TP 3 - SIMULACIÓN DE UN MODELO MM1 E INVENTARIO

Pecoraro Lucio

Universidad Tecnológica Nacional - FRRO Zeballos 1341, S2000, Argentina Legajo 50239 luciopecoraro2002@gmail.com

Capiglioni Rodrigo

Universidad Tecnológica Nacional - FRRO Zeballos 1341, S2000, Argentina Legajo 47298 RodrigoCapiglioni@gmail.com

Berto Leandro

Universidad Tecnológica Nacional - FRRO Zeballos 1341, S2000, Argentina Legajo 45368 leandroberto2010@gmail.com

Broda Tomás

Universidad Tecnológica Nacional - FRRO Zeballos 1341, S2000, Argentina Legajo 47299 tomasbroda13@gmail.com

June 18, 2025

ABSTRACT

Este trabajo práctico tiene como objetivo la implementación y análisis de dos sistemas fundamentales en el mundo de la simulación: el modelo de colas M/M/1 y un sistema de inventarios

1 Introduccion

Optimizar los sistemas de colas e inventarios es clave para aumentar la eficiencia en distintos entornos industriales y de servicios. Los modelos teóricos como el MM1 y el (Q, R) son herramientas útiles para entender y mejorar estos procesos.

El modelo MM1, que asume que los clientes llegan siguiendo una distribución de Poisson y que los tiempos de atención son exponenciales con un solo servidor, permite analizar de forma sencilla pero efectiva el comportamiento de espera y servicio. Este modelo puede aplicarse en muchos contextos reales, como el soporte al cliente, la administración de tareas en sistemas informáticos o el control del tránsito.

En cuanto a los modelos de inventario, en particular el modelo (Q, R), son fundamentales para manejar eficientemente el stock. En este enfoque, la cantidad de pedido (Q) y el punto de reposición (R) ayudan a equilibrar los costos relacionados con el mantenimiento, los pedidos y la falta de productos, manteniendo un nivel de inventario adecuado y costos bajos.

El estudio se centra en analizar con detalle el rendimiento de estos modelos. Para el modelo MM1, se estudian variables como el promedio de clientes en el sistema y en la fila, el tiempo promedio de espera, el uso del servidor y la probabilidad de que los clientes tengan que esperar o sean rechazados. Se explora cómo cambia el desempeño del sistema al modificar la tasa de servicio.

En el caso del modelo de inventario, se analizan los costos de pedido, mantenimiento, desabastecimiento y el costo total, buscando una visión completa sobre cómo estos elementos se relacionan y afectan la eficiencia del sistema. Los resultados se compararán con datos teóricos y se validarán mediante simulaciones en Python y en AnyLogic, para lograr una comprensión profunda y confiable de los modelos.

2 Marco teórico

2.1 Teoría de Colas

La teoría de colas es una rama de las matemáticas que se ocupa del estudio de líneas de espera o colas. Es una herramienta importante para analizar y comprender el comportamiento de los sistemas que implican esperar, como el flujo de tráfico, los sistemas de telecomunicaciones y los centros de servicio al cliente. Al usar modelos matemáticos, la teoría de colas puede ayudar a predecir y optimizar el comportamiento de estos sistemas, haciéndolos más eficientes y efectivos.

La teoría de colas tiene conceptos muy importantes a considerar al momento de hacer su uso y análisis:

- 1. Proceso de llegada.
- 2. Proceso de servicio.
- 3. Servidor/es.
- 4. Longitud de la cola.
- 5. Utilización.

2.2 Modelo de sistema de cola M/M/1

Un sistema de colas M/M/1 es un modelo en el que los clientes llegan según un proceso de Poisson y el servicio se presta de acuerdo a una distribución exponencial, con un único servidor. En este modelo:

• La tasa de llegada de los clientes se describe mediante la función:

$$\lambda(t) = \lambda e^{-\lambda t} \tag{1}$$

donde λ es la tasa de arribos, que indica el número promedio de llegadas por unidad de tiempo.

