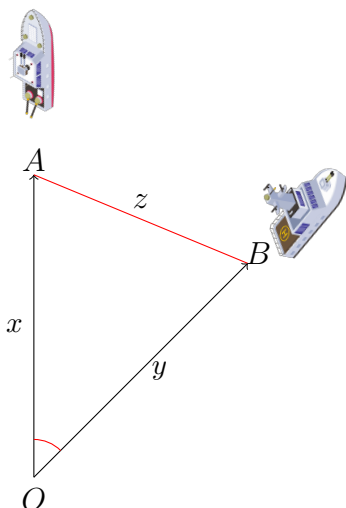


Bài tập

Hai chiếc tàu thủy cùng xuất phát từ một điểm. Một chiếc chạy theo hướng Bắc với vận tốc 20 km/h, chiếc kia chạy theo hướng Đông Bắc với vận tốc 40 km/h. Hỏi khoảng cách giữa hai tàu biến thiên với tốc độ bao nhiêu sau 15 phút?

Lời giải.



Gọi x, y lần lượt là khoảng cách ở thời điểm t giữa tàu A và tàu B tới bến O. Gọi khoảng cách giữa hai tàu là z ở thời điểm t .

Theo định lý hàm cos, ta có

$$z^2 = x^2 + y^2 - 2xy \cos 45 \Leftrightarrow z^2 = x^2 + y^2 - \sqrt{2}xy \quad (1)$$

Đạo hàm hai vế của (1) theo t , ta được:

$$\begin{aligned} 2zz' &= 2xx' + 2yy' - \sqrt{2}(x'y + xy') \\ zz' &= xx' + yy' - \frac{1}{\sqrt{2}}(x'y + xy') \\ z' &= \frac{1}{z} \left[xx' + yy' - \frac{1}{\sqrt{2}}(x'y + xy') \right] \end{aligned} \quad (2)$$

Theo đề ta có $x' = 20, y' = 40$. Sau 15 phút = 0.25 giờ thì

$$\begin{cases} x = 0.25(20) = 5 \\ y = 0.25(40) = 10 \\ z = \sqrt{x^2 + y^2 - 2xy \cos 45} = 5\sqrt{5 - 2\sqrt{2}} \end{cases}$$

Thay vào (2), ta được

$$z' = \frac{1}{5\sqrt{5 - 2\sqrt{2}}} \left[(5)(20) + (10)(40) - \frac{1}{\sqrt{2}}[(20)(10) + (5)(40)] \right] \approx 29.474$$

