

## y2020-2-2. Дерево поиска

### A. Простое двоичное дерево поиска

ограничение по времени на тест: 2 секунды  
ограничение по памяти на тест: 512 мегабайт  
ввод: стандартный ввод  
вывод: стандартный вывод

Реализуйте простое двоичное дерево поиска.

#### Входные данные

Входной файл содержит описание операций с деревом, их количество не превышает 100. В каждой строке находится одна из следующих операций:

- `insert x` — добавить в дерево ключ  $x$ . Если ключ  $x$  есть в дереве, то ничего делать не надо;
- `delete x` — удалить из дерева ключ  $x$ . Если ключа  $x$  в дереве нет, то ничего делать не надо;
- `exists x` — если ключ  $x$  есть в дереве выведите `true`, если нет `false`;
- `next x` — выведите минимальный элемент в дереве, строго больший  $x$ , или `none` если такого нет;
- `prev x` — выведите максимальный элемент в дереве, строго меньший  $x$ , или `none` если такого нет.

В дерево помещаются и извлекаются только целые числа, не превышающие по модулю  $10^9$ .

#### Выходные данные

Выведите последовательно результат выполнения всех операций `exists`, `next`, `prev`. Следуйте формату выходного файла из примера.

<b>Пример</b>	
<b>входные данные</b>	<a href="#">Скопировать</a>
<pre>insert 2 insert 5 insert 3 exists 2 exists 4 next 4 prev 4 delete 5 next 4 prev 4</pre>	
<b>выходные данные</b>	<a href="#">Скопировать</a>
<pre>true false 5 3 none 3</pre>	

### B. Сбалансированное двоичное дерево поиска

ограничение по времени на тест: 2 секунды  
ограничение по памяти на тест: 512 мегабайт  
ввод: стандартный ввод  
вывод: стандартный вывод

Реализуйте сбалансированное двоичное дерево поиска.

#### Входные данные

Входной файл содержит описание операций с деревом, их количество не превышает  $10^5$ . В каждой строке находится одна из следующих операций:

- `insert x` — добавить в дерево ключ  $x$ . Если ключ  $x$  есть в дереве, то ничего делать не надо;
- `delete x` — удалить из дерева ключ  $x$ . Если ключа  $x$  в дереве нет, то ничего делать не надо;
- `exists x` — если ключ  $x$  есть в дереве выведите `true`, если нет `false`;
- `next x` — выведите минимальный элемент в дереве, строго больший  $x$ , или `none` если такого нет;
- `prev x` — выведите максимальный элемент в дереве, строго меньший  $x$ , или `none` если такого нет.

В дерево помещаются и извлекаются только целые числа, не превышающие по модулю  $10^9$ .

#### Выходные данные

Выведите последовательно результат выполнения всех операций `exists`, `next`, `prev`. Следуйте формату выходного файла из примера.

<b>Пример</b>	
<b>входные данные</b>	<a href="#">Скопировать</a>
<pre>insert 2 insert 5 insert 3 exists 2 exists 4 next 4 prev 4 delete 5 next 4 prev 4</pre>	
<b>выходные данные</b>	<a href="#">Скопировать</a>
<pre>true false 5 3 none 3</pre>	

### C. Добавление ключей

ограничение по времени на тест: 2 секунды  
ограничение по памяти на тест: 256 мегабайт  
ввод: стандартный ввод  
вывод: стандартный вывод

Вы работаете в компании Макрохардд и вас попросили реализовать структуру данных, которая будет хранить множество целых ключей.

Будем считать, что ключи хранятся в бесконечном массиве  $A$ , проиндексированном с 1, исходно все его ячейки пусты. Структура данных должна поддерживать следующую операцию:

`Insert( $L$ ,  $K$ )`, где  $L$  — позиция в массиве, а  $K$  — некоторое положительное целое число.