• La tasa de servicio sigue una distribución exponencial y está dada por:

$$\mu(t) = \mu e^{-\mu t} \tag{2}$$

donde μ es la tasa de servicio, representando el número promedio de clientes que el servidor puede atender por unidad de tiempo.

Calculamos algunos valores necesarios de la siguiente manera:

• Número promedio de clientes en el sistema (L_s) :

$$L_s = \frac{\lambda}{\mu - \lambda} \tag{3}$$

• Número promedio de clientes en cola (L_a) :

$$L_q = \frac{\lambda^2}{\mu(\mu - \lambda)} \tag{4}$$

• Tiempo promedio en el sistema (W_s) :

$$W_s = \frac{1}{\mu - \lambda} \tag{5}$$

• Tiempo promedio en cola (W_a) :

$$W_q = \frac{\lambda}{\mu(\mu - \lambda)} \tag{6}$$

• Utilización del servidor (ρ):

$$\rho = \frac{\lambda}{\mu} \tag{7}$$

• Probabilidad de que haya n clientes en la cola (P_{cola}) :

$$P_{\text{cola}}(n) = (1 - \rho) \cdot \rho^{n+1} \tag{8}$$

• Probabilidad de denegación de servicio cuando la cola máxima es de l clientes (P_l) :

$$P_{\text{denegación}} = P(l) = (1 - \rho) \cdot \rho^{l} \tag{9}$$

2.3 Modelo de inventario

En la evaluación del rendimiento de un modelo de inventario, es esencial cuantificar diferentes costos que afectan directamente la eficiencia y viabilidad del sistema. Estas medidas de rendimiento permiten analizar y comparar distintos escenarios, facilitando la toma de decisiones para optimizar el manejo del inventario. A continuación, se presentan las fórmulas para calcular los costos de orden, mantenimiento, faltante y el costo total, que son fundamentales para evaluar la efectividad del sistema de inventario en términos económicos. Calculamos algunos valores necesarios de la siguiente manera:

• Costo de Orden
$$(C_o)$$
:
$$C_o = D \times S \tag{10}$$

El costo de orden se refiere al costo incurrido cada vez que se realiza un pedido, el cual se calcula multiplicando la demanda anual (D) por el costo de realizar un pedido (S).

• Costo de Mantenimiento (C_m) :

$$C_m = \frac{Q}{2} \times H \tag{11}$$

El costo de mantenimiento representa el costo de mantener inventario en almacenamiento, calculado como el promedio del inventario (Q/2) multiplicado por el costo de mantener una unidad en inventario (H).

• Costo de Faltante (C_f) :

$$C_f = \text{Costo por unidad faltante} \times \text{Número de unidades faltantes}$$
 (12)

El costo de faltante se refiere a la penalización o pérdida de ingresos asociada con no tener suficiente inventario para cubrir la demanda.

• Costo Total (C_T) :

$$C_T = C_o + C_m + C_f \tag{13}$$

El costo total es la suma de los costos de orden, mantenimiento y faltante, representando el costo global del sistema de inventario.

3 Desarrollo

3.1 Modelo de sistema de cola M/M/1

En esta parte, se estudia el comportamiento del sistema de colas M/M/1 bajo diferentes tasas de arribo, específicamente del 25%, 50%, 75%, 100% y 125% en relación con la tasa de servicio.

Las métricas evaluadas comprenden: el número promedio de clientes en el sistema (L), el número promedio de clientes en la cola (L_q) , el grado de utilización del servidor (ρ) , el tiempo promedio que un cliente permanece en el sistema (W), el tiempo promedio de espera en la cola (W_q) y la probabilidad de que se rechace un cliente cuando la capacidad máxima de la cola es de 10.

3.1.1 Tasa de arribo 25%

Analizaremos el comportamiento del sistema de colas M/M/1 con una tasa de arribo del 25% con respecto a la tasa de servicio, las medidas analizadas van a ser las mencionadas anteriormente y se van a comparar con tres fuentes de datos: la simulación en Python, los valores teóricos calculados y los resultados obtenidos en AnyLogic.

