



Bài 4. **DIỆN TÍCH MẶT CONG**

Giảng viên: Nguyễn Lê Thi
Bộ Môn Toán – Khoa Khoa học ứng dụng

MỤC TIÊU BÀI HỌC

- Phân biệt được các công thức tính diện tích mặt cong trong hệ tọa độ Đề-các và hệ tọa độ cực
- Áp dụng được tích phân xác định để tính diện tích mặt cong

NỘI DUNG CHÍNH

4.1 Diện tích mặt cong trong tọa độ Đề - các

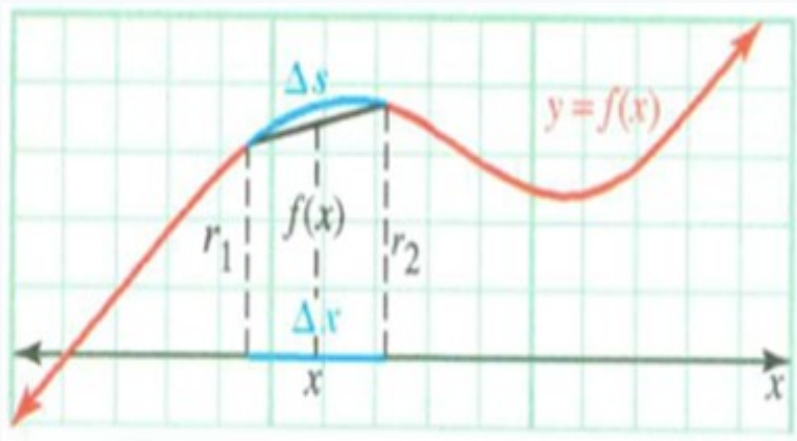
4.2 Diện tích mặt cong trong tọa độ cực



1. DIỆN TÍCH MẶT CONG TRONG TỌA ĐỘ DECAC

❖ Diện tích mặt cong trong tọa độ Đề - Các

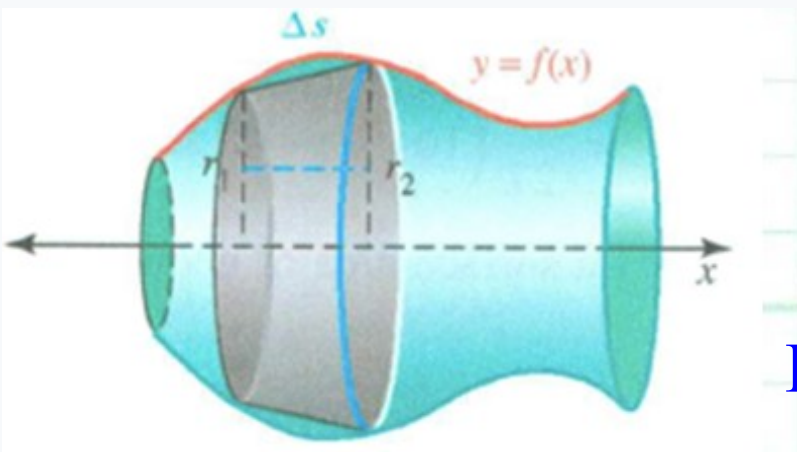
a. Đường cong xoay quanh trục Ox



$f(x) \geq 0, f'$ liên tục trên $[a, b]$

Diện tích mặt tròn xoay tạo thành khi xoay tròn cung $y = f(x)$ trên đoạn $[a, b]$ quanh trục Ox xác định bởi

$$S = 2\pi \int_a^b f(x) \sqrt{1 + [f'(x)]^2} dx \quad (1)$$



Khoảng cách từ đường cong đến trục quay Ox

Nếu đường cong có phương trình cho bởi hàm $x = g(y)$

với $y \in [c, d]$ thì diện tích mặt cong được xác định bởi

$$S = 2\pi \int_c^d y \sqrt{1 + [g'(y)]^2} dy \quad (2)$$

Các công thức tính diện tích mặt cong (1) và (2) có thể viết lại dưới dạng tổng quát như sau

$$S = \int 2\pi y ds$$

$$ds = \sqrt{1 + [f'(x)]^2} dx \quad \text{hoặc} \quad ds = \sqrt{1 + [g'(y)]^2} dy$$

Ví dụ 4.1

Tính diện tích
mặt tròn xoay
tạo thành khi
xoay cung
 $y = x^2, x \in [0, 1]$
quanh trục Ox .

