

Experimento 8 - Birrefringência

João Paulo Monteiro de Souza, Pedro Faria Albuquerque, Jamim Rabei, Jalin Rabei, Flavio Bolsonaro,

Programa de graduação em Física, Instituto de Ciências Exatas, Universidade Federal de Minas Gerais

1 Introdução

O fenômeno da refração da luz é inicialmente estudado levando em consideração um único valor para o índice de refração de luz monocromática num dado meio material. Tal consideração é perfeitamente plausível para o estudo de alguns fenômenos, porém deixa de fazer sentido à medida que se explora situações em que são perceptíveis as singelas diferenças do índice de refração num material, a depender da direção e do estado de polarização do raio de luz incidente. A diferença do índice de refração Δn , entre duas direções perpendiculares (a serem especificadas) num material, é chamada de birrefringência (ou refração dupla). Neste experimento, iremos abordar algumas situações que são explicadas com o fenômeno da birrefringência, e buscaremos atribuir sentido e quantificação às observações realizadas.

Para obter as ferramentas e conceitos necessários para entender esse fenômeno, será apresentada uma breve fundamentação teórica antes de adentrar nos detalhes do experimento em si.

2 Fundamentação Teórica

Natureza da luz e interação com a matéria

A luz é descrita classicamente por uma onda eletromagnética que se propaga pelo espaço de acordo com as equações de Maxwell, sendo, portanto, constituída pela oscilação de um campo elétrico e de um campo magnético, ambos perpendiculares à direção de propagação da onda, e perpendiculares entre si. A figura 1 ilustra a configuração dos campos numa onda luminosa.

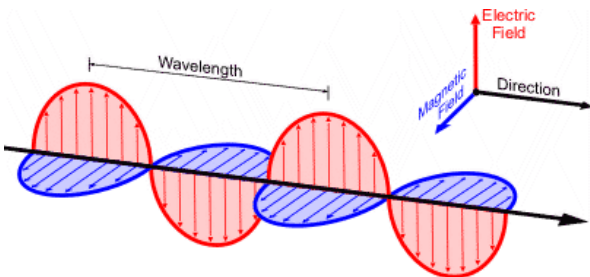


Figura 1: campos elétrico e magnético numa onda eletromagnética

Apesar de ser constituída por ambos os campos, a interação da luz com a matéria se dá, principalmente, pela interação com o campo elétrico. Isso ocorre por dois motivos: (1) o campo elétrico é 10^8 ordens de grandeza mais intenso que o campo magnético (resultado que sai da relação $\mathbf{B} = \frac{1}{c}\hat{\mathbf{v}} \times \mathbf{E}$ para luz se propagando na direção de um versor $\hat{\mathbf{v}}$); e (2) a maior parte da matéria não apresenta propriedades magnéticas significativas, com a exceção de materiais ferromagnéticos.

Assim, para avaliar a interação da luz com a matéria em diferentes direções com o objetivo de entender a birrefringência, iremos considerar a interação do campo elétrico com a matéria.

Polarização da luz

Diremos que luz está polarizada linearmente em determinada direção quando seu campo elétrico estiver oscilando nessa direção.

Todo campo elétrico oscilando em qualquer direção pode ser descrito como a superposição de dois campos elétricos oscilando em direções perpendiculares.

Considerando uma onda luminosa harmônica polarizada na direção dada pelo versor $\hat{\mathbf{u}}$ (c.f. figura 2), e se propagando na direção dada pelo versor cartesiano $\hat{\mathbf{y}}$, podemos descrever o campo elétrico dessa onda da seguinte forma:

$$\mathbf{E}(y, t) = E(y, t) [(\hat{\mathbf{u}} \cdot \hat{\mathbf{x}}) \hat{\mathbf{x}} + (\hat{\mathbf{u}} \cdot \hat{\mathbf{z}}) \hat{\mathbf{z}}] \quad (1)$$

onde $E(y, t) = E_0 \sin(ky - \omega t)$ para a onda harmônica; k é o número de onda, que define uma noção de frequência angular espacial ($k \equiv \frac{2\pi}{\lambda}$, onde λ é o comprimento de onda); ω é a frequência angular temporal ($\omega \equiv \frac{2\pi}{T}$, onde T é o período da onda). Denotaremos $E_x = E_0(\hat{\mathbf{u}} \cdot \hat{\mathbf{x}})$, e $E_z = E_0(\hat{\mathbf{u}} \cdot \hat{\mathbf{z}})$. Assim, podemos escrever:

$$\mathbf{E}(y, t) = E_x \sin(ky - \omega t) \hat{\mathbf{x}} + E_z \sin(ky - \omega t) \hat{\mathbf{z}} \quad (2)$$

