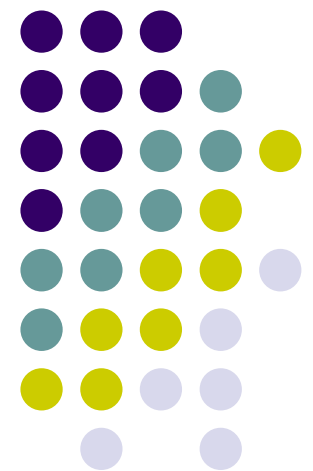


Paradigmas de Linguagens de Programação

03: Introdução a Lógica Funcional

Prof. Márcio Puntel
marcio.puntel@ulbra.edu.br

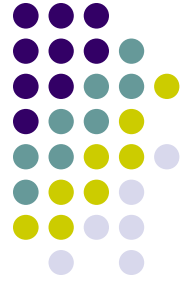


Modelos Computacionais Abstratos



- Durante a década de 30 surgiram dois modelos computacionais abstratos:
 - A **Máquina de Turing** (“Can machines think?”), proposta por Alan Turing no paper *Computing Machinery and Intelligence*
 - O **λ -cálculo**, proposto por Alonzo Church

A Máquina de Turing

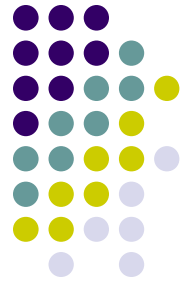


- O autor sugere um jogo onde um interrogador (C) faz perguntas a um homem (A) e uma mulher (B). O interrogador, numa sala em separado de A e B, deve descobrir quem é o homem e quem é a mulher baseado em respostas a perguntas feitas por ele.
- Se A for substituído por uma máquina, C conseguiria identificar a máquina através de suas respostas?



Objecções a idéia de Turing

- *Teológica*: pensar é uma função da alma imortal do homem. Deus deu uma alma imortal apenas aos homens.
- *Matemática*: há limitações aos poderes das máquinas.
- *Argumento da consciência*: uma máquina não poderia realizar um grande número de tarefas por não sentir emoções.
- De *Lovelace*, que diz que a máquina não tem nenhuma pretensão para originar qualquer coisa.



O λ -cálculo (Lambda Cálculo)

- Avaliações de funções matemáticas
- O processo de execução se dá através de sucessivas transformações (*reduções*) da função matemática até que ela gere um resultado.

$$f(x) = x^x \Rightarrow x=4 \Rightarrow 4^4 \Rightarrow 256$$

Redução não significa expressões menores

Três propriedades essenciais



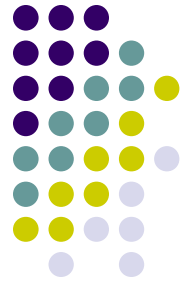
- **Correção:** a interpretação de um expressão antes de depois da redução deve ser a mesma.
- **Confluência:** se mais de uma regra for aplicável a uma expressão, a ordem de aplicação deve ser indiferente.
- **Terminação:** uma sequência de reduções não pode gerar uma expressão idêntica a original.



Operações básicas

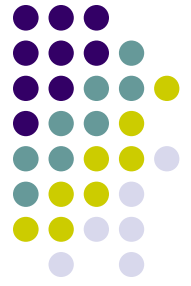
- **Substituição:** indica a troca de todas as ocorrências de uma variável em uma expressão por uma outra expressão.
 - Se F e G são expressões, então $F(X \leftarrow G)$ significa que todas as ocorrências de X em F serão trocadas por G .

