



Universidade Federal do Espírito Santo  
Centro de Ciências Agrárias  
Departamento de Ciências Florestais e  
da Madeira



## CAPÍTULO V

# Métodos Estatísticos para Estimação do Volume

## Parte 1

Professor Gilson Fernandes da Silva

# Objetivos da parte 1

---

- Apresentar a teoria mínima sobre análise de regressão.
- O modelo de regressão linear simples.

# 1 - Métodos estatísticos para a estimação do volume

Os métodos estatísticos também constituem uma maneira indireta de se obter o volume, com a peculiaridade de empregar como ferramenta principal a estatística.

Com a ferramenta estatística se consegue estimar o volume da árvore por meio de outras variáveis da mesma, que apresentam correlação com o volume, dentre as quais destacam-se o diâmetro a altura do peito ( $D$ ) e a altura total ( $H$ ).

A principal ferramenta estatística empregada na mensuração florestal para estudar as relações do volume com outras variáveis da árvore é a análise de regressão.

# 1.1 - Análise de regressão

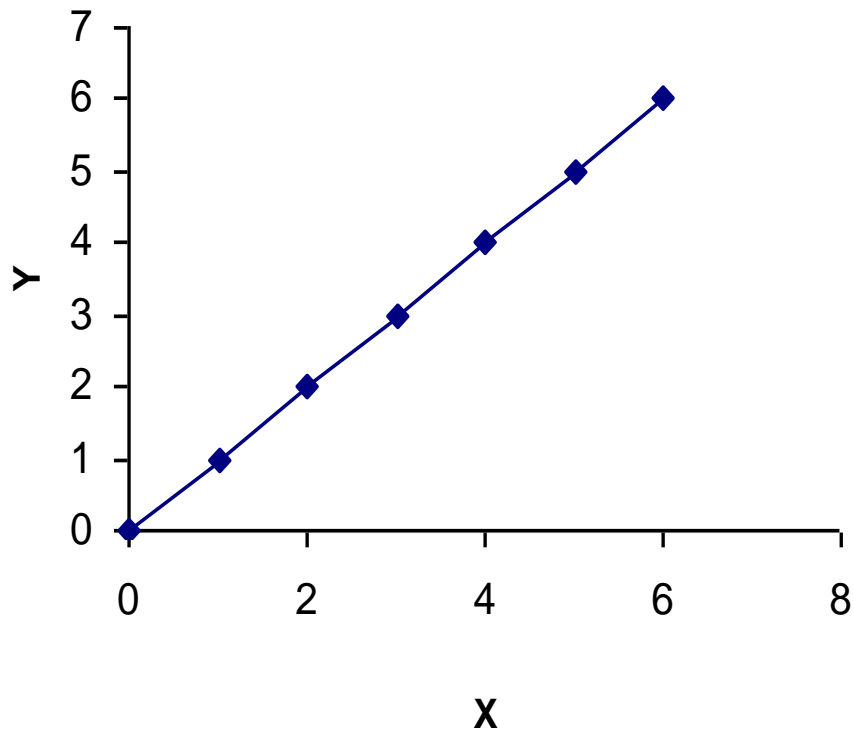
## 1.1.1 - Regressão linear simples

O modelo de regressão definido como um modelo estatístico, difere em conceito de um modelo matemático por apresentar um termo denominado erro aleatório.

Modelo matemático	Modelo de regressão
$Y = \beta_0 + \beta_1 X$	$Y = \beta_0 + \beta_1 X + \varepsilon$

