

# Formas Padrão das Funções Lógicas

Lógica de Predicados  
2014/2

Profa: Daniela Scherer dos Santos  
[daniela.santos37@ulbra.edu.br](mailto:daniela.santos37@ulbra.edu.br)



# Formas padrão das funções lógicas

As funções lógicas podem ser expressas em duas *formas padrão*:

- ◆ soma padrão de produtos
- ◆ produto padrão de somas

# Soma padrão de produtos

A expressão é uma soma (OR) padrão de produtos (AND) de variáveis (complementadas ou não – negadas ou não).

- ◆ Exemplos:

- ◆  $F(A,B,C) = A.B.C + A'.B.C + A.B'.C + A.B.C'$

- ◆  $F(A,B,C) = A'.B'.C' + A'.B.C' + A.B'.C'$

# Soma padrão de produtos

A expressão é uma soma (OR) **padrão** de produtos (AND) de variáveis (complementadas ou não – negadas ou não).

padrão: significa que cada uma das variáveis aparece (às vezes complementada, às vezes não) em cada um dos termos do produto.

- ◆ Exemplos:

- ◆  $F(A,B,C) = A.B.C + A'.B.C + A.B'.C + A.B.C'$
- ◆  $F(A,B,C) = A'.B'.C' + A'.B.C' + A.B'.C'$

# Soma padrão de produtos

- ◆ Exemplo:
- ◆ A FUNÇÃO ABAIXO É UMA SOMA DE PRODUTOS, NO ENTANTO, NÃO ESTÁ EM SUA FORMA PADRÃO:

- ◆  $F(A,B,C) = A.B + A'.C + B.C'$

- ◆ no primeiro termo falta a representação da variável C
- ◆ no segundo termo falta a representação da variável B
- ◆ no terceiro termo falta a representação da variável A

# Soma padrão de produtos

Qualquer função pode ser escrita na forma de uma *soma de produtos*

- ◆ Exemplo:

- ◆  $F(A,B,C,D) = (A' + BC) (B + C'D)$

# Soma padrão de produtos

Qualquer função pode ser escrita na forma de uma *soma de produtos*

◆ Exemplo:

◆  $F(A,B,C,D) = (A' + B.C).(B + C'.D)$  (distributiva)



$$A'B + A'C'D + BCB + BCC'D$$

# Soma padrão de produtos

Qualquer função pode ser escrita na forma de uma *soma de produtos*

◆ Exemplo:

◆  $F(A,B,C,D) = (A' + BC) (B + C'D)$  (distributiva)

$$A'B + A'C'D + BCB + BCC'D$$



# Soma padrão de produtos

Qualquer função pode ser escrita na forma de uma *soma de produtos*

◆ Exemplo:

◆  $F(A,B,C,D) = (A' + BC) (B + C'D)$  (distributiva)

$A'B + A'C'D + BCB + BCC'D$  (T9 e T6)

$A'B + A'C'D + BC + BD.0$

# Soma padrão de produtos

Qualquer função pode ser escrita na forma de uma *soma de produtos*

◆ Exemplo:

◆  $F(A,B,C,D) = (A' + BC) (B + C'D)$  (distributiva)

$$A'B + A'C'D + BCB + BCC'D \text{ (T9 e T6)}$$

$$A'B + A'C'D + BC + BD.0 \text{ (T4)}$$

$$A'B + A'C'D + BC + 0$$

# Soma padrão de produtos

Qualquer função pode ser escrita na forma de uma *soma de produtos*

- Exemplo:

- $F(A,B,C,D) = (A' + BC) (B + C'D)$  (distributiva)

$$A'B + A'C'D + BCB + BCC'D \text{ (T9 e T6)}$$

$$A'B + A'C'D + BC + BD.0 \text{ (T4)}$$

$$A'B + A'C'D + BC + 0 \text{ (T5)}$$

$$A'B + A'C'D + BC$$

# Soma padrão de produtos

Qualquer função pode ser escrita na forma de uma *soma de produtos*

- Exemplo:

- $F(A,B,C,D) = (A' + BC)(B + C'D)$  (distributiva)

$$A'B + A'C'D + BCB + BCC'D \text{ (T9 e T6)}$$

$$A'B + A'C'D + BC + BD.0 \text{ (T4)}$$

$$A'B + A'C'D + BC + 0 \text{ (T5)}$$


$$A'B + A'C'D + BC$$

soma de produtos

# Soma padrão de produtos

Qualquer função pode ser escrita na forma de uma *soma de produtos*

- Exemplo:

- $F(A,B,C,D) = (A' + BC) (B + C'D)$  (distributiva)

$$A'B + A'C'D + BCB + BCC'D \text{ (T9 e T6)}$$

$$A'B + A'C'D + BC + BD.0 \text{ (T4)}$$

$$A'B + A'C'D + BC + 0 \text{ (T5)}$$

$$A'B + A'C'D + BC$$

soma de produtos

mas, não é uma soma PADRÃO de produtos, pois as variáveis A, B, C e D não estão presentes em todos os termos da expressão

# Soma padrão de produtos

transformando a função resultante em uma soma padrão de produtos:

$$F(A,B,C,D) = A'B + A'C'D + BC$$

# Soma padrão de produtos

transformando a função resultante em uma soma padrão de produtos:

$$F(A,B,C,D) = A'B + A'C'D + BC$$

o que falta?  
C e D (complementadas  
ou não)

o que falta?  
B (complementada ou  
não)

o que falta?  
A e D (complementadas  
ou não)

# Soma padrão de produtos

transformando a função resultante em uma soma padrão de produtos:

$$F(A,B,C,D) = A'B + A'C'D + BC$$
$$A'C'D.(B+B') =$$

Esta multiplicação não altera o valor lógico da função, pois  $(B + B') = 1$  conforme o teorema 7 ( $A + A' = 1$ ).



