

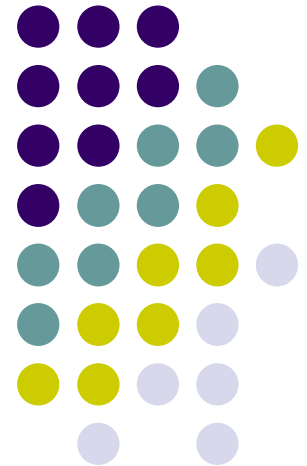
# Teoria da Computação

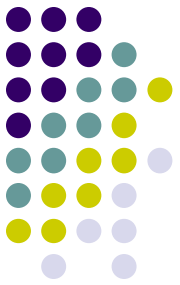
---

EQUIVALÊNCIA DE PROGRAMAS E  
MÁQUINA

Fabício Dias

[fabriciounipe@ig.com.br](mailto:fabriciounipe@ig.com.br)

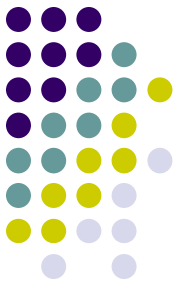




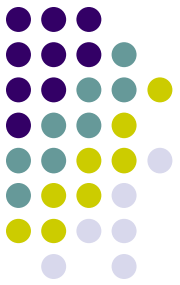
# Agenda

- Programas, máquinas e computações
- Equivalências de programas e máquinas
- Programas equivalentes
- Função parcial
- Equivalência forte de programas
- Equivalência de máquinas.

# Relembrando: Programas, máquinas e computações



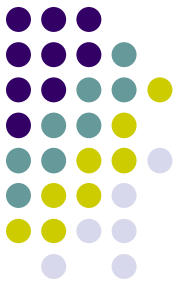
- Programa – é um conjunto de operações e testes compostos de acordo com uma estrutura de controle;
- Tipos de Programas:
  - Monolítico
  - Iterativo
  - Recursivo



# Máquina

- Uma máquina é capaz de interpretar os programas de acordo com os dados fornecidos
  - Deve possuir uma interpretação para cada operação ou teste que constitui o programa.

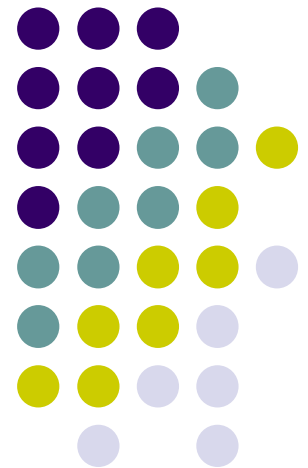
# Computação e função computada

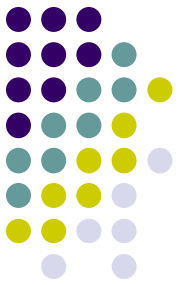


- **Computação** é um histórico do funcionamento da máquina para o programa, considerando um valor inicial
- **Função computada** é uma função (parcial) induzida a partir da máquina e do programa dados.

---

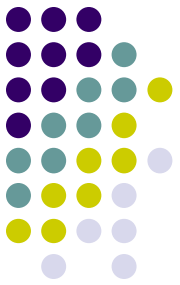
# Equivalência de Programas e Máquinas





# Programas Equivalentes

- Funções computadas permitem introduzir algumas importantes noções de equivalências de programas e máquinas
  - Programas equivalentes fortemente
  - Programas equivalentes
  - Máquinas equivalentes.

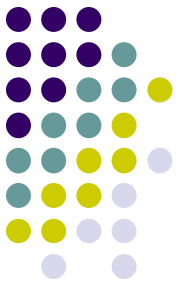


# Programas Equivalentes

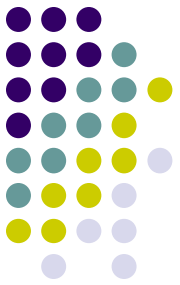
- Programas equivalentes fortemente
  - Quando as correspondentes funções computadas coincidem para qualquer máquina
- Programas equivalentes
  - Quando as correspondentes funções computadas coincidem para uma dada máquina
- Máquinas equivalentes
  - Quando as máquinas podem simular umas às outras



# Importância



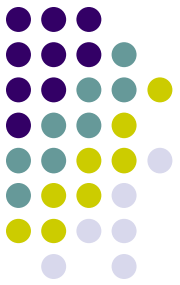
- A relação equivalência forte de programas é importante, porque ao agrupar diferentes programas em classes de equivalências de programas cujas funções coincidem, fornece subsídios para analisar propriedades de programas como complexidades.



# Diagrama

- Um importante resultado é que programas **recursivos** são mais gerais que os **monolíticos**, os quais, por sua vez, são mais gerais que os **iterativos**.

