Universidade Federal do Espírito Santo
Centro de Ciências Agrárias
Departamento de Ciências Florestais e da Madeira

CAPÍTULO II

Diâmetro, Circunferência e Área Basal

Professor Gilson Fernandes da Silva

1 – Importância em se medir o diâmetro das árvores

Considerando o fuste de uma árvore, podem-se tomar várias medidas de diâmetro ao longo deste fuste. No entanto, o mais usual é medir o *diâmetro com casca à altura do peito*, denominado de DAP. A preferência da altura do peito como uma referência de altura tem duas razões:

- À altura do peito, os instrumentos de medição de diâmetros são facilmente manuseados;

- Em muitas árvores as deformações, normalmente presentes na base do fuste das árvores, estão bem reduzidas acima da altura do peito.

O termo “altura do peito” sozinho não é suficiente para definir a altura medida. Baseando-se no Sistema Internacional de Unidades – SI, no Brasil o DAP é medido à altura de 1,30 m sobre o nível do solo.

Nos Estados Unidos o DAP é medido a 1,37 m; na Inglaterra e outros países europeus a 1,29 m e; no Japão a 1,25 m. Estas diferentes alturas de medição do DAP implicam em impedimento na comparação de valores de área basal em nível internacional.

Cabe mencionar que ao invés de medir o diâmetro com casca a altura do peito, pode-se medir também, dependendo do instrumento, *a circunferência com casca a altura do peito*. Neste caso, esta medida define o CAP.

Para vegetações de pequeno porte, como os cerrados, é usual que a medida do diâmetro seja feita na base da árvore, tendo em vista que muitos indivíduos não apresentam um diâmetro mínimo de interesse na altura do peito.

A seguir, são apresentadas algumas razões para que o diâmetro à altura do peito (DAP) seja de particular importância entre todas as informações coletadas durante um procedimento de inventário:

- ✓Em comparação às variáveis mensuráveis, o DAP ou CAP são mais acessíveis;
- ✓Serve como base para vários outros cálculos, como área basal e volume;
- ✓Serve para dar a frequência com que as árvores ocorrem no povoamento, por meio das distribuições diamétricas;
- ✓A área basal de um povoamento é calculada pelo somatório das áreas transversais de todas as árvores, dependendo, portanto, dos diâmetros das árvores.

As relações existentes entre o DAP e o CAP podem ser definidas da seguinte forma:

$$c = 2\pi r, \qquad \text{mas} \quad d = 2r$$

$$c = \pi D \qquad \Rightarrow \qquad d = c/\pi$$

Assim, a relação entre CAP e DAP é:

$$\mathbf{DAP = CAP/\pi} \quad \textbf{ou} \quad \mathbf{CAP = DAP\pi}$$

2 - Área Basal

A área de qualquer seção do tronco da árvore é denominada área seccional ou transversal. Se a seção considerada for a do DAP, então a área dessa seção é denominada área basal. A área basal pode ser obtida por árvore ou para todo o povoamento.

A área basal de uma árvore é representada por "g" e a de um povoamento por "G", tendo como unidade padrão de referência metros quadrados por hectare ($m^2.ha^{-1}$).

A área basal de uma floresta é um indicador de sua densidade.

Aproximando a área basal à superfície de um círculo, sua determinação se dará em função do diâmetro ou da circunferência medida.

$AS = \pi r^2$ como $r = d/2$, tem-se:

Para DAP :

$$g = \pi\left(\frac{DAP}{2}\right)^2 \Rightarrow g = \frac{\pi}{4}DAP^2 \quad \text{ou} \quad g = 0{,}7854DAP^2$$

Para CAP :

$$g = \pi\left(\frac{CAP}{2\pi}\right)^2 \Rightarrow g = \frac{1}{4\pi}CAP^2 \quad ou \quad g = 0{,}0796CAP^2$$

Em metros quadrados:

$$g = \frac{DAP^2\pi}{40000} \qquad \text{ou} \qquad g = \frac{CAP^2}{\pi 40000}$$

dá a área basal em m^2 quando o DAP ou CAP estão em cm.

Exemplo: Seja uma árvore com DAP igual a 20 cm. Sua área basal em metros quadrados será:

$$g = \frac{20^2\pi}{40000} = 0{,}03142 \ \ m^2$$

3 – Medidas de diâmetro e circunferência das árvores

3.1 – A suta

A suta (Figura 1) é um instrumento comum para a medição direta do *diâmetro*.

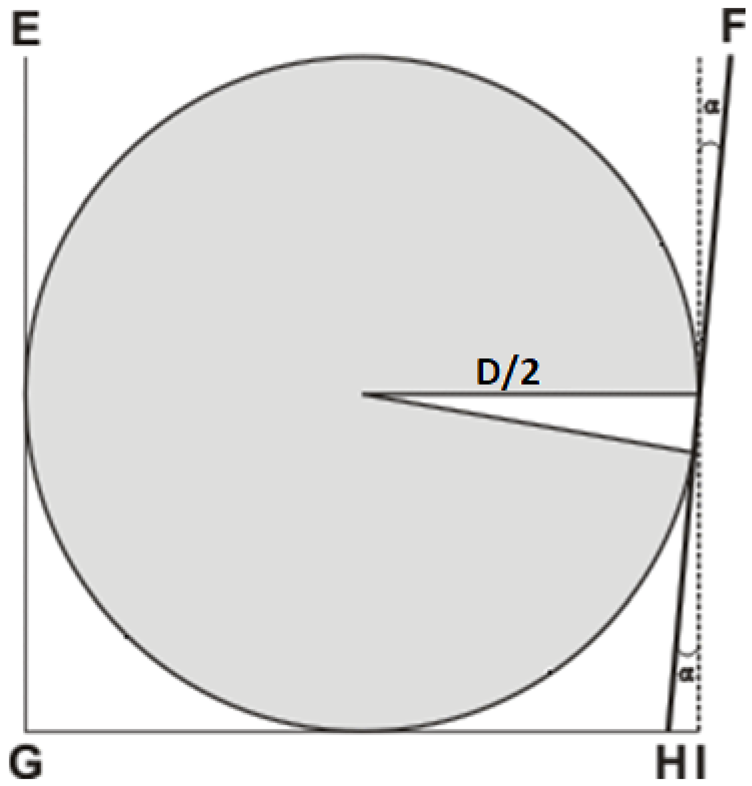
Ela consiste de uma barra graduada e de dois braços paralelos dispostos perpendiculares à barra. Um braço é fixo e o outro se desloca de um lado para o outro.

Na construção de uma suta, deve-se observar os seguintes requerimentos básicos:

- ✓ O material deve ser resistente, à prova d`água e fácil de limpar (resinas, óleos etc).
- ✓ Especialmente para diâmetros grandes, as sutas devem ser fabricadas com metais leves (alumínio de preferência). Sutas de madeira podem ser mais pesadas e também podem sofrer influência climática;
- ✓ Os braços da suta devem se localizar em um mesmo plano e perpendiculares a barra fixa. No momento da medição eles devem estar absolutamente paralelos;
- ✓ A escala de graduação das medidas deve estar calibrada e legível.

3.1.1 – A suta e os seus erros instrumentais

a) <u>Falta de paralelismo dos braços</u>:



$$Tg\alpha = \frac{HI}{d/2} \quad \Rightarrow \quad HI = \frac{d}{2}Tg\alpha$$

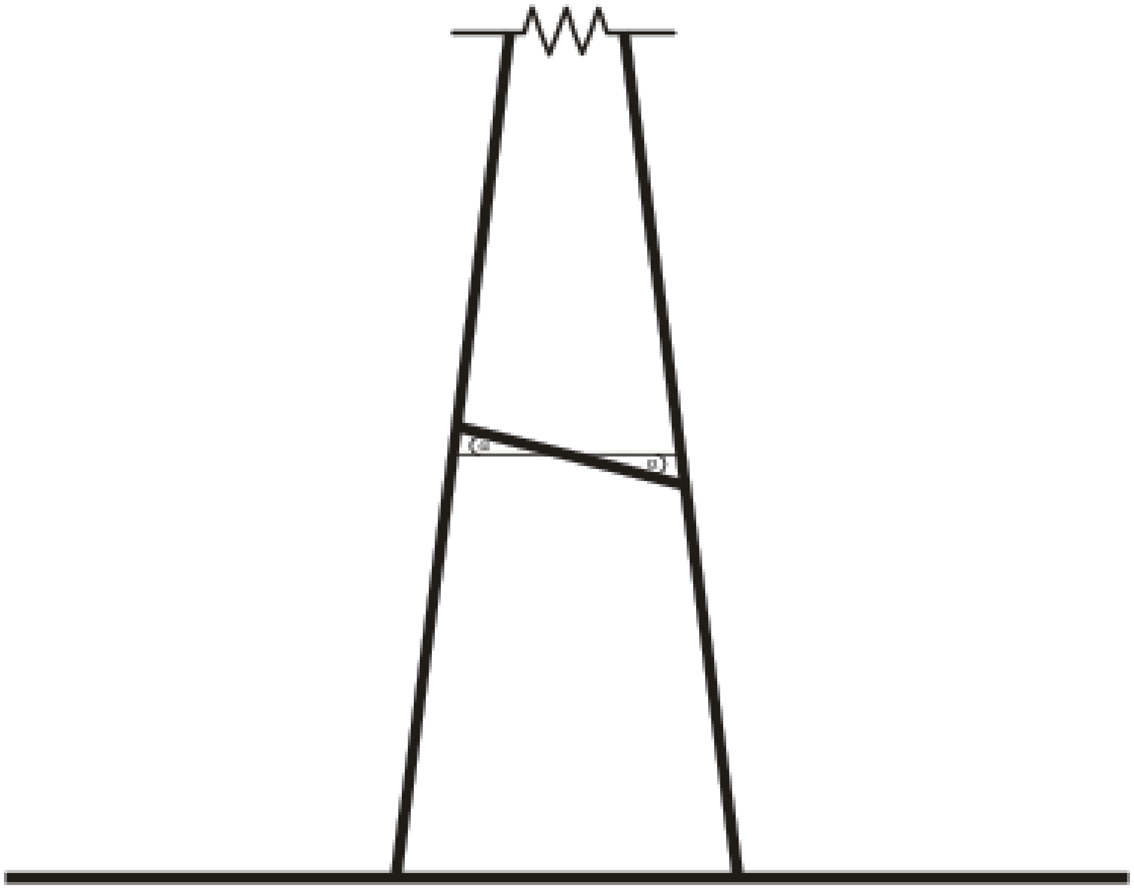
É um dos erros mais frequentes, subestimando o verdadeiro valor do diâmetro.

Exemplo: Seja uma árvore com diâmetro verdadeiro (d) igual a 20 cm e um ângulo de desvio do braço da suta (α) igual a 10^{o}. O erro ocasionado em termos de medida do diâmetro será:

$$E = \frac{20}{2} Tg(10) = 1{,}76\,cm$$

ou seja, o diâmetro medido incorretamente seria 18,24 cm (20 cm – 1,76 cm). Em percentagem, este erro seria o equivalente a (1,76/20)100 = 8,8%.

b) Inclinação da suta:



$$\cos\alpha = \frac{d/2}{H/2} \quad \Rightarrow \quad H = \frac{d}{\cos\alpha}$$

Fica fácil perceber que o valor medido H superestima o real valor d. Este erro de superestimação pode ser calculado em percentagem da seguinte forma:

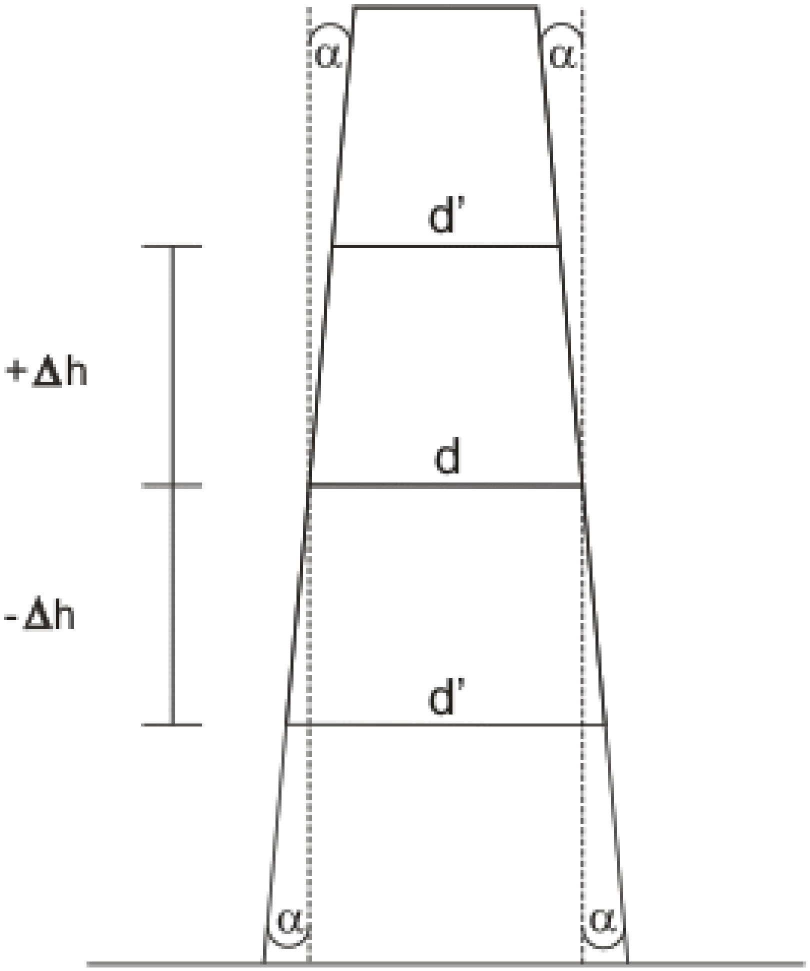
$$E(\%) = \left(\frac{H - d}{d}\right)100$$

$$E(\%) = \left(\frac{{}^{d}\!/_{\cos\alpha} - d}{d}\right)100 \qquad \Rightarrow \qquad E(\%) = \left(\frac{1}{\cos\alpha} - 1\right)100$$

Exemplo: Uma inclinação de 5º causa um erro percentual na estimação do diâmetro da ordem de:

$$E = \left(\frac{1}{\cos(5)} - 1\right)100 = 0,38\%$$

c) ***Não observância da altura de medição***:



$$E = 2\,\Delta h\,Tg\alpha$$

O erro pode ser positivo (**superestimação**) ou negativo (**subestimação**) se o diâmetro foi medido abaixo ou acima do ponto exato de medição, respectivamente.

Quanto menos cilíndrico o fuste maior será o erro (>α) e quanto maior a distância do ponto exato, maior será também o erro (>Δh).

d) ***Variação da pressão de contato*:**

A força exercida pelos braços da suta sobre o fuste pode resultar em compressão da casca.

A pressão dos braços da suta contra a árvore constitui um efeito negativo, ou seja, há tendência de obter diâmetros menores do que as verdadeiras medidas de diâmetros.

Entre todos os erros discutidos, sem dúvida, este é o mais difícil de controlar.

3.2 - A fita diamétrica

A fita diamétrica (Figura 4) é o instrumento preferido em muitos países para medir o diâmetro das árvores.

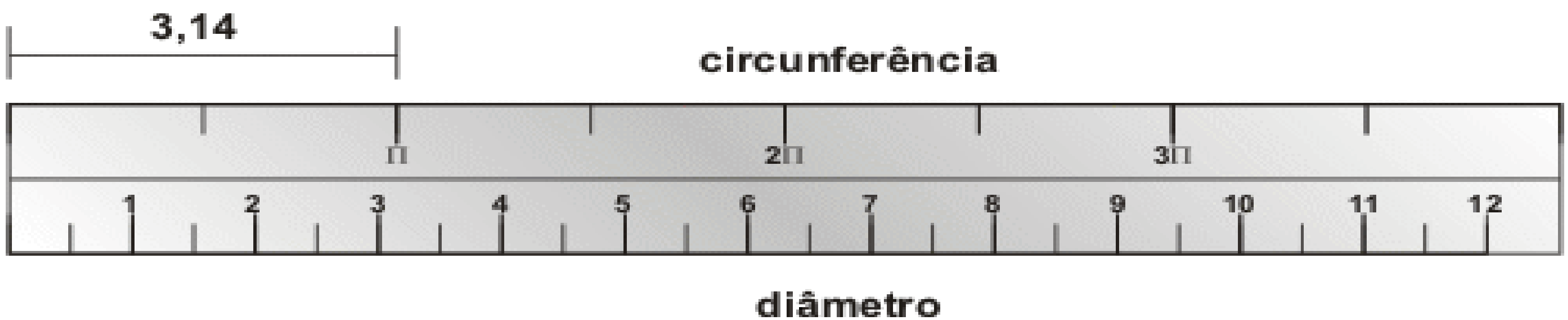
Em países tropicais, a fita tem sido exaustivamente utilizada, uma vez que é praticamente impossível utilizar uma suta quando as árvores possuem diâmetros muito grandes.

