

# Lógica de Predicados ou Lógica de 1º Ordem \* parte I \*

Lógica de Predicados  
2014/2

Profa: Daniela Scherer dos Santos  
[daniela.santos37@ulbra.edu.br](mailto:daniela.santos37@ulbra.edu.br)

- O que se consegue expressar com os recursos da Lógica Sentencial (variáveis proposicionais, conectivos lógicos e símbolos auxiliares) é muito limitado. Por exemplo:

- **Todo** amigo de Carlos é amigo de Jonas.

Pedro não é amigo de Jonas.

Logo, Pedro não é amigo de Carlos

- **Todos** os humanos são racionais.

**Alguns** animais são humanos.

Portanto, **alguns** animais são racionais.

# Introdução

- O que se consegue expressar com os recursos da Lógica Sentencial (variáveis proposicionais, conectivos lógicos e símbolos auxiliares) é muito limitado. Por exemplo:

- **Todo** amigo de Carlos é amigo de Jonas.

Pedro não é amigo de Jonas.

Logo, Pedro não é amigo de Carlos

- **Todos** os humanos são racionais.

**Alguns** animais são humanos.

Portanto, **alguns** animais são racionais.

A validade destes argumentos depende do significado das palavras “Todo/Todos” e “alguns”

# Introdução

- Lógica de Predicados → dotada de uma linguagem mais rica (novos símbolos);
- Aplicações: informática – Inteligência Artificial – Sistemas Especialistas ou Sistemas baseados em conhecimento.

## TERMO E PREDICADO

Dada uma proposição simples qualquer, pode-se destacar dela dois entes: **TERMO** e **PREDICADO**. O **TERMO** pode ser entendido como o sujeito da sentença declarativa e o **PREDICADO**, o que se declara a respeito do termo.

# Linguagem de 1º ordem

## TERMO E PREDICADO

1) Indique o termo e o predicado de cada uma das proposições a seguir:

a) Amanda é a responsável pelo destaque.

termo: Amanda

predicado: é a responsável pelo destaque

b) Antônio não foi um bom profissional.

termo: Antônio

predicado: foi um bom profissional

# Linguagem de 1º ordem

## TERMO E PREDICADO

c) Alguém foi ao baile.

termo: Alguém

predicado: foi ao baile

# Linguagem de 1º ordem

## TERMO E PREDICADO

Representação simbólica:

- Predicado: será indicado com uma letra **maiúscula** do alfabeto: A, B, C, D, etc;
- Termo: será indicado com uma letra **minúscula** do alfabeto: a, b, c, d, etc.



# Linguagem de 1º ordem

## TERMO E PREDICADO

Nos exemplos anteriores, uma tradução das proposições para a linguagem simbólica seria:

a) Amanda é responsável pelo destaque.

$R(a)$

Onde:

Termo  $\rightarrow$  Amanda  $\rightarrow$  (a)

Predicado  $\rightarrow$  é responsável pelo destaque  $\rightarrow$  R

# Linguagem de 1º ordem

## TERMO E PREDICADO

Nos exemplos anteriores, uma tradução das proposições para a linguagem simbólica seria:

b) Antônio não foi um bom profissional.

$\sim P(a)$

Onde:

Termo  $\rightarrow$  Antônio  $\rightarrow (a)$

Predicado  $\rightarrow$  foi um bom profissional  $\rightarrow \sim P$

# Linguagem de 1º ordem

## TERMO E PREDICADO

Nos exemplos anteriores, uma tradução das proposições para a linguagem simbólica seria:

c) Alguém foi ao baile.  
 $B(x)$

Onde:

Termo  $\rightarrow$  Alguém  $\rightarrow (x)$

Predicado  $\rightarrow$  foi ao baile  $\rightarrow B$

# Linguagem de 1º ordem

## TERMOS

Podem ser classificados como:

→ Variáveis:

→ Constantes:

# Linguagem de 1º ordem

## TERMOS

Podem ser classificados como:

→ Variáveis:  $x, y, z, \dots$  representam objetos que **não estão identificados no Universo** considerado (“alguém”, “algo”, etc). Exemplo: Alguém é bom  $\rightarrow x$  é bom;

# Linguagem de 1º ordem

## TERMOS

Podem ser classificados como:

- Variáveis:  $x, y, z, \dots$  representam objetos que **não estão identificados no Universo** considerado (“alguém”, “algo”, etc). Exemplo: Alguém é bom  $\rightarrow x$  é bom;
- Constantes:  $a, b, c, \dots$  representam objetos **identificados no Universo** (“João”, “o ponto A”, “Maria”, etc.). Exemplo: João é bom  $\rightarrow a$  é bom.

# Linguagem de 1º ordem

## PREDICADOS

Podem ser classificados como:

- Unários:
- Binários:
- Ternários:
- n-ários:

# Linguagem de 1º ordem

## PREDICADOS

Podem ser classificados como:

→ Unários: envolvem propriedades de **uma** variável/constante. Exemplo: Maria é inteligente →  **$I(m)$** ; onde  $m$  está identificando *Maria* e  $I$  a propriedade de “*ser inteligente*”;



# Linguagem de 1º ordem

## PREDICADOS

Podem ser classificados como:

- Unários: envolvem propriedades de **uma** variável/constante. Exemplo: Maria é inteligente →  **$I(m)$** ; onde  $m$  está identificando *Maria* e  $I$  a propriedade de “*ser inteligente*”;
- Binários: envolvem propriedades de **duas** variáveis/constantes. Exemplo: Alguém gosta de Maria →  **$G(x,m)$** ; onde  $x$  está identificando *alguém*,  $m$  está identificando *Maria* e  $G$  a propriedade de “*gostar*”;

# Linguagem de 1º ordem

## PREDICADOS

Podem ser classificados como (cont.):

→ Ternários: envolvem propriedades de **três** variáveis/constantes. Exemplo: Maria deu Lulu para Carlos → **D(mlc)**; onde *m* está identificando *Maria*, *l* está identificando *lulu*, *c* está identificando *Carlos* e *D* a propriedade de “dar”;

# Linguagem de 1º ordem

## PREDICADOS

Podem ser classificados como (cont.):

- Ternários: envolvem propriedades de **três** variáveis/constantes. Exemplo: Maria deu Lulu para Carlos → **D(mlc)**; onde *m* está identificando *Maria*, *l* está identificando *lulu*, *c* está identificando *Carlos* e *D* a propriedade de “dar”;
- N-ários: envolvem propriedades de ***n*** variáveis/constantes.