Essa equação descreve o campo elétrico decomposto de uma onda luminosa se propagando na direção $\hat{\mathbf{y}}$, polarizada linearmente na direção $\hat{\mathbf{u}}$. Note que os termos senoidais dependentes do tempo estão em fase. Uma animação desse tipo de polarização se encontra disponível em: [\https://github.com/

pedr19faria/ExpA2/blob/main/Birrefrigncia/Luz%20linearmente%20polarizada%20-%20Imgur.gif].

Devido a esse princípio de decomposição de luz linearmente polarizada numa direção arbitrária $\hat{\mathbf{u}}$ nas direções canônicas $\hat{\mathbf{x}}$ e $\hat{\mathbf{z}}$, podemos entender luz não polarizada (campos elétricos oscilando em todas as direções) como uma componente em $\hat{\mathbf{x}}$ e outra em $\hat{\mathbf{z}}$. Esse resultado será importante para a análise feita na figura 4.

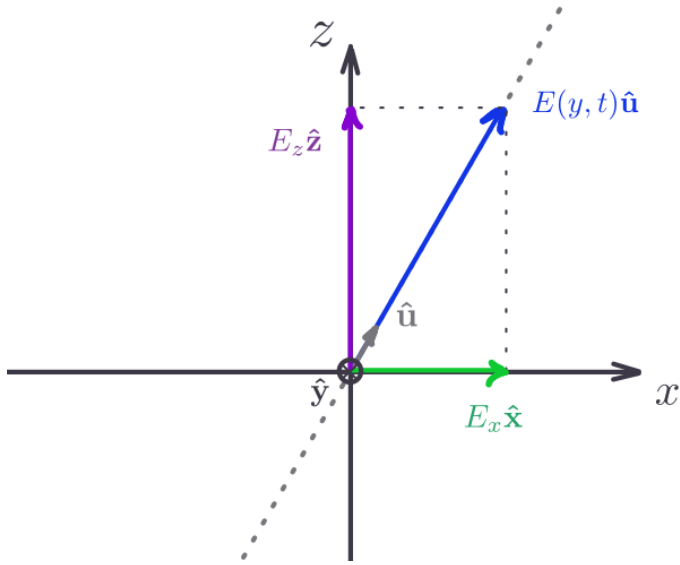


Figura 2: luz polarizada na direção $\hat{\mathbf{u}}$ e a decomposição do campo elétrico nas direções $\hat{\mathbf{x}}$ e $\hat{\mathbf{z}}$

Também é possível gerar luz polarizada circularmente, i.e., luz cujo campo elétrico muda de direção continuamente enquanto se propaga.

Somada a propagação da onda com a mudança de direção do campo, o resultado é um padrão de propagação helicoidal, como mostra a animação disponível em: [https://github.com/pedr19faria/ExpA2/blob/main/Birrefrigncia/p4.gif].

Para fazer isso, uma das possíveis formas é iniciar com luz linearmente polarizada, e defasar uma das componentes em $\pi/2$ rad, digamos, a componente em $\hat{\mathbf{x}}$. Neste caso, teremos:

$$\mathbf{E} = E_x \sin(ky - \omega t + \pi/2) \hat{\mathbf{x}} + E_z \sin(ky - \omega t) \hat{\mathbf{z}} \quad (3)$$

$$= E_x \cos(ky - \omega t) \hat{\mathbf{x}} + E_z \sin(ky - \omega t) \hat{\mathbf{z}} \quad (4)$$

De modo que, caso as amplitudes E_x e E_z forem iguais, teremos a equação paramétrica de uma circunferência no plano zx (percorrida no sentido anti-horário) descrevendo o campo elétrico.