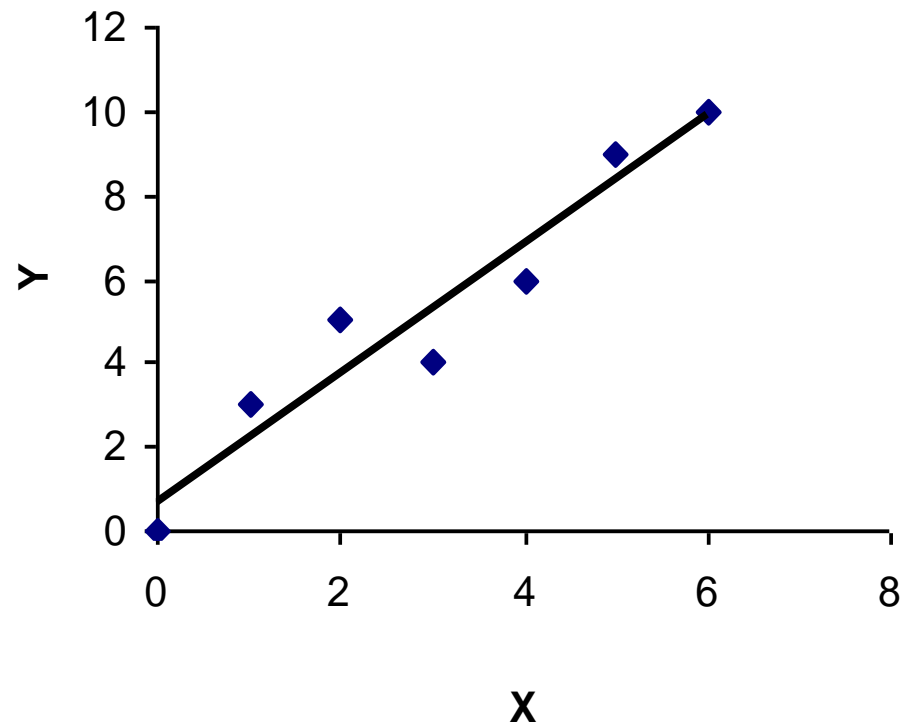
## Modelo matemático

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X$$



## Modelo de regressão

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X + \varepsilon$$



## ⇒ O método de mínimos quadrados ordinários

Este é um método de estimação muito empregado para estimar parâmetros de modelos de regressão. Seu objetivo principal consiste em minimizar a soma de quadrados dos erros, tal como será demonstrado a seguir:

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + \varepsilon_i \quad (1)$$

$$\varepsilon_i = Y_i - \beta_0 - \beta_1 X_i \quad (2)$$

$$\sum_{i=1}^n \varepsilon_i^2 = \sum_{i=1}^n (Y_i - \beta_0 - \beta_1 X_i)^2 \quad (3)$$

$$\frac{\partial \sum_{i=1}^n \varepsilon_i^2}{\partial \beta_0} = 2 \sum_{i=1}^n (Y_i - \beta_0 - \beta_1 X_i)(-1) = 0 \quad (4)$$

$$\frac{\partial \sum_{i=1}^n \varepsilon_i^2}{\partial \beta_1} = 2 \sum_{i=1}^n (Y_i - \beta_0 - \beta_1 X_i)(-X_i) = 0 \quad (5)$$

Dividindo-se (4) e (5) por -2, tem-se:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{\beta}_0 - \hat{\beta}_1 X_i) = 0 \\ \sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{\beta}_0 - \hat{\beta}_1 X_i) X_i = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} \sum_{i=1}^n Y_i - n\hat{\beta}_0 - \hat{\beta}_1 \sum_{i=1}^n X_i = 0 \\ \sum_{i=1}^n X_i Y_i - \hat{\beta}_0 \sum_{i=1}^n X_i - \hat{\beta}_1 \sum_{i=1}^n X_i^2 = 0 \end{cases}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{i=1}^n Y_i - n\hat{\beta}_0 - \hat{\beta}_1 \sum_{i=1}^n X_i = 0 \end{array} \right. \quad (6)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{i=1}^n X_i Y_i - \hat{\beta}_0 \sum_{i=1}^n X_i - \hat{\beta}_1 \sum_{i=1}^n X_i^2 = 0 \end{array} \right. \quad (7)$$

$$\hat{\beta}_0 = \frac{\sum_{i=1}^n Y_i}{n} - \hat{\beta}_1 \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n}$$

$$\boxed{\hat{\beta}_0 = \bar{Y} - \hat{\beta}_1 \bar{X}} \quad (8)$$



Substituindo (8) em (7) e desenvolvendo a expressão, tem-se:

$$\hat{\beta}_1 = \frac{\sum_{i=1}^n X_i Y_i - \frac{\sum_{i=1}^n X_i \sum_{i=1}^n Y_i}{n}}{\sum_{i=1}^n X_i^2 - \frac{\left(\sum_{i=1}^n X_i\right)^2}{n}} \quad (9)$$