En la figura 1 se presentan los resultados obtenidos a partir de la simulación de Python y los valores teóricos calculados. Para el numero promedio de lientes en el sistema (L), se observa que los valores simulados muestran cierta variabilidad, oscilando alrededor el valor esperado de 0.33.

El número promedio de clientes en cola (L_a) sigue un patrón similar, con resultados variando en torno a 0.083.

La utilización del servidor (p) muestra una ligera fluctuación, pero siempre manteniendose cerca dedl valor teorico de 0.25.

El tiempo promedio del sistema (W) y el tiempo promedio en cola (W_q) presentan variaciones que oscilan alrededor de 1.33 y 0.33 respectivamente.

Finalmente, las probabilidades de encontrar 3 clientes en cola y de denegación del servicio también son consistentes entre la simulación y los valores teóricos

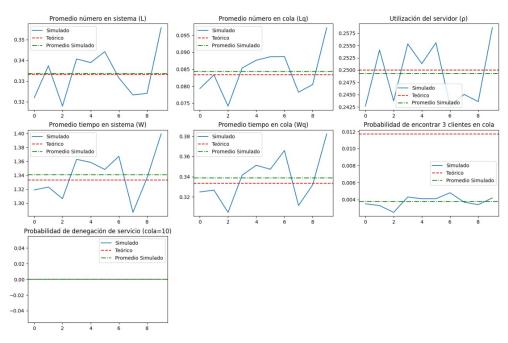


Figure 1: Comparación de resultados simulados y teóricos para una tasa de arribo del 25%.



Figure 2: Comparación resultados de AnyLogic para una tasa de arribo del 25%.

En la figura 2 se muestran los resultados obtenidos de AnyLogic luego de varias corridas, eligiendo un escenario promedio.

Los resultados muestran una alta coincidencia con los valores teóricos para todas las métricas analizadas. Las diferencias observadas con los resultados de Python son mínimas, lo que indica que ambos enfoques son válidos para el sistema M/M/1 bajo una tasa de arribo del 25%.

3.1.2 Tasa de arribo **50%**

Analizaremos el comportamiento del sistema de colas M/M/1 con una tasa de arribo del 50% con respecto a la tasa de servicio, las medidas analizadas van a ser las mencionadas anteriormente y se van a comparar con tres fuentes de datos: la simulación en Python, los valores teóricos calculados y los resultados obtenidos en AnyLogic.

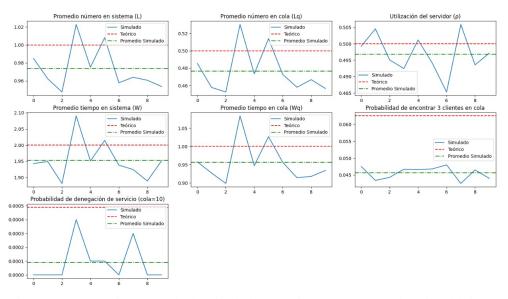


Figure 3: Comparación de resultados simulados y teóricos para una tasa de arribo del 50%.

En los resultados obtenidos en Python (figura 3), para el número promedio de clientes en el sistema (L) los valores muestran cierta variabilidad, oscilando alrededor del valor teórico esperado. Este comportamiento es consistente y esperado para una tasa de arribo del 50%.

El numero promedio de clientes en cola (L_q) muestra variaciones que oscilan alrededor del valor teorico, lo cual es común y esperado en simulaciones estocásticas. La utilización del servidor (p) se mantiene cerca del valor teorico 0.5 con algunas fluctuaciones.

El tiempo promedio en el sistema (W) y en $cola(W_q)$ presentan valores que oscilan alrededor de 2.0 y 1.0 respectivamente, concordando con los valores teoricos.

Por ultimo, la probabilidad de encontrar 3 clientes en cola y de degenacion de servicio muestran fluctuaciones pero siguen alineandose con los valores teoricos.



Figure 4: Comparación resultados de AnyLogic para una tasa de arribo del 50%.

