Projeto 1: Amostragem de Sinais Analógicos

Pedro Henrique de A. Gomes, Isaac Neves Farias, UFPE.

I. Introdução

Esta prática teve como objetivo a análise do comportamento de um sinal analógico, sua versão discretizada e posteriormente sua reconstrução com funções interpoladoras.

Da teoria podemos destacar principalmente o estudo do teorema da amostragem (*Nyquist*) e o efeito *aliasing*.

II. Fundamentação Teórica

No processo de conversão de sinais de tempo contínuo para tempo discretos faz-se necessário o cumprimento de algumas condições para que o sinal não seja distorcido.

A. O teorema da amostragem de Nyquist

Estabelece que se $x(t)$ é um sinal de banda limitada em Ω_N, isto é, se sua transformada de Fourier satisfaz $|X(j\Omega)| = 0$ para $|\Omega| > \Omega_N$, então ele pode ser reconstruído a partir de suas amostras $x[n] = x(nT)$, desde que as mesmas tenham sido obtidas a uma taxa de $\Omega_s \geq 2\Omega_N$ amostras por segundo.

Nessas condições $x(t)$ pode ser recuperado por um filtro passa- baixas de ganho T e frequência de corte $\Omega_C = \Omega_S/2$.

B. Aliasing

O aliasing é um efeito que faz com que diferentes sinais se tornem indistinguíveis quando amostrados. Frequentemente, também se refere à distorção ou artefato que resulta quando um sinal reconstruído a partir de amostras é diferente do sinal contínuo original.

III. Problemas Básicos

Dado o sinal:

$$x(t) = \sin(\Omega_0 t) \tag{1}$$

Amostrado a uma frequência $\Omega_S = 2\pi/T = 2\pi(8192)$ rad/seg, é obtido:

$$x(t) = \sin(\Omega_0 n/8192) \tag{2}$$

Para uma frequência de $\Omega_0 = 2\pi(1000)$ rad/seg.

Para obtenção deste resultado, foi utilizado um vetor Vn=[0:8191], posterimente calcula-se t=Vn*T, obtendo um vetor de 8192 entradas espaçadas igualmente entre 0 e 1. Apartir do vetor t, pode-se calcular as entradas senoidais para a frequência que o sinal está sendo amostrado.

```
// Variaveis

T=1/8192;

Omega_0 = 2*%pi*(1000);

v_n = 0:8191;
t=v_n*T;

// Sinal : sin(Omega_0*T)

//Letra A (sinal discretizado)

x_n = sin(Omega_0*t);
```

Figura 1: Código da implementação do sinal discreto

As primeiras 50 amostras do sinal são apresentadas por meio de um gráfico interpolado (plot2d) e um apenas com as amostras reais (plot2d3).

```
//Letra B

subplot(331)
title('')
plot2d3(t(1:51), x_n(1:51) )

subplot(332)
title('')
plot2d(t(1:51), x_n(1:51) )
```

Figura 2: Código do sinal plotado

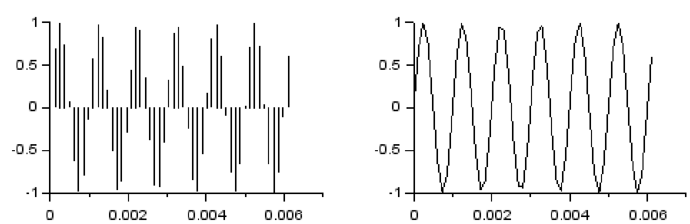

Figura 3: Gráficos do sinal interpolado e não interpolado

Por meio da função fft() é possível obter a transformada de Fourier de tempo contínuo do sinal reconstruído x(t), a função fftshift() é responsável por centralizar o gráfico obtido.

```
x_w = fftshift(fft(x_n ,-1)*2*%pi*T);
w = linspace(-1, 1-T, 1/T)/(2*T);


subplot(333)
title('')
plot2d(w, abs(x_w))
```