Uma animação ilustrando como esse tipo de polarização resulta de uma defasagem em $\pi/2$ de uma das componentes se encontra disponível em: [https://github.com/pedr19faria/ExpA2/

blob/main/Birrefrigncia/PolarizacaoCirc%20-%20Imgur.gif].

Por último, um resultado importante que surge do fato de podermos entender luz circularmente polarizada como a superposição de dois raios de luz linearmente polarizados, e com defasagem de $\pi/2$ entre si, é que também podemos descrever luz linearmente polarizada numa dada direção $\hat{\mathbf{u}}$ como a superposição de dois raios de luz circularmente polarizados, um no sentido horário, outro no sentido anti-horário. Mudando a defasagem entre eles, podemos escolher a direção $\hat{\mathbf{u}}$. Uma animação que ilustra esse fato se encontra disponível para acesso em: [https://github.com/pedr19faria/ExpA2/blob/main/Birrefrigncia/Diagrama%20-%20Imgur.gif].

Birrefringência

Com dito anteriormente, materiais birrefringentes apresentam diferentes valores para o índice de refração, a depender da direção e da polarização do raio de luz incidente, o que configura um certo tipo de **anisotropia óptica**. Em essência, o que proporciona essa anisotropia é uma assimetria no arranjo dos átomos que constituem esses materiais, uma vez que, numa estrutura assimétrica, o campo elétrico em diferentes direções interage de forma diferente com a matéria. A figura 3 ilustra três arranjos cristalinos que apresentam birrefringência.

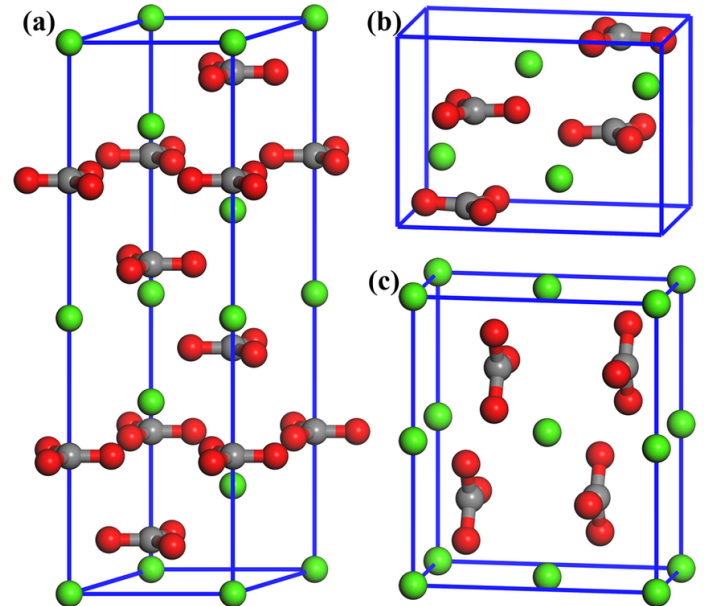


Figura 3: células unitárias de diferentes tipos de cristal de CaCO_3 - (a) calcita, (b) aragonita, (c) vaterita; ambas estruturas que apresentam anisotropia óptica. Esferas de cores diferentes representam diferentes átomos; Ca (verde), O (vermelho), C (cinza). (fonte: [Zha+20])

Contudo, vale notar que, apesar de apresentarem

anisotropia em sua estrutura cristalina, esses cristais não são amorfos, ou seja, ainda apresentam algum tipo de padrão em sua organização. Note que os cristais da figura 3 ainda apresentam algum(ns) eixo(s) em que o cristal é simétrico por “espelhamento”.

Devido a esse grau (ainda presente) de simetria, ocorre nesse tipo de material a existência de eixos nos quais o comportamento óptico é invariante por rotações. Esses eixos recebem o nome de **eixos ópticos**.