Ela permite obter tanto o diâmetro quanto a circunferência do fuste e de galhos.

Normalmente são feitas de materiais resistentes de tal forma que não sofram variações no seu comprimento e nos intervalos de graduação e nem sofram desgaste devido ao contato com a casca das árvores.

Elas possuem duas escalas, uma para obter a circunferência e outra para obter o diâmetro.

Uma unidade de circunferência (c) equivale a 3,1416 (π) unidades de diâmetro (d).



Para compreender a graduação da fita, considere a expressão:

$$d = \frac{c}{\pi}$$

Pela expressão, se $d = 1 \Rightarrow c = \pi$, e assim sucessivamente.

Exemplo: Uma árvore com circunferência à altura do peito (CAP) igual 80 cm, possui um diâmetro à altura do peito (DAP) igual a:

$$\text{DAP} = \frac{80}{\pi} = 25{,}46\ \text{cm ou } 0{,}2546\ \text{m}$$

3.2.1 – A fita e os seus erros instrumentais

a) ***Inclinação da fita diamétrica***

b) ***Não observância da altura de medição***

c) ***Variação da pressão de contato***

3.3 – Desvio da seção do fuste da forma circular

De uma maneira geral, a área da seção do fuste de uma árvore assemelha-se muito à forma circular, no entanto algumas espécies apresentam área seccional extremamente irregular ao longo do fuste.

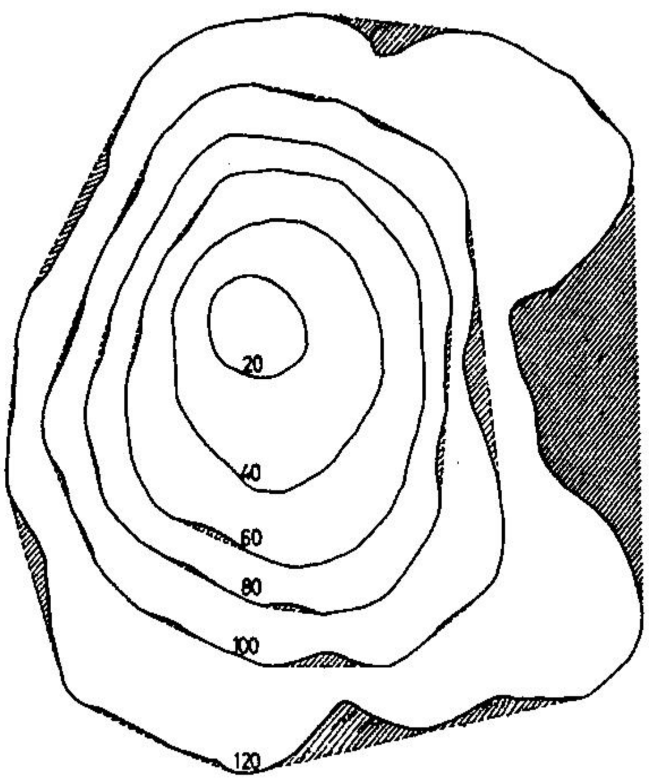
Outras espécies apresentam deformações somente na parte inferior do fuste, devido a fatores externos como inclinação do terreno, direção do vento, luminosidade e condições da copa das árvores.

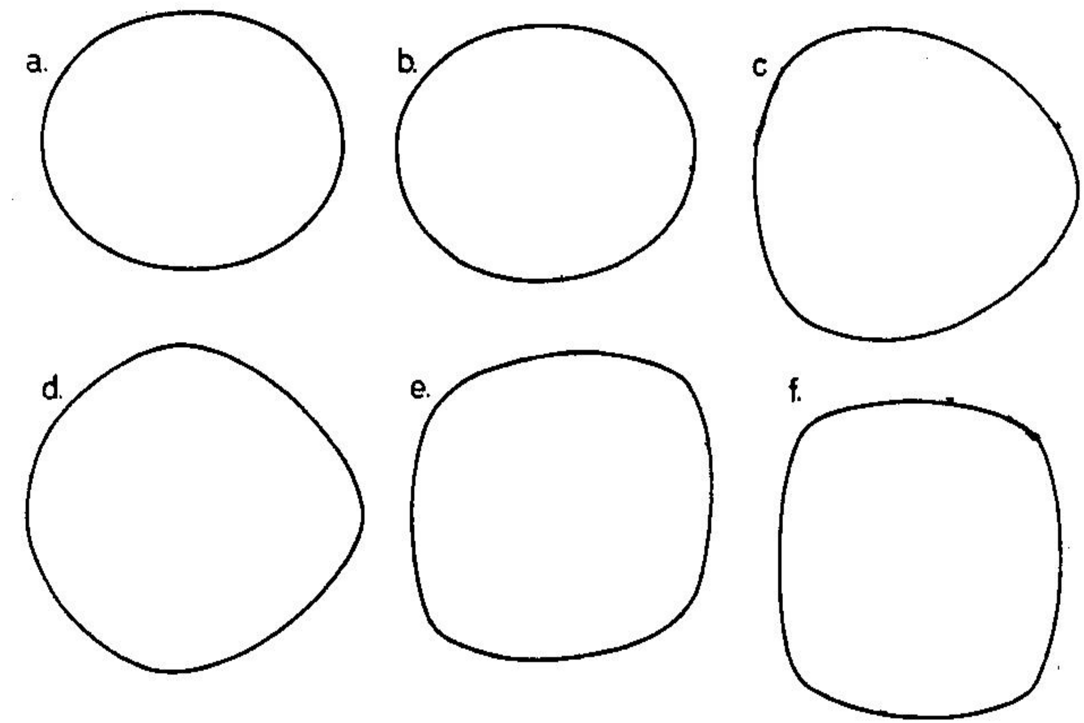
Estes fatores têm efeito significativo sobre a forma do fuste das árvores, bem como a própria pré-disposição genética da espécie.

O desvio da seção do fuste da forma circular pode ser caracterizado pelos seguintes termos:

a) Déficit de convexidade;

b) Déficit isoperimétrico (igual perímetro).





<u>Déficit de convexidade</u>: É definido como a diferença entre a área encerrada por uma fita diamétrica e a verdadeira área da seção (área hachurada da Figura).

<u>Déficit isoperimétrico</u>: É dado para todas as áreas convexas fechadas, partindo de um verdadeiro círculo. Entre elas tem-se: as parábolas, as elipses, os semicírculos etc. As áreas de todos os fechamentos convexos são sempre menores (déficit) do que a área de um círculo de igual circunferência, ou em outras palavras, o perímetro de todas as áreas convexas são sempre maiores do que a circunferência de um círculo de igual área.

Entenda melhor esta afirmação!!!!

O teorema postulado por CAUCHY em 1841 mostra que “*a média aritmética de todos os possíveis diâmetros de um fechamento convexo é idêntica ao diâmetro derivado de circunferências obtidas pelo uso da fórmula da área de um círculo*”.

Na prática, isso significa que em árvores com desvio de forma, terão de ser medidos pelo menos dois (2) diâmetros (com uma suta obviamente), para o cálculo da média aritmética dos diâmetros e, consequentemente, da área seccional.

Exemplo: Considere uma árvore de forma elíptica em que foram medidos os diâmetros d = 24 cm e d = 18 cm. Aplique o teorema de CAUCHY e calcule o erro cometido ao se calcular a área por este teorema.

Solução:

A área da elipse: $S_1 = \frac{\pi}{4}(24.18) = 339{,}2920 \text{ cm}^2$

A área por CAUCHY: $S_2 = \frac{\pi}{4}\left(\frac{24+18}{2}\right)^2 = 346{,}3606 \text{ cm}^2$

ERRO:

$$E = \frac{(24-18)^2}{4.24.18}100 = 2{,}08\,\% \quad \text{ou} \quad E = \frac{S_2 - S_1}{S_1}100$$

3.4 – Erros devidos a mudanças sazonais

Devido às condições ambientais, geralmente evita-se o trabalho de coleta de dados durante as estações de crescimento.

Se os diâmetros são medidos durante a estação de crescimento, as áreas basais determinadas no começo da estação podem diferir daquelas calculadas no final da estação.

Assim sendo, medições repetidas periodicamente devem ser realizadas no mesmo período do ano e, de preferência, em épocas de menor crescimento.

