Argumento Válido

Lógica de Predicados

2014/2

Profa: Daniela Scherer dos Santos

daniela.santos37@ulbra.edu.br

Introdução

Argumento → conjunto de enunciados ou afirmações sendo que um é a **CONCLUSÃO** e os demais são **PREMISSAS**;

1. **Todos os homens são mortais.**
2. **Sócrates é homem.**
3. **Logo, Sócrates é mortal.**

Afirmações **1** e **2** são as PREMISSAS;
Afirmação **3** é a CONCLUSÃO

Introdução

Passos para a transformação simbólica de um argumento:

- Cada premissa (P) é colocada em uma linha que recebe uma numeração, devendo iniciar no número 1;
- A conclusão (Q), precedida do símbolo $\therefore$, é a última proposição, devendo ser colocada na última linha;
- Cada proposição simples, que compõe as premissas e a conclusão, deve ser representada por uma letra minúscula (p, q , r, s,...) ou maiúscula (A, B, C, …).

Introdução

Exemplo: Se tivesse dinheiro, iria ao cinema. Se fosse ao cinema, me encontraria com Júlia. Não tenho dinheiro. Portanto, não me encontrarei com Júlia.

P1: Se tivesse dinheiro, iria ao cinema.
P2: Se fosse ao cinema, me encontraria com Júlia.
P3: Não tenho dinheiro.
Q: Não me encontrarei com Júlia.

Introdução

Exemplo: Se tivesse dinheiro, iria ao cinema. Se fosse ao cinema, me encontraria com Júlia. Não tenho dinheiro. Portanto, não me encontrarei com Júlia.

P1: Se tivesse dinheiro, iria ao cinema.
P2: Se fosse ao cinema, me encontraria com Júlia.
P3: Não tenho dinheiro.
Q: Não me encontrarei com Júlia.

```
p = ter dinheiro
q = ir ao cinema
r = encontrar Júlia
```

Introdução

Exemplo 1: Se tivesse dinheiro, iria ao cinema. Se fosse ao cinema, me encontraria com Júlia. Não tenho dinheiro. Portanto, não me encontrarei com Júlia.

P1: Se tivesse dinheiro, iria ao cinema.
P2: Se fosse ao cinema, me encontraria com Júlia.
P3: Não tenho dinheiro.
Q: Não me encontrarei com Júlia.

```
p = ter dinheiro
q = ir ao cinema
r = encontrar Júlia
```

Representação formal do argumento

1. $p \rightarrow q$
2. $q \rightarrow r$
3. $\sim p$
4. $\therefore \sim r$

Introdução

Algumas expressões indicadoras de premissa e conclusão:

Premissas	Conclusão
Pois	portanto
Desde que	logo
como	Por conseguinte
porque	Dessa maneira
Assumindo que	consequentemente
Visto que	Assim sendo
Admitindo que	Segue que
Dado que	De modo que
Supondo que	Resulta que
Como consequência	então

Validade de um Argumento

Exemplo 2:

Se alguém é político, então faz promessas. Se alguém faz promessas, mente. Logo, se alguém é político, mente.

Se tomarmos:

A: alguém é político

B: alguém faz promessas

C: alguém mente

Teremos a seguinte forma de argumento:

1. $A \rightarrow B$
2. $B \rightarrow C$
3. $\therefore A \rightarrow C$

premissas P1 e P2

conclusão C

Validade de um Argumento

Diz-se que um argumento é válido, se:

- A CONJUNÇÃO (^) das premissas implica a CONCLUSÃO, isto é:

$$((P_1) \wedge (P_2) \wedge (P_3) \wedge \ldots \wedge (P_n)) \Rightarrow C$$

OU

- A fórmula $((P_1) \wedge (P_2) \wedge (P_3) \wedge \ldots \wedge (P_n)) \rightarrow C$ é uma tautologia.

Validade de um Argumento

- Se o argumento é válido, escrevemos:

$$P_1, P_2, P_3, \ldots, P_n \vdash C$$

que se lê:

$P_1, P_2, P_3, \ldots, P_n$ acarretam C

O símbolo $\vdash$, chamado de traço de asserção, afirma que a proposição à sua direita (C) pode ser deduzida utilizando como premissas somente as proposições que estão à sua esquerda.