Операция должна выполняться следующим образом:

- Если ячейка  $A[L]$  пуста, присвоить  $A[L] \leftarrow K$ .
- Если  $A[L]$  непуста, выполнить `Insert( $L + 1$ ,  $A[L]$ )` и затем присвоить  $A[L] \leftarrow K$ .

По заданным  $N$  целым числам  $L_1, L_2, \dots, L_N$  выведите массив после выполнения последовательности операций:

`Insert( $L_1$ , 1) Insert( $L_2$ , 2) ... Insert( $L_N$ ,  $N$ )`

#### Входные данные

Первая строка входного файла содержит числа  $N$  — количество операций `Insert`, которое следует выполнить и  $M$  — максимальную позицию, которая используется в операциях `Insert` ( $1 \leq N \leq 131\,072$ ,  $1 \leq M \leq 131\,072$ ).

Следующая строка содержит  $N$  целых чисел  $L_i$ , которые описывают операции `Insert`, которые следует выполнить ( $1 \leq L_i \leq M$ ).

#### Выходные данные

Выведите содержимое массива после выполнения всех сделанных операций `Insert`. На первой строке выведите  $W$  — номер максимальной непустой ячейки в массиве. Затем выведите  $W$  целых чисел —  $A[1], A[2], \dots, A[W]$ . Выводите нули для пустых ячеек.

<b>Пример</b>	
<b>входные данные</b>	<a href="#">Скопировать</a>
<pre>5 4 3 3 4 1 3</pre>	
<b>выходные данные</b>	<a href="#">Скопировать</a>
<pre>6 4 0 5 2 3 1</pre>	

### D. И снова сумма

ограничение по времени на тест: 3 секунды  
ограничение по памяти на тест: 256 мегабайт  
ввод: стандартный ввод  
вывод: стандартный вывод

Реализуйте структуру данных, которая поддерживает множество  $S$  целых чисел, с которым разрешается производить следующие операции:

- `add( $i$ )` — добавить в множество  $S$  число  $i$  (если он там уже есть, то множество не меняется);
- `sum( $l$ ,  $r$ )` — вывести сумму всех элементов  $x$  из  $S$ , которые удовлетворяют неравенству  $l \leq x \leq r$ .

#### Входные данные

Исходно множество  $S$  пусто. Первая строка входного файла содержит  $n$  — количество операций ( $1 \leq n \leq 300\,000$ ). Следующие  $n$  строк содержат операции. Каждая операция имеет вид либо `+`  $i$ », либо `? l r`». Операция `? l r`» задает запрос `sum( $l$ ,  $r$ )`.

Если операция `+`  $i$ » идет во входном файле в начале или после другой операции `+`», то она задает операцию `add( $i$ )`. Если же она идет после запроса `«?»`, и результат этого запроса был  $y$ , то выполняется операция `add( $((i + y) \bmod 10^9)$ )`.

Во всех запросах и операциях добавления параметры лежат в интервале от 0 до  $10^9$ .

#### Выходные данные

Для каждого запроса выведите одно число — ответ на запрос.

<b>Пример</b>	
<b>входные данные</b>	<a href="#">Скопировать</a>
<pre>6 + 1 + 3 + 3 ? 2 4 + 1 ? 2 4</pre>	
<b>выходные данные</b>	<a href="#">Скопировать</a>
<pre>3 7</pre>	

### K-й максимум

ограничение по времени на тест: 2 секунды  
ограничение по памяти на тест: 512 мегабайт  
ввод: стандартный ввод  
вывод: стандартный вывод

Напишите программу, реализующую структуру данных, позволяющую добавлять и удалять элементы, а также находить  $k$ -й максимум.

#### Входные данные

Первая строка входного файла содержит натуральное число  $n$  — количество команд ( $n \leq 100\,000$ ). Последующие  $n$  строк содержат по одной команде каждая. Команда записывается в виде двух чисел  $c_i$  и  $k_i$  — тип и аргумент команды соответственно ( $|k_i| \leq 10^9$ ).