**Seja $f(x) = x + 2$ e $g(x) = x^2 + 1$,
então $f(g(x)) = (x^2 + 1) + 2$**



Operações básicas

- **Aplicação:** indica a avaliação de uma função para um elemento de seu domínio.
- **Abstração:** recurso básico para codificar funções, indicando quais símbolos em uma expressão são variáveis
 - Se F é uma expressão, então $\lambda X.F$ (chamado de λ -termo) representa todos os valores que X pode assumir (representa o domínio do problema)



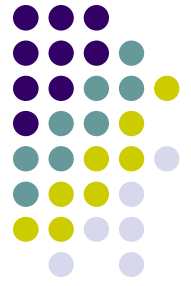
Exemplo

- Seja $f(x) = x + 5$, sendo x uma variável. Dessa forma, x pode assumir qualquer valor arbitrário.
- A substituição $[x \leftarrow 4]$ denota como resultado 5.
- A abstração $\lambda x.f$, ou seja $\lambda x.(x+5)$ denota a função matemática, que para cada valor de x associa $x + 5$.
- A aplicação $\lambda x.(x+5).4$ particulariza a expressão genérica para o valor $x=4$, então $\lambda x.(x+5).4 \Rightarrow 4 + 5 \Rightarrow 9$.



Regras de Redução

- O λ -cálculo é extremamente econômico, apenas duas regras de *redução* são definidas:
 - Redução α : $\lambda x_1.f \Rightarrow \lambda x_2.f [x_1 \leftarrow x_2]$, ou seja, a troca de variáveis é permitida.
 - Redução β : $\lambda(x.f).g \Rightarrow f [x \leftarrow g]$, ou seja, uma abstração seguida de uma aplicação



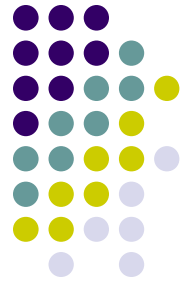
Variáveis e constantes

- No λ -cálculo básico as variáveis e constantes não têm tipos definidos.
- Seja $C = \{c_1, c_2, \dots\}$ um conjunto de constantes e $V = \{v_1, v_2, \dots\}$ um conjunto de variáveis, um λ -termo é assim definido:
 - Qualquer elemento de C é um λ -termo;
 - Qualquer elemento de V é um λ -termo;
 - Se $x \in V$ e F é um λ -termo, então $[x \leftarrow f]$ também é um λ -termo;



Tipos de dados disponíveis

- Em geral, as linguagens funcionais aceitam os seguintes tipos de dados:
 - Números inteiros;
 - Números de ponto flutuante;
 - Valores booleanos;
 - Constantes simbólicas;
 - Caracteres e cadeias de caracteres;
 - Listas.



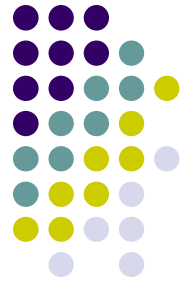
Listas

- As listas são especificadas delimitando os seus elementos entre parênteses. Cada elemento da lista é chamado de ÁTOMO:

Em (A B C D) temos quatro átomos: A, B, C e D

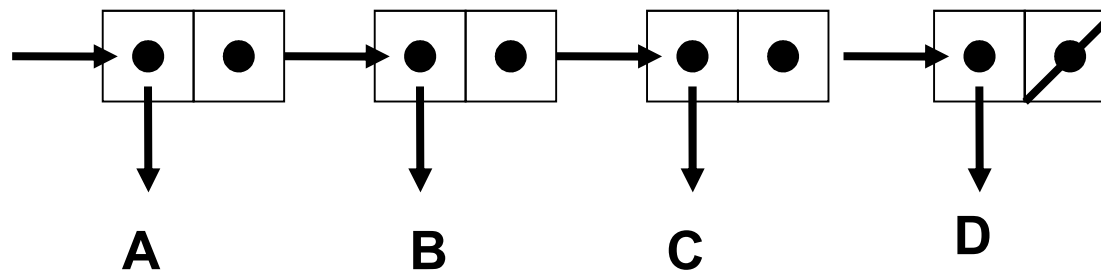
- As estruturas de listas também são especificadas por parênteses:

Em (A (B C) D (E (F G))) também temos 4 átomos: A, a sublista (B C), D e a sublista (E (F G)), que tem como o seu segundo elemento a sublista (F G).