En la figura 4 se muestran los resultados obtenidos con AnyLogic, mostrando resultados un poco alejados de los valores teoricos para todas las metricas analizadas, de forma tal que a comparacion de los resultados obtenidos en python, la diferencia es considerable. Dicho esto, ambos enfoques siguen siendo validos para modelar el sistema M/M/1 bajo una tasa de arribo del 50%

3.1.3 Tasa de arribo **75%**

Analizaremos el comportamiento del sistema de colas M/M/1 con una tasa de arribo del 75% con respecto a la tasa de servicio, las medidas analizadas van a ser las mencionadas anteriormente y se van a comparar con tres fuentes de datos: la simulación en Python, los valores teóricos calculados y los resultados obtenidos en AnyLogic.

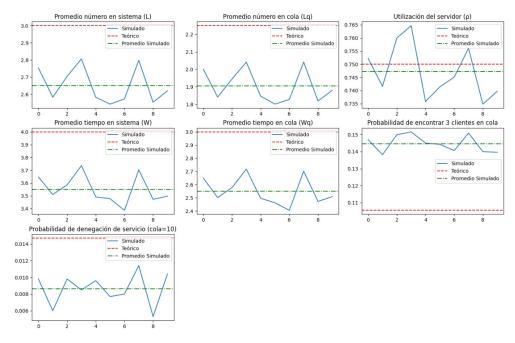


Figure 5: Comparación de resultados simulados y teóricos para una tasa de arribo del 75%.

En la figura 5, para el promedio de clientes en el sistema, los resultados simulados en Python muestran variabilidad significativa alrededor del valor teorico, manteniendose el promedio aproximado al teorico, indicando que se refleja correctamente el comportamiento esperado del sistema. Este patron se repite para el numero promedio de clientes en cola (L_a) .

La utilización del servidor se alinea bastante bien con respecto al valor teorico, con algunas fluctuaciones. El tiempo promedio en el sistema y en cola presentan oscilaciones atribuidas a la variabilidad natural en la simulacion, con un promedio adecuado a los esperados. Las probabilidades de encontrar 3 clientes en cola y de denegacion de servicio muestran una consistencia general entre al simulacion y los valores teoricos.



Figure 6: Comparación resultados de AnyLogic para una tasa de arribo del 75%.

En la figura 6, los resultados obtenidos con AnyLogic muestran una alta precision y estabilidad, con una coincidencia casi exacta con los vlaores teoricos para todas las metricas analizadas, presentando menos fluctuaciones que su contraparte en Python, indicando que se maneja de manera mas efectiva la aleatoridad y variabilidad del sistema.

En este caso, si bien ambas herramientas confirman la validez del modelo M/M/1, AnyLogic ofrece resultados mas precisos y consistentes.

3.1.4 Tasa de arribo 100%

Analizaremos el comportamiento del sistema de colas M/M/1 con una tasa de arribo del 100% con respecto a la tasa de servicio, las medidas analizadas van a ser las mencionadas anteriormente y se van a comparar con tres fuentes de datos: la simulación en Python, los valores teóricos calculados y los resultados obtenidos en AnyLogic.

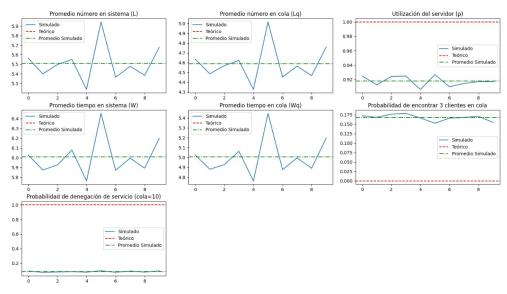


Figure 7: Comparación de resultados simulados y teóricos para una tasa de arribo del 100%.

En la figura 7 se observa que para el numero promedio de clientes en el sistema, los resultados presentan una variabilidad significativa alrededor del promedio simulado. En este escenario, el valor teorico para L tiende al infinito debido a que

el sistema se encuentra en un estado donde cualquier pequeña fluctuacion puede causar una acumulacion indefinida de clientes en el sistema. Este patron se repite para el numero promedio de clientes en cola.

