Les v.a.d. usuelles

I) Loi de Bernoulli de paramètre $p \in [0;1]$:

∗ déf : $X : \Omega \longrightarrow \{0;1\}$ avec : $\mathbb{P}_X : \mathcal{P}(\{0;1\}) \longrightarrow [0;1]$

$$x \longmapsto \begin{cases} p & \text{si } x = 1 \\ 1-p & \text{si } x = 0 \end{cases}$$

∗ interprétation : C'est la v.a.d. associée au résultat d'1 épreuve aléatoire qui n'admet que 2 issues (échec ou succès)

∗ ex : le tirage à pile ou face. Dans ce cas, $p = \frac{1}{2}$

II) Loi binomiale de paramètres $n \in \mathbb{N}$ et $p \in [0;1]$:

∗ déf : $X : \Omega \longrightarrow [\![0;n]\!]$ avec : $\mathbb{P}_X : \mathcal{P}([\![0;n]\!]) \longrightarrow [0;1]$

$$x \longmapsto C_n^k p^k (1-p)^{n-k} = \frac{n!}{k!\,(n-k)!} p^k (1-p)^{n-k}$$

∗ interprétation : Si on répète n fois de manière indépendante 1 épreuve de Bernoulli de paramètre p
alors X est la v.a.d. associée au nombre de succès obtenus.

Autrement dit : Soient $(X_i)_{i=1,\dots,n}$, n v.a.d. de loi de Bernoulli de paramètre p
mutuellement indépendantes : $\forall i \neq j$, $\mathbb{P}(X_i = a, X_j = b) = \mathbb{P}(X_i = a)\,\mathbb{P}(X_j = b)$
avec $(a;b) \in \{0;1\}^2$

alors on a : $X = \sum_{i=1}^{n} X_i$

III) Loi uniforme sur $[\![1;n]\!]$:

∗ déf : $X : \Omega \longrightarrow [\![1;n]\!]$ avec $\mathbb{P}_X : \mathcal{P}([\![1;n]\!]) \longrightarrow [0;1]$

$$x \longmapsto \frac{1}{n}$$

∗ interprétation : les résultats $(1, 2, \dots$ ou $n)$ sont équiprobables

∗ ex : le résultat du lancer d'1 dé suit 1 loi uniforme sur $[\![1;6]\!]$

IV) Loi de Poisson de paramètre $\lambda > 0$:

∗ déf : $X : \Omega \rightarrow \mathbb{N}$ avec : $\mathbb{P}_X : \mathcal{P}(\mathbb{N}) \longrightarrow [0;1]$

$$x \longmapsto e^{-\lambda} \frac{\lambda^x}{x!}$$

∗ ex : C'est le nombre d'événements se produisant dans 1 intervalle de temps (file d'attente à 1 guichet)

V) Loi géométrique de paramètre $p \in [0;1]$:

*** déf :** $X : \Omega \to \mathbb{N}$ avec : $\mathbb{P}_X : \mathcal{P}(\mathbb{N}) \longrightarrow [0;1]$

$$n \longmapsto (1-p)^{n-1} \cdot p$$

*** interprétation :** Si on répète plusieurs fois de manière indépendante 1 épreuve de Bernoulli de paramètre p jusqu'à obtenir 1 succès alors X représente le nombre de tentatives nécessaires

*** ex :** nombre de lancers d'1 pièce nécessaires pour faire pile

$$\mathbb{P}(X=n) = \left(1-\frac{1}{2}\right)^{n-1} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{2^n}$$