Validade de um Argumento

Procedimento para testar a validade de um argumento (usando implicação lógica):

(a) construir a tabela verdade de

$$((P_1) \wedge (P_2) \wedge (P_3) \wedge \ldots \wedge (P_n))$$

(b) construir a tabela verdade da conclusão **(C)**

(c) compara-se as tabelas:

- se **não** houver implicação: o argumento é *falho*
- se houver implicação: o argumento é *válido*

Validade de um Argumento

Procedimento para testar a validade de um argumento (usando a condicional):

(a) construir a tabela verdade para a fórmula

$$((P_1) \wedge (P_2) \wedge (P_3) \wedge \ldots \wedge (P_n)) \rightarrow C$$

(b) se resultar uma **tautologia** o argumento é *válido,* caso contrário, o argumento é *falho*

Validade de um Argumento

Exemplo: O argumento **$p, q \rightarrow r, \sim r, \sim q$** é válido?

Validade de um Argumento

Exemplo: O argumento **p, q → r, ~r, ~q** é válido?

Usando a tabela verdade testamos:

- Se $((p) \wedge (q \rightarrow r) \wedge (\sim r)) \Rightarrow \boldsymbol{\sim q}$

Validade de um Argumento

Exemplo: O argumento **p, q → r, ~r, ~q** é válido?

Usando a tabela verdade testamos:

- Se $((p) \wedge (q \rightarrow r) \wedge (\sim r)) \Rightarrow \sim q$

OU então podemos testar

- Se a fórmula $((p) \wedge (q \rightarrow r) \wedge (\sim r)) \rightarrow \sim q$ é uma tautologia

Validade de um Argumento

Argumento: **p, q → r, ~r, ~q**

((p) ^ (q → r) ^ (~r)) ⇒ ~q

(a) construir a tabela verdade de **((p) ^ (q → r) ^ (~r))**

p	q	r	~r	q → r	p ^ (q → r)	p ^ (q → r)^~r
V	V	V	**F**	**V**	**V**	**F**
V	V	F	**V**	**F**	**F**	**F**
V	F	V	**F**	**V**	**V**	**F**
V	F	F	**V**	**V**	**V**	**V**
F	V	V	**F**	**V**	**F**	**F**
F	V	F	**V**	**F**	**F**	**F**
F	F	V	**F**	**V**	**F**	**F**
F	F	F	**V**	**V**	**F**	**F**

Validade de um Argumento

Argumento: **p, q → r, ~r, ~q**

$$((p) \wedge (q \rightarrow r) \wedge (\sim r)) \Rightarrow \sim q$$

(a) construir a tabela verdade de **((p) ^ (q → r) ^ (~r))**

(b) construir a tabela verdade da conclusão **(~q)**

p	q	r	~r	q → r	p ^ (q → r)	p ^ (q → r)^~r	~q
V	V	V	**F**	**V**	**V**	**F**	**F**
V	V	F	**V**	**F**	**F**	**F**	**F**
V	F	V	**F**	**V**	**V**	**F**	**V**
V	F	F	**V**	**V**	**V**	**V**	**V**
F	V	V	**F**	**V**	**F**	**F**	**F**
F	V	F	**V**	**F**	**F**	**F**	**F**
F	F	V	**F**	**V**	**F**	**F**	**V**
F	F	F	**V**	**V**	**F**	**F**	**V**

Validade de um Argumento

Argumento: **p, q → r, ~r, ~q**

$$((p) \wedge (q \rightarrow r) \wedge (\sim r)) \Rightarrow \sim q$$

(c) compara-se as tabelas:

- se **<u>não</u>** houver implicação: o argumento é *<u>falho</u>*
- se houver implicação: o argumento é *<u>válido</u>*

p	q	r	~r	q → r	p ^ (q → r)	p ^ (q → r)^~r	~q	
V	V	V	**F**	**V**	**V**	**F**	**F**	FF
V	V	F	**V**	**F**	**F**	**F**	**F**	FF
V	F	V	**F**	**V**	**V**	**F**	**V**	FV
V	F	F	**V**	**V**	**V**	**V**	**V**	VV
F	V	V	**F**	**V**	**F**	**F**	**F**	FF
F	V	F	**V**	**F**	**F**	**F**	**F**	FF
F	F	V	**F**	**V**	**F**	**F**	**V**	FV
F	F	F	**V**	**V**	**F**	**F**	**V**	FV

como não ocorreu VF (10) podemos dizer que (p^(q → r) ^~r) implica em ~q

Portanto, o argumento É VÁLIDO.

