

Teoria dos Conjuntos - parte I -

Lógica de Predicados
2014/2

Profa: Daniela Scherer dos Santos
daniela.santos37@ulbra.edu.br



Roteiro

- ◆ Teoria dos Conjuntos:
 - ◆ Conceitos básicos.



Conjuntos

É de fundamental importância para algumas áreas da computação, exemplos:

- Banco de Dados (operações da álgebra relacional são oriundas da Teoria dos Conjuntos);
- Linguagens Formais.

Conjuntos

Um conjunto é qualquer coleção de zero ou mais objetos distintos, chamados elementos do conjunto, os quais não possuem qualquer ordem associada.

Exemplos:

- (a) O conjunto de todas as cadeiras na sala de aula de lógica;
- (b) O conjunto de todos os estudantes desta universidade.
- (c) O conjunto das regras de uso do laboratório de informática.

Notação dos Conjuntos

Representando um conjunto por:

- ◆ Extensão:

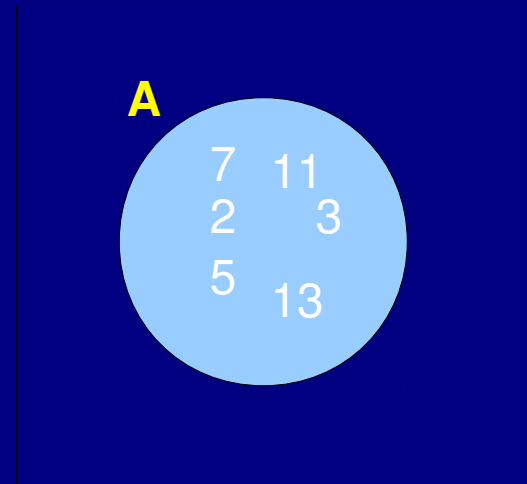
- ◆ $P = \{a, e, i, o, u\} \rightarrow P$ é o conjunto das vogais do nosso alfabeto
- ◆ $A = \{1, 3, 5, 7, \dots, 997, 999\} \rightarrow A$ é o conjunto de números naturais ímpares menores que 1000
- ◆ $I = \{1, 3, 5, 7, \dots\} \rightarrow I$ é o conjunto de todos os números naturais ímpares

Notação dos Conjuntos

Representando um conjunto por:

- ◆ Diagramas de Venn-Euler:

Conjunto A dos números
primos menores que 15.

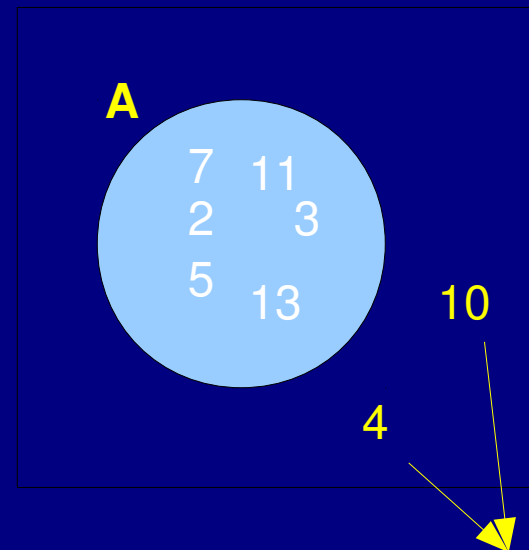


Notação dos Conjuntos

Representando um conjunto por:

- ◆ Diagramas de Venn-Euler:

Conjunto A dos números
primos menores que 15.