# Linguagem de 1º ordem

Lembrando...uma proposição é uma sentença que pode ser ou verdadeira (V) ou falsa (F).

## FUNÇÃO PROPOSICIONAL (ou sentença aberta)

É uma expressão que contém **uma ou mais variáveis**, e que pode tornar-se uma **proposição verdadeira** ou **falsa** se a essas variáveis se **atribuem** certos valores particulares ou se se unem essas variáveis por quantificadores.

# Linguagem de 1º ordem

## FUNÇÃO PROPOSICIONAL (ou sentença aberta)

Exemplos, as sentenças:

- “4 é um número par”,
- “2 é um número menor que 1”,
- “x é um número natural maior que 1”

# Linguagem de 1º ordem

## FUNÇÃO PROPOSICIONAL (ou sentença aberta)

Exemplos, as sentenças:

- “4 é um número par”,
- “2 é um número menor que 1”,
- “x é um número natural maior que 1”

Podemos afirmar que **a primeira é verdadeira** e **a segunda é falsa**, porém, **nenhum valor lógico se pode atribuir à terceira**, já que ela envolve uma variável.

# Linguagem de 1º ordem

## FUNÇÃO PROPOSICIONAL (ou sentença aberta)

Exemplos, as sentenças:

- “4 é um número par”,
- “2 é um número menor que 1”,
- “x é um número natural maior que 1”

Podemos afirmar que **a primeira é verdadeira** e **a segunda é falsa**, porém, **nenhum valor lógico se pode atribuir à terceira**, já que ela envolve uma variável

As duas primeiras são, proposições, e a terceira é uma função proposicional (ou sentença aberta).

# Linguagem de 1º ordem

## FUNÇÃO PROPOSICIONAL (ou sentença aberta)

variáveis

representam elementos de um conjunto previamente fixado – seu domínio de validade ou conjunto universo.



# Linguagem de 1º ordem

## FUNÇÃO PROPOSICIONAL (ou sentença aberta)

variáveis

representam elementos de um conjunto previamente fixado – seu domínio de validade ou conjunto universo.

“x é um número natural maior que 1”

$$A = \{3,4,5\}$$
$$x \in A$$

# Linguagem de 1º ordem

## CONJUNTO VERDADE de uma FUNÇÃO PROPOSICIONAL

Chama-se conjunto verdade de uma função proposicional  $p(x)$  no domínio  $D$ , o conjunto de todos os elementos em  $a \in D$  tal que a proposição  $p(a)$  seja verdadeira. Denotamos o conjunto verdade para a proposição  $p$ , como  $V_p$ .

Exemplo: Seja  $N = \{3, 4, 5, 6, 7\}$  e a função proposicional:  $x + 1 > 6$ , então  $V_p = \{6, 7\}$

# Linguagem de 1º ordem

## OPERAÇÕES LÓGICAS sobre uma FUNÇÃO PROPOSICIONAL

Todas as operações lógicas (CONJUNÇÃO, DISJUNÇÃO, NEGAÇÃO, CONDICIONAL, BICONDICIONAL) estendem-se as funções proposicionais (sentenças abertas).

# Linguagem de 1º ordem

## OPERAÇÕES LÓGICAS sobre uma FUNÇÃO PROPOSICIONAL

CONJUNÇÃO: Se  $p(x)$  e  $q(x)$  são sentenças abertas em um conjunto  $A$ , então:

o conjunto verdade será:  $V_{p \wedge q} = V_p \cap V_q$

# Linguagem de 1º ordem

## OPERAÇÕES LÓGICAS sobre uma FUNÇÃO PROPOSICIONAL

DISJUNÇÃO: Se  $p(x)$  e  $q(x)$  são sentenças abertas em um conjunto  $A$ , então:

o conjunto verdade será:  $V_{p \vee q} = V_p \cup V_q$

# Linguagem de 1º ordem

## OPERAÇÕES LÓGICAS sobre uma FUNÇÃO PROPOSICIONAL

NEGAÇÃO: Se  $p(x)$  é uma sentença aberta em um conjunto  $A$ , então:

o conjunto verdade será:  $V_{\sim p} = A - V_p$

# Linguagem de 1º ordem

## OPERAÇÕES LÓGICAS sobre uma FUNÇÃO PROPOSICIONAL

CONDICIONAL: Se  $p(x)$  e  $q(x)$  são sentenças abertas em um conjunto  $A$ , então:

o conjunto verdade será:  $V_{p \rightarrow q} = V_{\sim p} \cup V_q$

# Linguagem de 1º ordem

## OPERAÇÕES LÓGICAS sobre uma FUNÇÃO PROPOSICIONAL

BICONDICIONAL: Se  $p(x)$  e  $q(x)$  são sentenças abertas em um conjunto  $A$ , então:

o conjunto verdade será:  $V_{p \leftrightarrow q} = V_{p \rightarrow q} \cap V_{q \rightarrow p}$