Поддерживаемые команды:

- 1: Добавить элемент с ключом  $k_i$ .
- 0: Найти и вывести  $k_i$ -й максимум.
- 1: Удалить элемент с ключом  $k_i$ .

Гарантируется, что в процессе работы в структуре не требуется хранить элементы с равными ключами или удалять несуществующие элементы. Также гарантируется, что при запросе  $k_i$ -го максимума, он существует.

#### Выходные данные

Для каждой команды нулевого типа в выходной файл должна быть выведена строка, содержащая единственное число —  $k_i$ -й максимум.

<b>Пример</b>	
<b>входные данные</b>	<a href="#">Скопировать</a>
<pre>11 1 5 1 3 1 7 0 1 0 2 0 3 -1 5 1 10 0 1 0 2 0 3</pre>	
<b>выходные данные</b>	<a href="#">Скопировать</a>
<pre>7 5 3 10 7 3</pre>	

### F. Неявный ключ

ограничение по времени на тест: 2 секунды  
ограничение по памяти на тест: 256 мегабайт  
ввод: стандартный ввод  
вывод: стандартный вывод

Научитесь быстро делать две операции с массивом: `o add i x` — добавить после  $i$ -го элемента  $x$  ( $0 \leq i \leq n$ ) `o del i` — удалить  $i$ -й элемент ( $1 \leq i \leq n$ )

#### Входные данные

На первой строке  $n_0$  и  $m$  ( $1 \leq n_0, m \leq 10^5$ ) — длина исходного массива и количество запросов. На второй строке  $n_0$  целых чисел от 0 до  $10^9 - 1$  — исходный массив. Далее  $m$  строк, содержащие запросы. Гарантируется, что запросы корректны: например, если просят удалить  $i$ -й элемент, он точно есть.

#### Выходные данные

Выведите конечное состояние массива. На первой строке количество элементов, на второй строке сам массив.

<b>Пример</b>	
<b>входные данные</b>	<a href="#">Скопировать</a>
<pre>3 4 1 2 3 del 3 add 0 9 add 3 8 del 2</pre>	
<b>выходные данные</b>	<a href="#">Скопировать</a>
<pre>3 9 2 8</pre>	

### G. Переместить в начало

ограничение по времени на тест: 6 секунд  
ограничение по памяти на тест: 512 мегабайт  
ввод: стандартный ввод  
вывод: стандартный вывод

Вам дан массив  $a_1 = 1, a_2 = 2, \dots, a_n = n$  и последовательность операций: переместить элементы  $s_i$  по  $r_i$  в начало массива. Например, для массива 2, 3, 6, 1, 5, 4, после операции (2, 4) новый порядок будет 3, 6, 1, 2, 5, 4. А после применения операции (3, 4) порядок элементов в массиве будет 1, 2, 3, 6, 5, 4.

Выведите порядок элементов в массиве после выполнения всех операций.

#### Входные данные

В первой строке входного файла указаны числа  $n$  и  $m$  ( $2 \leq n \leq 100\,000$ ,  $1 \leq m \leq 100\,000$ ) — число элементов в массиве и число операций. Следующие  $m$  строк содержат операции в виде двух целых чисел:  $l_i$  и  $r_i$  ( $1 \leq l_i \leq r_i \leq n$ ).

#### Выходные данные

Выведите  $n$  целых чисел — порядок элементов в массиве после применения всех операций.

<b>Пример</b>	
<b>входные данные</b>	<a href="#">Скопировать</a>
<pre>6 3 2 4 3 5 2 2</pre>	
<b>выходные данные</b>	<a href="#">Скопировать</a>
<pre>1 4 5 2 3 6</pre>	

### H. Развороты

ограничение по времени на тест: 1 секунда  
ограничение по памяти на тест: 512 мегабайт  
ввод: стандартный ввод  
вывод: стандартный вывод

Вам дан массив  $a_1 = 1, a_2 = 2, \dots, a_n = n$  и последовательность операций: переставить элементы  $s_i$  по  $r_i$  в обратном порядке. Например, для массива 1, 2, 3, 4, 5, после операции (2, 4) новый порядок будет 1, 4, 3, 2, 5. А после применения операции (3, 5) порядок элементов в массиве будет 1, 4, 5, 2, 3.