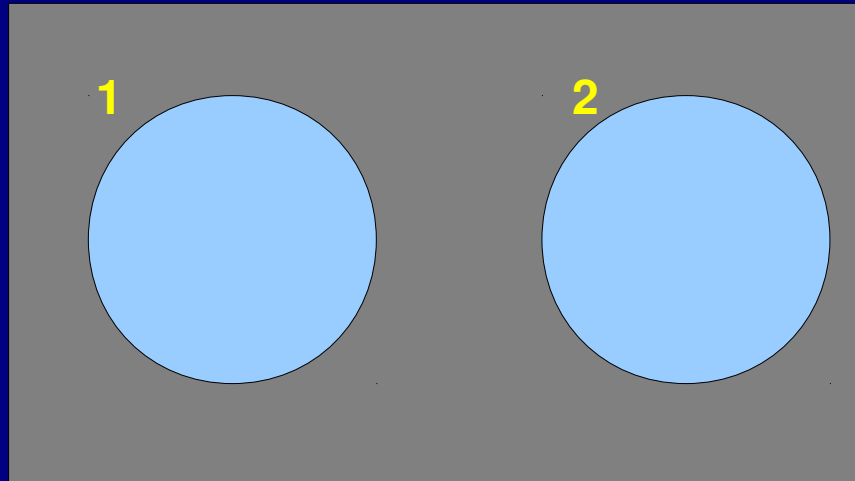
Elementos exteriores ao
círculo não fazem parte do
conjunto.

Diagramas de Venn-Euler

- ◆ Exemplo: Uma prova com duas questões foi dada a uma classe de quarenta alunos. Dez alunos acertaram as duas questões, 25 acertaram a primeira questão e 20 acertaram a segunda questão. Quantos alunos erraram as duas questões?

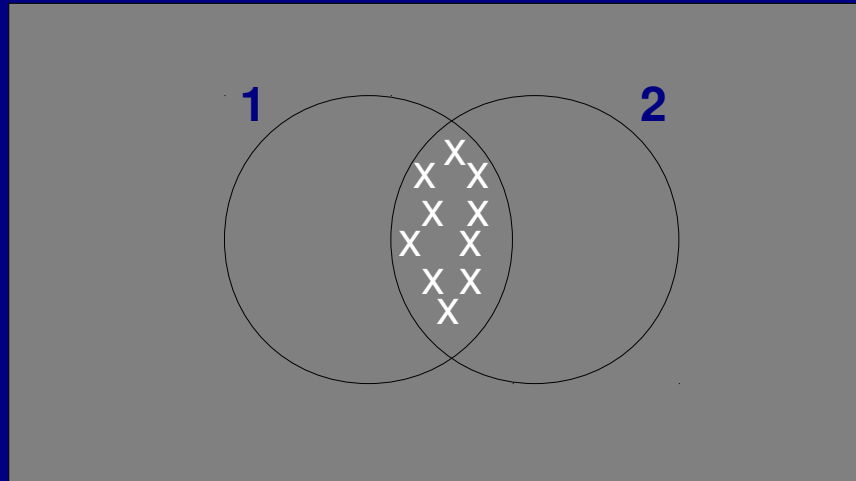
Diagramas de Venn-Euller

- ◆ Exemplo: Uma prova com duas questões foi dada a uma classe de quarenta alunos. Dez alunos acertaram as duas questões, 25 acertaram a primeira questão e 20 acertaram a segunda questão. Quantos alunos erraram as duas questões?



