ĐÁP ÁN KIỂM TRA LẦN 2 – TOÁN 2 – 44 – HK2 – 2023-2024

Câu	Nội dung	Điểm
1	Thừa số tích phân $e^{\int \frac{-2}{x+1} dx} = e^{-2\ln x+1 } = \frac{1}{(x+1)^2}$	0.5
	Nghiệm tổng quát: $y = (x+1)^2 \left[\int (x+1)e^{5x} dx + C \right]$, C : hằng số	0.5
	$y = (x+1)^{2} \left[\frac{1}{5} (x+1)e^{5x} - \frac{1}{25}e^{5x} + C \right]$ (tính đúng nguyên hàm và	1,0
	thiếu C: 0.75) $y(0) = 1 \Leftrightarrow C = \frac{21}{25}$	0.5
	Nghiệm riêng của phương trình:	
	$y = (x+1)^{2} \left[\frac{1}{5} (x+1)e^{5x} - \frac{1}{25}e^{5x} + \frac{21}{25} \right]$	
2a	$L = \lim_{k \to \infty} \left \frac{a_{k+1}}{a_k} \right = \lim_{k \to \infty} \frac{(k+1)5^{k+4}}{(k+2)!} \frac{(k+1)!}{k5^{k+3}} $ (thay thế đúng)	0,5
	$L = \lim_{k \to \infty} \frac{5(k+1)}{k(k+2)} = 0 < 1 \text{ (rút gọn lim: 0.25, đúng L: 0.25, so sánh: }$	0,75
	0.25) Chuỗi số hội tụ theo tiêu chuẩn tỉ số tổng quát	0,25
2b	$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k 4^{3k}}{3^{4k+1}} = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{3} \left(-\frac{64}{81} \right)^k \text{ là chuỗi cấp số nhân với } r = \frac{64}{81} < 1$	1 + 0,25
	(biến đổi về chuỗi CSN: 1,0, nhận xét r: 0,25)	
2 -	Chuỗi hội tụ.	0,25
2c	$\lim_{k \to \infty} k^2 \sin\left(\frac{3}{k^2}\right) = 3\lim_{k \to \infty} \frac{\sin\left(\frac{3}{k^2}\right)}{\frac{3}{k^2}} = 3 \neq 0 \text{ (tách: 0, 5, kết quả: 0, 5, }$	1,25
	khác 0: 0,25) Chuỗi phân kỳ theo tiêu chuẩn phân kỳ	0,25
3	Bán kính hội tụ: $R = \lim_{k \to \infty} \left \frac{5^k}{k^2 + 1} \frac{(k+1)^2 + 1}{5^{k+1}} \right = \frac{1}{5}$	0,75

	$\Rightarrow \frac{-1}{5} < x - 1 < \frac{1}{5} \Leftrightarrow \frac{4}{5} < x < \frac{6}{5}$ $x = \frac{4}{5} : \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\left(-1\right)^k}{k^2 + 1} \text{ có } \lim_{k \to \infty} \frac{1}{k^2 + 1} = 0, \left\{\frac{1}{k^2 + 1}\right\} \text{ giảm, } \forall k \ge 1$ Chuỗi hội tụ theo tiêu chuẩn Leibniz $x = \frac{6}{5} : \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^2 + 1} \text{ hội tụ theo tiêu chuẩn so sánh (giới hạn hoặc trực tiếp) với chuỗi } \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^2}.$ Vậy miền hội tụ $\left[\frac{4}{5}, \frac{6}{5}\right]$ Cách 2: $L = \lim_{k \to \infty} \left \frac{5^{k+1} \left(x - 1\right)^{k+1}}{\left[\left(k + 1\right)^2 + 1\right]} \frac{\left(k^2 + 1\right)}{5^k \left(x - 1\right)^k} \right = 5 x - 1 $ $\Rightarrow -\frac{1}{5} < x - 1 < \frac{1}{5} \Leftrightarrow \frac{4}{5} < x < \frac{6}{5}$	0,75 Chuỗi: 0,25 Kết luận: 0,25 Giải thích: 0,25 0,75
4	$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{\left(-1\right)^{k+1} \left(3m\right)^{k} + \left(-2m\right)^{k}}{5^{2k}}$ $\sum_{k=0}^{\infty} -\left(\frac{-3m}{25}\right)^{k} + \sum_{k=0}^{\infty} \left(\frac{-2m}{25}\right)^{k} = \sum_{k=0}^{\infty} a_{k} + \sum_{k=0}^{\infty} b_{k}$ Chuỗi $\sum_{k=0}^{\infty} a_{k} \text{ hội tụ khi } \left \frac{-3m}{25}\right < 1 \Leftrightarrow -\frac{25}{3} < m < \frac{25}{3}$ Chuỗi $\sum_{k=0}^{\infty} b_{k} \text{ hội tụ khi } \left \frac{-2m}{25}\right < 1 \Leftrightarrow -\frac{25}{2} < m < \frac{25}{2}$ Chuỗi ban đầu hội tụ khi $-\frac{25}{3} < m < \frac{25}{3}$ Tổng chuỗi: $S = \frac{-1}{1 + \frac{3m}{25}} + \frac{1}{1 + \frac{2m}{25}} = \frac{25m}{(25 + 2m)(25 + 3m)}$	dua vè 2 dang CSN: 0,25 + 0,25 0,25 +0,25 0,25+0,25 0,25 0,25