# Soma padrão de produtos

transformando a função resultante em uma soma padrão de produtos:

$$F(A,B,C,D) = A'B + A'C'D + BC$$

$$A'C'D.(B+B') = A'C'DB + A'C'DB'$$

# Soma padrão de produtos

transformando a função resultante em uma soma padrão de produtos:

$$F(A,B,C,D) = A'B + A'C'D + BC$$

$$A'C'D.(B+B') = A'C'DB + A'C'DB' = A'BC'D + A'B'C'D$$

# Soma padrão de produtos

transformando a função resultante em uma soma padrão de produtos:

$$F(A,B,C,D) = A'B + A'C'D + BC$$

$$A'C'D.(B+B') = A'C'DB + A'C'DB' = A'BC'D + A'B'C'D$$

$$A'B.(C+C').(D+D') =$$

# Soma padrão de produtos

transformando a função resultante em uma soma padrão de produtos:

$$F(A,B,C,D) = A'B + A'C'D + BC$$

$$A'C'D.(B+B') = A'C'DB + A'C'DB' = A'BC'D + A'B'C'D$$

$$A'B.(C+C').(D+D') =$$

Esta multiplicação não altera o valor lógico da função, pois  $(C + C') = (D + D') = 1$  conforme o teorema 7 ( $A + A' = 1$ ).

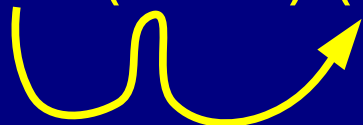
# Soma padrão de produtos

transformando a função resultante em uma soma padrão de produtos:

$$F(A,B,C,D) = A'B + A'C'D + BC$$

$$A'C'D.(B+B') = A'C'DB + A'C'DB' = A'BC'D + A'B'C'D$$

$$A'B.(C+C').(D+D') = A'BCD +$$



# Soma padrão de produtos

transformando a função resultante em uma soma padrão de produtos:

$$F(A,B,C,D) = A'B + A'C'D + BC$$

$$A'C'D.(B+B') = A'C'DB + A'C'DB' = A'BC'D + A'B'C'D$$

$$A'B.(C+C').(D+D') = A'BCD + A'BCD' +$$



# Soma padrão de produtos

transformando a função resultante em uma soma padrão de produtos:

$$F(A,B,C,D) = A'B + A'C'D + BC$$

$$A'C'D.(B+B') = A'C'DB + A'C'DB' = A'BC'D + A'B'C'D$$

$$A'B.(C+C').(D+D') = A'BCD + A'BCD' + A'BC'D +$$



# Soma padrão de produtos

transformando a função resultante em uma soma padrão de produtos:

$$F(A,B,C,D) = A'B + A'C'D + BC$$

$$A'C'D.(B+B') = A'C'DB + A'C'DB' = A'BC'D + A'B'C'D$$

$$A'B.(C+C').(D+D') = A'BCD + A'BCD' + A'BC'D + A'BC'D'$$





# Soma padrão de produtos

transformando a função resultante em uma soma padrão de produtos:

$$F(A,B,C,D) = A'B + A'C'D + BC$$

$$A'C'D.(B+B') = A'C'DB + A'C'DB' = A'BC'D + A'B'C'D$$

$$A'B.(C+C').(D+D') = A'BCD + A'BCD' + A'BC'D + A'BC'D'$$

# Soma padrão de produtos

transformando a função resultante em uma soma padrão de produtos:

$$F(A,B,C,D) = A'B + A'C'D + BC$$

$$A'C'D.(B+B') = A'C'DB + A'C'DB' = A'BC'D + A'B'C'D$$

$$A'B.(C+C').(D+D') = A'BCD + A'BCD' + A'BC'D + A'BC'D'$$

$$BC.(A+A').(D+D') =$$

# Soma padrão de produtos

transformando a função resultante em uma soma padrão de produtos:

$$F(A,B,C,D) = A'B + A'C'D + BC$$

$$A'C'D.(B+B') = A'C'DB + A'C'DB' = A'BC'D + A'B'C'D$$

$$A'B.(C+C').(D+D') = A'BCD + A'BCD' + A'BC'D + A'BC'D'$$

$$BC.(A+A').(D+D') =$$

Esta multiplicação não altera o valor lógico da função, pois  $(A + A') = (D + D') = 1$  conforme o teorema 7 ( $A + A' = 1$ ).

# Soma padrão de produtos

transformando a função resultante em uma soma padrão de produtos:

$$F(A,B,C,D) = A'B + A'C'D + BC$$

$$A'C'D.(B+B') = A'C'DB + A'C'DB' = A'BC'D + A'B'C'D$$

$$A'B.(C+C').(D+D') = A'BCD + A'BCD' + A'BC'D + A'BC'D'$$

$$BC.(A+A').(D+D') = BCAD + BCAD' + BCA'D + BCA'D'$$

# Soma padrão de produtos

transformando a função resultante em uma soma padrão de produtos:

$$F(A,B,C,D) = A'B + A'C'D + BC$$

$$A'C'D.(B+B') = A'C'DB + A'C'DB' = A'BC'D + A'B'C'D$$

$$A'B.(C+C').(D+D') = A'BCD + A'BCD' + A'BC'D + A'BC'D'$$

$$BC.(A+A').(D+D') = ABCD + ABCD' + A'BCD + A'BCD'$$

# Soma padrão de produtos

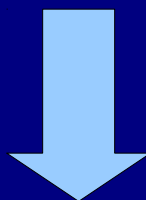
transformando a função resultante em uma soma padrão de produtos:

$$F(A,B,C,D) = A'B + A'C'D + BC$$

$$A'C'D.(B+B') = A'C'DB + A'C'DB' = A'BC'D + A'B'C'D$$

$$A'B.(C+C').(D+D') = A'BCD + A'BCD' + A'BC'D + A'BC'D'$$

$$BC.(A+A').(D+D') = ABCD + ABCD' + A'BCD + A'BCD'$$



# Soma padrão de produtos

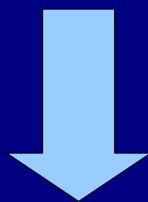
transformando a função resultante em uma soma padrão de produtos:

$$F(A,B,C,D) = A'B + A'C'D + BC$$

$$A'C'D.(B+B') = A'C'DB + A'C'DB' = A'BC'D + A'B'C'D$$

$$A'B.(C+C').(D+D') = A'BCD + A'BCD' + A'BC'D + A'BC'D'$$

$$BC.(A+A').(D+D') = ABCD + ABCD' + A'BCD + A'BCD'$$



$$A'BC'D + A'B'C'D +$$

# Soma padrão de produtos

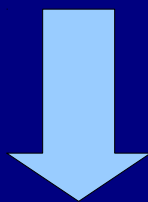
transformando a função resultante em uma soma padrão de produtos:

$$F(A,B,C,D) = A'B + A'C'D + BC$$

$$A'C'D.(B+B') = A'C'DB + A'C'DB' = A'BC'D + A'B'C'D$$

$$A'B.(C+C').(D+D') = A'BCD + A'BCD' + A'BC'D + A'BC'D'$$

$$BC.(A+A').(D+D') = ABCD + ABCD' + A'BCD + A'BCD'$$



$$A'BC'D + A'B'C'D + A'BCD + A'BCD' + A'BC'D + A'BC'D' +$$



# Soma padrão de produtos

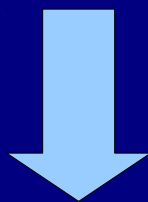
transformando a função resultante em uma soma padrão de produtos:

$$F(A,B,C,D) = A'B + A'C'D + BC$$

$$A'C'D.(B+B') = A'C'DB + A'C'DB' = A'BC'D + A'B'C'D$$

$$A'B.(C+C').(D+D') = A'BCD + A'BCD' + A'BC'D + A'BC'D'$$

$$BC.(A+A').(D+D') = ABCD + ABCD' + A'BCD + A'BCD'$$



$$A'BC'D + A'B'C'D + A'BCD + A'BCD' + A'BC'D + A'BC'D' + ABCD + ABCD' + A'BCD + A'BCD'$$

# Soma padrão de produtos

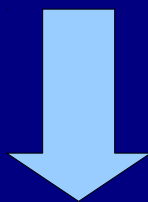
transformando a função resultante em uma soma padrão de produtos:

$$F(A,B,C,D) = A'B + A'C'D + BC$$

$$A'C'D.(B+B') = A'C'DB + A'C'DB' = A'BC'D + A'B'C'D$$

$$A'B.(C+C').(D+D') = A'BCD + A'BCD' + A'BC'D + A'BC'D'$$

$$BC.(A+A').(D+D') = ABCD + ABCD' + A'BCD + A'BCD'$$



Termos repetidos:

$$A + A = A$$

$$A'BC'D + A'B'C'D + A'BCD + A'BCD' + A'BC'D + A'BC'D' + ABCD + ABCD' + A'BCD + A'BCD'$$

# Soma padrão de produtos

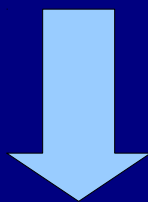
transformando a função resultante em uma soma padrão de produtos:

$$F(A,B,C,D) = A'B + A'C'D + BC$$

$$A'C'D.(B+B') = A'C'DB + A'C'DB' = A'BC'D + A'B'C'D$$

$$A'B.(C+C').(D+D') = A'BCD + A'BCD' + A'BC'D + A'BC'D'$$

$$BC.(A+A').(D+D') = ABCD + ABCD' + A'BCD + A'BCD'$$



Termos repetidos:  
 $A + A = A$

$$A'BC'D + A'B'C'D + A'BCD + A'BCD' + A'BC'D' + ABCD + ABCD'$$

# Soma padrão de produtos

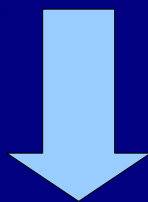
transformando a função resultante em uma soma padrão de produtos:

$$F(A,B,C,D) = A'B + A'C'D + BC$$

$$A'C'D.(B+B') = A'C'DB + A'C'DB' = A'BC'D + A'B'C'D$$

$$A'B.(C+C').(D+D') = A'BCD + A'BCD' + A'BC'D + A'BC'D'$$

$$BC.(A+A').(D+D') = ABCD + ABCD' + A'BCD + A'BCD'$$



SOMA PADRÃO DE  
PRODUTOS

$$A'BC'D + A'B'C'D + A'BCD + A'BCD' + A'BC'D' + ABCD + ABCD'$$

# Soma padrão de produtos

$$F(A,B,C,D) = A'BC'D + A'B'C'D + A'BCD + A'BCD' + A'BC'D' + ABCD + ABCD'$$

Cada um dos produtos da função é chamado *Mintermo*.

# Soma padrão de produtos – Especificação de Funções em termos de Mintermos

Uma função lógica pode ser especificada usando a convenção adotada para a numeração dos mintermos.

Exemplo:

$$F(A,B,C,D) = A'BC'D + A'B'C'D + A'BCD + A'BCD' + A'BC'D' + ABCD + ABCD'$$

# Soma padrão de produtos – Especificação de Funções em termos de Mintermos

Uma função lógica pode ser especificada usando a convenção adotada para a numeração dos mintermos.

Exemplo:

$$F(A,B,C,D) = A'BC'D + A'B'C'D + A'BCD + A'BCD' + A'BC'D' + ABCD + ABCD'$$

0101      0001      0111      0110      0100      1111      1110

atribui-se o número binário 0 para cada variável complementada e o número binário 1 para cada variável não complementada.

# Soma padrão de produtos – Especificação de Funções em termos de Mintermos

Uma função lógica pode ser especificada usando a convenção adotada para a numeração dos mintermos.

Exemplo:

$$F(A,B,C,D) = A'BC'D + A'B'C'D + A'BCD + A'BCD' + A'BC'D' + ABCD + ABCD'$$

|      |      |      |      |      |      |      |
|------|------|------|------|------|------|------|
| 0101 | 0001 | 0111 | 0110 | 0100 | 1111 | 1110 |
| 5    | 1    | 7    | 6    | 4    | 15   | 14   |



# Soma padrão de produtos – Especificação de Funções em termos de Mintermos

Uma função lógica pode ser especificada usando a convenção adotada para a numeração dos mintermos.

Exemplo:

$$F(A,B,C,D) = A'BC'D + A'B'C'D + A'BCD + A'BCD' + A'BC'D' + ABCD + ABCD'$$

|      |      |      |      |      |      |      |
|------|------|------|------|------|------|------|
| 0101 | 0001 | 0111 | 0110 | 0100 | 1111 | 1110 |
| 5    | 1    | 7    | 6    | 4    | 15   | 14   |

substituímos os números binários por seus equivalentes decimais

# Soma padrão de produtos – Especificação de Funções em termos de Mintermos

Uma função lógica pode ser especificada usando a convenção adotada para a numeração dos mintermos.