# EQUAÇÃO DE REGRESSÃO AJUSTADA

$$\hat{Y} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 X \quad (10)$$

## ANÁLISE DE VARIÂNCIA DA REGRESSÃO (ANOVA)

FV	GL	SQ	QM	FCalc.
<b>Regressão</b>	$p$	$\sum_{i=1}^n (\hat{Y}_i - \bar{Y})^2$	$SQReg/GLReg (V_1)$	$V_1/V_2$
<b>Resíduo</b>	$n - p - 1$	$\sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y})^2$	$SQRes/GLRes (V_2)$	
<b>Total</b>	$n - 1$	$\sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2$		

Em que:

$n$  = número total de dados;

$p$  = número de variáveis independentes do modelo;

$Y_i$  = valores observados para  $Y$ ;

$\hat{Y}$  = valores estimados de  $Y$  pela regressão;

$\bar{Y}$  = valor médio de  $Y$ .

Cálculo da soma de quadrados:

**- Soma de Quadrados do Total (SQTot)**

$$SQTot = \sum_{i=1}^n Y_i^2 - \frac{\left( \sum_{i=1}^n Y_i \right)^2}{n}$$

**- Soma de Quadrados da Regressão (SQReg)**

$$SQReg = \hat{\beta}_1^2 \left( \sum_{i=1}^n X_i^2 - \frac{\left( \sum_{i=1}^n X_i \right)^2}{n} \right) \quad \text{ou}$$

$$SQ\text{ Reg} = \hat{\beta}_1 \left( \sum_{i=1}^n X_i Y_i - \frac{\left( \sum_{i=1}^n X_i \right) \left( \sum_{i=1}^n Y_i \right)}{n} \right)$$

**- Soma de Quadrados do Resíduo (SQRes)**

$$SQRes = SQTot - SQReg$$

# As hipóteses estatísticas testadas pelo teste F

$$\begin{cases} H_0 : \beta_1 = 0 \\ H_1 : \beta_1 \neq 0 \end{cases}$$

Se o valor de  $F$  calculado for menor do que o valor tabelado obtido em uma tabela de  $F$  a um determinado nível de probabilidade  $\alpha$  com  $(1; n - 2)$  graus de liberdade, não se rejeita  $H_0$ .

Em termos práticos, se  $F$  calculado  $> F$  tabelado, então a regressão existe, ou seja, variações ocorridas em  $Y$  podem ser explicadas pelas variações ocorridas em  $X$  de acordo com a equação ajustada em um nível  $\alpha$  de significância.

## ⇒ Medidas de precisão da equação ajustada:

- **Coeficiente de Determinação ( $R^2$ ):** Informa a percentagem da variação dos dados observados em torno da média que está sendo explicada pela equação ajustada.

$$R^2(\%) = \frac{SQ_{Reg}}{SQ_{Tot}} 100 \quad \Rightarrow \quad 0 < R^2 \leq 100$$

- **Erro Padrão da Estimativa ( $S_{y.x}$ ):** Indica o erro médio absoluto cometido, na unidade original da variável, associado ao uso da equação.

$$S_{y.x} = \pm \sqrt{QM_{Res}}$$

- **Erro Padrão Relativo ( $S_{y.x}(\%)$ ):** Diferente do erro padrão da estimativa, o erro padrão relativo indica o erro médio relativo da variável associado ao uso da equação.

$$S_{y.x}(\%) = \pm \frac{S_{y.x}}{\bar{Y}} 100$$

**FIM**

10/7/2005



# Referências

FINGER, C. A. G. Fundamentos de biometria florestal. Santa Maria: UFSM, 1992. 269p.

LOETSCH, F.; ZOEHRER, F.; HALLER, K. E. Forest Inventory. v.2, Munchen: BLV, 1973. 469p.

