

Mapas de Karnaugh

Lógica de Predicados
2014/2

Profa: Daniela Scherer dos Santos
daniela.santos37@ulbra.edu.br

Mapas de karnaugh

O mapa de Karnaugh é um método de simplificação de expressões lógicas na forma de mintermos.

São figuras geométricas que criam uma região (célula) para cada linha de uma tabela-verdade.

Mapas de karnaugh

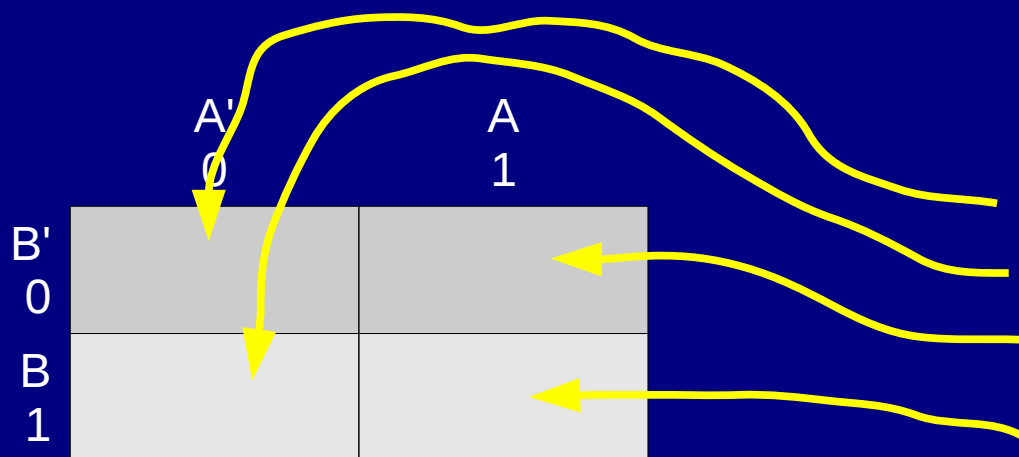
- Representação Gráfica: temos as seguintes representações gráficas (mapas), de acordo com o número de variáveis das expressões:
 - 1. Duas variáveis $\Rightarrow 2^n = 2^2 = 4$ células

	A'	A
B'		
B		

Mapas de karnaugh

- Representação Gráfica: temos as seguintes representações gráficas (mapas), de acordo com o número de variáveis das expressões:

- 1. Duas variáveis $\Rightarrow 2^n = 2^2 = 4$ células



n° linha	A	B
0	0	0
1	0	1
2	1	0
3	1	1

Mapas de karnaugh

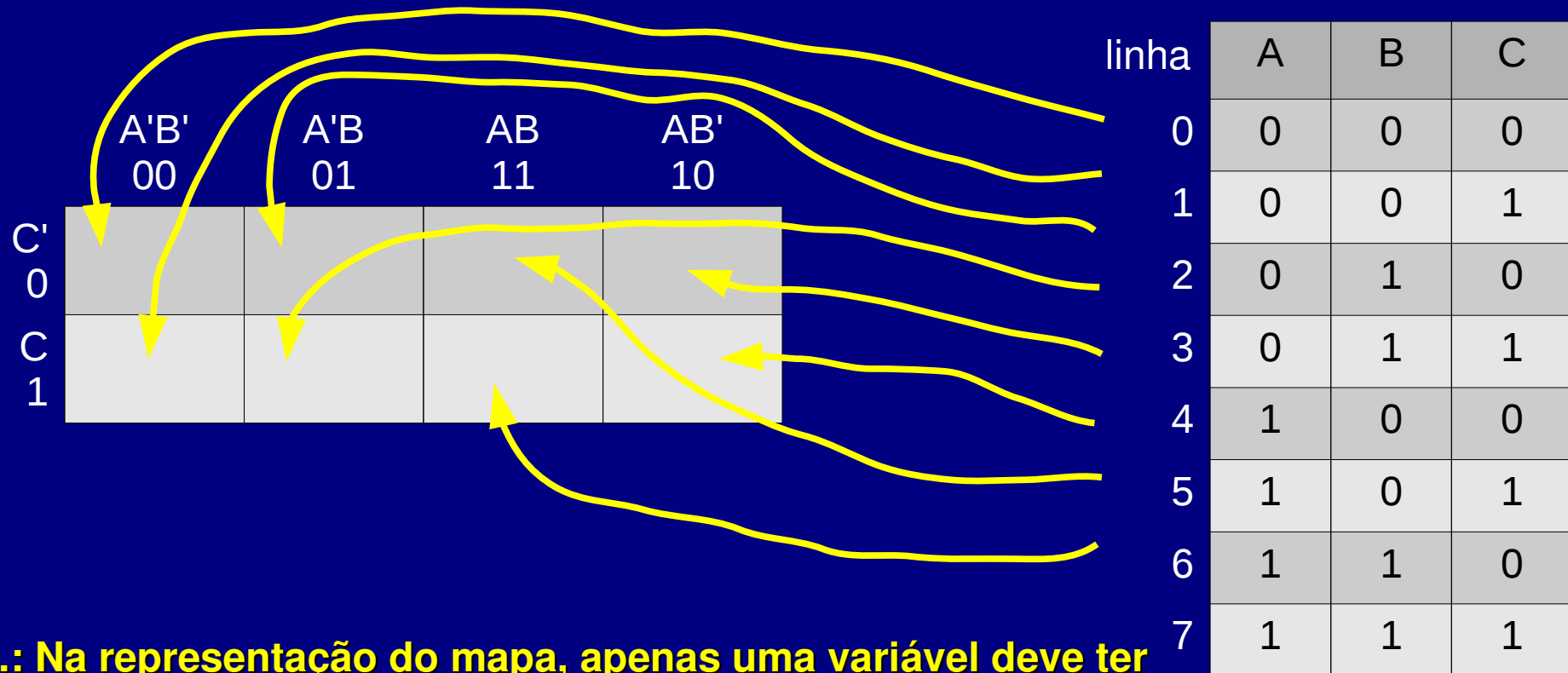
- Representação Gráfica (cont)
 - 1. Três variáveis $\Rightarrow 2^n = 2^3 = 8$ células

