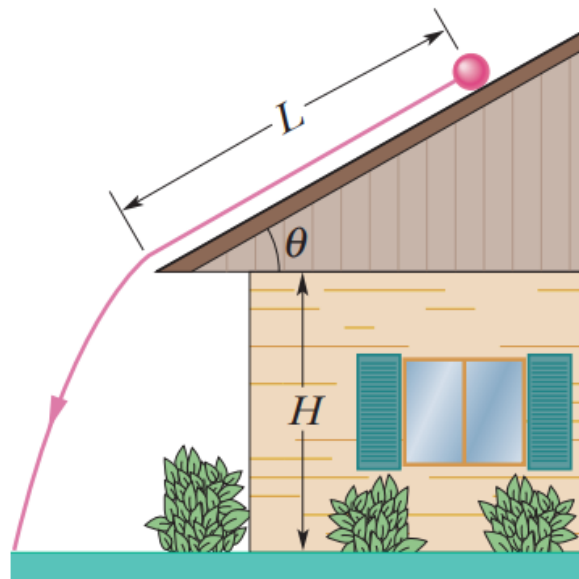
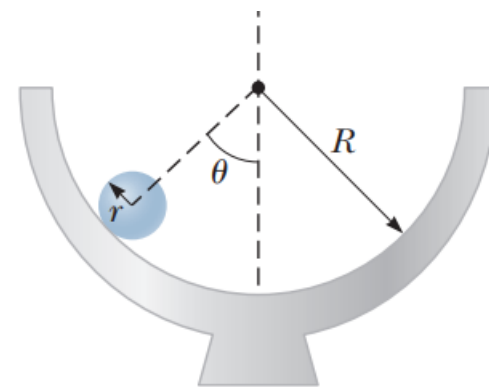
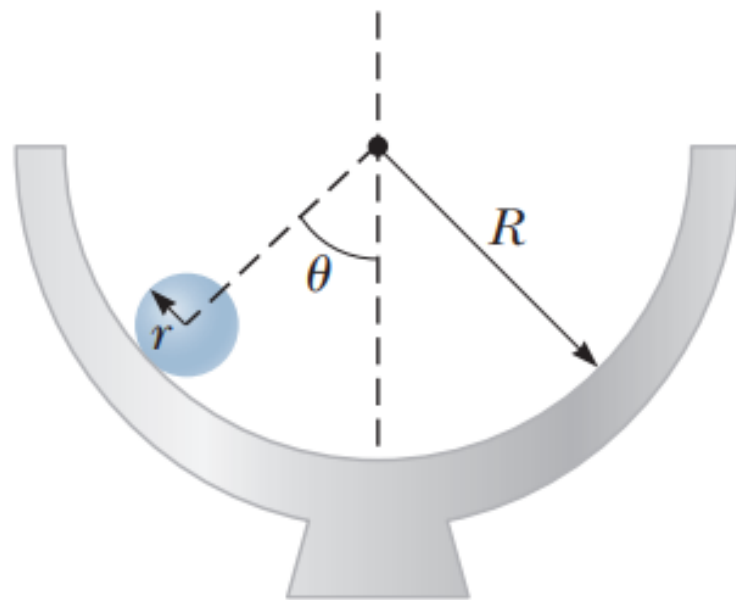



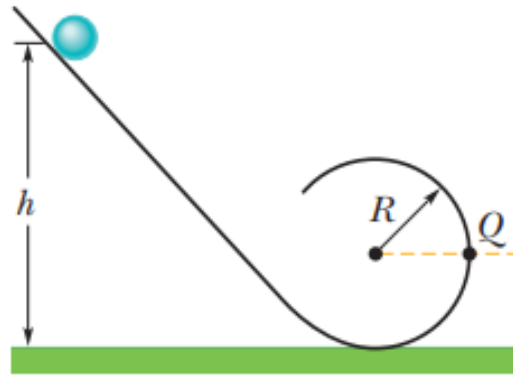
Figure 11-31 Problem 7.

Một khối trụ đặc bán kính 10 cm nặng 12 kg bắt đầu lăn không trượt từ trạng thái nghỉ trên mái nhà. Biết $L = 6$ m, $\theta = 30^\circ$. (a) Xác định tốc độ góc của khối trụ khi nó rời khỏi mái nhà. (b) Góc của mái nhà cách mặt đất đoạn $H = 5$ m (hình vẽ). Hỏi khối trụ rơi xuống đất cách góc mái nhà bao xa theo phương ngang? (c) Xác định vận tốc của khối trụ lúc chạm đất.

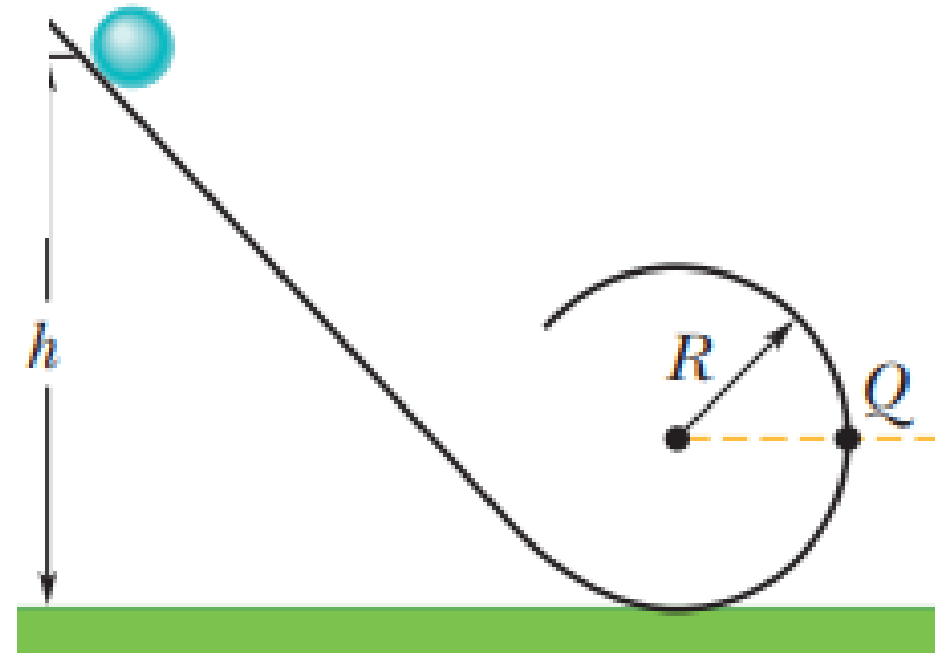
- 81.** A uniform solid sphere of radius r is placed on the inside surface of a hemispherical bowl with radius R . The sphere is released from rest at an angle θ to the vertical and rolls without slipping (Fig. P10.81). Determine the angular speed of the sphere when it reaches the bottom of the bowl.

