

HƯỚNG DẪN ÔN TẬP CUỐI KỲ

Một số nội dung cần chú ý

1. Chương 1

- Hàm hợp
- Hàm ngược

2. Chương 2

- Tính giới hạn ở dạng vô định
- Các dạng toán về hàm liên tục: liên tục tại một điểm, liên tục trên khoảng, liên tục trên \mathbb{R} .

3. Chương 3

- Tính đạo hàm bằng định nghĩa.
- Các qui tắc tính đạo hàm
- Đạo hàm hàm hợp
- Đạo hàm của hàm ẩn: bài toán về phương trình tiếp tuyến, phương trình pháp tuyến.
- Đạo hàm bằng cách lấy logarit hai vế.
- Bài toán mối liên hệ giữa các tốc độ thay đổi và ứng dụng
- Xấp xỉ tuyến tính và vi phân

4. Chương 4

- Tìm cực trị: cực trị tương đối (địa phương), cực tuyệt đối (toàn cục).
- Tính giới hạn bằng qui tắc L'Hospital.
- Bài toán tối ưu

5. Chương 5

- Tính nguyên hàm, tích phân xác định
- Tính đạo hàm của tích phân
- Tính giá trị trung bình của hàm số
- Phương trình vi phân tách biến

1. Bài tập

Bài tập 1. 1. Cho $f(x) = x^2 + 1$ và $g(x) = \sqrt{4 - x}$. Tính $(f \circ g)(1)$

2. Tính $A = \sin \left(2 \tan^{-1} \frac{2}{3} \right)$

Bài tập 2. Cho $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 2x + a}{\sin x} & x \neq 0 \\ b & x = 0 \end{cases}$. Tìm a, b để $f(x)$ liên tục tại $x = 0$.

Bài tập 3. Tìm a, b để $f(x) = \begin{cases} 3x^2 - 1 & x < 0 \\ ax + b & 0 \leq x \leq 1 \\ \sqrt{x+3} & x > 1 \end{cases}$ liên tục trên \mathbb{R} .

Bài tập 4. Cho $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 4}{x - 2} & \text{nếu } 0 < x < 2 \\ ax^2 - bx + 3 & \text{nếu } 2 \leq x < 3 \\ 2x - a - b & \text{nếu } 3 \leq x < 5 \end{cases}$ Tìm a, b để f liên tục trên $(0; 5)$.

Bài tập 5. Tìm a, b để $f(x) = \begin{cases} e^x & \text{nếu } x < 2 \\ a + bx & \text{nếu } x \geq 2 \end{cases}$ khả vi với mọi x .

Đáp số: $a = e^2, b = -e^2$.

Bài tập 6. Tìm a, b để $f(x) = \begin{cases} x^2 + 3x + a & \text{nếu } x \leq 1 \\ bx + 2 & \text{nếu } x > 1 \end{cases}$ liên tục trên \mathbb{R} .

Đáp số $a = 3, b = 5$.

Bài tập 7. Tìm phương trình tiếp tuyến và pháp tuyến của $x^2 + 4xy + y^2 = 13$ tại $M(2; 1)$.

Bài tập 8. 1. Cho $h(x) = \sqrt{4 + 3f(x)}$ và $f(1) = 7, f'(1) = 4$. Tính $h'(1)$.

2. Cho $f(x) = \int_1^{3x} \sqrt{1+t^3} dt$. Tính $(f^{-1})'(0)$

Bài tập 9. Cho $f(x) = x^5 - 2x + 1$. Tìm xấp xỉ tuyến tính của f tại $x = 0$ và tính gần đúng $f(0.015)$.

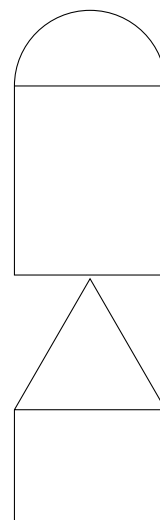
Bài tập 10. Tìm cực trị tuyệt đối của $f(x) = x - 10 \tan^{-1} x$ trên $[-5; 2]$.

Bài tập 11. Tìm cực trị tương đối của $f(x) = \frac{x-1}{x^2+1}$

Bài tập 12. Thử tích một hình lập phương tăng với tốc độ $10 \text{ cm}^3/\text{phút}$. Diện tích bề mặt của hình lập phương thay đổi với tốc độ bao nhiêu khi chiều dài cạnh là 30cm ?

Bài tập 13. Một cửa sổ có dạng hình chữ nhật với phần trên là nửa hình tròn. Nếu chu vi của cửa sổ là 30 m , tìm kích thước của cửa sổ để lượng ánh sáng đi vào nhiều nhất.

Bài tập 14. Một cửa sổ có dạng hình chữ nhật với phần trên là nửa hình tam giác đều. Phần hình tam giác được làm bằng kính màu và truyền lượng ánh sáng bằng một nửa phần hình chữ nhật được làm bằng kính trong. Nếu chu vi của cửa sổ là 30 m , tìm kích thước của cửa sổ để lượng ánh sáng đi vào nhiều nhất.



Bài tập 15. Một nhà máy lọc dầu được đặt ở bờ phía Bắc một con sông rộng 2 km. Người ta muốn lắp một đường ống tới các thùng chứa dầu ở bờ nam con sông cách nhà máy 6 km về hướng Đông. chi phí lắp đặt ống dẫn là 400 (ngàn đô la)/km trên mặt đất để đến điểm P ở bờ phía Bắc và 800 (ngàn đô la)/km nếu lắp ống dưới dòng sông thẳng tới các thùng chứa. Để chi phí lắp ống nhỏ nhất nên đặt điểm P ở vị trí nào?

Bài tập 16. Một vật đang chuyển động với độ cao ở thời điểm t là $h(t) = \frac{t}{\sqrt{3+t^2}} + \sin t + 2$ (m) so với mặt đất. Tính độ cao trung bình so với mặt đất của vật trong khoảng thời gian từ $t = 2$ đến $t = 5$.

Bài tập 17. Một vật di chuyển dọc theo một đường thẳng với vận tốc ở thời điểm t là $v(t) = 3t^2 - 2t - 1$ (m/s). Tìm vận tốc trung bình của vật từ $t = 0$ đến $t = 4$.

Bài tập 18. Tìm nghiệm của phương trình vi phân $(3y^3 + 1)e^{2x}dy = ye^x dx$ thỏa $y(0) = 1$.