Exemplo:

$$F(A,B,C,D) = A'BC'D + A'B'C'D + A'BCD + A'BCD' + A'BC'D' + ABCD + ABCD'$$

|      |      |      |      |      |      |      |
|------|------|------|------|------|------|------|
| 0101 | 0001 | 0111 | 0110 | 0100 | 1111 | 1110 |
| 5    | 1    | 7    | 6    | 4    | 15   | 14   |

$$A'B'C'D + A'BC'D' + A'BC'D + A'BCD' + A'BCD + ABCD' + ABCD$$

|      |      |      |      |      |      |      |
|------|------|------|------|------|------|------|
| 0001 | 0100 | 0101 | 0110 | 0111 | 1110 | 1111 |
| 1    | 4    | 5    | 6    | 7    | 14   | 15   |

# Soma padrão de produtos – Especificação de Funções em termos de Mintermos

Uma função lógica pode ser especificada usando a convenção adotada para a numeração dos mintermos.

Exemplo:

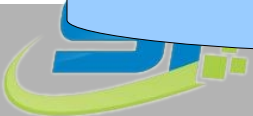
$$\begin{array}{ccccccc} A'B'C'D + A'BC'D' + A'BC'D + A'BCD' + A'BCD + ABCD' + ABCD \\ 0001 & 0100 & 0101 & 0110 & 0111 & 1110 & 1111 \\ 1 & 4 & 5 & 6 & 7 & 14 & 15 \end{array}$$



podemos agora escrever

$$F(A,B,C,D) = \Sigma(1,4,5,6,7,14,15)$$

Aqui temos a função  $A'B'C'D + A'BC'D' + A'BC'D + A'BCD' + A'BCD + ABCD' + ABCD$  expressa como uma função de Mintermos



# Produto padrão de somas

A expressão é um produto (AND) padrão de somas (OR) de variáveis (complementadas ou não – negadas ou não).

- ◆ Exemplos:

- ◆  $F(x,y) = (x' + y) \cdot (x + y')$

- ◆ A função abaixo é um produto de somas mas não está em sua forma padrão:

- ◆  $F(x,y) = x \cdot (x + y')$  → falta o y no primeiro termo

# Produto padrão de somas

Qualquer função pode ser escrita na forma de um *produto de somas*.

- ◆ Exemplo:

- ◆  $F(A,B,C,D) = (A' + BC) (B + C'D)$

# Produto padrão de somas

Qualquer função pode ser escrita na forma de um *produto de somas*.

◆ Exemplo:

◆  $F(A,B,C,D) = (A' + BC) (B + C'D)$  (distributiva)

$$(A'+B).(A'+C).(B+C').(B+D)$$

# Produto padrão de somas

Qualquer função pode ser escrita na forma de um *produto de somas*.

◆ Exemplo:

◆  $F(A,B,C,D) = (A' + BC) (B + C'D) \text{ (distributiva)}$   
 $(A'+B).(A'+C).(B+C').(B+D)$

produto de somas

# Produto padrão de somas

Qualquer função pode ser escrita na forma de um *produto de somas*.

◆ Exemplo:

◆  $F(A,B,C,D) = (A' + BC) (B + C'D) \text{ (distributiva)}$   
 $(A'+B).(A'+C). (B+C').(B+D)$

produto de somas

mas, não é um produto PADRÃO de somas,  
pois as variáveis A, B, C e D não estão  
presentes em todos os termos da expressão



# Produto padrão de somas

Transformando a expressão resultante em um produto de somas.

- ◆  $F(A,B,C,D) = (A'+B).(A'+C). (B+C').(B+D)$

# Produto padrão de somas

Transformando a expressão resultante em um produto de somas.

$$F(A,B,C,D) = (A'+B).(A'+C).(B+C').(B+D)$$

o que falta?  
C e D (complementadas  
ou não)

o que falta?  
B e D (complementadas ou  
não)

o que falta?  
A e C (complementadas  
ou não)

o que falta?  
A e D (complementadas  
ou não)

# Produto padrão de somas

Transformando a expressão resultante em um produto de somas.

$$\begin{aligned} F(A,B,C,D) &= (A'+B).(A'+C).(B+C').(B+D) \\ &= (A'+B + CC' + DD') = \end{aligned}$$

Esta adição não altera o valor lógico da função, pois  $(CC') = (DD') = 0$  conforme o teorema 5 ( $A + 0 = 0$ ).

# Produto padrão de somas

Transformando a expressão resultante em um produto de somas.

$$\begin{aligned} \diamond F(A,B,C,D) &= (A'+B).(A'+C).(B+C').(B+D) \\ (A'+B + CC' + DD') &= (A'+B+CC'+D)(A'+B+CC'+D') \\ &= (A'+B+C+D)(A'+B+C'+D)(A'+B+C+D') \\ &\quad (A'+B+C'+D') \end{aligned}$$

# Produto padrão de somas

Transformando a expressão resultante em um produto de somas.

$$\diamond F(A,B,C,D) = (A'+B).(A'+C).(B+C').(B+D)$$

$$(A'+B + CC' + DD') = (A'+B+CC'+D)(A'+B+CC'+D') = (A'+B+C+D) \\ (A'+B+C'+D)(A'+B+C+D')(A'+B+C'+D')$$

$$(A'+BB'+C+DD') =$$

# Produto padrão de somas

Transformando a expressão resultante em um produto de somas.

$$\diamond F(A,B,C,D) = (A'+B).(A'+C).(B+C').(B+D)$$

$$(A'+B + CC' + DD') = (A'+B+CC'+D)(A'+B+CC'+D') = (A'+B+C+D) \\ (A'+B+C'+D)(A'+B+C+D')(A'+B+C'+D')$$

$$(A'+BB'+C+DD') =$$

Esta adição não altera o valor lógico da função, pois  $(CB') = (DD') = 0$  conforme o teorema 5 ( $A + 0 = 0$ ).

