

La Méthode du Pivot de GAUSS

(1)

le problème : résoudre 1 système d'équations

on prend comme exemple :

$$\begin{cases} x + y + 7z = -1 & (L_1) \\ 2x - y + 5z = -5 & (L_2) \\ -x - 3y - 9z = -5 & (L_3) \end{cases}$$

l'objectif : en arriver à : $\begin{cases} ax + by + cz = \alpha \\ dy + ez = \beta \\ fz = \gamma \end{cases}$

la méthode : ① Je choisis (L_1) comme ligne-pivot

② Je garde (L_1) et j'ajoute à chaque ligne suivante 1 multiple (éventuellement négatif) de ma ligne-pivot

$$\begin{cases} x + y + 7z = -1 & (L_1) \\ -3y - 9z = -3 & (L_2 - 2L_1) \\ 2y - 8z = -6 & (L_3 + L_1) \end{cases}$$

pour éliminer les x

③ Je divise la 2^e ligne par -3, elle deviendra ma ligne-pivot

$$\begin{cases} x + y + 7z = -1 & (L_1) \\ y + 3z = 1 & (L_2 \times \frac{1}{-3}) \\ 2y - 8z = -6 & (L_3) \end{cases}$$

④ Je garde la ligne (L_2) et j'ajoute à chaque ligne suivante 1 multiple de ma ligne-pivot

$$\begin{cases} x + y + 7z = -1 & (L_1) \\ y + 3z = 1 & (L_2) \\ -8z = -8 & (L_3 - 8L_2) \end{cases}$$

pour éliminer les y

(2)

④ Je divise la 3^e ligne par -8

$$\left\{ \begin{array}{l} x + y + 7z = -1 \\ y + 3z = 1 \\ z = 1 \end{array} \right.$$

⑤ Et je résous le système obtenu

$$\left\{ \begin{array}{l} x + y + 7z = -1 \\ y = 1 - 3z \\ z = 1 \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} x + y + 7z = -1 \\ y = -2 \\ z = 1 \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} x = -1 - y - 7z = -6 \\ y = -2 \\ z = 1 \end{array} \right.$$

$$S = \{(-6; -2; 1)\}$$