A principal propriedade de um eixo óptico é a de que luz se propagando paralelamente a ele (e, portanto, com polarização contida no plano perpendicular ao mesmo eixo) encontra o mesmo índice de refração n_0 , chamado de índice de refração ordinário.

Para um raio que se propaga numa direção perpendicular ao eixo óptico, e que também apresenta polarização linear numa direção perpendicular ao eixo óptico (c.f. figura 4), esse raio também encontra o mesmo índice de refração n_0 ; chamamos esse raio de raio ordinário. Para um raio que se propaga na mesma direção (perpendicular ao eixo), porém com polarização paralela ao eixo óptico, este encontra um índice de refração diferente n_e , chamaremos esse índice de índice de refração extraordinário, e o raio que atende a essas condições, de raio extraordinário.

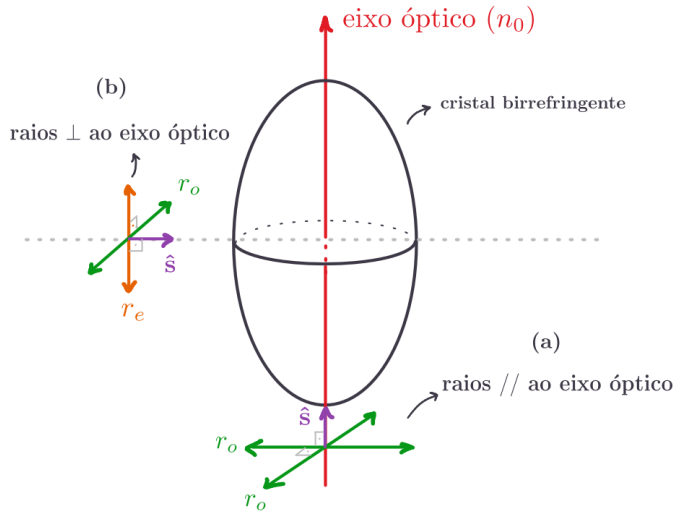


Figura 4: raios de luz não polarizada incidindo (a) paralelamente ao eixo óptico e (b) perpendicularmente ao eixo óptico (note que o sentido de propagação é dado pelo versor do vetor de Poynting \hat{s} - r_o (verde) representa o campo elétrico dos raios ordinários, e r_e (laranja), o campo elétrico dos raios extraordinários.

No caso mais simples de birrefringência (o que será abordado neste experimento), existe apenas um eixo óptico, assim como ilustrado na figura 4. A birrefringência Δn de cristais do tipo ilustrado na figura 4 é definida como $\Delta n \equiv n_e - n_o$.

Essa é a parte da teoria necessária para entender

o que foi observado neste experimento.

3 Parte Experimental

O fenômeno da birrefringência será estudado a partir de três observações neste experimento: (1) será estudado como luz não polarizada se comporta ao incidir num cristal birrefringente (neste caso foi utilizada a calcita); (2) em seguida, serão utilizados dispositivos ópticos birrefringentes chamados *placas de meia onda* (a serem detalhadas posteriormente) para analisar como a defasagem nas componentes do campo elétrico gera diferentes tipos de polarização; e (3) serão analisados os efeitos da birrefringência gerada pelo estresse mecânico na estrutura de um bloco de acrílico.

Para a primeira parte, além do cristal de calcita, foi utilizada uma folha de papel com dois eixos perpendiculares desenhados. O intuito desses eixos é de visualizar uma “duplicação” de cada eixo devido à separação dos raios incidentes em raios ordinários e extraordinários devido à birrefringência da calcita.

Na segunda parte do experimento, além das placas de meia onda e de um quarto de onda (que, em essência, são retardadores ópticos), foi utilizado um laser de He-Ne ($\lambda = 632,81$ nm), e dois polarizadores para verificar o novo tipo de polarização da luz após passar pelas placas retardadoras.

Enfim, para a terceira e última parte do experimento, foi utilizado o mesmo laser da segunda parte, os mesmos dois polarizadores, e um bloco de acrílico de comprimento por volta de 49cm (não é necessário determinar a medida exata do comprimento do bloco, desde que contenha múltiplos de $d = \Delta n / \lambda$, como será explicado na seção dedicada a essa parte)

Dada a descrição geral, vamos ao detalhamento de cada parte.