SOARES, C. P. B.; NETO, F. P.; SOUZA, A. L. Dendrometria e Inventário Florestal. Viçosa: Editora UFV, 2007. 276p.



Universidade Federal do Espírito Santo  
Centro de Ciências Agrárias  
Departamento de Ciências Florestais e  
da Madeira



## CAPÍTULO V

# Métodos Estatísticos para Estimação do Volume

## Parte 2

Professor Gilson Fernandes da Silva

# Objetivos da parte 2

---

- Apresentar o modelo de regressão linear múltipla.

## 1.1.2 - Regressão linear múltipla

O modelo de regressão linear múltipla:

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{1i} + \beta_2 X_{2i} + \dots + \beta_k X_{ki} + \varepsilon_i$$

No estudo dos modelos de regressão linear simples pôde-se observar que o que caracteriza este tipo de modelo é a existência de apenas uma variável independente  $X$ . Para os modelos de regressão linear múltipla, pode-se considerar mais de uma variável independente  $X$ .

## Representação matricial do modelo:

$$Y = X\beta + \varepsilon$$

$$\begin{vmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \vdots \\ Y_n \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & X_{11} & X_{21} & \cdots & X_{k1} \\ 1 & X_{12} & X_{22} & \cdots & X_{k2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & X_{1n} & X_{2n} & \cdots & X_{kn} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_k \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{vmatrix}$$

Em que:

$Y$  = vetor dos valores observados para  $Y$ ;

$X$  = matriz dos valores observados ou fixados para as  $X_i$  variáveis independentes;

$\beta$  = vetor dos parâmetros do modelo;

$\varepsilon$  = vetor dos erros aleatórios.

$$Y = X\beta + \varepsilon \quad (11)$$

$$\varepsilon = Y - X\beta \quad (12)$$

Sabendo-se, contudo, que a soma dos desvios em relação a um valor médio é nula, tem-se que:

$$\varepsilon' \varepsilon = (Y - X\beta)'(Y - X\beta) \quad (13)$$

Derivando a matriz de erros ( $\varepsilon' \varepsilon$ ) em relação a  $\beta$ , tem-se:

$$\frac{\partial(\varepsilon' \varepsilon)}{\partial \beta} = (X'X)\hat{\beta} - X'Y = 0$$

$$(X'X)\hat{\beta} = X'Y \quad (14)$$

Pré-multiplicando ambos os lados da expressão (14) por  $(X'X)^{-1}$ , tem-se:

$$(X'X)^{-1}(X'X)\hat{\beta} = (X'X)^{-1}X'Y \quad \Rightarrow \quad \hat{\beta} = (X'X)^{-1}X'Y$$

## ANÁLISE DE VARIÂNCIA DA REGRESSÃO (ANOVA)

FV	GL	SQ	QM	FCalc.
<b>Regressão</b>	$p$	$\hat{\beta}'X'Y - C$	$SQReg/GLReg (V_1)$	$V_1/V_2$
<b>Resíduo</b>	$n - p - 1$	$Y'Y - \hat{\beta}'X'Y$	$SQRes/GLRes (V_2)$	
<b>Total</b>	$n - 1$	$Y'Y - C$		

$$F_{tab}(\alpha \%; p \text{ e } n - p - 1 \text{ gl})$$

# As hipóteses estatísticas testadas pelo teste F

$$\begin{cases} H_0 : \beta_i = 0 \\ H_1 : \beta_i \neq 0 \end{cases}$$

Se o valor de  $F$  calculado for menor do que o valor tabelado obtido em uma tabela de  $F$  a um determinado nível de probabilidade  $\alpha$  com  $(p; n - p - 1)$  graus de liberdade, não se rejeita  $H_0$ .

Uma vez efetuada a análise de variância, todas as medidas de precisão apresentadas no item anterior podem ser calculadas e interpretadas aqui da mesma maneira. Entre elas, tem-se: o Coeficiente de Determinação ( $R^2$ ), o Erro Padrão da Estimativa ( $S_{y.x}$ ) e o Erro Padrão Relativo ( $S_{y.x} (\%)$ ).