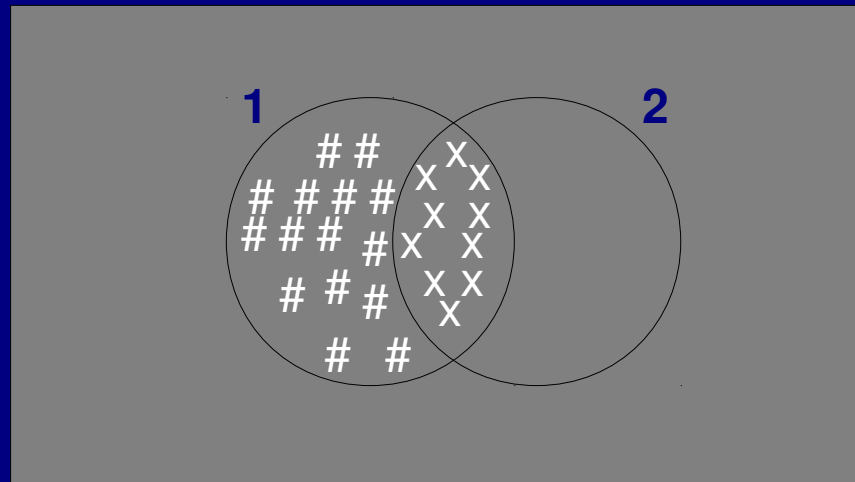
Diagramas de Venn-Euler

- Exemplo: Uma prova com duas questões foi dada a uma classe de quarenta alunos. Dez alunos acertaram as duas questões, 25 acertaram a primeira questão e 20 acertaram a segunda questão. Quantos alunos erraram as duas questões?



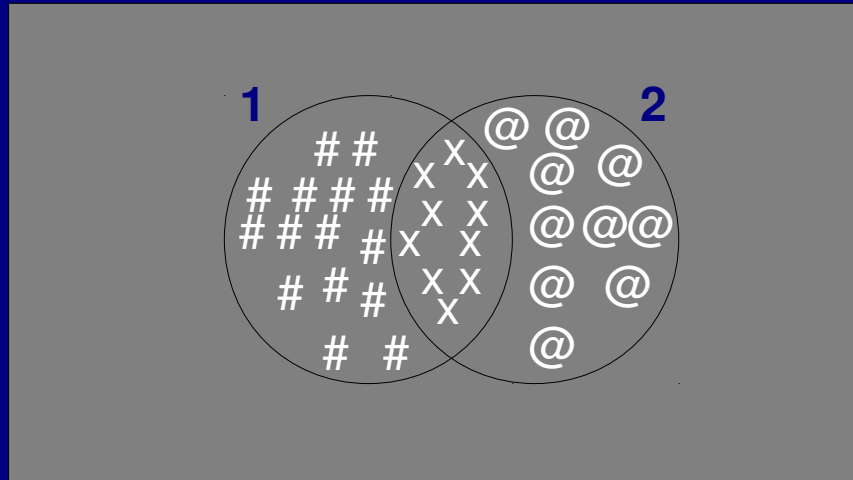
Diagramas de Venn-Euler

- Exemplo: Uma prova com duas questões foi dada a uma classe de quarenta alunos. Dez alunos acertaram as duas questões, 25 acertaram a primeira questão e 20 acertaram a segunda questão. Quantos alunos erraram as duas questões?



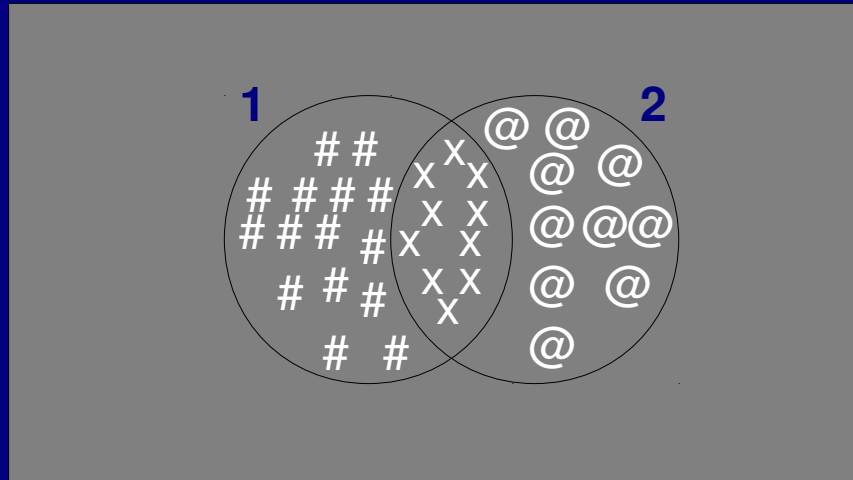
Diagramas de Venn-Euler

- Exemplo: Uma prova com duas questões foi dada a uma classe de quarenta alunos. Dez alunos acertaram as duas questões, 25 acertaram a primeira questão e 20 acertaram a segunda questão. Quantos alunos erraram as duas questões?