# Produto padrão de somas

Transformando a expressão resultante em um produto de somas.

$$\diamond F(A,B,C,D) = (A'+B).(A'+C).(B+C').(B+D)$$

$$(A'+B + CC' + DD') = (A'+B+CC'+D)(A'+B+CC'+D') = (A'+B+C+D) \\ (A'+B+C'+D)(A'+B+C+D')(A'+B+C'+D')$$

$$(A'+BB'+C+DD') = (A'+BB'+C+D)(A'+BB'+C+D') = \\ (A'+B+C+D)(A'+B'+C+D)(A'+B+C+D') \\ (A'+B'+C+D')$$

# Produto padrão de somas

Transformando a expressão resultante em um produto de somas.

$$\diamond F(A,B,C,D) = (A'+B).(A'+C). (B+C').(B+D)$$

$$(A'+B + CC' + DD') = (A'+B+CC'+D)(A'+B+CC'+D') = (A'+B+C+D) \\ (A'+B+C'+D)(A'+B+C+D')(A'+B+C'+D')$$

$$(A'+BB'+C+DD') = (A'+BB'+C+D)(A'+BB'+C+D') = (A'+B+C+D)(A'+B'+C+D) \\ (A'+B+C+D')(A'+B'+C+D')$$

$$(AA'+B+C'+DD') = (AA'+B+C'+D)(AA'+B+C'+D') = \\ (A+B+C'+D)(A'+B+C'+D)(A+B+C'+D') \\ (A'+B+C'+D')$$



# Produto padrão de somas

Transformando a expressão resultante em um produto de somas.

$$\diamond F(A,B,C,D) = (A'+B).(A'+C).(B+C').(B+D)$$

$$(A'+B + CC' + DD') = (A'+B+CC'+D)(A'+B+CC'+D') = (A'+B+C+D) \\ (A'+B+C'+D)(A'+B+C+D')(A'+B+C'+D')$$

$$(A'+BB'+C+DD') = (A'+BB'+C+D)(A'+BB'+C+D') = (A'+B+C+D)(A'+B'+C+D) \\ (A'+B+C+D')(A'+B'+C+D')$$

$$(AA'+B+C'+DD') = (AA'+B+C'+D)(AA'+B+C'+D') = (A+B+C'+D)(A'+B+C'+D) \\ (A+B+C'+D')(A'+B+C'+D')$$

$$(AA'+B+CC'+D) = (AA'+B+C+D)(AA'+B+C'+D) = \\ (A+B+C+D)(A'+B+C+D)(A+B+C'+D)(A'+B+C'+D)$$

# Produto padrão de somas

Transformando a expressão resultante em um produto de somas.

$$\bullet \quad F(A,B,C,D) = (A'+B).(A'+C).(B+C').(B+D)$$

$$(A'+B + CC' + DD') = (A'+B+CC'+D)(A'+B+CC'+D') = (A'+B+C+D) \\ (A'+B+C'+D)(A'+B+C+D')(A'+B+C'+D')$$

$$(A'+BB'+C+DD') = (A'+BB'+C+D)(A'+BB'+C+D') = (A'+B+C+D)(A'+B'+C+D) \\ (A'+B+C+D')(A'+B'+C+D')$$

$$(AA'+B+C'+DD') = (AA'+B+C'+D)(AA'+B+C'+D') = (A+B+C'+D)(A'+B+C'+D) \\ (A+B+C'+D')(A'+B+C'+D')$$

$$(AA'+B+CC'+D) = (AA'+B+C+D)(AA'+B+C'+D) = (A+B+C+D)(A'+B+C+D) \\ (A+B+C'+D)(A'+B+C'+D)$$

# Produto padrão de somas

$$F(A,B,C,D) = (A'+B).(A'+C).(B+C').(B+D)$$

$$(A'+B + CC' + DD') = (A'+B+CC'+D)(A'+B+CC'+D') = (A'+B+C+D)$$

$$(A'+B+C'+D)(A'+B+C+D')(A'+B+C'+D')$$

$$(A'+BB'+C+DD') = (A'+BB'+C+D)(A'+BB'+C+D') = (A'+B+C+D)(A'+B'+C+D)$$

$$(A'+B+C+D')(A'+B'+C+D')$$

$$(AA'+B+C'+DD') = (AA'+B+C'+D)(AA'+B+C'+D') = (A+B+C'+D)(A'+B+C'+D)$$

$$(A+B+C'+D')(A'+B+C'+D')$$

$$(AA'+B+CC'+D) = (AA'+B+C+D)(AA'+B+C'+D) = (A+B+C+D)(A'+B+C+D)$$

$$(A+B+C'+D)(A'+B+C'+D)$$

$$(A'+B+C+D)(A'+B+C'+D)(A'+B+C+D')(A'+B+C'+D')$$

# Produto padrão de somas

$$F(A,B,C,D) = (A'+B).(A'+C).(B+C').(B+D)$$

$$(A'+B + CC' + DD') = (A'+B+CC'+D)(A'+B+CC'+D') = (A'+B+C+D) \\ (A'+B+C'+D)(A'+B+C+D')(A'+B+C'+D')$$

$$(A'+BB'+C+DD') = (A'+BB'+C+D)(A'+BB'+C+D') = (A'+B+C+D)(A'+B'+C+D) \\ (A'+B+C+D')(A'+B'+C+D')$$

$$(AA'+B+C'+DD') = (AA'+B+C'+D)(AA'+B+C'+D') = (A+B+C'+D)(A'+B+C'+D) \\ (A+B+C'+D')(A'+B+C'+D')$$

$$(AA'+B+CC'+D) = (AA'+B+C+D)(AA'+B+C'+D) = (A+B+C+D)(A'+B+C+D) \\ (A+B+C'+D)(A'+B+C'+D)$$

$$(A'+B+C+D)(A'+B+C'+D)(A'+B+C+D')(A'+B+C'+D')(A'+B+C+D)(A'+B'+C+D) \\ (A'+B+C+D')(A'+B'+C+D')$$

# Produto padrão de somas

$$F(A,B,C,D) = (A'+B).(A'+C).(B+C').(B+D)$$

$$(A'+B + CC' + DD') = (A'+B+CC'+D)(A'+B+CC'+D') = (A'+B+C+D) \\ (A'+B+C'+D)(A'+B+C+D')(A'+B+C'+D')$$

$$(A'+BB'+C+DD') = (A'+BB'+C+D)(A'+BB'+C+D') = (A'+B+C+D)(A'+B'+C+D) \\ (A'+B+C+D')(A'+B'+C+D')$$

$$(AA'+B+C'+DD') = (AA'+B+C'+D)(AA'+B+C'+D') = (A+B+C'+D)(A'+B+C'+D) \\ (A+B+C'+D')(A'+B+C'+D')$$

$$(AA'+B+CC'+D) = (AA'+B+C+D)(AA'+B+C'+D) = (A+B+C+D)(A'+B+C+D) \\ (A+B+C'+D)(A'+B+C'+D)$$

$$(A'+B+C+D)(A'+B+C'+D)(A'+B+C+D')(A'+B+C'+D')(A'+B+C+D)(A'+B'+C+D) \\ (A'+B+C+D')(A'+B'+C+D')(A+B+C'+D)(A'+B+C'+D)(A+B+C'+D')(A'+B+C'+D')$$