Bài giải

b. Đường cong xoay quanh trục Oy

Diện tích mặt tròn xoay tạo thành khi xoay đường cong $y = f(x)$ quanh trục Oy

$$S = 2\pi \int_c^d x \sqrt{1 + [f'(x)]^2} dx \quad (3)$$

Diện tích mặt tròn xoay tạo thành khi xoay đường cong $x = g(y)$ quanh trục Oy

$$S = 2\pi \int_c^d g(y) \sqrt{1 + [g'(y)]^2} dy \quad (4)$$

Khoảng cách từ đường cong đến trục quay Ox

Các công thức (3) và (4) được viết lại dưới dạng $S = \int 2\pi y ds$

$$ds = \sqrt{1 + [f'(x)]^2} dx \quad \text{hoặc} \quad ds = \sqrt{1 + [g'(y)]^2} dy$$

Ví dụ 4.2

Tính diện tích mặt
tròn xoay tạo thành
khi xoay phần đường
cong $y = x^2$ từ điểm

$(1,1)$ đến $(2,4)$

quanh trục Oy .

Bài giải

1. DIỆN TÍCH MẶT CONG TRONG TỌA ĐỘ CỰC

❖ Diện tích mặt cong trong tọa độ cực

Diện tích của mặt tròn xoay tạo thành khi xoay đường cong cực

$$r = r(\varphi), \quad \alpha \leq \varphi \leq \beta$$

quanh trục Ox là

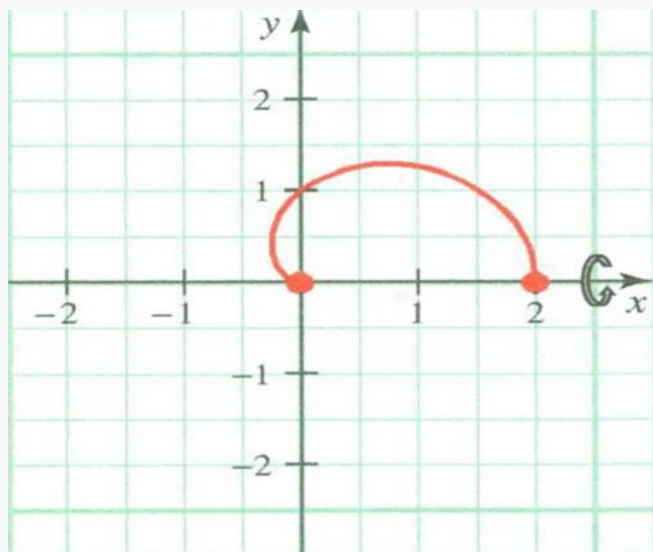
$$S = 2\pi \int_{\alpha}^{\beta} \underbrace{r \sin \varphi}_y \sqrt{r^2 + \left(\frac{dr}{d\varphi} \right)^2} d\varphi$$

Ví dụ 4.3

Tìm diện tích mặt
tròn xoay tạo thành
khi xoay nửa trên
của đường cardioid

$$r = 1 + \cos \varphi$$

quanh trục Ox



Bài giải

KẾT BÀI

Sinh viên cần lưu ý:

- Ghi nhớ công thức tính diện tích mặt cong trong hệ tọa độ Đề-các và hệ tọa độ cực
- Áp dụng được các công thức nêu trên để tính diện tích mặt cong

THANKS FOR WATCHING!