Con respecto a la utilizacion del servidor, los resultados muestran un alineamiento cercano con el valor teorico, coincidiendo este con el valor maximo posible de la metrica, indicando que el servidor esta operando al 100% de su capacidad.

El tiempo promedio en el sistema y su tiempo promedio en cola presentan un comportamiento análogo, con valores simulados que fluctúan en torno al promedio simulado. Cabe destacar que las formulas teoricas para estos tiempos sugieren que, bajo una tasa de arribo igual a la tasa de servicio, los tiempos teoricos tienden al infinito.

La probabilidad de encontrar 3 clientes en cola muestra una consistencia general entre la simulación y el promedio simulado, con oscilaciones menores pero lejos del teórico. La probabilidad de denegación del servicio es sustancialmente baja en la simulación en comaparación con la expectativa teorica. El sistema no alcanza frecuentemente el umbral de rechazo de clientes.



Figure 8: Comparación resultados de AnyLogic para una tasa de arribo del 100%.

En la figura 8, se puede ver como AnyLogic demuestra una notable coherencia con los resultados obtenidos a través del programa en Python, variando muy poco entre los parametros. Se observa que ambos resultados, tanto AnyLogic como pytohn, desvian significativamente de los valores teoricos esperados, sugiriendo la presencia de factores o simplificaciones que podrian estar afectando la precision en ambos casos.

Aunque el sistema se acerca a su capacidad maxima, sigue atendiendo ligeramente mas rapido que el ritmo de arribo, generando tiempos de espera menores a los esperados.

3.1.5 Tasa de arribo 125%

Analizaremos el comportamiento del sistema de colas M/M/1 con una tasa de arribo del 125% con respecto a la tasa de servicio, las medidas analizadas van a ser las mencionadas anteriormente y se van a comparar con tres fuentes de datos: la simulación en Python, los valores teóricos calculados y los resultados obtenidos en AnyLogic.

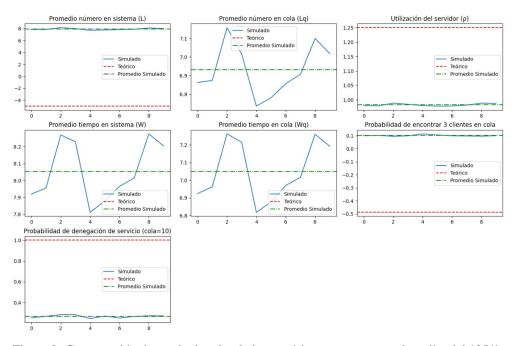


Figure 9: Comparación de resultados simulados y teóricos para una tasa de arribo del 125%.

En la figura 9, el numero promedio de clientes en el sistema muestra una variabilidad considerable en los resultados simulados, oscilando alrededor del promedio simulado. En la teoria, este valor tiende al infinito debido a que la tasa de arribo excede la tasa de servicio, generando un crecimiento no acotado de L. Este comportamiento se repite para L_q . La utilización del servidor en los resultados simulados refleja la condición en la que el sistema esta trabajando mas alla de su capacidad teorica.

Los tiempos promedio del sistema y del sistema en cola exhiben fluctuaciones en torno al promedio simulado, sin alcanzar el infinito como lo sugieren los valores teoricos. La probabilidad de encontrar 3 clientes en cola se vuelve teoricamente negativa por una situacion donde, reemplazando en la formula, nos queda una resta donde el sustrendo es mayor que el minuendo. La probabilidad de degenacion de servicio para un limite de 10 clientes en cola muestra un valor notablemente mas bajo en la simulacion en comparacion del valor teorico, sugiriendo que el sistema esta sobresaturado. El sistema maneja la cola de manera tal que raramente alcanza el limite maximo.



Figure 10: Comparación resultados de AnyLogic para una tasa de arribo del 125%.

Las simulaciones realizadas en AnyLogic en la figura 10 demuestran una notable coherencia con los resultados obtenidos a traves del programa en Python, variando muy poco entre los parametros. Aun asi, se observa que ambos resultados se desvian de los valores teoricos.