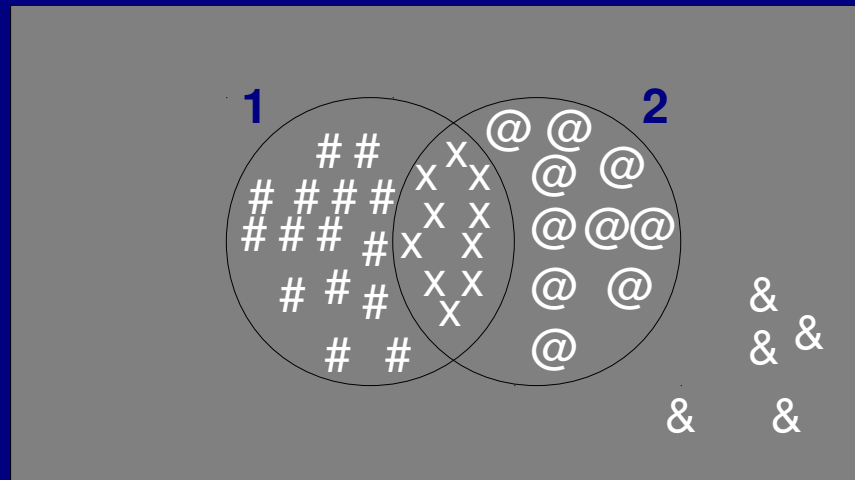
Diagramas de Venn-Euler

- Exemplo: Uma prova com duas questões foi dada a uma classe de quarenta alunos. Dez alunos acertaram as duas questões, 25 acertaram a primeira questão e 20 acertaram a segunda questão. Quantos alunos erraram as duas questões?



Diagramas de Venn-Euler

- Exemplo: Uma prova com duas questões foi dada a uma classe de quarenta alunos. Dez alunos acertaram as duas questões, 25 acertaram a primeira questão e 20 acertaram a segunda questão. Quantos alunos erraram as duas questões?



Características dos Conjuntos

- ♦ A ordem em que os elementos são listados em um conjunto é irrelevante: $\{3, 2, 1\} = \{1, 2, 3\}$.
- ♦ A repetição dos elementos em um conjunto é irrelevante: $\{1, 1, 1, 3, 2, 2\} = \{1, 2, 3\}$.

Conjunto Universo

- ◆ É o conjunto de todos os objetos considerados num determinado estudo. É representado pela letra U.
 - ◆ Exemplos:
 - ◆ Nos estudos da população humana, o conjunto universo é constituído de todos os habitantes da terra;
 - ◆ Em Astronomia o conjunto universo é constituído pelos corpos estelares tais como planetas, satélites, estrelas, galáxias, etc.

Relação de Pertinência

- Se um determinado elemento x é membro de um conjunto B , isto é, se x está em B como um de seus elementos, dizemos que “ x pertence ao conjunto B ”.
Notação:

$$x \in B$$

- Se um elemento x não é membro de um conjunto B , isto é, se “ x não pertence ao conjunto B ” indicamos pela notação:

$$x \notin B$$

Relação de Pertinência

- ◆ Consideremos o conjunto: $B = \{0, 2, 4, 6, 8\}$
 - ◆ $2 \in B$
 - ◆ $7 \notin B$
- ◆ Consideremos o conjunto: $A = \{a, e, i, o, u\}$
 - ◆ $a \in A$
 - ◆ $h \notin A$
- ◆ Consideremos o conjunto: $C = \{x \mid x \text{ é brasileiro}\}$
 - ◆ $\text{Pelé} \in C$
 - ◆ $\text{Bill Gates} \notin C$

Cardinalidade de um Conjunto

- A cardinalidade é dada pelo número de elementos de um conjunto;
- Se um conjunto A tem exatamente 7 elementos distintos, dizemos isso usando uma das seguintes notações:

$$n(A) = 7 \text{ ou } \#A = 7$$

Conjuntos Finitos e Infinitos

- Um conjunto é **finito** se contém um número específico de elementos diferentes. Caso contrário, o conjunto é **infinito**.