3.1 Birrefringência em Cristal de Calcita

Duas observações complementares devem ser feitas para abordarmos a birrefringência no cristal de calcita. A calcita apresenta apenas um eixo óptico, constituindo o caso mais simples de birrefringência. Além disso, é dito que a calcita apresenta “birrefringência positiva”, que significa, literalmente, que a birrefringência $\Delta n > 0$, o que implica que:

$$\Delta n = n_e - n_o > 0 ; \therefore n_e > n_o$$

Ou seja, o raio extraordinário é aquele sujeito ao maior índice de refração, portanto esperamos vê-lo sofrendo maior desvio.

Resultados

Posicionando o cristal de calcita sobre os eixos perpendiculares em forma de “cruz”, foi observada a duplicação de cada uma das linhas, como mostra a figura 5. Além disso, foi possível distinguir qual linha correspondia a qual raio (c.f. figura 5), já que a linha que apresentava maior desvio correspondia aos raios extraordinários, e a linha que apresentava menor desvio se tratava dos raios ordinários ($\Delta n > 0$ para a calcita).

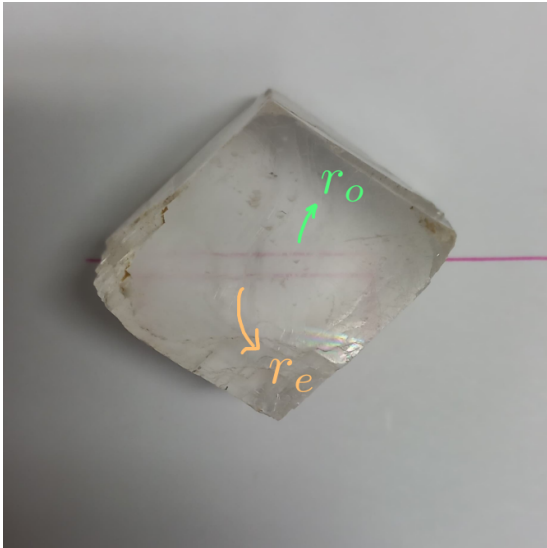


Figura 5: surgimento dos raios ordinário (r_o) e extraordinário (r_e) após luz não polarizada passar por um cristal birrefringente

Além disso, com o uso de um polarizador, foi constatado que os dois raios observados na situação da figura 5 apresentavam polarizações em direções perpendiculares (ao girar o polarizador em 90° , observou-se a extinção de um dos raios).

Ao girar a calcita em torno de um eixo perpendicular ao plano do papel, pôde ser visualizado que, em determinado momento, as linhas dos raios ordinário e extraordinário se sobrepunham (c.f. figura 6), o que corresponde incidir os raios paralelamente ao eixo óptico.

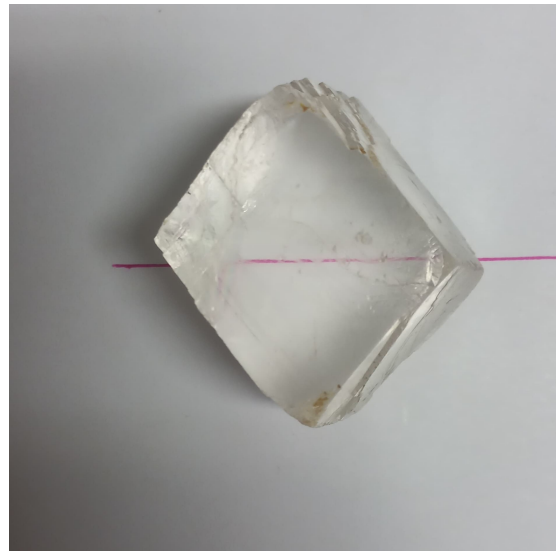


Figura 6: luz não polarizada incidindo paralelamente ao eixo óptico

Essa foi uma etapa mais qualitativa do experimento, que serviu, principalmente, para visualizar os dois raios surgindo da calcita.