3.5 - A casca

A estimação do volume e do peso da casca das árvores normalmente é de importância secundária nos inventários florestais.

No entanto, a casca vem cada vez mais ganhando importância nos inventários florestais, podendo-se citar as seguintes razões para medi-la:

- ✓ Influi no volume da tora e da árvore;
- ✓ Influi no valor econômico da tora/árvore;
- ✓ Tem assumido um papel de destaque na geração de energia elétrica, tornando muitas empresas de transformação do setor florestal auto-suficientes.

Como todas as variáveis dendrométricas, a casca deve ser medida cuidadosamente. Por exemplo, se ao medir uma casca com 15 mm de espessura, comete-se um erro de ± 1 mm, isso representará um erro de aproximadamente ± 7%.

Muitas espécies possuem uma casca macia, podendo ser penetradas facilmente com diferentes instrumentos.

Outras, porém, são extremamente duras, de tal forma que a espessura da casca deverá ser obtida retirando-se um pedaço da casca com um instrumento cortante.

Instrumentos para se medir a casca

Dificuldades na medição da casca

Deve-se destacar também a relação entre o diâmetro com casca ($d_{c/c}$), o diâmetro sem casca ($d_{s/c}$) e a espessura da casca (E_c), de acordo com a expressão a seguir:

$$d_{s/c} = d_{c/c} - 2E_c$$

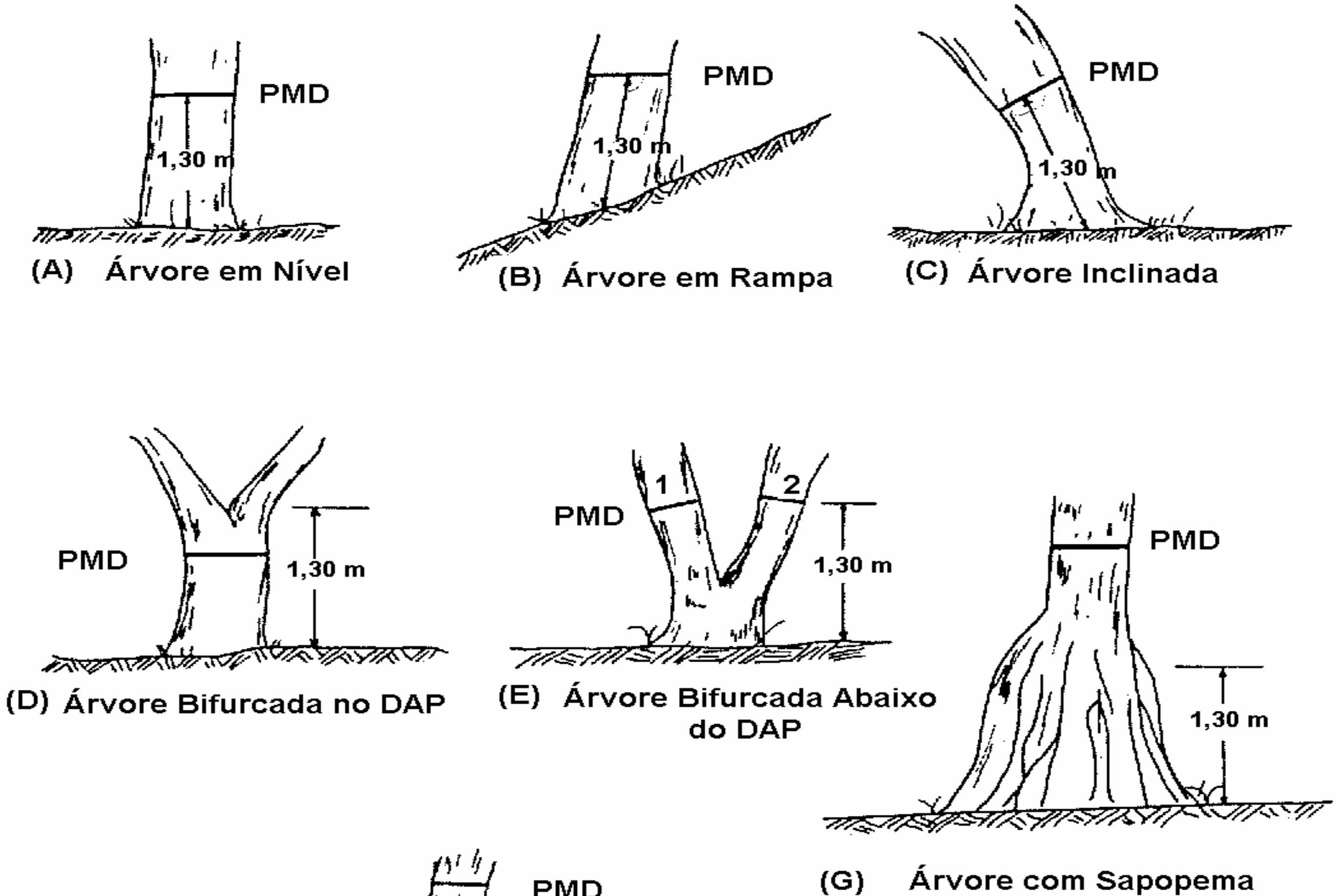
Exemplo: A área seccional sem casca em um determinado ponto do fuste de uma árvore cuja circunferência com casca é igual a 30 cm e cuja espessura da casca neste ponto é igual a 5 mm, é:

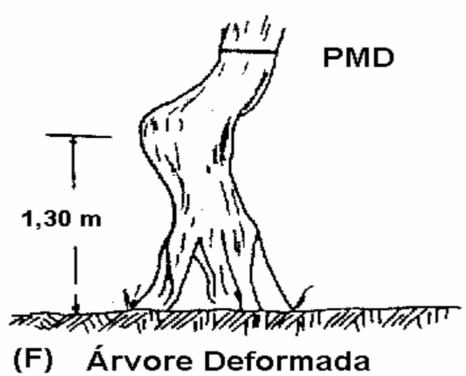
$d_{c/c} = 30/\pi = 9{,}55$ cm e $d_{s/c} = 9{,}55 - 2 \cdot 0{,}5 = 8{,}55$ cm. Portanto,

$$AS = \frac{\pi\, 8{,}55^2}{40000} = 0{,}0057 m^2$$

Observação: **Nunca desconte a espessura da casca da circunferência!!!!**

3.6 – Situações práticas em campo





PMD = Ponto de medição do diâmetro

4 – Tabelas de frequência e distribuição diamétrica

A caracterização de uma floresta é dada, entre outras coisas, pela sua distribuição diamétrica, definida pela distribuição do número de árvores em classes diamétricas sucessivas.

Para caracterizar a estrutura diamétrica de uma floresta, torna-se necessário agrupar os diâmetros em classes diamétricas.

É conveniente agrupar diâmetros em classes por diversas razões, pois toda e qualquer ação silvicultural e de manejo estará em função das classes diamétricas, podendo-se citar algumas como as que se seguem:

- ✓ Determinação do grau de desbaste;
- ✓ Determinação do número de árvores porta-sementes;
- ✓ Definição de intervenções econômicas na floresta;
- ✓ Controle de adensamento;
- ✓ Seleção de matéria prima;
- ✓ Definição do sistema de manejo etc.

A amplitude das classes varia de acordo com a frequência e a magnitude dos diâmetros (diâmetros pequenos são agrupados em classes de pequena amplitude):

Eucalyptus $\Rightarrow$ 2,0 cm;

Pinus $\Rightarrow$ 2,5 cm;