**FIM**

10/7/2005

# Referências

FINGER, C. A. G. Fundamentos de biometria florestal. Santa Maria: UFSM, 1992. 269p.

LOETSCH, F.; ZOEHRER, F.; HALLER, K. E. Forest Inventory. v.2, Munchen: BLV, 1973. 469p.

SOARES, C. P. B.; NETO, F. P.; SOUZA, A. L. Dendrometria e Inventário Florestal. Viçosa: Editora UFV, 2007. 276p.



Universidade Federal do Espírito Santo  
Centro de Ciências Agrárias  
Departamento de Ciências Florestais e  
da Madeira



## CAPÍTULO V

# Métodos Estatísticos para Estimação do Volume

## Parte 3

Professor Gilson Fernandes da Silva

# Objetivos da parte 3

---

- Apresentar o conceito de Tabela de Volume.
- Gerar equações para estimar o volume de árvores individuais.
- Realizar exercícios práticos de construção de Tabelas de Volume.

## 1.2 - Tabelas e equações de volume

De acordo com FINGER (1992), a tabela de volume pode ser definida como uma relação gráfica ou numérica expressa por diversos tipos de equações sendo capaz de exprimir o volume total ou parcial de uma árvore em função de variáveis independentes como o diâmetro, altura, fator de forma etc.

### 1.2.1 - Tabela de volume local

✓ Neste tipo de tabela, o volume é função apenas de uma variável independente, normalmente o **diâmetro**, que em geral coincide com o  $D$ .

✓ Aplica-se a pequenas áreas florestais em que haja alta correlação entre o diâmetro e a altura.

✓ Aplica-se também em situações em que é difícil de se medir a altura, como é o caso de algumas florestas da região amazônica, procurando-se, então, obter o volume em função apenas do diâmetro.

✓ Em geral, tem uso reduzido no meio florestal, dado que é difícil encontrar povoamentos florestais em que apenas uma variável, no caso o diâmetro, possa explicar as variações ocorridas no volume.

## Tabela de volume local $\Rightarrow v = f(d)$

Autor	Modelo
Kopezy – Gehrhardt	$v = \beta_0 + \beta_1 D^2 + \varepsilon$
Dissescu – Meyer	$v = \beta_1 D + \beta_2 D^2 + \varepsilon$
Hohenald – Krennm	$v = \beta_0 + \beta_1 D + \beta_2 D^2 + \varepsilon$
Husch	$\ln(v) = \beta_0 + \beta_1 \log(D) + \varepsilon$
Brenac	$\ln(v) = \beta_0 + \beta_1 \ln(D) + \beta_2 (1/D) + \varepsilon$

Fonte: Loestsch et al. (1973)



## 1.2.2 - Tabela de volume regional

- ✓ Neste tipo de tabela, o diâmetro não está tão fortemente correlacionado com a altura.
- ✓ Deste modo, este tipo de tabela leva em consideração as variáveis independentes **diâmetro** e **altura** para explicar as variações de volume ocorridas em um determinado povoamento florestal.
- ✓ Sendo assim, esta tabela pode ter um uso mais abrangente do que a tabela de volume local, sendo, portanto, normalmente mais empregada no meio florestal.



# Tabela de volume regional $\Rightarrow v = f(D, H)$

Autor	Modelo
Schumacher & Hall	$v = \beta_0 D^{\beta_1} H^{\beta_2} \varepsilon$
Schumacher & Hall	$\ln(v) = \ln(\beta_0) + \beta_1 \ln(D) + \beta_2 \ln(H) + \ln(\varepsilon)$
Spurr (1952)	$v = \beta_1 D^2 H + \varepsilon$
Spurr (1952)	$v = \beta_0 + \beta_1 D^2 H + \varepsilon$
Meyer	$v = \beta_0 + \beta_1 D + \beta_2 D^2 + \beta_3 DH + \beta_4 D^2 H + \varepsilon$
Ogaya	$v = D^2 ( \beta_0 + \beta_1 H ) + \varepsilon$
Takata	$v = D^2 H / ( \beta_0 + \beta_1 H ) + \varepsilon$