	A'B' 00	A'B 01	AB 11	AB' 10
C' 0				
C 1				

Obs.: Na representação do mapa, apenas uma variável deve ter seu valor alterado de uma célula para outra

Mapas de karnaugh

- Representação Gráfica (cont)
 - 1. Três variáveis $\Rightarrow 2^n = 2^3 = 8$ células



Obs.: Na representação do mapa, apenas uma variável deve ter seu valor alterado de uma célula para outra

Mapas de karnaugh

- Representação Gráfica (cont)
 - 1. Quatro variáveis $\Rightarrow 2^n = 2^4 = 16$ células

	A'B' 00	A'B 01	AB 11	AB' 10
C'D' 00				
C'D 01				
CD 11				
CD' 10				

Mapas de karnaugh

- Representação Gráfica (cont)
 - 1. Quatro variáveis $\Rightarrow 2^n = 2^4 = 16$ células

	A'B' 00	A'B 01	AB 11	AB' 10
C'D' 00	lin 0	lin 4	lin 12	lin 8
C'D 01	lin 1	lin 5	lin 13	lin 9
CD 11	lin 3	lin 7	lin 15	lin 11
CD' 10	lin 2	lin 6	lin 14	lin 10

lin	A	B	C	D
0	0	0	0	0
1	0	0	0	1
2	0	0	1	0
3	0	0	1	1
4	0	1	0	0
5	0	1	0	1
6	0	1	1	0
7	0	1	1	1
8	1	0	0	0
9	1	0	0	1
10	1	0	1	0
11	1	0	1	1
12	1	1	0	0
13	1	1	0	1
14	1	1	1	0
15	1	1	1	1

Obs.: Na representação do mapa, apenas uma variável deve ter seu valor alterado de uma célula para outra

Mapas de karnaugh

- ◆ Representando as funções no mapa de Karnaugh:
 - ◆ construir o mapa de acordo com o n° de variáveis;
 - ◆ preencher o mapa colocando o valor “1” nas células correspondentes aos mintermos/linhas da tabela-verdade da função.

Mapas de karnaugh

- ◆ Representando as funções no mapa de Karnaugh:
 - ◆ construir o mapa de acordo com o n° de variáveis;
 - ◆ preencher o mapa colocando o valor “1” nas células correspondentes aos mintermos/linhas da tabela-verdade da função.
 - ◆ Exemplo:
 - ◆ Representar a expressão $AB' + A'B + A'B'$

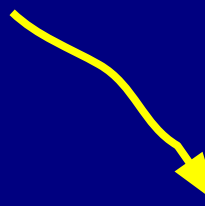
Mapas de karnaugh

- Representando as funções no mapa de Karnaugh:
 - construir o mapa de acordo com o n° de variáveis;
 - preencher o mapa colocando o valor “1” nas células correspondentes aos mintermos/linhas da tabela-verdade da função.
 - Exemplo:
 - Representar a expressão $AB' + A'B + A'B'$
 - $2^n = 2^2 = 4$ células