Florestas nativas $\Rightarrow$ 5,0 a 10,0 cm

$cl_i = LI_i + A/2$ = centro da i-ésima classe de diâmetro

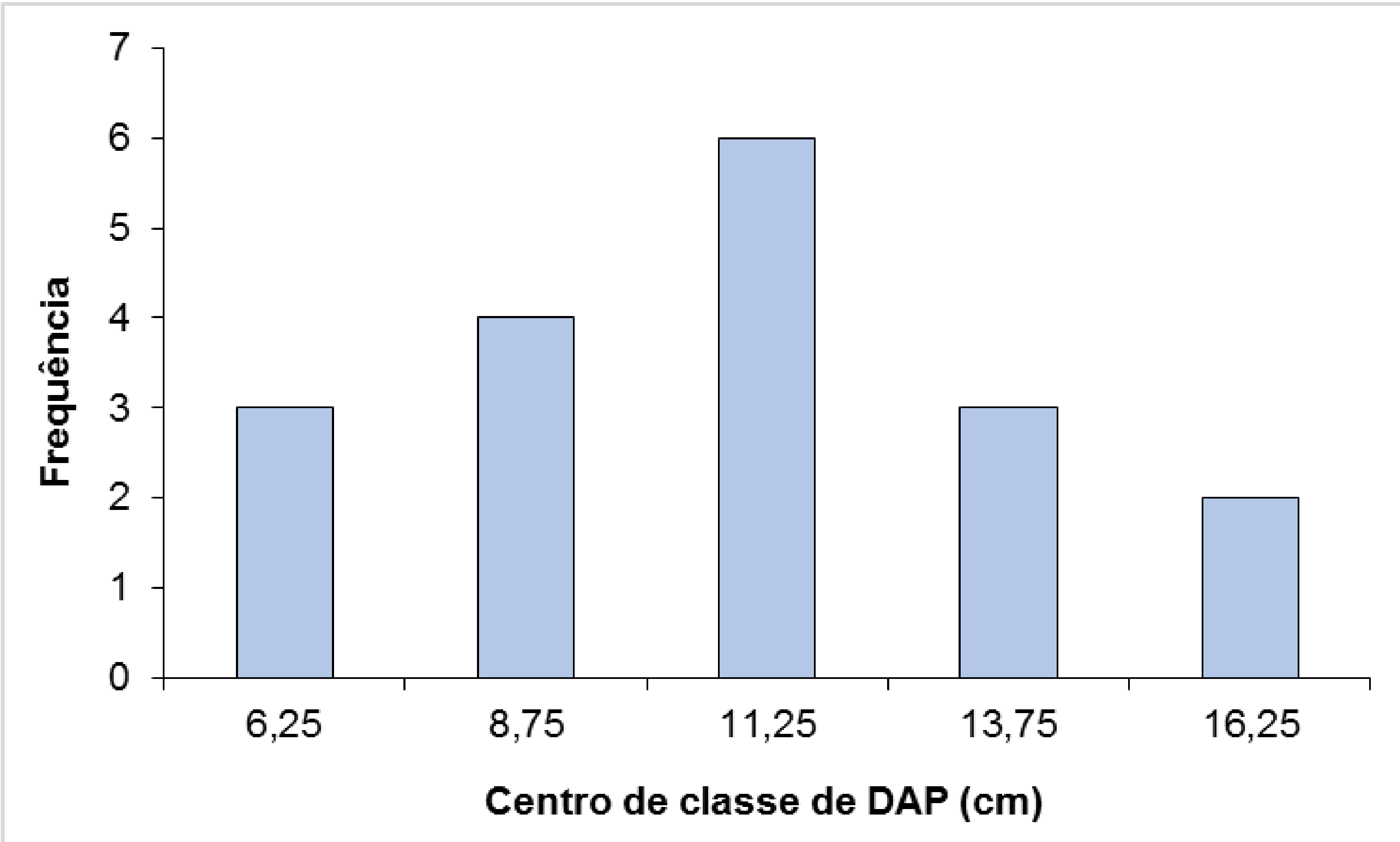
A denominação da classe usualmente é feita pelo valor central (cl_i).

Classes	**5,00|-7,50**	**7,50|-10,00**	**10,00|-12,50**	**12,50|-15,00**
cl_i	**6,25**	**8,75**	**11,25**	**13,75**

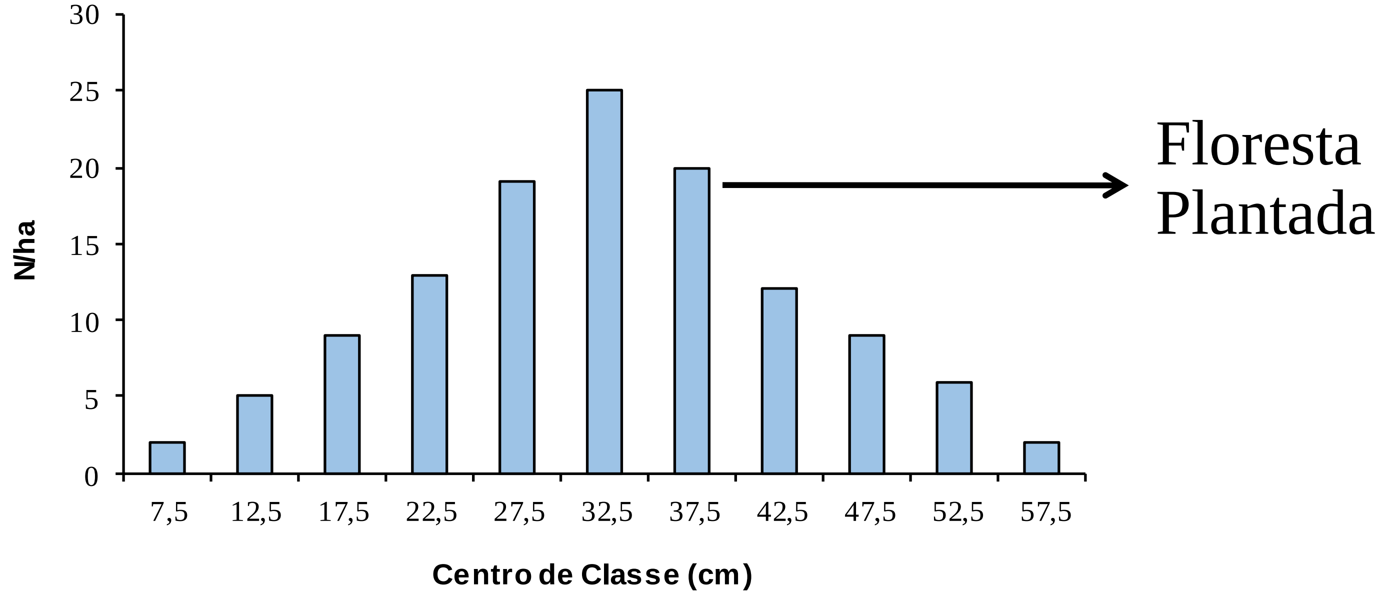
Exemplo: Sejam os seguintes dados de **DAP** (CAMPOS, 1993): 6,5 – 8,0 – 11,5 – 7,0 – 16,5 – 13,5 – 6,0 – 8,5 – 16,0 – 12,0 – 10,5 – 11,0 – 9,0 – 13,0 – 9,5 – 14,0 – 11,5 – 11,0.

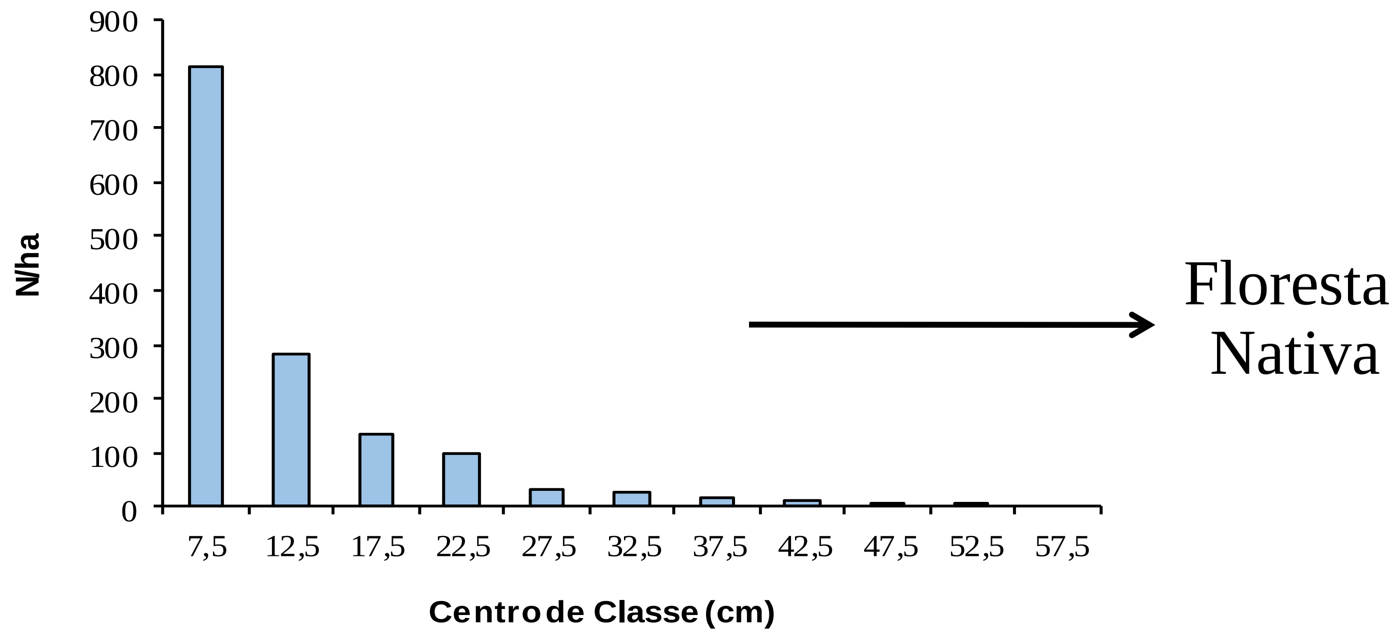
Elabore uma tabela de frequência e um gráfico de distribuição diamétrica.