# Produto padrão de somas

$$F(A,B,C,D) = (A'+B).(A'+C).(B+C').(B+D)$$

$$(A'+B + CC' + DD') = (A'+B+CC'+D)(A'+B+CC'+D') = (A'+B+C+D) \\ (A'+B+C'+D)(A'+B+C+D')(A'+B+C'+D')$$

$$(A'+BB'+C+DD') = (A'+BB'+C+D)(A'+BB'+C+D') = (A'+B+C+D)(A'+B'+C+D) \\ (A'+B+C+D')(A'+B'+C+D')$$

$$(AA'+B+C'+DD') = (AA'+B+C'+D)(AA'+B+C'+D') = (A+B+C'+D)(A'+B+C'+D) \\ (A+B+C'+D')(A'+B+C'+D')$$

$$(AA'+B+CC'+D) = (AA'+B+C+D)(AA'+B+C'+D) = (A+B+C+D)(A'+B+C+D) \\ (A+B+C'+D)(A'+B+C'+D)$$

$$(A'+B+C+D)(A'+B+C'+D)(A'+B+C+D')(A'+B+C'+D')(A'+B+C+D)(A'+B'+C+D) \\ (A'+B+C+D')(A'+B'+C+D')(A+B+C'+D)(A'+B+C'+D)(A+B+C'+D')(A'+B+C'+D') \\ (A+B+C+D)(A'+B+C+D)(A+B+C'+D)(A'+B+C'+D)$$

# Produto padrão de somas

$$F(A,B,C,D) = (A'+B).(A'+C).(B+C').(B+D)$$

$$(A'+B + CC' + DD') = (A'+B+CC'+D)(A'+B+CC'+D') = (A'+B+C+D) \\ (A'+B+C'+D)(A'+B+C+D')(A'+B+C'+D')$$

$$(A'+BB'+C+DD') = (A'+BB'+C+D)(A'+BB'+C+D') = (A'+B+C+D)(A'+B'+C+D) \\ (A'+B+C+D')(A'+B'+C+D')$$

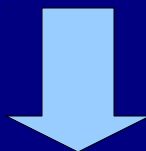
$$(AA'+B+C'+DD') = (AA'+B+C'+D)(AA'+B+C'+D') = (A+B+C'+D)(A'+B+C'+D) \\ (A+B+C'+D')(A'+B+C'+D')$$

$$(AA'+B+CC'+D) = (AA'+B+C+D)(AA'+B+C'+D) = (A+B+C+D)(A'+B+C+D) \\ (A+B+C'+D)(A'+B+C'+D)$$

$$(A'+B+C+D)(A'+B+C'+D)(A'+B+C+D')(A'+B+C'+D')(A'+B+C+D)(A'+B'+C+D) \\ (A'+B+C+D')(A'+B'+C+D')(A+B+C'+D)(A'+B+C'+D)(A+B+C'+D')(A'+B+C'+D') \\ (A+B+C+D)(A'+B+C+D)(A+B+C'+D)(A'+B+C'+D)$$

# Produto padrão de somas

$(A'+B+C+D)(A'+B+C'+D)(A'+B+C+D')(A'+B+C'+D')(A'+B+C+D)(A'+B'+C+D)$   
 $(A'+B+C+D')(A'+B'+C+D')(A+B+C'+D)(A'+B+C'+D)(A+B+C'+D')(A'+B+C'+D')$   
 $(A+B+C+D)(A'+B+C+D)(A+B+C'+D)(A'+B+C'+D)$



$F(A,B,C,D) = (A'+B+C+D)(A'+B+C'+D)(A'+B+C+D')$   
 $(A'+B+C'+D')(A'+B'+C+D)(A'+B'+C+D')(A+B+C'+D)$   
 $(A+B+C'+D')(A+B+C+D)$

PRODUTO PADRÃO DE  
SOMAS



# Produto padrão de somas

$$F(A,B,C,D) = (A'+B+C+D)(A'+B+C'+D)(A'+B+C+D')(A'+B'+C+D)(A'+B'+C+D')(A+B+C'+D)(A+B+C'+D')(A+B+C+D)$$

Cada um dos termos soma é chamado *Maxtermo*.

# Produto padrão de somas – Especificação de Funções em termos de Maxtermos

Uma função lógica pode ser especificada usando a convenção adotada para a numeração dos maxtermos.

Exemplo:

$(A'+B+C+D)(A'+B+C'+D)(A'+B+C+D')(A'+B+C'+D')(A'+B'+C+D)(A'+B'+C+D')(A+B+C'+D)(A+B+C'+D')(A+B+C+D)$

# Produto padrão de somas – Especificação de Funções em termos de Maxtermos

Uma função lógica pode ser especificada usando a convenção adotada para a numeração dos maxtermos.

Exemplo:

|              |               |               |                |               |                |              |               |             |
|--------------|---------------|---------------|----------------|---------------|----------------|--------------|---------------|-------------|
| $(A'+B+C+D)$ | $(A'+B+C'+D)$ | $(A'+B+C+D')$ | $(A'+B+C'+D')$ | $(A'+B'+C+D)$ | $(A'+B'+C+D')$ | $(A+B+C'+D)$ | $(A+B+C'+D')$ | $(A+B+C+D)$ |
| 1000         | 1010          | 1001          | 1011           | 1100          | 1101           | 0010         | 0011          | 0000        |

# Produto padrão de somas – Especificação de Funções em termos de Maxtermos

Uma função lógica pode ser especificada usando a convenção adotada para a numeração dos maxtermos.