- Exemplos:

- Seja S o conjunto dos dias da semana. Como S tem 7 elementos, S é finito:

$S = \{\text{segunda, terça, quarta, quinta, sexta, sábado, domingo}\}$

- O conjunto $N = \{0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$ dos números naturais é infinito.

Conjunto Unitário

- Um conjunto é dito conjunto unitário quando tem um único elemento.
 - Exemplos:
 - $A = \{5\}$
 - $P = \{\text{Paula}\}$

Conjunto Vazio

- ◆ Um conjunto é dito conjunto vazio (ou nulo) quando não possui elementos. Tal conjunto é representado por \emptyset ou $\{\}$;
 - ◆ Exemplos:
 - ◆ Conjunto de todos os brasileiros com mais de 300 anos;
 - ◆ Conjunto de todos os n°s que são simultaneamente pares e ímpares;
- ◆ Todo conjunto que tem pelo menos um elemento é chamado conjunto não vazio.

Conjuntos Disjuntos

- ◆ Se os conjuntos A e B **não possuem algum elemento em comum**, isto é, se não há nenhum elemento de A em B, dizemos que A e B são **conjuntos disjuntos**.
 - ◆ Exemplo: $A = \{1, 3, 5, 7\}$ e $B = \{2, 4, 6, 8\}$
 - ◆ A e B são conjuntos disjuntos;
- ◆ Se A e B não são conjuntos disjuntos dizemos que eles se **interceptam**.
 - ◆ Exemplo: $C = \{1, 2, 3, 4\}$ e $D = \{4, 5, 6\}$
 - ◆ C e D se interceptam pois 4 é elemento de C e D, isto é, $4 \in C$ e $4 \in D$.

Conjuntos Numéricos

- ◆ Naturais: $N=\{1, 2, 3, \dots\}$
- ◆ Inteiros: $Z=\{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$
- ◆ Racionais: $Q=\{x \in Q, x=p/q, \text{ onde } p \in Z \text{ e } q \neq 0 \in Z\}$
- ◆ Irracionais: formado pelas raízes não exatas (números que possuem infinitas casas decimais e em nenhuma delas obteremos um período de repetição)
- ◆ Reais: todos os números racionais e irracionais

Intervalos em Reais

Dados dois números reais **a** e **b**, chama-se intervalo a todo conjunto de todos números reais compreendidos entre **a** e **b**, podendo, ou não, incluir **a** e **b**. Tipos de intervalo:

- ◆ FECHADO: $[a,b] = \{x \in \mathbb{R}, a \leq x \leq b\} \rightarrow$ **inclui os limites a e b;**
- ◆ SEMI-ABERTO À DIREITA: $[a,b[= \{x \in \mathbb{R}, a \leq x < b\} \rightarrow$ **valores menores do que b;**
- ◆ SEMI-ABERTO À ESQUERDA: $]a,b] = \{x \in \mathbb{R}, a < x \leq b\} \rightarrow$ **valores maiores do que a;**
- ◆ Intervalo ABERTO: $]a,b[= \{x \in \mathbb{R}, a < x < b\} \rightarrow$ **não inclui os limites a e b.**



Referências

Menezes, P. B. Matemática discreta para computação e informática. Edição 2. ed. Porto Alegre : Sagra Luzzatto, 2005.

Flôres, M. L. P. Lógica de predicados. Canoas: Ed. ULBRA, 2003.