	A'	A
B'		
B		

Mapas de karnaugh

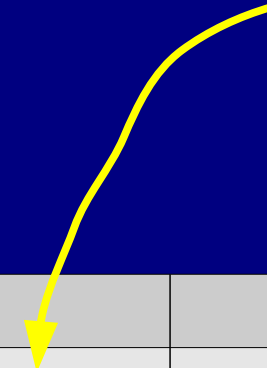
- Representando as funções no mapa de Karnaugh:
 - construir o mapa de acordo com o n° de variáveis;
 - preencher o mapa colocando o valor “1” nas células correspondentes aos mintermos/linhas da tabela-verdade da função.
- Exemplo:
 - Representar a expressão $AB' + A'B + A'B'$
 - $2^n = 2^2 = 4$ células



	A'	A
B'		1
B		

Mapas de karnaugh

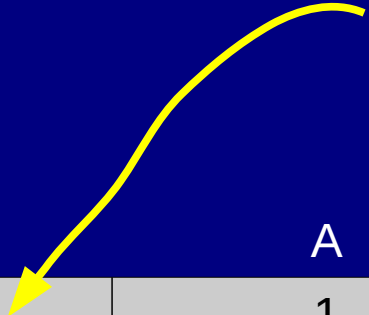
- Representando as funções no mapa de Karnaugh:
 - construir o mapa de acordo com o n° de variáveis;
 - preencher o mapa colocando o valor “1” nas células correspondentes aos mintermos/linhas da tabela-verdade da função.
- Exemplo:
 - Representar a expressão $AB' + A'B + A'B'$
 - $2^n = 2^2 = 4$ células



	A'	A
B'		1
B	1	

Mapas de karnaugh

- Representando as funções no mapa de Karnaugh:
 - construir o mapa de acordo com o n° de variáveis;
 - preencher o mapa colocando o valor “1” nas células correspondentes aos mintermos/linhas da tabela-verdade da função.
- Exemplo 1:
 - Representar a expressão $AB' + A'B + A'B'$
 - $2^n = 2^2 = 4$ células



	A'	A
B'	1	1
B	1	

Mapas de karnaugh

- ◆ Representando as funções no mapa de Karnaugh:
 - ◆ construir o mapa de acordo com o n° de variáveis;
 - ◆ preencher o mapa colocando o valor “1” nas células correspondentes aos mintermos/linhas da tabela-verdade da função.
 - ◆ **Exemplo 2:**
 - ◆ Representar a expressão $ABC + AB'C' + A'BC$

Mapas de karnaugh

- Representando as funções no mapa de Karnaugh:
 - construir o mapa de acordo com o n° de variáveis;
 - preencher o mapa colocando o valor “1” nas células correspondentes aos mintermos/linhas da tabela-verdade da função.
- Exemplo 2:
 - Representar a expressão $ABC + AB'C' + A'BC$
 - $2^n = 2^3 = 8$ células

	A'B' 00	A'B 01	AB 11	AB' 10
C' 0				1
C 1		1	1	

Mapas de karnaugh

- Como simplificar?

Mapas de karnaugh

- ◆ Como simplificar?
 - ◆ PASSO 1: Agrupamos os “1” adjacentes formando grupos com o maior número possível de “1's” de forma retangular. Quanto maior o grupo, mais simplificada ficará a expressão. Os grupos devem ter tamanho igual a uma potência de 2 (1, 2, 4, 8... componentes);