Classes	**cl_i**	**f_i**	**F_i**	**$f_i g_i$**
05,0 |– 07,50	6,25	3	3	0,00920
07,5 |– 10,00	8,75	4	7	0,02405
10,0 |– 12,50	11,25	6	13	0,05964
12,5 |– 15,00	13,75	3	16	0,04455
15,0 |– 17,50	16,25	2	18	0,04148



Frequência
0
1
2
3
4
5
6
7
6,25
8,75
11,25
13,75
16,25
Centro de classe de DAP (cm)


30
25
20
15
10
5
0
N/ha
7,5
12,5
17,5
22,5
27,5
32,5
37,5
42,5
47,5
52,5
57,5
Centro de Classe (cm)
Floresta
Plantada


900
800
700
600
500
400
300
200
100
0
N/ha
7,5
12,5
17,5
22,5
27,5
32,5
37,5
42,5
47,5
52,5
57,5
Centro de Classe (cm)
Floresta
Nativa

5 – Diâmetros médios do povoamento

O cálculo dos diâmetros médios do povoamento pode ser útil em diversas situações. A principal razão para se calcular o diâmetro médio é a possibilidade de extrapolação para o total da população de características inerentes da árvore central, como:

- ✓ Área basal;
- ✓ Volume;
- ✓ Densidade básica da madeira;
- ✓ Biomassa etc.

5.1 - Diâmetro médio aritmético $\left(\bar{d}\right)$

O diâmetro médio aritmético pode ser calculado pelas seguintes expressões:

$$\bar{d} = \frac{d_1 + d_2 + \cdots + d_n}{n} \qquad \Rightarrow \qquad \bar{d} = \frac{\sum_{i=1}^{n} d_i}{n}$$

Para dados agrupados em classes de diâmetro, tem-se:

$$\bar{d} = \frac{f_1 cl_1 + f_2 cl_2 + \cdots + f_n cl_n}{f_1 + f_2 + \cdots + f_n} \qquad \Rightarrow \qquad \bar{d} = \frac{\sum_{i=1}^{n} f_i cl_i}{\sum_{i=1}^{n} f_i}$$

Exemplo: Considerando os dados do exemplo de CAMPOS (1993), tem-se duas maneiras de se calcular o diâmetro médio:

$\bar{d}$ = (6,5 + 8,0 + ... + 11,0)/18 = **10,83 cm** ou

$\bar{d}$ = [(6,25.3) + (8,75.4) + ⋯ + (16,25.2)]/18 = **10,83 cm**

5.2 - Diâmetro da árvore de área basal média

Entre as principais razões para se calcular este diâmetro, pode-se citar:

✓ É fácil de ser estimado e apresenta alta correlação com a árvore de volume médio do povoamento;

✓ É muito empregado em tabelas de produção.

A área basal média de um conjunto de n árvores pode ser obtida por:

$$\bar{g} = \frac{\sum_{i=1}^{n} g_i}{n}$$

O diâmetro médio quadrático pode ser calculado por diferentes expressões, entre elas:

$$d_q = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} d_i^2}{n}}$$

Dados simples

ou

$$d_q = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} f_i cl_i^2}{\sum_{i=1}^{n} f_i}}$$

Dados agrupados

Prova:

$$\bar{g} = \frac{\sum_{i=1}^{n} g_i}{n} \quad (1) \qquad \text{e} \qquad g = \left(\pi/4\right) d^2 \quad (2)$$

Substituindo (2) em (1), tem-se:

$$\bar{g} = \frac{\sum_{i=1}^{n} \left(\pi/4\right) d_i^2}{n} \quad \Rightarrow \quad \bar{g} = \left(\pi/4\right) \frac{\sum_{i=1}^{n} d_i^2}{n} \quad (3)$$

A expressão (2) permite calcular uma área basal qualquer. Caso se queira calcular a área basal média, esta expressão precisa ser reformulada, tal como se segue:

$$\bar{g} = \left(\pi/4\right) d_q^2 \quad (4)$$

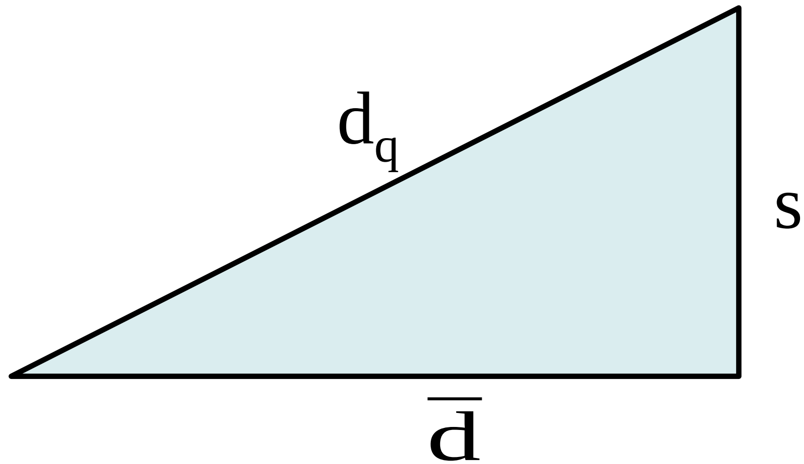
Igualando as expressões (3) e (4), tem-se que:

$$\left(\pi/4\right)\frac{\sum_{i=1}^{n} d_i^2}{n} = \left(\pi/4\right) d_q^2 \quad \Rightarrow \quad d_q = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} d_i^2}{n}} \qquad (5)$$

Pode-se demonstrar também que:

$$d_q = 2\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}\left(g_i/\pi\right)}{n}} \qquad (6)$$

Prodan (1965) demonstrou que:



Com a relação anterior, tem-se:

$$d_q^2 = \bar{d}^2 + s^2 \qquad \Rightarrow \qquad d_q = \sqrt{\bar{d}^2 + s^2}$$

Em que:

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} d_i^2 - \frac{\left(\sum_{i=1}^{n} d_i\right)^2}{n}}{n}$$

Exemplo: Considerando os dados do exemplo do item 4 (CAMPOS, 1993), pode-se calcular o diâmetro médio quadrático das seguintes maneiras:

$$d_q = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} d_i^2}{n}} \Rightarrow d_q = \sqrt{\frac{(6,5)^2 + (8,0)^2 + \cdots (11,0)^2}{18}} \Rightarrow d_q = 11,23 \text{ cm}$$

ou

$$d_q = \sqrt{\bar{d}^2 + s^2} \Rightarrow d_q = \sqrt{10,83^2 + 8,81} \Rightarrow d_q = 11,23 \text{ cm}$$

Para os dados agrupados, os cálculos seriam:

$$d_q = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} cl_i^2 f_i}{\sum_{i=1}^{n} f_i}} \Rightarrow d_q = \sqrt{\frac{3(6,25)^2 + \cdots + 2(16,25)^2}{18}} \Rightarrow d_q = 11,25 \text{ cm}$$

ou

$$d_q = \sqrt{\bar{d}^2 + s^2} \Rightarrow d_q = \sqrt{10,83^2 + 9,20} \Rightarrow d_q = 11,25 \text{ cm}$$

Em que:

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} f_i cl_i^2 - \frac{\left(\sum_{i=1}^{n} f_i cl_i\right)^2}{\sum_{i=1}^{n} f_i}}{\sum_{i=1}^{n} f_i}}$$

Outro Exemplo: Considere duas árvores com 20 cm e 10 cm de DAP, respectivamente. O diâmetro médio quadrático (d_q) calculado com estes dois valores de diâmetro é:

$$d_q = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} d_i^2}{n}} \Rightarrow d_q = \sqrt{\frac{20^2 + 10^2}{2}} \Rightarrow d_q = 15{,}81 \text{ cm}$$