Fonte: Loestsch et al. (1973)

## Exemplo de aplicação: (Soares et al., 2007)

Árv	$D$ (cm)	$H$ (m)	$v$ (m <sup>3</sup> )	$D^2H = X$	$X^2$	$XY$	$Y^2$
1	8,0	9,7	0,0274	620,8	385392,6	17,0	0,0008
2	27,7	27,6	0,7159	21177,2	448473969,3	15160,8	0,5125
3	23,2	26,5	0,5505	14263,4	203443438,5	7852,0	0,3031
4	17,7	17,4	0,1780	5451,2	29716083,0	970,3	0,0317
5	13,8	12,9	0,1003	2456,7	6035257,0	246,4	0,0101
6	17,0	16,5	0,1852	4768,5	22738592,3	883,1	0,0343
7	18,8	20,3	0,2423	7174,8	51478214,2	1738,5	0,0587
8	8,0	11,6	0,0327	742,4	551157,8	24,3	0,0011
9	15,0	16,7	0,1292	3757,5	14118806,3	485,5	0,0167
10	21,6	21,2	0,3542	9891,1	97833305,3	3503,4	0,1255
11	11,0	12,8	0,0608	1548,8	2398781,4	94,2	0,0037
12	24,2	24,7	0,4368	14465,3	209245135,5	6318,4	0,1908
<b>Soma</b>			<b>3,0133</b>	<b>86317,7</b>	<b>1086418133,1</b>	<b>37293,8</b>	<b>1,2888</b>

# Exemplo de ajuste do modelo de Spurr (1952)

$$v = \beta_0 + \beta_1(D^2 H) + \varepsilon$$

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X + \varepsilon$$

$$\hat{\beta}_1 = \frac{\sum_{i=1}^n X_i Y_i - \frac{\sum_{i=1}^n X_i \sum_{i=1}^n Y_i}{n}}{\sum_{i=1}^n X_i^2 - \frac{\left(\sum_{i=1}^n X_i\right)^2}{n}}$$

$$\hat{\beta}_1 = \frac{37293,8 - \frac{(86317,7)(3,0133)}{12}}{1086418133,1 - \frac{(86317,7)^2}{12}} = 0,0000336$$

$$\hat{\beta}_0 = \bar{Y} - \hat{\beta}_1 \bar{X}$$

$$\hat{\beta}_0 = 0,2511 - 0,0000336(7193,1) = 0,0097719$$

$$\hat{v} = 0,0097719 + 0,0000336(D^2 H)$$

## ANÁLISE DE VARIÂNCIA DA REGRESSÃO (ANOVA)

FV	GL	SQ	QM	F <sub>Calc</sub>
<b>Regressão</b>	1	0,52402	0,52402	645,86**
<b>Resíduo</b>	10	0,00811	0,00081	
<b>Total</b>	11	0,53214		

$$F_{tab}(1 \%; 1 \text{ e } 10 \text{ gl}) = 10,04$$

# O teste F e as medidas de precisão da equação ajustada

## - O teste $F$ :

**Interpretação:** De acordo com este teste, rejeita-se  $H_0$ , isto é, as variações ocorridas no volume podem ser explicadas pela variável combinada  $D^2H$ , em nível de 1% de probabilidade.

## - Coeficiente de Determinação ( $R^2$ ):

$$R^2(\%) = \frac{0,52402}{0,53214} 100 = 98,47$$

**Interpretação:** A equação ajustada explica 98,47% das variações ocorridas no volume.

**- Erro padrão das estimativa ( $S_{y.x}$ ):**

$$S_{y.x} = \pm \sqrt{QM \text{ Resíduo}} = \pm \sqrt{0,00081} = \pm 0,02846 \text{ m}^3$$