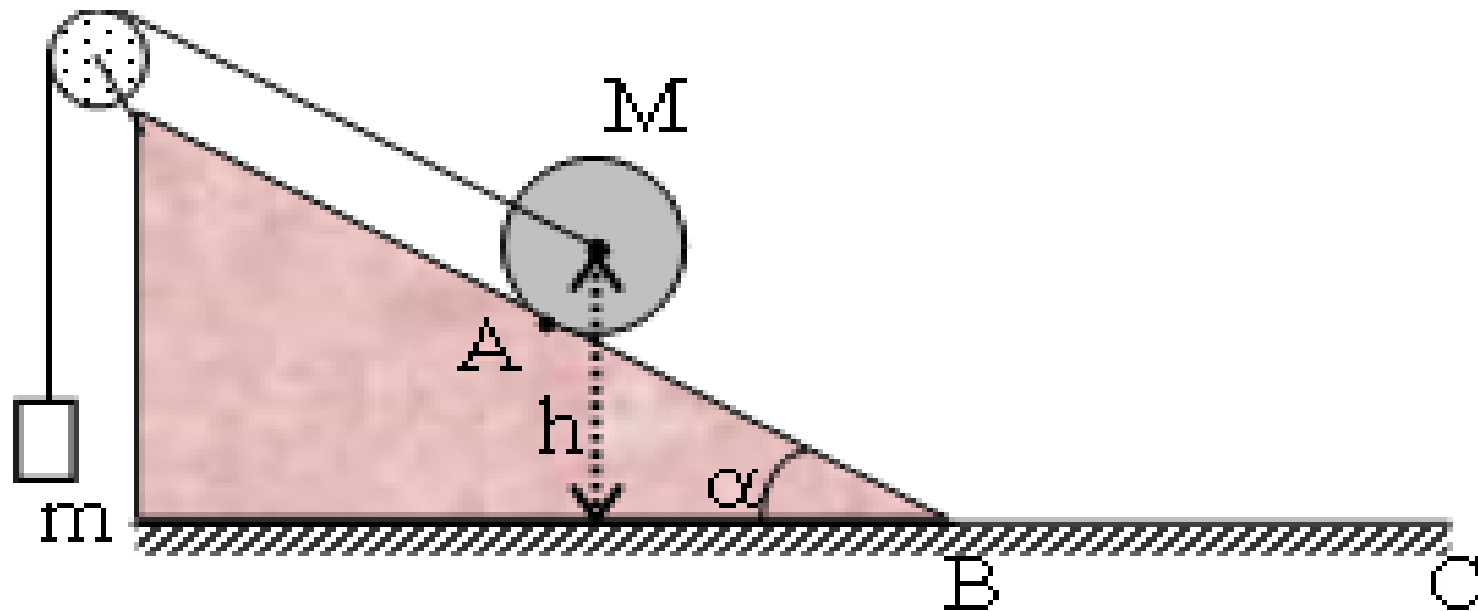


12  In Fig. 11-35, a solid brass ball of mass 0.280 g will roll smoothly along a loop-the-loop track when released from rest along the straight section. The circular loop has radius $R = 14.0\text{ cm}$, and the ball has radius $r \ll R$. (a) What is h if the ball is on the verge of leaving the track when it reaches the top of the loop? If the ball is released at height $h = 6.00R$, what are the (b) magnitude and (c) direction of the horizontal force component acting on the ball at point Q ?



Một viên bi nặng $0,28\text{ g}$, đặc bắt đầu lăn từ trạng thái nghỉ trên một rãnh tròn, trơn bán kính $R = 14\text{ cm}$. Bán kính bi $r \ll R$. (a) Độ cao h là bao nhiêu biết viên bi đang dần rời khỏi rãnh tại đỉnh của vòng tròn. (b) Cho $h = 6R$, xác định phương chiều và độ lớn lực tác dụng vào bi tại điểm Q .





Cho hệ gồm một vật khối lượng $m = 0,5 \text{ kg}$ và một khối trụ đặc khối lượng $M = 2\text{kg}$, bán kính, được nối với nhau bằng một dây nhẹ, không co giãn, vắt qua một ròng rọc dạng khối cầu, khối lượng $m_{RR} = 0,4\text{kg}$, bán kính $r = 2\text{cm}$. Thả cho hệ chuyển động không vận tốc đầu từ điểm A trên mặt phẳng nghiêng, tạo một góc $\alpha = 30^\circ$ so với mặt phẳng ngang, để cho khối trụ lăn không trượt xuống mặt phẳng nghiêng. Tại A, khối tâm khối trụ có độ cao là $h = 0.7\text{m}$ so với mặt phẳng ngang

The end 😊