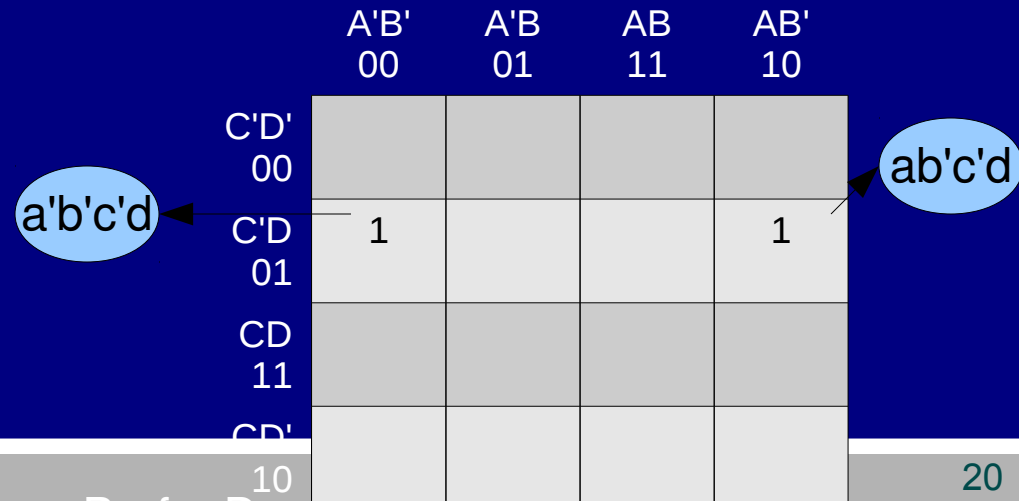
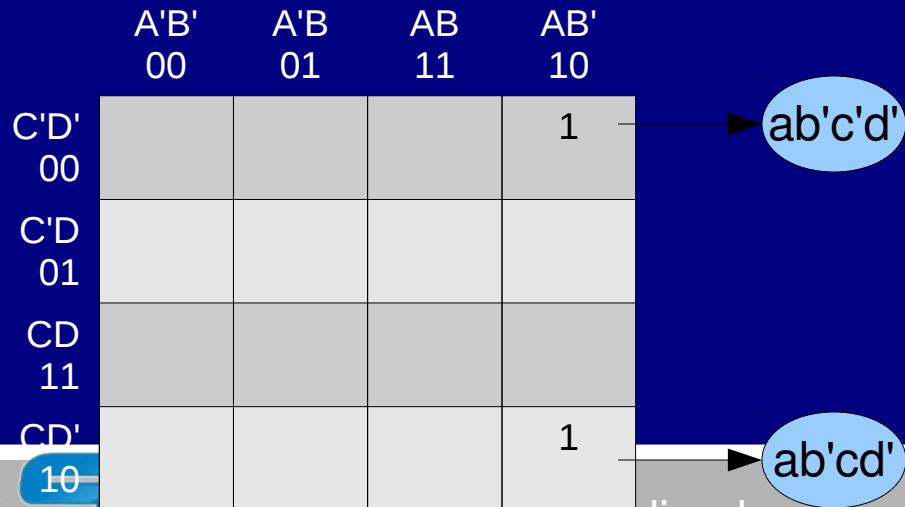
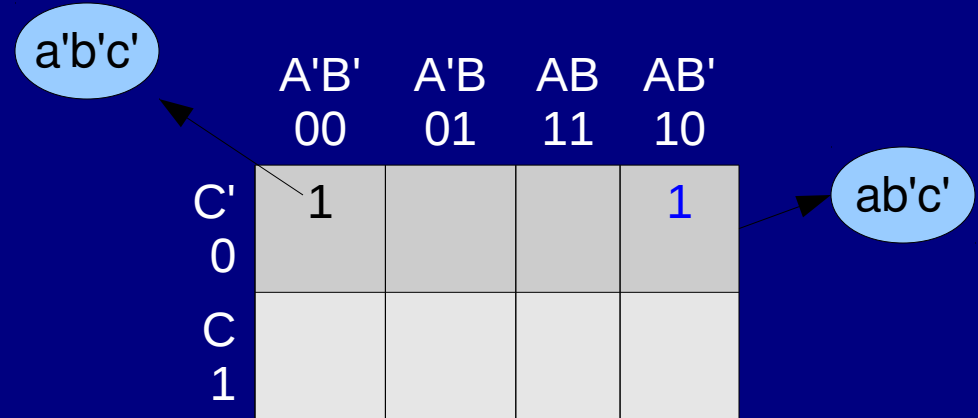
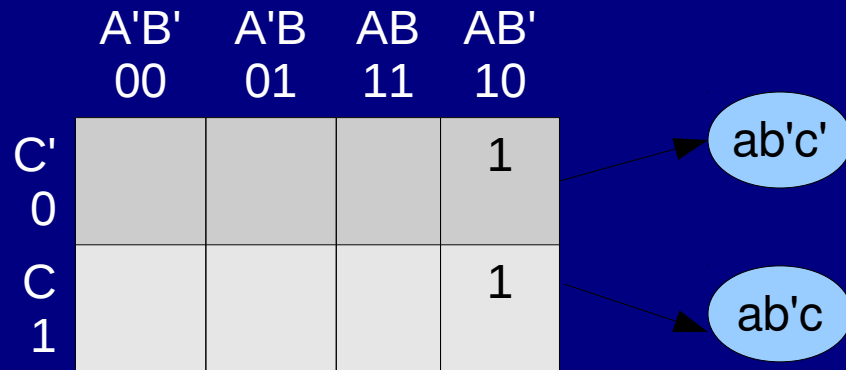
Mapas de karnaugh