Exemplo:

|              |               |               |                |               |                |              |               |             |
|--------------|---------------|---------------|----------------|---------------|----------------|--------------|---------------|-------------|
| $(A'+B+C+D)$ | $(A'+B+C'+D)$ | $(A'+B+C+D')$ | $(A'+B+C'+D')$ | $(A'+B'+C+D)$ | $(A'+B'+C+D')$ | $(A+B+C'+D)$ | $(A+B+C'+D')$ | $(A+B+C+D)$ |
| 1000         | 1010          | 1001          | 1011           | 1100          | 1101           | 0010         | 0011          | 0000        |

atribui-se o número binário 1 para cada variável complementada e o número binário 0 para cada variável não complementada.

# Produto padrão de somas – Especificação de Funções em termos de Maxtermos

Uma função lógica pode ser especificada usando a convenção adotada para a numeração dos maxtermos.

Exemplo:

|   |      |      |      |      |      |      |      |      |
|---|------|------|------|------|------|------|------|------|
| $(A'+B+C+D)(A'+B+C'+D)(A'+B+C+D')(A'+B+C'+D')(A'+B'+C+D)(A'+B'+C+D')(A+B+C'+D)(A+B+C'+D')(A+B+C+D)$ |      |      |      |      |      |      |      |      |
| 1000  | 1010 | 1001 | 1011 | 1100 | 1101 | 0010 | 0011 | 0000 |
| 8   | 10   | 9    | 11   | 12   | 13   | 2    | 3    | 0    |

# Produto padrão de somas – Especificação de Funções em termos de Maxtermos

Uma função lógica pode ser especificada usando a convenção adotada para a numeração dos maxtermos.

Exemplo:

|   |      |      |      |      |      |      |      |      |
|---|------|------|------|------|------|------|------|------|
| $(A'+B+C+D)(A'+B+C'+D)(A'+B+C+D')(A'+B+C'+D')(A'+B'+C+D)(A'+B'+C+D')(A+B+C'+D)(A+B+C'+D')(A+B+C+D)$ |      |      |      |      |      |      |      |      |
| 1000  | 1010 | 1001 | 1011 | 1100 | 1101 | 0010 | 0011 | 0000 |
| 8   | 10   | 9    | 11   | 12   | 13   | 2    | 3    | 0    |

substituímos os números binários por seus equivalentes decimais

# Produto padrão de somas – Especificação de Funções em termos de Maxtermos

Uma função lógica pode ser especificada usando a convenção adotada para a numeração dos maxtermos.

Exemplo:

|   |      |      |      |      |      |      |      |      |
|---|------|------|------|------|------|------|------|------|
| $(A'+B+C+D)(A'+B+C'+D)(A'+B+C+D')(A'+B+C'+D')(A'+B'+C+D)(A'+B'+C+D')(A+B+C'+D)(A+B+C'+D')(A+B+C+D)$ |      |      |      |      |      |      |      |      |
| 1000  | 1010 | 1001 | 1011 | 1100 | 1101 | 0010 | 0011 | 0000 |
| 8   | 10   | 9    | 11   | 12   | 13   | 2    | 3    | 0    |
| $(A+B+C+D)(A+B+C'+D)(A+B+C'+D')(A'+B+C+D)(A'+B+C+D')(A'+B+C'+D)(A'+B+C'+D')(A'+B'+C+D)(A'+B'+C+D')$ |      |      |      |      |      |      |      |      |
| 0000  | 0010 | 0011 | 1000 | 1001 | 1010 | 1011 | 1100 | 1101 |
| 0   | 2    | 3    | 8    | 9    | 10   | 11   | 12   | 13   |

# Produto padrão de somas – Especificação de Funções em termos de Maxtermos

Uma função lógica pode ser especificada usando a convenção adotada para a numeração dos maxtermos.

|   |      |      |      |      |      |      |      |      |
|---|------|------|------|------|------|------|------|------|
| $(A'+B+C+D)(A'+B+C'+D)(A'+B+C+D')(A'+B+C'+D')(A'+B'+C+D)(A'+B'+C+D')(A+B+C'+D)(A+B+C'+D')(A+B+C+D)$ |      |      |      |      |      |      |      |      |
| 1000  | 1010 | 1001 | 1011 | 1100 | 1101 | 0010 | 0011 | 0000 |
| 8   | 10   | 9    | 11   | 12   | 13   | 2    | 3    | 0    |
| $(A+B+C+D)(A+B+C'+D)(A+B+C'+D')(A'+B+C+D)(A'+B+C+D')(A'+B+C'+D)(A'+B+C'+D')(A'+B'+C+D)(A'+B'+C+D')$ |      |      |      |      |      |      |      |      |
| 0000  | 0010 | 0011 | 1000 | 1001 | 1010 | 1011 | 1100 | 1101 |
| 0   | 2    | 3    | 8    | 9    | 10   | 11   | 12   | 13   |



podemos agora escrever

$$F(A,B,C,D) = \prod(0,2,3,8,9,10,11,12,13)$$

Aqui temos a função expressa como uma função de Maxtermos



# Relação entre Mintermos, Maxtermos e a Tabela Verdade

Uma função lógica pode ser expressa em uma tabela verdade como uma soma de mintermos ou como um produto de maxtermos.

# Relação entre Mintermos, Maxtermos e a Tabela Verdade

| N°<br>Linha | A | B | C | F(A,B,C) |
|-------------|---|---|---|----------|
| 0           | 0 | 0 | 0 | 1        |
| 1           | 0 | 0 | 1 | 0        |
| 2           | 0 | 1 | 0 | 1        |
| 3           | 0 | 1 | 1 | 1        |
| 4           | 1 | 0 | 0 | 0        |
| 5           | 1 | 0 | 1 | 0        |
| 6           | 1 | 1 | 0 | 1        |
| 7           | 1 | 1 | 1 | 1        |

# Relação entre Mintermos, Maxtermos e a Tabela Verdade

| Nº<br>Linha | A | B | C | F(A,B,C) |
|-------------|---|---|---|----------|
| 0           | 0 | 0 | 0 | 1        |
| 1           | 0 | 0 | 1 | 0        |
| 2           | 0 | 1 | 0 | 1        |
| 3           | 0 | 1 | 1 | 1        |
| 4           | 1 | 0 | 0 | 0        |
| 5           | 1 | 0 | 1 | 0        |
| 6           | 1 | 1 | 0 | 1        |
| 7           | 1 | 1 | 1 | 1        |