A área basal definida pelo diâmetro médio quadrático é:

$$g = \frac{\pi\, 15{,}81^2}{40000} = 0{,}0196 \text{ m}^2 \quad \text{ou} \quad g_1 = \frac{\pi\, 10^2}{40000} = 0{,}0079 \text{ m}^2$$

$$g_2 = \frac{\pi\, 20^2}{40000} = 0{,}0314 \text{ m}^2 \quad \text{e} \quad \bar{g} = \frac{0{,}0079 + 0{,}0314}{2} = 0{,}0197 \text{ m}^2$$

FIM

Referências

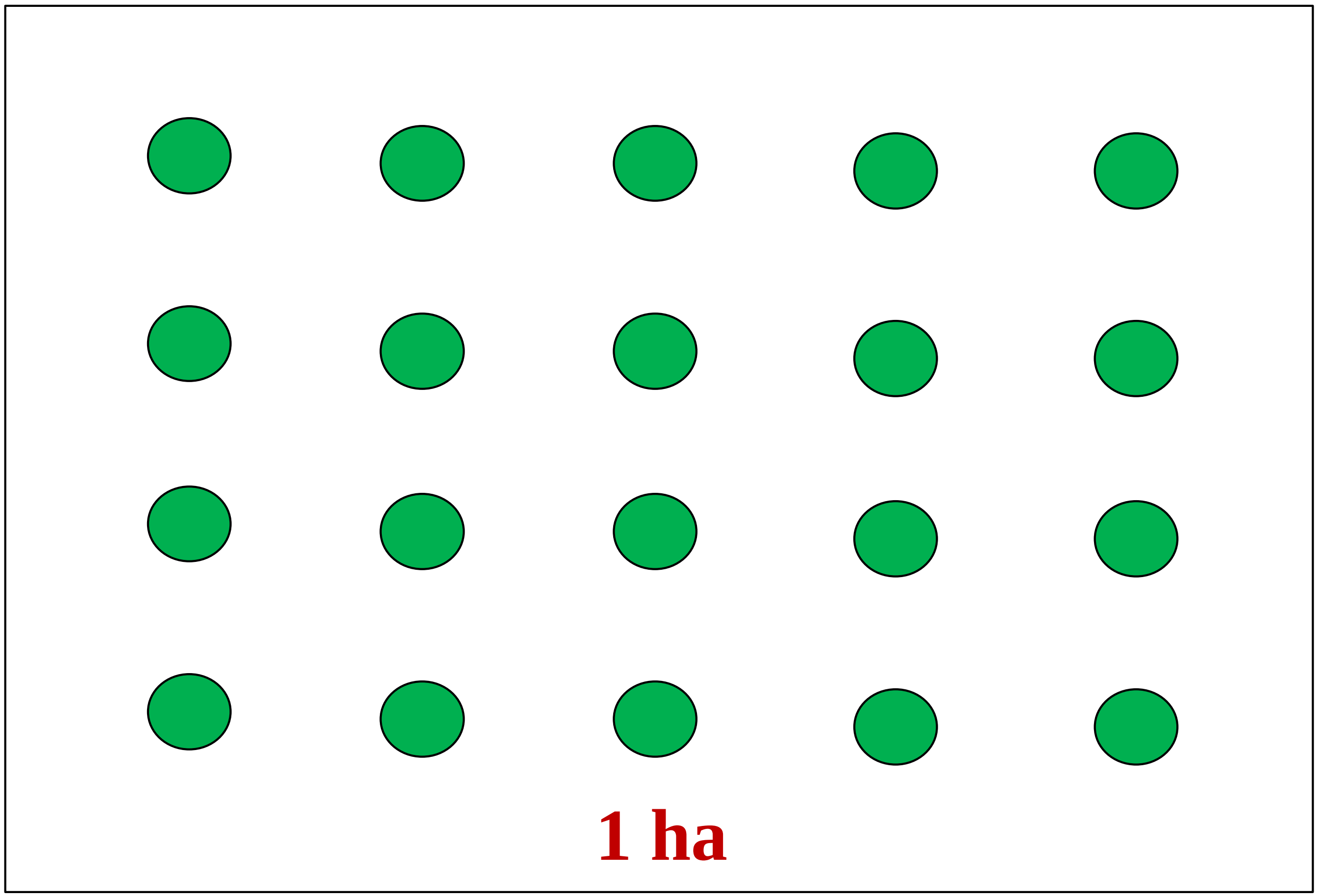
CAMPOS, J. C. C. **Dendrometria.** I parte. Viçosa, MG: Impresa Universitária. 1993. 43p.

CAMPOS, J. C. C.; LEITE, H. G. **Mensuração Florestal: perguntas e respostas**. Viçosa: UFV, 407 p., 2009.

FINGER, C. A. G. **Fundamentos de biometria florestal**. Santa Maria: UFSM, 1992. 269p.

MACHADO, S. A.; FIGUEIREDO FILHO, A. **Dendrometria**. Curitiba: UFPR, 2003. 309p.

A área basal, normalmente expressa em $m^2.ha^{-1}$, fornece o grau de ocupação de uma determinada área por madeira



