

ex 1Partie A:

1)

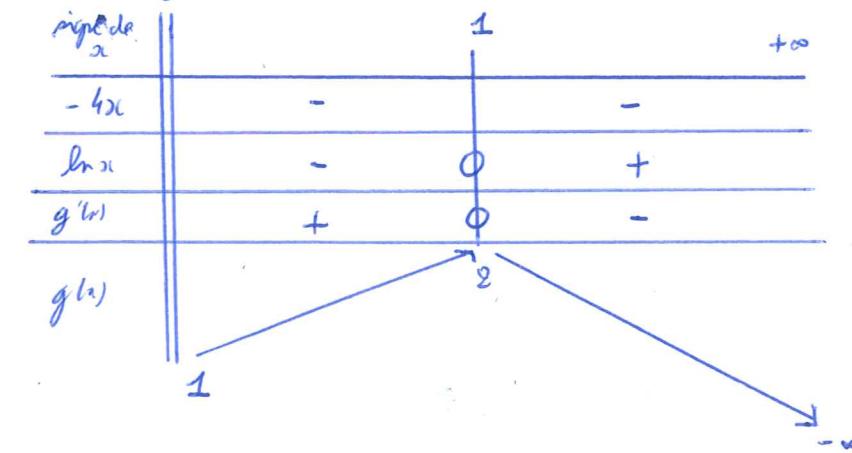
(a) $\ln x$ et $1+x^2$ sont dérivables sur $]0; +\infty[$ et $1+x^2$ ne s'annule pas sur $]0; +\infty[$ alors: $\frac{\ln x}{1+x^2}$ est dérivable sur $]0; +\infty[$.

$$(b) f'(x) = \frac{\frac{1}{x}(1+x^2) - \ln x \cdot 2x}{(1+x^2)^2} = \frac{1}{x(1+x^2)^2} (1+x^2 - 2x^2 \ln x)$$

 $\forall x \in \mathbb{R}^{+*}, \frac{1}{x(1+x^2)^2} > 0$ alors $f'(x)$ est du signe de $1+x^2 - 2x^2 \ln x$

$$(c) g(x) = 1+x^2 - 2x^2 \ln x$$

$$g'(x) = 2x - 2 \left(\ln x + \frac{x^2}{x} \right) = 2x - 4x \ln x - 2x = -4x \ln x$$

* résoudre $g(x)=0$ sur \mathbb{R}^{+*} ?Etant donné que g est continue et croissante sur $[0; 1]$, $g([0; 1]) = [1; 2]$ désinariante sur $[1; +\infty[$, $g([1; +\infty[) = [-\infty; 2[$ donc l'équation $g(x)=0$ admet 2 ou plusieurs solutions sur \mathbb{R}^{+*} et elles sont dans l'intervalle $[1; +\infty[$.- g est continue strictement décroissante sur $[1; +\infty[$ donc elle définit 1 bijection de cet intervalle sur l'intervalle $[-\infty; 2[$ donc la solution de l'équation $g(x)=0$ est unique.

2)

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{1+x^2} \ln x = \lim_{x \rightarrow 0^+} \ln x = -\infty \quad * \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln x}{x^2} \cdot \frac{1}{1+\frac{1}{x^2}} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln x}{x^2} = 0^+$$

(2)

$$* g(m)=0 \Leftrightarrow 1+m^2 - 2m^2 \ln(m) = 0 \Leftrightarrow \ln(m) = \frac{1+m^2}{2m^2}$$

$$f(m) = \frac{\ln m}{1+m^2} = \frac{1}{2m^2}$$

(b) variation de $f(x)$ 