3.2 Placas de Meia Onda

Polarizadores são dispositivos que permitem obter luz polarizada na direção desejada a partir de luz não polarizada. Os polarizadores utilizados no experimento possuem goniômetros - de incerteza $(\pm 2)^\circ$ - que permitem a variação no ângulo do polarizador, possibilitando a escolha de uma determinada direção de polarização da luz.

Já *retardadores* são elementos ópticos que permitem a alteração da direção da polarização da luz incidente. Esses dispositivos são feitos a partir de materiais birrefringentes, que vão alterar a fase de uma das componentes do vetor campo elétrico. Como já mencionado, devido a refração dupla esse material possuirá um índice de refração ordinário e outro extraordinário, que justificam a diferença de fase. As duas componentes do campo elétrico que propagam através do cristal sofrerão uma variação de fase devido ao caminho óptico percorrido. A fase da componente que se propaga paralelamente ao eixo óptico é dada pela equação 5, enquanto àquela com propagação perpendicular ao eixo óptico por 6.

$$\delta_o = n_o k d \quad (5)$$

$$\delta_e = n_e k d \quad (6)$$

Sendo n_o e n_e os índices de refração ordinários e extraordinários, respectivamente, k o número de onda e d a espessura do material. Portanto, a diferença de fase entre as duas componentes do campo elétrico é dada por 7.

$$\delta = \frac{2\pi d(n_e - n_o)}{\lambda} \quad (7)$$

Dessa forma, percebe-se que a espessura particular de cada retardador permite a determinação da variação na fase. O retardador utilizado, também chamado de placa de meia onda - placa $\frac{\lambda}{2}$ -, provoca uma diferença de fase de π radianos, ou seja, introduz uma defasagem de 180° entre as componentes ortogonais de luz linearmente polarizada.

A luz linearmente polarizada pode ser decomposta em duas componentes ortogonais determinadas pelo eixo óptico do material birrefringente. Uma dessas componentes é paralela ao eixo óptico, eixo extraordinário, enquanto a outra será perpendicular a ele, eixo ordinário. Dessa forma, o ângulo entre a direção da polarização da luz e o eixo óptico determinarão as amplitudes dessas componentes.

Como já mencionado, quando a luz incidente passa pela placa $\frac{\lambda}{2}$ a diferença de fase de 180° introduzida entre as componentes ortogonais provocará uma inversão de uma delas. Essa inversão rotaciona a direção da luz polarizada incidente em um ângulo determinado pelo ângulo θ entre a direção inicial da luz polarizada e o eixo óptico. Como ocorreu uma inversão em um dos eixos, o ângulo em que a direção da luz é rotacionada será de 2θ . O experimento realizado consiste na verificação de tal fato.

O aparato experimental (c.f figura 7) é composto por um laser de He-Ne ($\lambda = 632,81$ nm) que emite um feixe de luz que atravessa sucessivamente um primeiro polarizador, uma placa de meia onda e um segundo polarizador até, por fim, atingir um anteparo. Tanto os polarizadores, quanto a placa de $\frac{\lambda}{2}$ possuem goniômetros, possibilitando o ajuste dos ângulos entre os instrumentos ópticos.

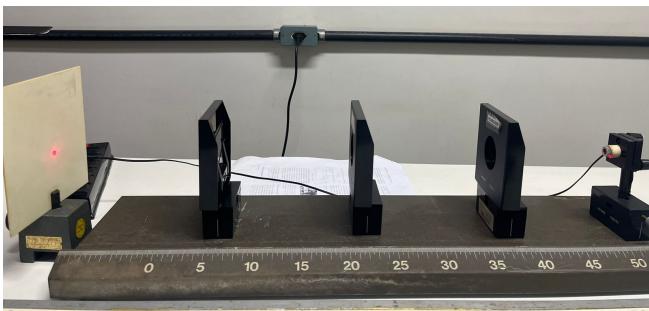


Figura 7: aparato experimental, laser, polarizador, placa de meia onda, polarizador e anteparo (da esquerda à direita)