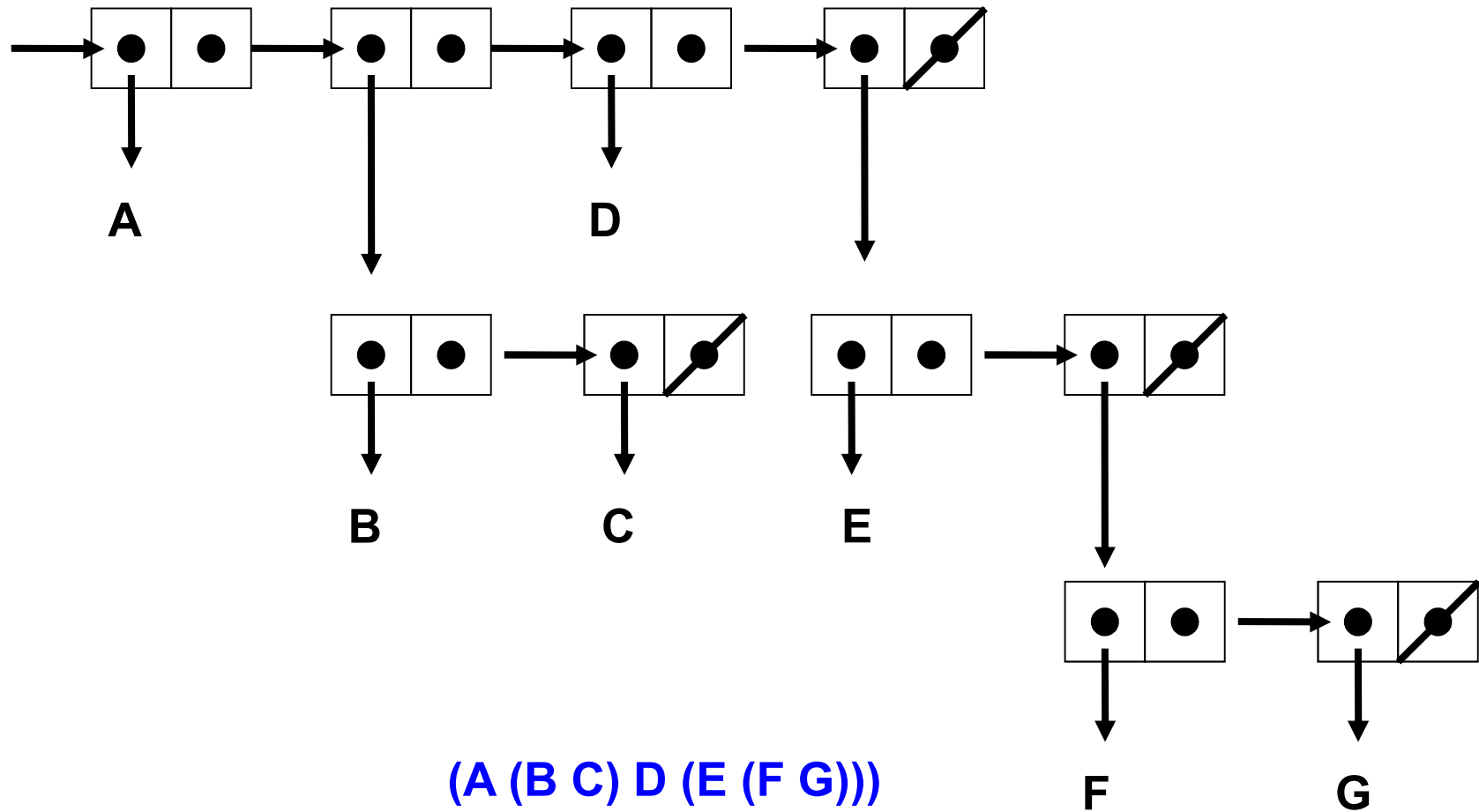
Representação

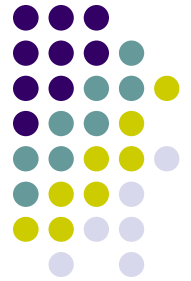
- Internamente as listas são armazenadas como estruturas de listas encadeadas simples, nas quais cada vértice tem dois ponteiros e representa um elemento.



(A B C D)

Representação (cont.)





Exercícios

- Representar graficamente as listas abaixo:
 - (A B (C D (E F)))
 - (A B (C) D F (G H))
 - (A (B () D (F) G (H I)))
 - (A ((B) ((C) D) E))