Выведите порядок элементов в массиве после выполнения всех операций.

#### Входные данные

В первой строке входного файла указаны числа  $n$  и  $m$  ( $2 \leq n \leq 100\,000$ ,  $1 \leq m \leq 100\,000$ ) — число элементов в массиве и число операций. Следующие  $m$  строк содержат операции в виде двух целых чисел:  $l_i$  и  $r_i$  ( $1 \leq l_i \leq r_i \leq n$ ).

#### Выходные данные

Выведите  $n$  целых чисел — порядок элементов в массиве после применения всех операций.

<b>Пример</b>	
<b>входные данные</b>	<a href="#">Скопировать</a>
<pre>5 3 2 4 3 5 2 2</pre>	
<b>выходные данные</b>	<a href="#">Скопировать</a>
<pre>1 4 5 2 3</pre>	

### I. Эх, дороги

ограничение по времени на тест: 2 секунды  
ограничение по памяти на тест: 256 мегабайт  
ввод: стандартный ввод  
вывод: стандартный вывод

В многоагрдальном Тридесятм государстве опять готовится дорожная реформа. Впрочем, надо признать, дороги в этом государстве находятся в довольно плачевном состоянии. Так что реформа не повредит. Одна проблема — дорожникам не развернуться, поскольку в стране действует жесткий закон — из каждого города должно вести не более двух дорог. Все дороги в государстве двусторонние, то есть по ним разрешено движение в обоих направлениях (разумеется, разметка отсутствует). В результате реформы некоторые дороги будут строиться, а некоторые другие закрываться на бессрочный ремонт.

Петя работает диспетчером в службе грузоперевозок на дальние расстояния. В связи с предстоящими реформами, ему необходимо оперативно определять оптимальные маршруты между городами в условиях постоянно меняющейся дорожной ситуации. В силу большого количества пробок и сотрудников дорожной полиции в городах, критерием оптимальности маршрута считается количество промежуточных городов, которые необходимо проехать.

Помогите Пете по заданной последовательности сообщений об изменении структуры дорог и запросам об оптимальном способе проезда из одного города в другой, оперативно отвечать на запросы.

#### Входные данные

В первой строке входного файла заданы числа  $n$  — количество городов,  $m$  — количество дорог в начале реформы и  $q$  — количество сообщений об изменении дорожной структуры и запросов ( $1 \leq n, m \leq 100\,000$ ,  $q \leq 200\,000$ ). Следующие  $m$  строк содержат по два целых числа каждая — пары городов, соединенных дорогами перед реформой. Следующие  $q$  строк содержат по три элемента, разделенных пробелами. `«+ i j»` означает строительство дороги от города  $i$  до города  $j$ , `«- i j»` означает закрытие дороги от города  $i$  до города  $j$ , `«? i j»` означает запрос об оптимальном пути между городами  $i$  и  $j$ .

Гарантируется, что в начале и после каждого изменения никакие два города не соединены более чем одной дорогой, и из каждого города выходит не более двух дорог. Никакой город не соединяется дорогой сам с собой.

#### Выходные данные

На каждый запрос вида `«? i j»` выведите одно число — минимальное количество промежуточных городов на маршруте из города  $i$  в город  $j$ . Если проехать из  $i$  в  $j$  невозможно, выведите `-1`.

<b>Пример</b>	
<b>входные данные</b>	<a href="#">Скопировать</a>
<pre>5 4 6 1 2 2 3 1 3 4 5 ? 1 2 ? 1 5 - 2 3 ? 2 3 + 2 4 ? 1 5</pre>	
<b>выходные данные</b>	<a href="#">Скопировать</a>
<pre>0 -1 1 2</pre>	