Estas discrepancias pueden explicarse por el hecho de que ambos modelos tienden a ajustarse a un indice de utilizacion cercano a 0.99 en lugar de alcanzar el valor teorico de 1.25

3.2 Modelo de sistema de inventario

Aquí se analizará el comportamiento del inventario variando el tiempo de simulación (en meses), el tiempo promedio entre demandas consecutivas, el costo de reabastecimiento, el costo de realizar un pedido, la cantidad minima de productos para reabastecerse, etc. Y se prestará total atencion al costo de orden, al costo de mantenimiento, al costo de faltante y al costo total, que es la suma de los tres anteriores.

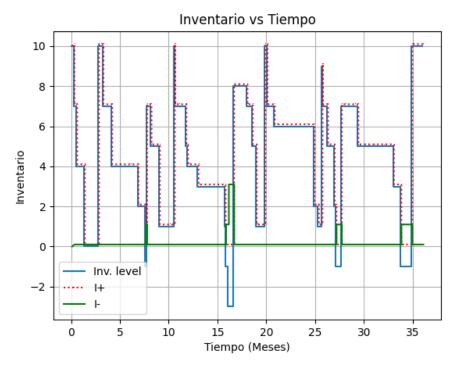


Figure 11: Resultados simulados en Python. (t) = 36, (s)=3, (S)=10 y λ = 0.8

En la Figura 11 se observa que, con el paso del tiempo, el inventario disminuye progresivamente debido a la demanda constante. Cuando la cantidad de productos almacenados alcanza o baja de 3 unidades, se activa un proceso de reposición que restaura el inventario hasta su capacidad máxima de 10 unidades. Este patrón de reducción y reabastecimiento ocurre de manera repetitiva, generando una fluctuación característica de los sistemas que siguen la política (s, S).

El gráfico también muestra momentos en los que el inventario cae por debajo de cero, lo que indica que la demanda ha superado la capacidad de respuesta del sistema en ciertos períodos, provocando escasez de productos. Estas situaciones de inventario negativo sugieren un desabastecimiento que podría traducirse en costos asociados, como pérdida de ventas o insatisfacción de los clientes.

Cada vez que ocurre un evento de reposición, el inventario vuelve a alcanzar el límite máximo de 10 unidades, lo que enfatiza el carácter cíclico del modelo de gestión. La capacidad del sistema para restablecer el inventario tras cada fase de agotamiento demuestra la efectividad de la política (s,S) en mantener un balance entre el nivel de servicio y la reducción de costos de almacenamiento.

3.2.1 Parámetros

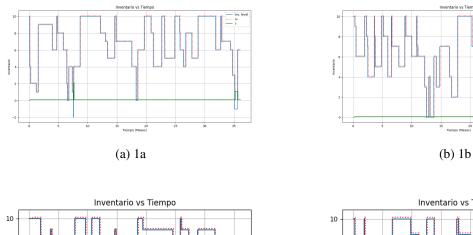
Durante todo el desarrollo utilizaremos los siguientes parámetros base y variaremos los siguientes parámetros y observaremos los resultados de simular dicho inventario.

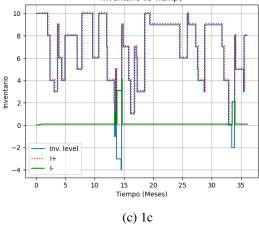
- 1. Tiempo de simulacion (en meses) (t): 36
- 2. **Demanda** (λ): 0.8
- 3. Cantidad minima de productos para reabastecerse (s): 3
- 4. Capacidad del inventario (S): 10

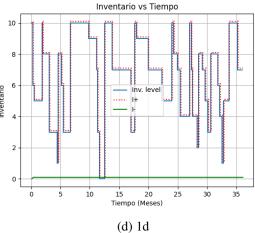
Puesto que la variable s es sobre la que tenemos mayor control en una situación real, realizaremos simulaciones variando solo ese parámetro, con el objetivo de encontrar valores óptimos para una variedad de situaciones.