- ◆ Como simplificar?
 - ◆ PASSO 1: Agrupamos os “1” adjacentes formando grupos com o maior número possível de “1's” de forma retangular. Quanto maior o grupo, mais simplificada ficará a expressão. Os grupos devem ter tamanho igual a uma potência de 2 (1, 2, 4, 8... componentes);

Duas células que diferem em apenas uma variável são ditas adjacentes.
Num mapa de Karnaugh podemos ter células adjacentes sem que tenham lados comuns

Mapas de karnaugh

Adjacência – exemplos:



Mapas de karnaugh

- ◆ Como simplificar?
 - ◆ PASSO 1: Agrupamos os “1” adjacentes formando grupos com o maior número possível de “1's” de forma retangular. Quanto maior o grupo, mais simplificada ficará a expressão. Os grupos devem ter tamanho igual a uma potência de 2 (1, 2, 4, 8... componentes)
 - ◆ Nenhum “1” pode ficar fora dos grupos formados. Se necessário, agrupá-lo sozinho;

Mapas de karnaugh

- ◆ Como simplificar?
 - ◆ PASSO 1: Agrupamos os “1” adjacentes formando grupos com o maior número possível de “1's” de forma retangular. Quanto maior o grupo, mais simplificada ficará a expressão. Os grupos devem ter tamanho igual a uma potência de 2 (1, 2, 4, 8... componentes)
 - ◆ Nenhum “1” pode ficar fora dos grupos formados. Se necessário, agrupá-lo sozinho;
 - ◆ Se necessário, um “1” poderá ser agrupado mais de uma vez, ou seja, ele poderá participar de mais de um grupo;

Mapas de karnaugh

- ◆ Como simplificar?
 - ◆ PASSO 2: para cada grupo será criado um termo onde os componentes serão as variáveis que não tiverem seu valor alterado para todos os elementos do grupo:
 - ◆ **O QUE PERMANECE NA EXPRESSÃO SIMPLIFICADA?** A variável que se mantém constante (se repete/não muda) em cada grupo;
 - ◆ **O QUE SERÁ ELIMINADO?** A variável que não se mantém constante (não se repete/muda) é eliminada.

Mapas de karnaugh

- ◆ Exemplos:
 - ◆ Simplificando a expressão $ABC + AB'C' + A'BC$

Mapas de karnaugh

- Exemplos:
 - Simplificando a expressão $ABC + AB'C' + A'BC$
 - representamos a função no mapa $\rightarrow 2^n = 2^3 = 8$ células

	A'B' 00	A'B 01	AB 11	AB' 10
C' 0				1
C 1		1	1	

Mapas de karnaugh

- Exemplos:
 - Simplificando a expressão $ABC + AB'C' + A'BC$
 - representamos a função no mapa $\rightarrow 2^n = 2^3 = 8$ células

	A'B' 00	A'B 01	AB 11	AB' 10
C' 0				1
C 1		1	1	

- agrupamos os 1's adjacentes

Mapas de karnaugh

- Exemplos:
 - Simplificando a expressão $ABC + AB'C' + A'BC$
 - representamos a função no mapa $\rightarrow 2^n = 2^3 = 8$ células

	A'B' 00	A'B 01	AB 11	AB' 10
C' 0				1
C 1		1	1	

- agrupamos os 1's adjacentes

agrupado sozinho, pois não existe algum termo adjacente para montar um grupo

Mapas de karnaugh

- Exemplos:
 - Simplificando a expressão $ABC + AB'C' + A'BC$
 - representamos a função no mapa $\rightarrow 2^n = 2^3 = 8$ células

	A'B' 00	A'B 01	AB 11	AB' 10
C' 0				1
C 1		1	1	

- agrupamos os 1's adjacentes
- extraímos a expressão simplificada:

Mapas de karnaugh

- ◆ PASSO 2: para cada grupo será criado um termo onde os componentes serão as variáveis que não tiverem seu valor alterado para todos os elementos do grupo:
 - ◆ *O QUE PERMANECE NA EXPRESSÃO SIMPLIFICADA? A variável que se mantém constante (se repete) em cada grupo;*
 - ◆ *O QUE SERÁ ELIMINADO? A variável que não se mantém constante (não se repete) é eliminada.*

Mapas de karnaugh

- Exemplos:

- Simplificando a expressão $ABC + AB'C' + A'BC$

	A'B' 00	A'B 01	AB 11	AB' 10
C' 0				1
C 1		1	1	

- extraímos a expressão simplificada:

- GRUPO AZUL:

- analisando a variável A no grupo azul → em um elemento do grupo seu valor é 0 e no outro elemento do grupo seu valor é 1, portanto será eliminada

EXPRESSÃO SIMPLIFICADA
 $F(A,B,C) =$

Mapas de karnaugh

- Exemplos:

- Simplificando a expressão $ABC + AB'C' + A'BC$

	A'B' 00	A'B 01	AB 11	AB' 10
C' 0				1
C 1		1	1	

- extraímos a expressão simplificada:

- GRUPO AZUL:

- analisando a variável B no grupo azul → aparece nos dois elementos com o mesmo valor (1), portanto a variável B permanece

EXPRESSÃO SIMPLIFICADA
 $F(A,B,C) = B$

Mapas de karnaugh

- Exemplos:

- Simplificando a expressão $ABC + AB'C' + A'BC$

	A'B' 00	A'B 01	AB 11	AB' 10
C' 0				1
C 1		1	1	

- extraímos a expressão simplificada:

- GRUPO AZUL:

- analisando a variável C no grupo azul → aparece nos dois elementos com o valor 1, portanto a variável C permanece na expressão simplificada

EXPRESSÃO SIMPLIFICADA
 $F(A,B,C) = BC$

Mapas de karnaugh

- Exemplos:

- Simplificando a expressão $ABC + AB'C' + A'BC$

	A'B' 00	A'B 01	AB 11	AB' 10
C' 0				1
C 1		1	1	

- extraímos a expressão simplificada:

- GRUPO **VERMELHO**:

- analisando as variáveis A, B e C no grupo vermelho → como o grupo possui apenas um elemento, o termo é copiado para a expressão, pois não pode ser simplificado

EXPRESSÃO SIMPLIFICADA
 $F(A,B,C) = BC + AB'C'$

Mapas de karnaugh

- ◆ Exemplos:
 - ◆ Simplificando a expressão $AB' + A'B + A'B'$

Mapas de karnaugh

- Exemplos:
 - Simplificando a expressão $AB' + A'B + A'B'$
 - representar a função no mapa $\rightarrow 2^n = 2^2 = 4$ células

	A'	A
B'	1	1
B	1	

Mapas de karnaugh

- Exemplos:

- Simplificando a expressão $AB' + A'B + A'B'$

- representar a função no mapa $\rightarrow 2^n = 2^2 = 4$ células

	A'	A
B'	1	1
B	1	

- criar os grupos

Se necessário, um “1” poderá ser agrupado mais de uma vez, ou seja, ele poderá participar de mais de um grupo;

Mapas de karnaugh

- Exemplos:

- Simplificando a expressão $AB' + A'B + A'B'$

- representar a função no mapa $\rightarrow 2^n = 2^2 = 4$ células

	A'	A
B'	1	1
B	1	

- criar os grupos

- extrair a função simplificada

- GRUPO VERMELHO:

- analisando a variável A no grupo vermelho \rightarrow aparece nos dois elementos do grupo com o mesmo valor (0), portanto, permanece na expressão

A'

Mapas de karnaugh

- Exemplos:

- Simplificando a expressão $AB' + A'B + A'B'$

- representar a função no mapa $\rightarrow 2^n = 2^2 = 4$ células

	A'	A
B'	1	1
B	1	

- criar os grupos

- extrair a função simplificada

- GRUPO VERMELHO:

- analisando a variável B no grupo vermelho \rightarrow aparece com valor 0 no primeiro elemento e com valor 1 no segundo elemento, portanto, é eliminada da expressão.

A'

Mapas de karnaugh

- Exemplos:

- Simplificando a expressão $AB' + A'B + A'B'$

- representar a função no mapa $\rightarrow 2^n = 2^2 = 4$ células

	A'	A
B'	1	1
B	1	

- criar os grupos

- extrair a função simplificada

- GRUPO AZUL:

- analisando a variável A no grupo AZUL \rightarrow aparece com valor 0 no primeiro elemento e com valor 1 no segundo elemento, portanto, é eliminada da expressão.

