

NGÀY 13

ÔN TẬP (BUỔI 1)

I. Nội dung thi cuối kỳ

- **Toán rời rạc**

1. Chứng minh suy diễn đúng sai.

- Thực hiện 3 bước: Trừu tượng hóa mệnh đề, suy diễn hình thức, lập bảng chân trị.

2. **Lượng từ 2 biến**

3. Đại số bool

- Dạng nổi rời chính tắc (xem lại bài 9, bài tập ngày 6)
- Công thức đa thức tối thiểu

4. **Tập hợp đếm**

- Đếm hoặc liệt kê số tập con thỏa điều kiện nào đó.

5. Tập hợp quan hệ

- Kiểm tra quan hệ tương đương
 - Xác định lớp tương đương.
- Kiểm tra quan hệ thứ tự
 - Vẽ Hasse diagram
 - Xác định tối thiểu, tối đại.
 - Xác định giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất.
 - Xác định chặn trên, chặn dưới, chặn trên nhỏ nhất (sup), chặn dưới lớn nhất (inf).
 - Xác định dàn (lattice).

- **Lý thuyết đồ thị**

1. Thuật toán Dijkstra (có lập bảng).

2. Thuật toán BFS (lưu ý thứ tự duyệt trong đề, chỉ cần tô đậm cây).

II. Quy định

- Thời gian: 75 phút.

- Được phép dùng 2 tờ A4 viết tay.

III. Bài tập ôn (buổi 1)

- Lượng từ, vị từ

Nếu cho cụ thể giá trị: Thay vào biến để xác định câu mệnh đề là đúng hay sai.

Nếu là dạng câu lượng từ: Với lượng từ mọi, xác định các trường hợp giá trị của biến để tìm chân trị sao cho hợp sẽ tạo thành vũ trụ, hoặc tìm một trường hợp nếu là lượng từ tồn tại.

Ví dụ: Xét các vị từ biến số thực x sau:

$$p(x) = "x^2 - 5x + 6 = 0"$$

$$q(x) = "x^2 - 4x - 5 = 0"$$

$$r(x) = "x > 0"$$

- Xác định chân trị của mệnh đề: $\forall x, p(x) \rightarrow r(x)$

Bài làm:

Xét trường hợp:

- Với $x \in \{2,3\}$, $p(x) \equiv 1$ và $r(x) \equiv 1$

$$\Rightarrow p(x) \rightarrow r(x) \equiv 1 \rightarrow 1 \equiv 1$$

- Với $x \notin \{2,3\}$, $p(x) \equiv 0$

$$\Rightarrow p(x) \rightarrow r(x) \equiv 0 \rightarrow r(x) \equiv 1$$

Vậy $\forall x, p(x) \rightarrow r(x) \equiv 1$

- Xác định chân trị mệnh đề: $\exists x, q(x) \rightarrow r(x)$

Bài làm:

Xét trường hợp $x = 5$, $q(5) \equiv 1$, $r(5) \equiv 1$

$$\Rightarrow q(x) \rightarrow r(x) \equiv 1 \rightarrow 1 \equiv 1$$

Vậy $\exists x, q(x) \rightarrow r(x) \equiv 1$

Bài 1. Xét vị từ theo hai biến nguyên tự nhiên:

$p(x, y)$: "x là ước của y"

Xác định chân trị của các mệnh đề sau:

- a. $p(2, 3)$
- b. $p(2, 6)$
- c. $\forall y, p(1, y)$
- d. $\forall x, p(x, x)$
- e. $\forall y, \exists x, p(x, y)$
- f. $\exists y \forall x, p(x, y)$

Bài 2. Với $x, y \in R$, xét $p(x, y) = "x + y = 5"$

Gợi ý: Ý của đề là khảo sát chân trị của vị từ $p(x, y) = "x + y = 5"$ để kiểm tra xem nó có luôn đúng hay không.

$$\forall x \in R, \forall y \in R, px, y \equiv 1$$

Nếu x và y cũng là một mệnh đề thì ta có thể dễ dàng làm bằng cách lập bảng chân trị để khảo sát như đã học, nhưng giờ đây chúng là biến có miền giá trị rất lớn/vô hạn. Ta xét mệnh đề sẽ đúng bằng phương pháp lượng từ hóa, tức liệt kê toàn bộ lượng từ khả thi thì ta có 4 mệnh đề:

- (1) $\forall x \in R, \exists y \in R, p(x, y) \equiv 1$
- (2) $\exists x \in R, \forall y \in R, px, y \equiv 1$
- (3) $\forall x \in R, \forall y \in R, px, y \equiv 1$
- (4) $\exists x \in R, \exists y \in R, px, y \equiv 1$

Mệnh đề (4) không cần thiết sau khi chứng minh các mệnh đề trên. $p(x, y)$ sai khi một trong bốn mệnh đề trên sai.

- **Tập hợp đếm, phép đếm**

Bài 3. Thống kê từ phòng đào tạo cho thấy có 150 sinh viên đăng ký Toán Rời Rạc, 120 sinh viên đăng ký Toán 1. 50 sinh viên đăng ký cả 2 môn này. Tính số lượng sinh viên chỉ học một trong hai môn.

Gợi ý: Tính $|A \cup B|$

Bài 4. Để chọn ra đội tuyển thi đấu bên ngoài, nhà trường muốn chọn 1 sinh viên khoa CNTT, 1 sinh viên KHCB và 1 sinh viên Đ-ĐT. Hỏi có bao nhiêu cách chọn, biết rằng có 300 sinh viên khoa CNTT, 250 bạn KHCB và 200 sinh viên Đ-ĐT.

Gợi ý:

Nếu ta bỏ tất cả các cách chọn sinh viên trong mỗi tập hợp vào một tập hợp lớn, ta xem tập hợp đó là tích Descarte (Cartesian product – Xem lại slide ngày 2).

Ta có thể ký hiệu tích Descarte trường hợp có n tập hợp:

$$\prod_{i=1}^n A_i = A_1 \times A_2 \times \dots \times A_n$$

Số lượng phần tử trong tập tích Descarte là:

$$\left| \prod_{i=1}^n A_i \right| = |A_1| |A_2| \dots |A_n|$$

Bài 5. Có bao nhiêu tập hợp con của $\{1, 2, \dots, 11\}$ chứa ít nhất một số chẵn?

Bài 6. Giả sử chỉ có một phần tử số tập hợp con năm phần tử của $\{1, 2, \dots, n\}$ chứa số 7. Hãy tìm n .

Bài 7. Để chọn máy tính bộ trang bị cho phòng máy, khoa CNTT xem xét 15 nhãn hiệu máy tính khác nhau dựa theo các tính năng sau:

A : Có CPU nhanh.

B : Có ổ đĩa cứng tốt.

C : Có RAM lớn.

Ở đây, A, B, C là các tập hợp máy tính bộ thỏa các tính năng tương ứng. Ta có:

$$|A| = |B| = |C| = 6$$

$$|A \cap B| = |B \cap C| = 1$$

$$|A \cap C| = 2$$

$$|A \cap B \cap C| = 0$$

- a. Có bao nhiêu nhãn hiệu thỏa đúng một tính năng?
- b. Có bao nhiêu nhãn hiệu không thỏa tính năng nào cả?

IV. Bài tập thực hành

Viết chương trình C/C++ dùng thuật toán Fleury để giải quyết bài 4 để kiểm tra LTDT tuần 12.