**Interpretação:** o erro médio associado ao uso da equação ajustada é de  $\pm 0,02846 \text{ m}^3$ .

**- Erro padrão relativo( $S_{y.x}(\%)$ ):**

$$S_{y.x}(\%) = \pm \frac{0,02846}{0,25111} 100 = \pm 11,33$$

**Interpretação:** o erro médio associado ao uso da equação ajustada é de  $\pm 11,33\%$ .

# Exemplo de ajuste do modelo de Schumacher e Hall

$$v = \beta_0 D^{\beta_1} H^{\beta_2} \varepsilon$$

$$\ln(v) = \ln(\beta_0) + \beta_1 \ln(D) + \beta_2 \ln(H) + \ln(\varepsilon)$$

Fazendo  $Y = \ln(v)$ ;  $X_1 = \ln(D)$ ;  $X_2 = \ln(H)$ , vem:

$$Y = \alpha_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \delta$$



***Modelo de regressão linear múltipla***

Para ajustar o modelo de Schumacher e Hall linearizado tomemos como base os dados de Soares et al. (2007)

Árv	$D$ (cm)	$H$ (m)	$v$ (m <sup>3</sup> )	$\ln(D)$ ( $X_1$ )	$\ln(H)$ ( $X_2$ )	$\ln(v)$ ( $Y$ )
1	8,0	9,7	0,0274	2,07944154	2,27212589	-3,59721227
2	27,7	27,6	0,7159	3,32143241	3,31781577	-0,33421479
3	23,2	26,5	0,5505	3,14415228	3,27714473	-0,59692832
4	17,7	17,4	0,1780	2,87356464	2,85647021	-1,72597173
5	13,8	12,9	0,1003	2,62466859	2,55722731	-2,29958958
6	17,0	16,5	0,1852	2,83321334	2,80336038	-1,68631896
7	18,8	20,3	0,2423	2,93385687	3,01062089	-1,41757865
8	8,0	11,6	0,0327	2,07944154	2,45100510	-3,42038020
9	15,0	16,7	0,1292	2,70805020	2,81540872	-2,04639369
10	21,6	21,2	0,3542	3,07269331	3,05400118	-1,03789355
11	11,0	12,8	0,0608	2,39789527	2,54944517	-2,80016549
12	24,2	24,7	0,4368	3,18635263	3,20680324	-0,82827985
<b>Soma</b>				<b>33,25476264</b>	<b>34,17142859</b>	<b>-21,79092708</b>



Árv	$X_1^2$	$X_2^2$	$X_1 X_2$	$X_1 Y$	$X_2 Y$
1	4,32407713	5,16255604	4,72475295	-7,48019262	-8,17331910
2	11,03191328	11,00790150	11,01990085	-1,11007183	-1,10886309
3	9,88569355	10,73967760	10,30384208	-1,87683355	-1,95622051
4	8,25737374	8,15942204	8,20825178	-4,95969133	-4,93018682
5	6,88888522	6,53941152	6,71187421	-6,03566056	-5,88057329
6	8,02709785	7,85882943	7,94251804	-4,77770137	-4,72735975
7	8,60751613	9,06383812	8,83273077	-4,15897286	-4,26779189
8	4,32407713	6,00742599	5,09672182	-7,11248068	-8,38336931
9	7,33353589	7,92652626	7,62426815	-5,54173684	-5,76143463
10	9,44144421	9,32692322	9,38400901	-3,18912858	-3,16972814
11	5,74990174	6,49967068	6,11330252	-6,71450359	-7,13886839
12	10,15284310	10,28358704	10,21800596	-2,63919170	-2,65613052
<b>Soma</b>	<b>94,02435883</b>	<b>98,57576943</b>	<b>96,18017807</b>	<b>-55,59616551</b>	<b>-58,15384545</b>

$$\hat{\beta} = (X'X)^{-1} X'Y$$

$$\hat{\beta} = \begin{bmatrix} \hat{\alpha}_0 \\ \hat{\beta}_1 \\ \hat{\beta}_2 \end{bmatrix} \quad (X'X) = \begin{bmatrix} n & \sum_{i=1}^n X_1 & \sum_{i=1}^n X_2 \\ \sum_{i=1}^n X_1 & \sum_{i=1}^n X_1^2 & \sum_{i=1}^n X_1 X_2 \\ \sum_{i=1}^n X_2 & \sum_{i=1}^n X_2 X_1 & \sum_{i=1}^n X_2^2 \end{bmatrix} \quad X'Y = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^n Y \\ \sum_{i=1}^n X_1 Y \\ \sum_{i=1}^n X_2 Y \end{bmatrix}$$