A'

Mapas de karnaugh

- Exemplos:

- Simplificando a expressão $AB' + A'B + A'B'$

- representar a função no mapa $\rightarrow 2^n = 2^2 = 4$ células

	A'	A
B'	1	1
B	1	

- criar os grupos

- extrair a função simplificada

- GRUPO AZUL:

- analisando a variável B no grupo AZUL \rightarrow aparece com valor 0 nos dois elementos do grupo, portanto, permanece na função simplificada

$$A' + B'$$

Mapas de karnaugh

- ◆ Exemplos:
 - ◆ Simplificando a expressão $A'B'CD' + A'B'CD + AB'C'D' + AB'CD'$

Mapas de karnaugh

- Exemplos:
 - Simplificando a expressão $A'B'CD' + A'B'CD + AB'C'D' + AB'CD'$
 - representar a função no mapa $\rightarrow 2^n = 2^4 = 16$ células

	A'B' 00	A'B 01	AB 11	AB' 10
C'D' 00				1
C'D 01				
CD 11	1			
CD' 10	1			1

Mapas de karnaugh

- Exemplos:
 - Simplificando a expressão $A'B'CD' + A'B'CD + AB'C'D' + AB'CD'$
 - representar a função no mapa $\rightarrow 2^n = 2^4 = 16$ células
 - criar os grupos

	A'B' 00	A'B 01	AB 11	AB' 10
C'D' 00				1
C'D 01				
CD 11	1			
CD' 10	1			1

Mapas de karnaugh

- Exemplos:
 - Simplificando a expressão $A'B'CD' + A'B'CD + AB'C'D' + AB'CD'$
 - representar a função no mapa $\rightarrow 2^n = 2^4 = 16$ células
 - criar os grupos
 - extrair expressão

	A'B' 00	A'B 01	AB 11	AB' 10
C'D' 00				1
C'D 01				
CD 11	1			
CD' 10	1			1

GRUPO VERMELHO:
A, B e C não se alteram,
portanto permanecem na
função. D aparece com
valor 1 no primeiro e valor
0 no segundo elemento
portanto não participa da
função simplificada

$A'B'C$

Mapas de karnaugh

- Exemplos:
 - Simplificando a expressão $A'B'CD' + A'B'CD + AB'C'D' + AB'CD'$
 - representar a função no mapa $\rightarrow 2^n = 2^4 = 16$ células
 - criar os grupos
 - extrair expressão

	A'B' 00	A'B 01	AB 11	AB' 10
C'D' 00				1
C'D 01				
CD 11	1			
CD' 10	1			1

GRUPO AZUL:

A, B e D não se alteram, portanto permanecem na função. C aparece com valor 0 no primeiro e valor 1 no segundo elemento portanto não participa da função simplificada

$$A'B'C + AB'D'$$

Mapas de karnaugh

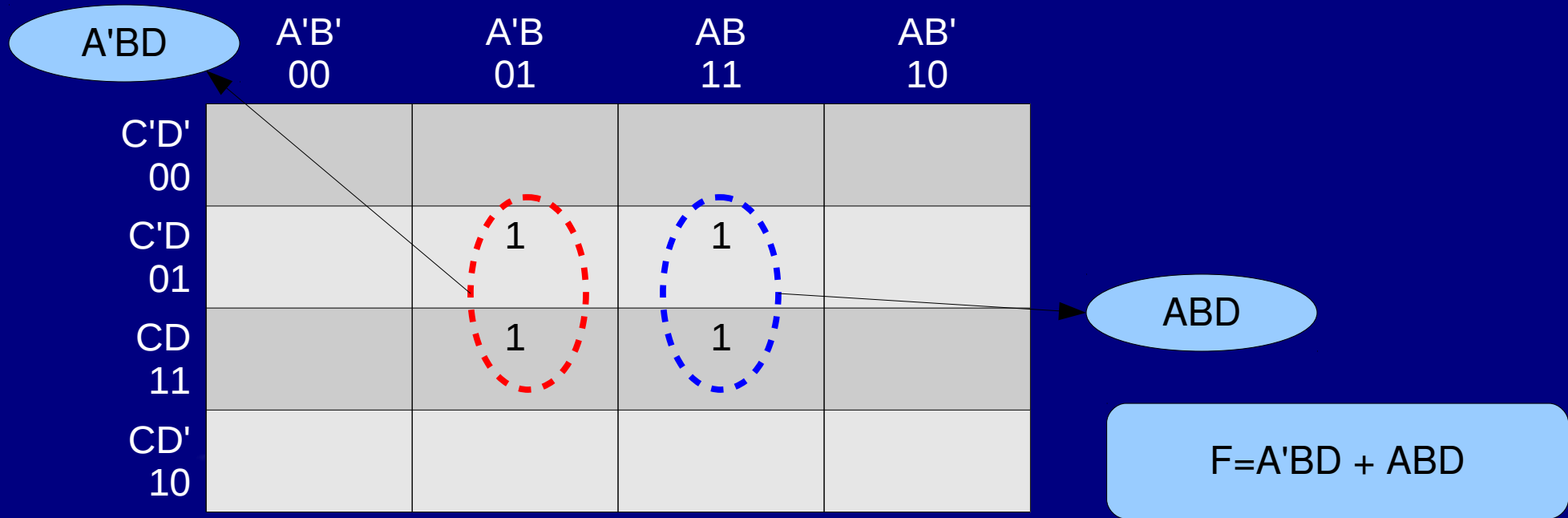
- Exemplos:
 - Simplificando a expressão $A'B'CD' + A'B'CD + AB'C'D' + AB'CD'$
 - representar a função no mapa $\rightarrow 2^n = 2^4 = 16$ células
 - criar os grupos
 - extrair expressão