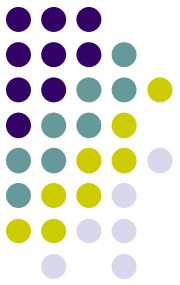




# Função Parcial

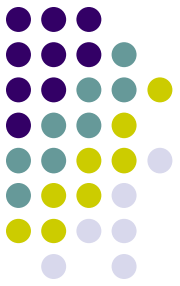
- Definição: É uma função que só está definida em parte do seu domínio.
- Igualdade de funções parciais
  - Duas funções parciais  $f, g: X \rightarrow Y$  são ditas iguais, ou seja,  $f = g$ , se e somente se, para cada  $x \in X$ :
    - $f(x)$  e  $g(x)$  são definidas e  $f(x) = g(x)$

# Equivalência Forte de Programas



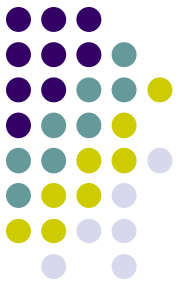
- Definição: Sejam  $P$  e  $Q$  dois programas, não necessariamente do mesmo tipo:
  - Então o par  $(P, Q)$  está na Relação Equivalência Forte de Programas,  $P \equiv Q$ , se e somente se, para qualquer máquina  $M$ , as correspondentes funções parciais computadas são iguais,  $\langle P, M \rangle = \langle Q, M \rangle$ .

# Equivalência Forte de Programas



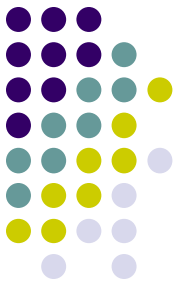
- Para todo programa iterativo, existe uma programa monolítico fortemente equivalente;
- Para todo programa monolítico, existe um programa recursivo fortemente equivalente;
  - Obs.: A inversa não é verdadeira necessariamente.

# Equivalência Forte de Programas



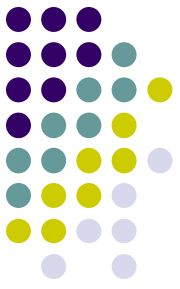
- Teorema 1: Iterativo  $\rightarrow$  Monolítico
  - Para qualquer programa iterativo  $P_i$ , existe um programa monolítico  $P_m$ , tal que  $P_i \equiv P_m$

# Equivalência Forte de Programas



- Teorema 2: Monolítico  $\rightarrow$  Recursivo
  - Para qualquer programa monolítico  $P_m$ , existe um programa recursivo  $P_r$ , tal que
$$P_m \equiv P_r.$$

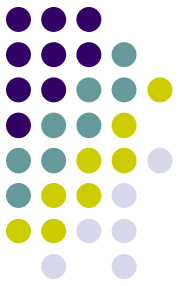
# Equivalência Forte de Programas



- **Corolário 1:** Iterativo  $\rightarrow$  Recursivo
  - Para qualquer programa iterativo  $P_i$ , existe um programa recursivo  $P_r$ , tal que
$$P_i \equiv P_r$$

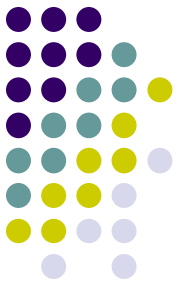


# Equivalência Forte de Programas



- Teorema 3:
  - Dado um programa recursivo  $P_r$  qualquer, não necessariamente existe programa monolítico  $P_m$ , tal que  $P_r \equiv P_m$ .

# Equivalência Forte de Programas



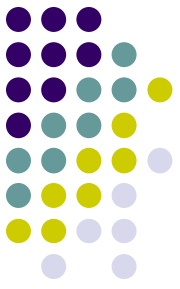
- Teorema 4:
  - Dado um programa monolítico  $P_m$  qualquer, não necessariamente existe programa iterativo  $P_i$ , tal que  $P_m \equiv P_i$

# Equivalência Forte de Programas

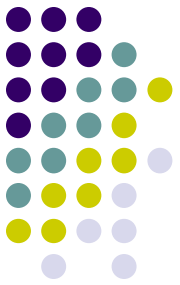


- É importante notar que as 3 classes de formalismos possuem o mesmo poder computacional, isto é:
  - para qualquer programa recursivo e para qualquer máquina, existe um programa monolítico e existe uma máquina tal que as correspondentes funções computadas coincidem.

# Equivalência Forte de Programas

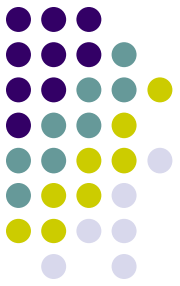


- existe um algoritmo para determinar se dois programas monolíticos (respectivamente, iterativos) são ou não equivalentes fortemente
- até o momento, não é conhecido se existe ou não um algoritmo para mostrar equivalência forte de dois programas recursivos.



# Equivalência de Máquinas

- Analogamente às equivalências de programas, pode-se estabelecer noções de equivalência de máquinas
- Afirma-se que duas máquinas são equivalentes se uma pode simular a outra e vice-versa.



- Dúvidas????