As matrizes do sistema de equações ficaram assim definidas:

$$\hat{\beta} = \begin{bmatrix} 12 & 33,25476264 & 34,17142859 \\ 33,25476264 & 94,02435883 & 96,18017807 \\ 34,17142859 & 96,18017807 & 98,57576944 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} -21,79092708 \\ -55,5961655 \\ -58,15384545 \end{bmatrix}$$

Procedendo-se a inversão da matriz  $(X'X)$  e a multiplicação pelo vetor  $X'Y$ , obtém-se as seguintes estimativas para os parâmetros do modelo:

$$\hat{\beta} = \begin{bmatrix} -9,590713385 \\ +1,748280173 \\ +1,028900248 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{\alpha}_0 \\ \hat{\beta}_1 \\ \hat{\beta}_2 \end{bmatrix}$$

Lembrando que  $\hat{\alpha}_0 = \ln(\hat{\beta}_0)$ , desta forma, a equação de volume fica assim definida:

$$\widehat{\ln(v)} = -9,59071 + 1,74828 \ln(D) + 1,02890 \ln(H)$$

$$SQ_{Total} = \sum Y^2 - \frac{(\sum Y)^2}{n} = 52,0191757 - 39,57037525 = 12,44880045$$

$$SQ_{reg} = \begin{bmatrix} -9,590713358 & 1,748280173 & 1,028900248 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -21,79092708 \\ -55,5961655 \\ -58,15384545 \end{bmatrix} - 39,57037526 = 12,38798032$$

$$SQ_{Res} = SQ_{Total} - SQ_{Reg} = 0,06082015$$

FV	GL	SQ	QM	Fcalc
Regressão	2	12,38798032	6,193990162	916,57*
Resíduo	9	0,06082015	0,006757794	
Total	11	12,44880047		

$F_{tab}(5\% ,2 \text{ e } 9 \text{ gl}) = 4,26$

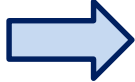
# O teste $F$ e as medidas de precisão da equação ajustada

## - O teste $F$ :

**Interpretação:** De acordo com este teste, rejeita-se  $H_0$ , isto é, as variações ocorridas no  $\ln(v)$  podem ser explicadas por pelo menos uma das variáveis  $\ln(D)$  e  $\ln(H)$ , em nível de 5% de probabilidade.


## - Coeficiente de Determinação ( $R^2$ ):

$$R^2(\%) = \frac{12,38798032}{12,44880045} 100 = 99,51\%$$

**Interpretação:** A equação ajustada explica 99,51% das variações ocorridas no  $\ln(v)$ .  **Problema!!!**

**- Erro padrão das estimativa ( $S_{y.x}$ ):**

$$S_{y.x} = \pm \sqrt{\text{QMResíduo}} = \pm \sqrt{0,006757794} = \pm 0,082206 \ln(m^3)$$

**Interpretação:** o erro médio associado ao uso da equação ajustada é de  **$\pm 0,082206 \ln(m^3)$**   **Problema!!!**

**- Erro padrão relativo( $S_{y.x}(\%)$ ):**

$$S_{y.x}(\%) = \pm \frac{0,082206}{-1,815911} 100 = \pm 4,53\%$$

**Interpretação:** o erro médio associado ao uso da equação ajustada é de  $\pm 4,53\%$ .

**FIM**

14 7 2005



# Referências

FINGER, C. A. G. Fundamentos de biometria florestal. Santa Maria: UFSM, 1992. 269p.

LOETSCH, F.; ZOEHRER, F.; HALLER, K. E. Forest Inventory. v.2, Munchen: BLV, 1973. 469p.

SOARES, C. P. B.; NETO, F. P.; SOUZA, A. L. Dendrometria e Inventário Florestal. Viçosa: Editora UFV, 2007. 276p.