3.2.2 Modelo con s=7

Esto indica que no se espera a tener una cantidad relativa baja de inventario para realizar un pedido.





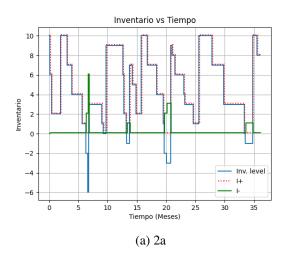


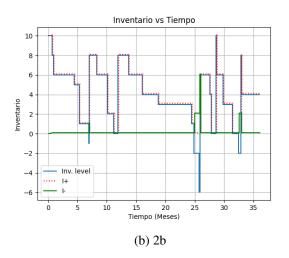
Cuando el nivel de pedido se establece en s=7, el inventario rara vez alcanza valores negativos, lo que resulta beneficioso en situaciones donde no se puede permitir la falta de stock o cuando los costos asociados a la escasez (p) son elevados en comparación con los gastos de almacenamiento.

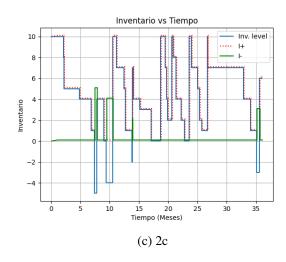
Por otro lado, también se nota que la cantidad de productos disponibles en el inventario (I+) se mantiene alta de forma constante, lo que podría generar costos innecesarios si el precio de mantenimiento (h) es significativo. En este caso, mantener un equilibrio entre la disponibilidad de productos y los costos operativos sería clave para una gestión eficiente del inventario.

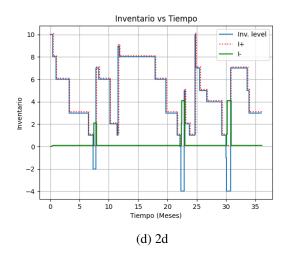
3.2.3 Modelo son s=3

Al establecer un valor más bajo para el parámetro s, se espera un tiempo promedio más largo antes de hacer el siguiente pedido. Esto provoca que haya más ocasiones en las que el inventario esté en niveles negativos. Según los valores de p y h, esto podría resultar en un costo total más elevado. En general, el costo asociado a la escasez tiende a ser mayor que el costo de mantener inventario, por lo que reducir el valor de s a 3 no parece ser una buena decisión.









3.3 Análisis de costos

3.3.1 Con s=0

El pedido se realiza una vez que el inventario real llega a 0.

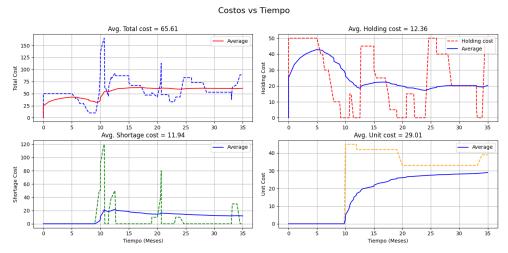


Figure 12: Simulación con parámetros de costos (k) = 7, (p) = 10, (h) = 5 y (i) = 3.

En la Figura 12 se puede ver que el mayor aporte al costo total proviene del costo unitario del producto, con un promedio de 32 y representando un 41.65% del total, a pesar de que este costo unitario es el más bajo entre los cuatro parámetros analizados. Como s es igual a 0, la cantidad pedida en cada ciclo es muy grande (ya que S - s = S), lo que hace que el costo del producto represente una gran parte del costo total.

También se observa que el costo por escasez del producto es el que menos influye en el costo total, con aproximadamente un 12.52%, a pesar de que el parámetro p es bastante alto y el inventario negativo está maximizado (porque s = 0). Por lo tanto, podemos suponer que mantener una gran proporción de inventario negativo podría ser recomendable, dado que incluso en esta situación desfavorable, el costo por escasez sigue siendo el que menos contribuye al costo total.