	A'B' 00	A'B 01	AB 11	AB' 10
C'D' 00				1
C'D 01				
CD 11	1			
CD' 10	1			1

$$A'B'C + AB'D'$$

Mapas de karnaugh

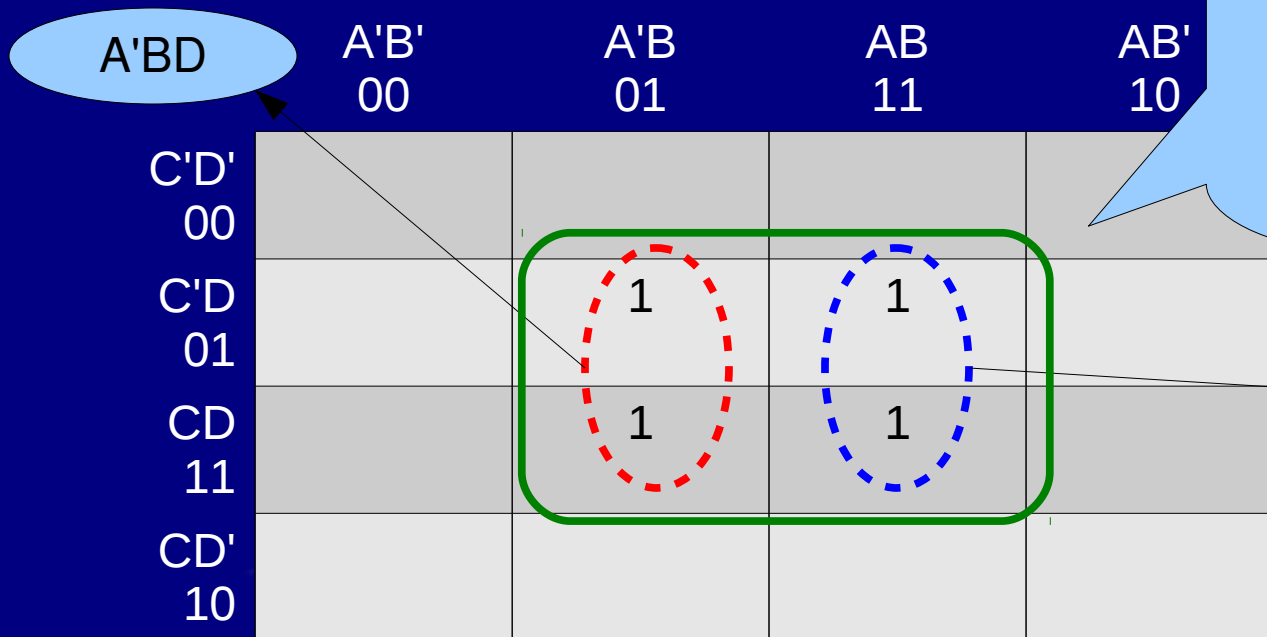
- Exemplos:
 - Simplificando a expressão $A'BC'D + ABC'D + ABCD + A'BCD$
 - representar a função no mapa $\rightarrow 2^n = 2^4 = 16$ células
 - criar os grupos
 - extrair expressão



Mapas de karnaugh

- Exemplos:

- Simplificando a expressão $A'BC'D + ABC'D + ABCD + A'BCD$
 - representar a função no mapa $\rightarrow 2^n = 2^4 = 16$ células
 - criar os grupos
 - extrair expressão



Note que:
Os 2 termos da função $ABD + A'BD$ são adjacentes, **portanto devemos agrupá-las em um único grupo reduzindo ainda mais a função resultante para $F = BD$.**

ABD

$F = BD$

Referências

2. GERSTING, J.L. Fundamentos Matemáticos para Ciência da Computação. 5a edição. Rio de Janeiro: LTC.2003.