Inicialmente os ângulos dos polarizadores foram ajustados para $\theta_0 = (-102 \pm 2)^\circ$ e $\theta_2 = (-12 \pm 2)^\circ$, ângulos perpendiculares entre si, provocando a extinção completa do laser no anteparo. Em seguida, é adicionado a placa de meia onda, com ângulo de $\theta_1 = (-12 \pm 2)^\circ$, que preserva a extinção da luz. Com o intuito de verificar essa mudança de fase de $\delta = \pi$ pro-

vocada pelo retardador, varia-se levemente o ângulo θ_1 da placa de meia onda de tal forma que a luz volte a incidir sobre o anteparo. Em seguida varia-se o ângulo θ_2 do segundo polarizador até que a luz novamente desapareça. Repete-se esse procedimento até que não haja mais como variar os ângulos, devido a escala do goniômetro.

Esperamos conseguir perceber que o ângulo θ_2 é igual a $2\theta_1$.

Os pares de ângulos θ_1 e θ_2 que extinguem a luz foram coletados e organizados na tabela 1. Os dados estão dispostos no gráfico (c.f figura 8), juntamente com a regressão linear realizada. Visualmente, percebe-se que a curva ajustada representa bem a correlação linear entre os dados. Quantitativamente, a grandeza $R^2 = 0,99^1$ indica a qualidade do ajuste realizado. O coeficiente angular da reta ajustada é equivalente a $\frac{\theta_2}{\theta_1}$. O valor encontrado para essa relação foi de:

$$\frac{\theta_2}{\theta_1} = (1,97 \pm 0,02)^\circ$$

Dessa forma, assim como esperado, o ângulo da luz polarizada está na ordem do dobro do ângulo da placa de meia onda.

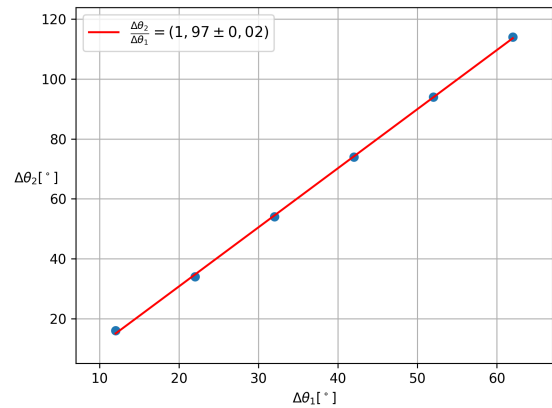


Figura 8: gráfico apresenta a regressão linear realizada com os dados da variação dos ângulos da placa de meia onda e do polarizador.

$\Delta\theta_1(\pm 1)^\circ$	$\Delta\theta_2(\pm 1)^\circ$
12°	16°
22°	34°
32°	54°
42°	73°
52°	94°
62°	114°

Tabela 1: variação nos ângulos da placa de meia onda (θ_1) e do polarizador (θ_2).

¹coeficiente que quantifica o grau de correlação linear. Valores próximos de 1.0 indicam que o ajuste de linear foi bem-sucedido.

3.3 Birrefringência Devido a Tensão Mecânica

Assim como a birrefringência surge em estruturas cristalinas anisotrópicas, como o cristal de calcita, discutido anteriormente, ela também pode surgir devido a aplicação de tensão mecânica. O acrílico devido a tensão mecânica introduzida nos canos internos do material apresenta anisotropia no índice de refração. Sendo assim, temos como objetivo quantificar a birrefringência de um bloco de acrílico, através da observação do padrão de máximos e mínimos formada ao longo do material ao incidirmos luz polarizada através dele.