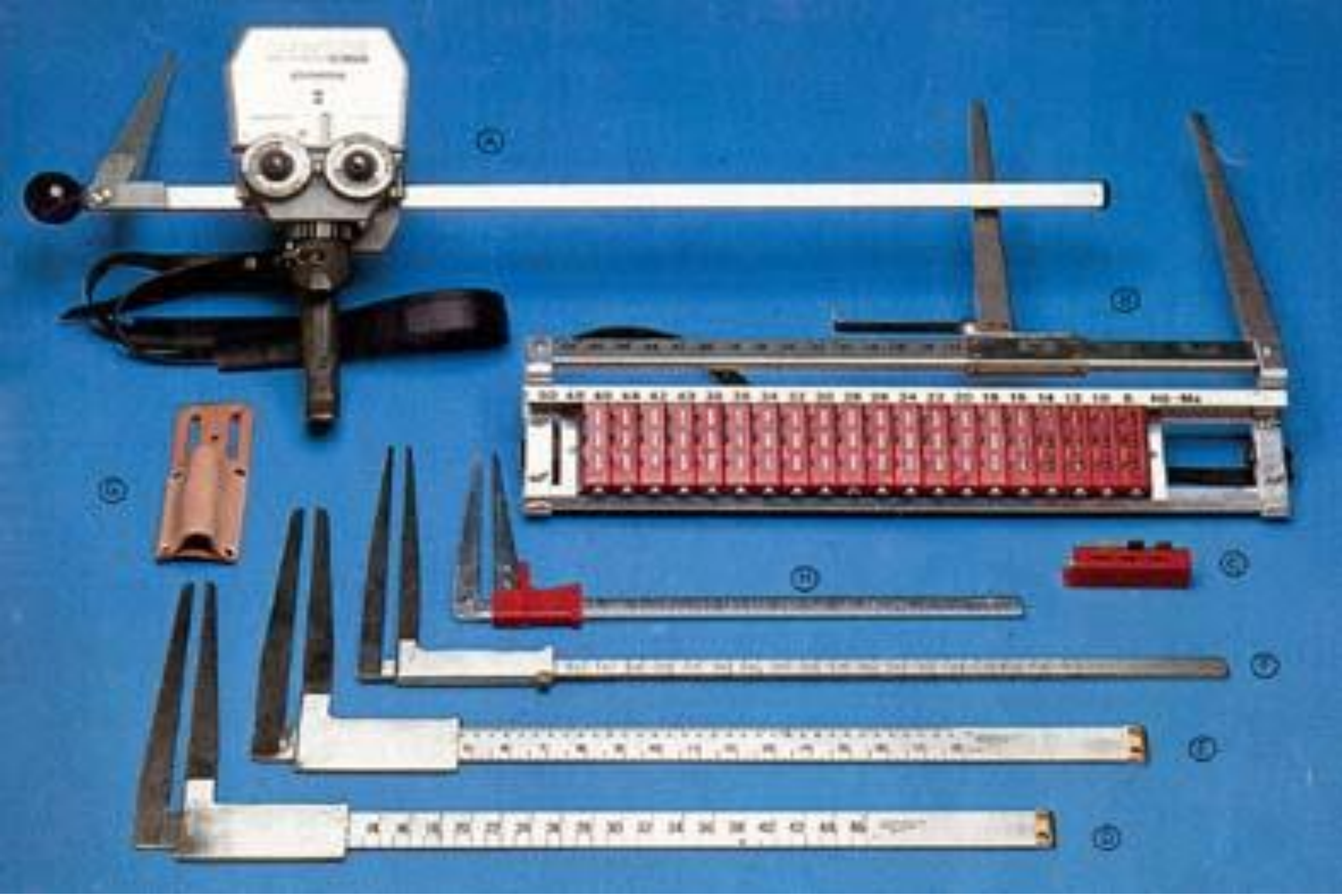
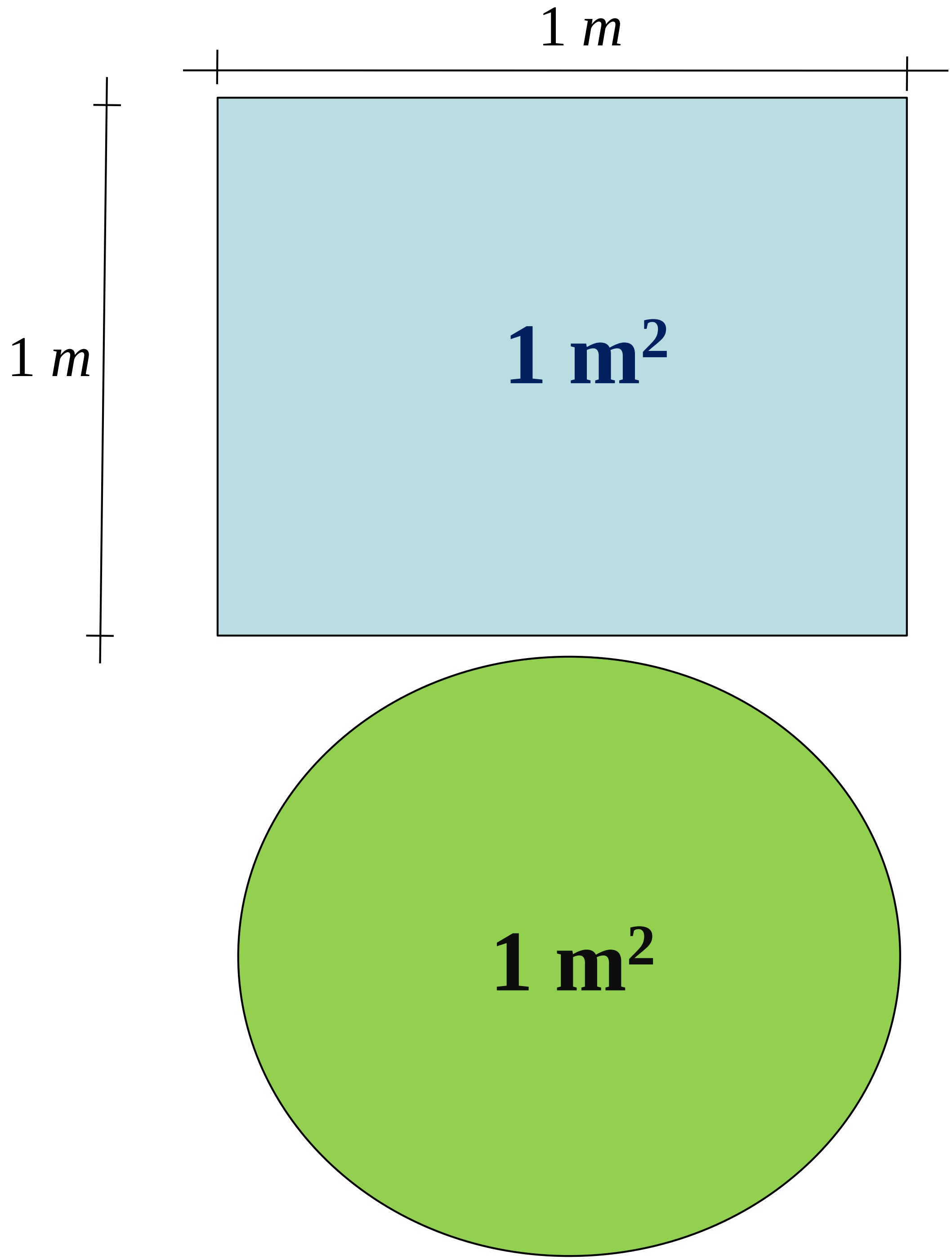


Figura 1 – Conjunto de sutas

Figura 2 – Conjunto de sutas

Figura 3 – Medição do diâmetro com a suta



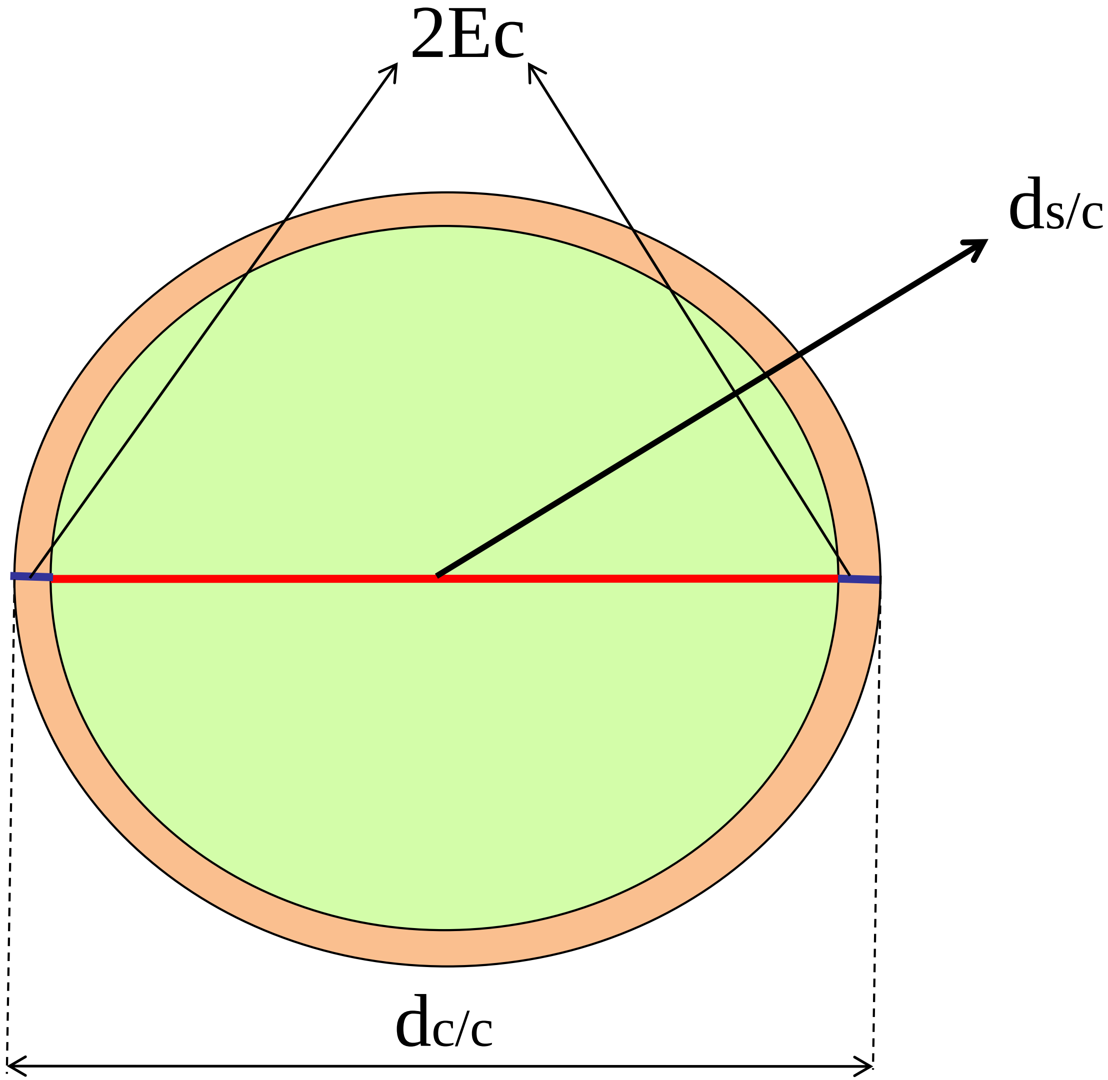
P = 4 metros

$$\pi r^2 = 1$$

$$r = 0{,}56419$$

$$\mathbf{C = 2\pi r}$$

$$\mathbf{C = 3{,}5449}$$



$$d_{s/c} = d_{c/c} - 2E_c$$

Figura 4 – Conjunto de fitas diamétricas e métricas

Figura 5 – Medição do diâmetro com a fita diamétrica