3.3.2 Con s=3

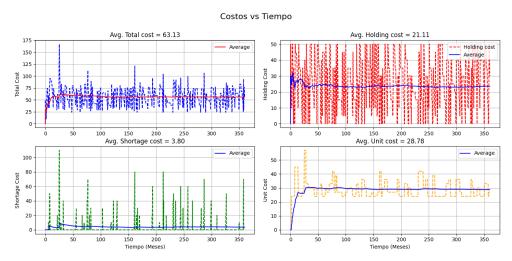


Figure 13: Simulación con parámetros de costos (k) = 7, (p) = 10, (h) = 5 y (i) = 3.

En la Figura 13 se nota que el costo total disminuyó un poco en comparación con la simulación 3.3.1. El costo unitario continúa siendo el mayor componente del costo total. Debido a que el valor de s es pequeño, la mayoría del tiempo habrá unidades en inventario, por lo que una reducción en el costo de almacenamiento (holding) tiene un impacto significativo en la disminución del costo total.

Reduciendo h y i obtenemos:

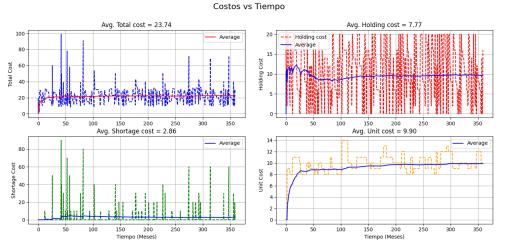


Figure 14: Simulación con parámetros de costos (k) = 7, (p) = 10, (h) = 2 y (i) = 1.

En la figura 14 observamos que el costo se vió considerablemente reducido (de 64.94 a 26.50, casi un 50%) al reducirlos costos de holding y de unidad.

4 Conclusiones

La simulación del modelo MM1 mostró que tanto el número promedio de clientes en el sistema y en la fila aumentan notablemente a medida que la tasa de llegadas se acerca a la tasa de servicio. Esto coincide con lo que predice la teoría: si llegan más clientes de los que se pueden atender, el sistema se congestiona y los tiempos de espera se incrementan. Además, la utilización del servidor se eleva con la tasa de arribo, llegando casi al 100% cuando ambas tasas son iguales, lo que significa que el servidor está ocupado casi todo el tiempo. Las probabilidades de tener diferentes cantidades de clientes en la fila siguieron el comportamiento esperado según las fórmulas teóricas del modelo MM1, y cuando se limita el tamaño de la cola, la probabilidad de rechazar clientes aumenta, mostrando cómo la capacidad afecta el desempeño del sistema.

En cuanto a la variación de las tasas de llegada, los resultados confirmaron que un mayor ritmo de arribo respecto a la capacidad de servicio genera más congestión y tiempos de espera más largos. Los resultados obtenidos fueron coherentes con las predicciones teóricas del modelo, reflejando la precisión y robustez de la simulación.

Para el modelo de inventario, la simulación evidenció que el costo total está compuesto principalmente por los costos de mantener inventario y los costos por faltantes. Ajustar los parámetros es clave para equilibrar estos costos y minimizar el total. Se observó cómo los costos varían al modificar los parámetros, demostrando que las decisiones sobre los niveles de inventario y las políticas de pedido influyen directamente en el costo final. Los resultados estuvieron en línea con lo esperado teóricamente y permitieron analizar en detalle los diferentes componentes del costo.

En conclusión, la simulación de ambos modelos permitió entender mejor el funcionamiento y las dinámicas de los sistemas estudiados. Comparar los resultados teóricos con los de la simulación en distintos escenarios demostró la eficacia y exactitud de los modelos. Se recomienda ajustar los parámetros según las características y necesidades del sistema para lograr el mejor equilibrio entre costos y eficiencia en la práctica.

5 Codigo

El codigo de las simulaciones, asi como el archivo de AnyLogic se encuentra en:

https://github.com/pecorarolucio/tps-simulacion-2025/tree/main/TP3

References

- [1] Material Teórico Cátedra de Simulación 2024.
- [2] Slideshare. (s.f.). Fórmulas del sistema de cola MM1. Recuperado de https://es.slideshare.net/slideshow/formulas-del-sistema-de-cola-mm1/8073468