

Rappels sur l'intégration

① calculer la primitive: $\int_a^b f(x) dx = [F(x)]_a^b = F(b) - F(a)$ avec F primitive de f ($F'(x) = f(x)$)
[Primitive]

② faire une intégration par parties:

$$\int_a^b u'(x) \cdot v(x) dx = [u(x)v(x)]_a^b - \int_a^b u(x)v'(x) dx \quad [\text{IPP}]$$

avec u et v dérivables de dérivées continues sur $[a; b]$ ($\Psi^{-1}([a; b])$)

③ faire un changement de variable:

$$\int_a^b f(x) dx = \int_{\Psi^{-1}([a; b])} f(\Psi(x)) \Psi'(x) dx \quad [\text{Chgt}]$$

avec Ψ bijection sur $[a; b]$ et dérivable de dérivée continue sur $[a; b]$

Intégrer une fonction indicatrice On peut prendre l'exemple de la loi Uniforme : $X \sim U([a; b])$

$$I = \int_c^d \mathbb{1}_{[a; b]}(x) \cdot \frac{1}{b-a} dx = \mathbb{P}(X \in [c; d])$$

① si $d < a$:



Yait $x \in [c; d]$, $\mathbb{1}_{[a; b]}(x) \cdot \frac{1}{b-a} = 0$

donc, $I = 0$

② si $c \in [a; b]$:

(2-1) si $c < a$:



$$I = \int_a^d \frac{1}{b-a} dx = \frac{d-a}{b-a}$$

(2)

(2-2) $c \geq a$:

$$I = \int_c^d \frac{1}{b-a} dx = \frac{c-d}{b-a}$$

(3) $a < d \leq b$:(3-1) $c < a$:

$$I = \int_a^b \frac{1}{b-a} dx = 1$$

(3-2) $c \in [a; b]$:

$$I = \int_c^b \frac{1}{b-a} dx = \frac{b-c}{b-a}$$

(3-3) $c > b$:

At $x \in [c; d]$, $D_{[a; b]}(x) \cdot \frac{1}{b-a} = 0$

$$I = 0$$