

① calculer la primitive: $\int_a^b f(x) dx = [F(x)]_a^b = F(b) - F(a)$ avec F primitive de f ($F'(x) = f(x)$)
[Primitive]

② faire une intégration par parties:

$$\int_a^b u'(x) \cdot v(x) dx = [u(x)v(x)]_a^b - \int_a^b u(x)v'(x) dx \quad [IPP]$$

avec u et v dérivables de dérivées continues sur $[a, b]$ ($\mathcal{C}^1([a, b])$)

③ faire un changement de variable:

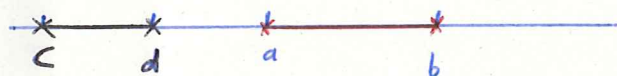
$$\int_a^b f(x) dx = \int_{\varphi^{-1}([a, b])} f(\varphi(x)) \varphi'(x) dx \quad [Chgt]$$

avec φ bijection sur $[a, b]$ et dérivable de dérivée continue sur $[a, b]$

Intégrer une fonction indicatrice On peut prendre l'exemple de la loi Uniforme: $X \sim \mathcal{U}([a, b])$

$$I = \int_c^d \mathbb{1}_{[a, b]}(x) \cdot \frac{1}{b-a} dx = \mathbb{P}(X \in [c, d])$$

① Si $d < a$:



$$\text{Soit } x \in [c, d], \mathbb{1}_{[a, b]}(x) \cdot \frac{1}{b-a} = 0$$

$$\text{donc } I = 0$$

② si $d \in [a, b]$:

②-1 si $c < a$:



$$I = \int_a^d \frac{1}{b-a} dx = \frac{d-a}{b-a}$$

2-2) si $c \geq a$:



$$I = \int_c^d \frac{1}{b-a} dx = \frac{c-d}{b-a}$$

3) si $d > b$:

3-1) si $c < a$:



$$I = \int_a^b \frac{1}{b-a} dx = 1$$

3-2) si $c \in [a, b]$:



$$I = \int_c^b \frac{1}{b-a} = \frac{b-c}{b-a}$$

3-3) si $c > b$:



$$\forall x \in [c, d], D_{[a, b]}(x) \cdot \frac{1}{b-a} = 0$$

$$I = 0$$