Assim, para a realização do experimento é necessário compreender o porquê do surgimento dos padrões de máximos e mínimos no acrílico quando luz polarizada a 45° incide sobre o bloco. Como discutido na seção de fundamentação teórica podemos descrever luz linearmente polarizada em uma direção arbitrária pela superposição de uma onda circularmente polarizada no sentido horário e outra no sentido anti-horário. Como bem apresentado no vídeo que acompanha essa explicação² a medida que variamos a fase de uma dessas ondas rotacionamos a onda resultante ao longo de um círculo. Quando a luz polarizada em 45° percorre o bloco de acrílico, devido a birrefringência do material, a fase de uma das componentes varia, provocando precisamente essa variação circular do vetor da luz resultante. Ao observar lateralmente o bloco o que o observador percebe dessa variação é um padrão de máximos e mínimos, uma vez que quando olhamos paralelamente ao vetor resultante enxergaremos um mínimo, enquanto quando ele esta perpendicular a nossa visão percebemos um máximo. O padrão formado de máximos e mínimos ocorre, então, a medida que a fase aumenta em 2π

Para calcular a birrefringência pode-se utilizar a equação 7. Nesse caso, porém, como explicado, o ca-

minho óptico percorrido quando a diferença entre as fases é de 2π será precisamente a distância entre dois mínimos/máximos. Dessa forma, a equação 7 se torna simplesmente 8

$$\Delta n = \frac{\lambda}{d} \quad (8)$$

O aparato experimental utilizado (c.f. figura 9) consiste do mesmo laser utilizado anteriormente, dois polarizadores e um bloco de acrílico. O bloco é colocado entre ambos polarizadores e o feixe de laser passa pelos três instrumentos. Ao girarmos o primeiro polarizador em 45° a luz que passa pelo bloco sofre sucessivas mudanças de fase e surgem o padrão de máximos e mínimos.



Figura 9: aparato experimental, laser, placa polarizadora e bloco de acrílico.

Para uma mesma distribuição de máximos e mínimos realizou-se 5 medidas da distância entre diferentes mínimos em diferentes quantidades, como disposto em 2. O valor de Δn consiste da média desses valores e sua incerteza é dada pela equação de desvio padrão.

O valor encontrado para Δn foi de:

$$\Delta n = (1,6 \pm 0,1) * 10^{-5}$$

A calcita sob aplicação de tensão mecânica possui birrefringência da ordem de 10^{-5} a 10^{-7} , assim como foi concluído experimentalmente.

Distância Total(D) ($\pm 0,2cm$)	Mínimos (N)	D/N ($\pm 0,2cm$)
41	11	3,7
33,7	9	3,7
17	4	4,2
15,5	4	3,9
12,5	3	3,9

Tabela 2: Dados coletados em relação a distância entre os mínimos formados no bloco de acrílico.

4 Conclusão

Os experimentos tinham como objetivo o estudo da birrefringência, fenômeno que ocorre em materiais ani-

sotrópicos, seja pela organização de sua estrutura cristalina, como no caso da calcita, ou pela aplicação de tensão mecânica, como com o acrílico.

Estudou-se qualitativamente os efeitos da diferença

²<https://imgur.com/a/Wc8A2qW>

dos índices de refração no eixo ordinário e extraordinário, através da análise de linhas perpendiculares que atravessam um cristal de calcita, tornando claro os efeitos da birrefringência positiva.

Os experimentos quantitativos tiveram ambos resultados satisfatórios. Utilizando placas de meia onda foi possível constatar que o laser ao atravessar o polarizador e uma placa de meia onda terá o ângulo entre os dois instrumentos ópticos duplicado, evidenciando a inversão de fase provocada pela placa. Esse fato foi constatado através de uma regressão linear dos dados coletados dos ângulos das placas de meia onda e de um segundo polarizador. O resultado obtido distanciou-se do esperado com um erro absoluto de $0,03^\circ$, evidenciando a qualidade do mesmo.

Por fim, medindo os máximos e mínimos produzidos no bloco de calcita, devido refração dupla, foi

possível determinar a birrefringência do material. A ordem do valor encontrado 10^{-5} foi compatível com o esperado para esse material.

Sendo assim, os experimentos realizados foram bem-sucedidos, tanto nas análises qualitativas, quanto as quantitativas do fenômeno de birrefringência em contextos distintos.

Referências

- [Zha+20] Ming Zhang et al. “Comparison of CH₄ and CO₂ Adsorptions onto Calcite(10.4), Aragonite(011)Ca, and Vaterite(010)CO₃ Surfaces: An MD and DFT Investigation”. Em: *ACS Omega* XXXX (mai. de 2020). DOI: 10.1021/acsomega.0c00345.