Validade de um Argumento

Argumento: **$p, q \rightarrow r, \sim r, \sim q$**

OU podemos testar se a Fórmula:

$((p) \wedge (q \rightarrow r) \wedge (\sim r)) \rightarrow \sim q$ é uma tautologia

Validade de um Argumento

Argumento: **$p, q \rightarrow r, \sim r, \sim q$**

OU podemos testar se a Fórmula:

$((p) \wedge (q \rightarrow r) \wedge (\sim r)) \rightarrow \sim q$ é uma tautologia

tautologia

p	q	r	~r	~q	$q \rightarrow r$	$p \wedge (q \rightarrow r)$	$p \wedge (q \rightarrow r) \wedge \sim r$	**$(p \wedge (q \rightarrow r) \wedge \sim r) \rightarrow \sim q$**
V	V	V	F	F	V	V	F	**V**
V	V	F	V	F	F	F	F	**V**
V	F	V	F	V	V	V	F	**V**
V	F	F	V	V	V	V	V	**V**
F	V	V	F	F	V	F	F	**V**
F	V	F	V	F	F	F	F	**V**
F	F	V	F	V	V	F	F	**V**
F	F	F	V	V	V	F	F	**V**

Validade de um Argumento

Argumento: **p, q → r, ~r, ~q**

OU podemos testar se a Fórmula:

((p) ^ (q → r) ^ (~r)) → ~q uma tautologia

tautologia

p	q	r	~r	~q	q → r	p ^ (q → r)	p ^ (q → r)^~r	(p ^ (q → r) ^ ~r) → ~q
V	V	V	F	F	V	V	F	V
V	V	F	V	F	F	F	F	V
V	F	V	F	V	V	V	F	V
V	F	F	V	V	V	V	V	V
F	V	V	F	F	V	F	F	V
F	V	F	V	F	F	F	F	V
F	F	V	F	V	V	F	F	V
F	F	F	V	V	V	F	F	V

Portanto,
ARGUMENTO VÁLIDO

Exemplos de Argumentos Válidos

1. União (U)

p
q É a implicação : $(p \,.\, q) \Rightarrow (p + q)$
$\therefore p + q$

2. Modus Ponens (MP)

$p \rightarrow q$
p É a implicação : $(p \rightarrow q) \,.\, p \Rightarrow q$
$\therefore q$

3. Modus Tolens (MT)

$p \rightarrow q$
q' É a implicação : $(p \rightarrow q) \,.\, q' \Rightarrow p'$
$\therefore p'$

4. Adição (A)

p
$\therefore p + q$ É a implicação : $p \Rightarrow p + q$

Exemplos de Argumentos Válidos

5. Simplificação (S)

p
q É a implicação : $(p \,.\, q) \Rightarrow p$
$\therefore p$

6. Silogismo Hipotético (SH)

$p \rightarrow q$
$q \rightarrow r$ É a implicação : $(p \rightarrow q) \,.\, (q \rightarrow r) \Rightarrow (p \rightarrow r)$
$\therefore p \rightarrow r$

7. Silogismo Disjuntivo (SD)

$p + q$
p' É a implicação : $(p + q) \,.\, p' \Rightarrow q$
$\therefore q$

Exemplos de Argumentos Válidos

8. Regras do Bicondicional (BIC)

$p \rightarrow q$
$q \rightarrow p$ É a implicação : $(p \rightarrow q) . (q \rightarrow p) \Rightarrow (p \leftrightarrow q)$
$\therefore p \leftrightarrow q$

$p \leftrightarrow q$
$\therefore (p \rightarrow q) . (q \rightarrow p)$ É a implicação : $p \leftrightarrow q \Rightarrow (p \rightarrow q) . (q \rightarrow p)$

9. Dilema Construtivo (DC)

$p \rightarrow q$
$r \rightarrow s$
$p + r$ É a implicação : $(p \rightarrow q) . (r \rightarrow s) . (p + r) \Rightarrow (q + s)$
$\therefore q + s$

10. Dilema Destrutivo (DD)

$p \rightarrow q$
$r \rightarrow s$
$q' + s'$ É a implicação : $(p \rightarrow q) . (r \rightarrow s) . (q' + s') \Rightarrow (p' + r')$
$\therefore p' + r'$

Exemplos de Argumentos Válidos

11. Dupla Negação (DN)

$(p')'$ ou p

$\therefore p$ $\quad \therefore (p')'$ É a implicação : $(p')' \Rightarrow p$ ou $p \Rightarrow (p')'$

12. Regra da Absorção (RA)

$p \rightarrow q$

$\therefore p \rightarrow (p \,.\, q)$ É a implicação : $p \rightarrow q \Rightarrow p \rightarrow (p \,.\, q)$

13. Simplificação Disjuntiva (S+)

$p + r$

$p + r'$ É a implicação : $(p + r) \,.\, (p + r') \Rightarrow p$

$\therefore p$

Exemplos de Argumentos Válidos

Sugestão: Monte as tabelas-verdade de cada uma das regras anteriores para exercitar e provar sua validade.

Referências

DAGHLIAN, Jacob. Lógica e Álgebra de Boole. São Paulo: Editora Atlas, 1990.