- Saídas 1 indicam a função expressa como uma soma de mintermos;
- Saídas 0 indicam a função expressa como um produto de maxtermos;

# Relação entre Mintermos, Maxtermos e a Tabela Verdade

- Representando a função expressa na tabela verdade como uma soma de Mintermos:

| N°<br>Linha | A | B | C | F(A,B,C) |
|-------------|---|---|---|----------|
| 0           | 0 | 0 | 0 | 1        |
| 1           | 0 | 0 | 1 | 0        |
| 2           | 0 | 1 | 0 | 1        |
| 3           | 0 | 1 | 1 | 1        |
| 4           | 1 | 0 | 0 | 0        |
| 5           | 1 | 0 | 1 | 0        |
| 6           | 1 | 1 | 0 | 1        |
| 7           | 1 | 1 | 1 | 1        |

(A'.B'.C')

(A'.B.C')

(A'.B.C)

(A.B.C')

(A.B.C)

# Relação entre Mintermos, Maxtermos e a Tabela Verdade

- Representando a função expressa na tabela verdade como uma soma de Mintermos:

$$F(A,B,C)=(A'.B'.C')+(A'.B.C')+(A'.B.C)+(A.B.C')+(A.B.C)$$

| N°<br>Linha | A | B | C | F(A,B,C) |
|-------------|---|---|---|----------|
| 0           | 0 | 0 | 0 | 1        |
| 1           | 0 | 0 | 1 | 0        |
| 2           | 0 | 1 | 0 | 1        |
| 3           | 0 | 1 | 1 | 1        |
| 4           | 1 | 0 | 0 | 0        |
| 5           | 1 | 0 | 1 | 0        |
| 6           | 1 | 1 | 0 | 1        |
| 7           | 1 | 1 | 1 | 1        |

(A'.B'.C')

(A'.B.C')

(A'.B.C)

(A.B.C')

(A.B.C)

# Relação entre Mintermos, Maxtermos e a Tabela Verdade

- Representando a função expressa na tabela verdade como uma soma de Mintermos:

$$F(A,B,C)=(A'.B'.C')+(A'.B.C')+(A'.B.C)+(A.B.C')+(A.B.C)$$

$$F(A,B,C) = \Sigma(0,2,3,6,7)$$

| N°<br>Linha | A | B | C | F(A,B,C) |
|-------------|---|---|---|----------|
| 0           | 0 | 0 | 0 | 1        |
| 1           | 0 | 0 | 1 | 0        |
| 2           | 0 | 1 | 0 | 1        |
| 3           | 0 | 1 | 1 | 1        |
| 4           | 1 | 0 | 0 | 0        |
| 5           | 1 | 0 | 1 | 0        |
| 6           | 1 | 1 | 0 | 1        |
| 7           | 1 | 1 | 1 | 1        |

(A'.B'.C')

(A'.B.C')

(A'.B.C)

(A.B.C')

(A.B.C)

# Relação entre Mintermos, Maxtermos e a Tabela Verdade

- Representando a função expressa na tabela verdade como um produto de Maxtermos:

| N°<br>Linha | A | B | C | F(A,B,C) |
|-------------|---|---|---|----------|
| 0           | 0 | 0 | 0 | 1        |
| 1           | 0 | 0 | 1 | 0        |
| 2           | 0 | 1 | 0 | 1        |
| 3           | 0 | 1 | 1 | 1        |
| 4           | 1 | 0 | 0 | 0        |
| 5           | 1 | 0 | 1 | 0        |
| 6           | 1 | 1 | 0 | 1        |
| 7           | 1 | 1 | 1 | 1        |

$(A+B+C')$

$(A'+B+C)$

$(A'+B+C')$

# Relação entre Mintermos, Maxtermos e a Tabela Verdade

- Representando a função expressa na tabela verdade como um produto de Maxtermos:

$$F(A,B,C)=(A + B + C').(A'+B+C).(A'+B+C')$$

| N°<br>Linha | A | B | C | F(A,B,C) |
|-------------|---|---|---|----------|
| 0           | 0 | 0 | 0 | 1        |
| 1           | 0 | 0 | 1 | 0        |
| 2           | 0 | 1 | 0 | 1        |
| 3           | 0 | 1 | 1 | 1        |
| 4           | 1 | 0 | 0 | 0        |
| 5           | 1 | 0 | 1 | 0        |
| 6           | 1 | 1 | 0 | 1        |
| 7           | 1 | 1 | 1 | 1        |

(A+B+C')

(A'+B+C)

(A'+B+C')



# Relação entre Mintermos, Maxtermos e a Tabela Verdade

- Representando a função expressa na tabela verdade como um produto de Maxtermos:

$$F(A,B,C)=(A + B + C').(A'+B+C).(A'+B+C')$$

$$F(A,B,C) = \prod(1,4,5)$$

| N°<br>Linha | A | B | C | F(A,B,C) |
|-------------|---|---|---|----------|
| 0           | 0 | 0 | 0 | 1        |
| 1           | 0 | 0 | 1 | 0        |
| 2           | 0 | 1 | 0 | 1        |
| 3           | 0 | 1 | 1 | 1        |
| 4           | 1 | 0 | 0 | 0        |
| 5           | 1 | 0 | 1 | 0        |
| 6           | 1 | 1 | 0 | 1        |
| 7           | 1 | 1 | 1 | 1        |

$$(A+B+C')$$

$$(A'+B+C)$$

$$(A'+B+C')$$

# Conversão Binário - decimal

Conversões binário - decimal:

- para 3 variáveis

000 - 0

001 - 1

010 - 2

011 - 3

100 - 4

101 - 5

110 - 6

111 - 7

- para 4 variáveis

0000 - 0

0001 - 1

0010 - 2

0011 - 3

0100 - 4

0101 - 5

0110 - 6

0111 - 7

1000 - 8

1001 - 9

1010 - 10

1011 - 11

1100 - 12

1101 - 13

1110 - 14

1111 - 15

# Referências

- ◆ TAUB, H. Circuitos Digitais e Microprocessadores.1984.