Figura 4: Código referente a transformada de Fourier e a plotagem

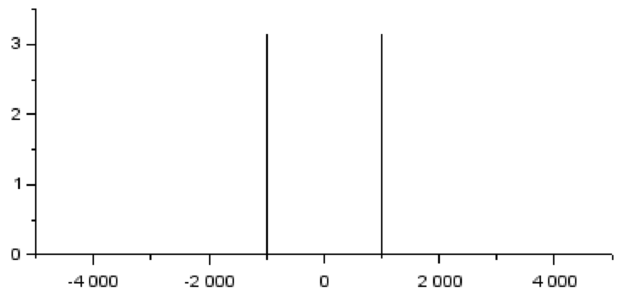

Figura 5: Gráfico da transformada do sinal amostrado

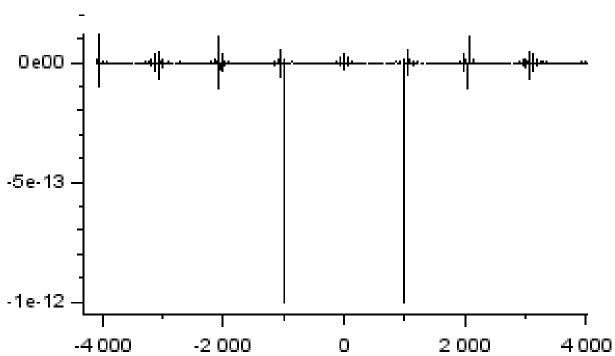

Figura 6: $Re\{X(j\Omega)\}$ em função da frequencia

O gráfico está dentro do esperado, com as frequências em 1KHz e -1KHz bem aparentes, também é possível observar que quase todos os valores em X são não nulos, mas a maioria tem valores pequenos devido a erros de arredondamento.

IV. Problemas Intermediários

Nesta seção é analisado o efeito de Aliasing no sinal reconstruido $x_r(t)$.

Repetindo os processos de conversão C/D e transformada de Fourier do sinal para as frequências de 1.5KHz e 2KHz, pode-se perceber que a magnitude é a esperada para as frequências premeditadas pela transformada, entretanto, surgem variações em frequências não esperadas.

Este fato se dá pelos arredondamentos feitos pelo sistema.

```
omega3 = 2*%pi*(1500);
x_h = sin(omega3*t);

x_wh = fftshift(fft(x_h ,-1)*2*%pi*T);
w = linspace(-1, 1-T, 1/T)/(2*T);

subplot(4,4,3)
title('')
plot2d3(t(1:51),x_h(1:51) )

subplot(4,4,4)
title('')
plot2d3(w, abs(x_wh))
```

Figura 7: Código de Conversão C/D e transformada de Fourier

O mesmo código é utilizado para as duas frequências solicitadas, mudando apenas nas variáveis que são de interesse.

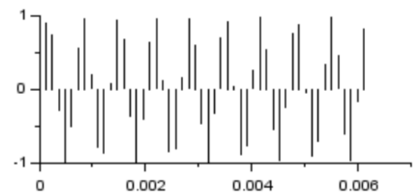

Figura 8: Gráfico do sinal com frequência 1.5KHz

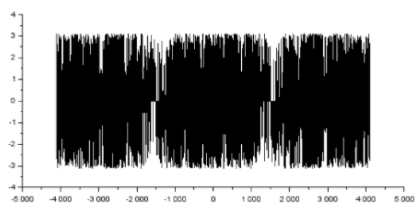

Figura 9: Gráfico da T. de Fourier do sinal com frequência 1.5KHz

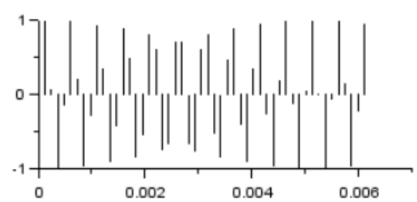

Figura 10: Gráfico do sinal com frequência 2KHz

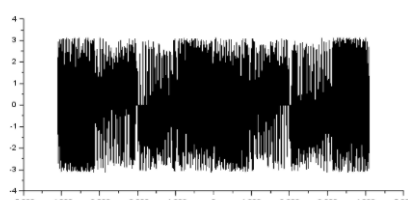

Figura 11: Gráfico da T. de Fourier do sinal com frequência 2KHz

No scilab é utilizada a função sound(), a qual é responsável por reproduzir sonoramente a função a que ela é aplicada, após a sua execução é possível perceber que ao aumentar a frequência do sinal inserido a reprodução traz um sinal mais agudo dentro do esperado.

```
sound(x_n, 1/T);//1000
sound(x_h, 1/T);//1500
sound(x_i, 1/T);//2000
```

Figura 12: Reprodução da função sound para as frequências solicitadas

Os processos de conversão e transformada de Fourier foram repetidos paras as frequências de $2.\pi.(3500, 4000, 4500, 5000, 5500) rad/seg$.

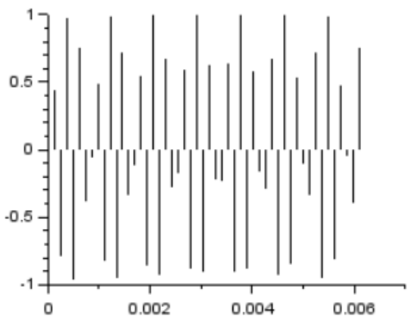

Figura 13: Sinal de 3.5KHz

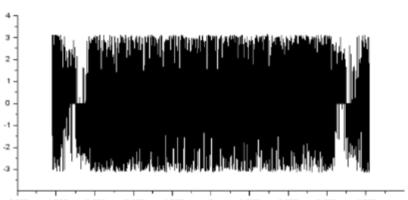

Figura 14: T. de Fourier de 3.5KHz

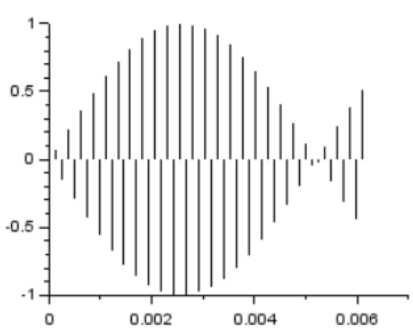

Figura 15: Sinal de 4KHz

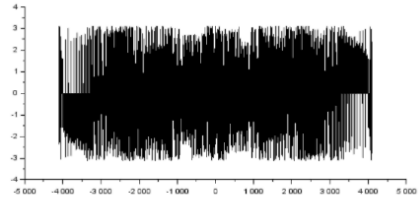

Figura 16: T. de Fourier de 4KHz

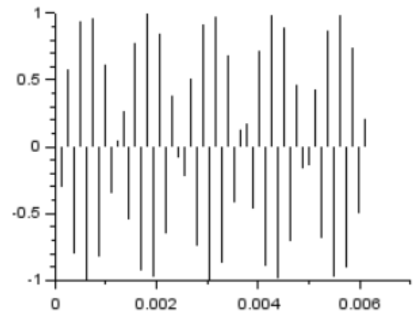

Figura 17: Sinal de 4.5KHz

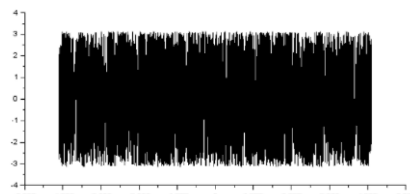

Figura 18: T. de Fourier de 4.5KHz

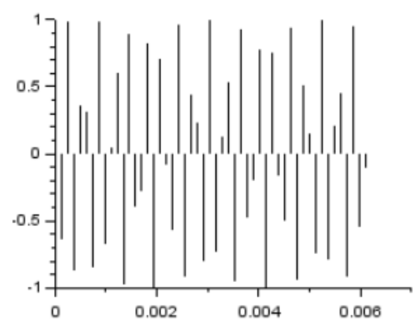

Figura 19: Sinal de 5KHz

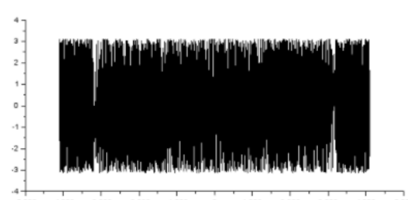

Figura 20: T. de Fourier de 5KHz

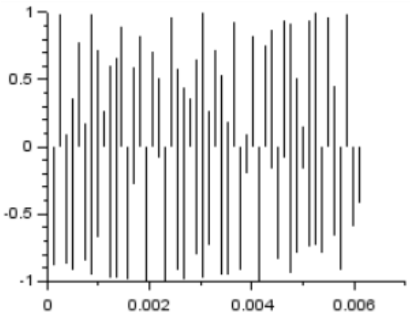

Figura 21: Sinal de 5.5KHz

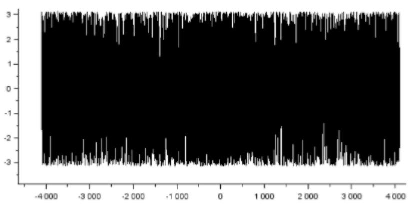

Figura 22: T. de Fourier de 5.5KHz

Ao ouvir o sinal por meio da função sound() percebe-se que por volta do sinal 4500 o som não fica mais agudo conforme a frequência aumenta.

Esse efeito é definido como *Aliasing*, acontece durante a reconstrução do sinal e é observado quando a frequência em que os dados do sinal contínuo são coletados ultrapassam o limite que é dado por duas vezes a frequência do sinal original (Teorema de Nyquist).

V. CONCLUSÃO

A conversão de sinais continuos/digitais ao passo que torna o trabalho com os sinais mais fácil, traz consigo algumas limitações.

A maioria dos sinais trabalhados no cotidiano são limitados e isso implica em uma largura de banda ilimitada, porém, a escolha de filtros passa baixa auxilia posteriomente na conversão C/D dos sinais, mas garante perdas de informação.

Estas precisam ser analisadas, pois de acordo com a aplicação pode-se utilizar filtros 'mais largos'.

O teorema da amostragem de Nyquist também se mostra necessário para o trabalho real, pois, a frequência de amostragem de um sinal se faz necessária para a sua produção e análise, garantindo assim, um sinal reconstruido sem perdas "grandes"de informação.

Também pode ser observado como a transformada de Fourier do sinal pode auxiliar na identificação de suas frequências, bem como, na sua filtragem e garantia de que não esteja havendo perda de informação relevante.

AGRADECIMENTOS

A todos aqueles que jamais receberão o merecido obrigado, agradecemos.