# Desempenho de Redes com Comutação de Circuitos

Desempenho e Dimensionamento de Redes

Prof. Amaro de Sousa (asou@ua.pt)

DETI-UA, 2020/2021

# Encaminhamento em redes com comutação de circuitos

1. Encaminhamento *fixo*:
   - considera um único percurso de encaminhamento para cada fluxo de chamadas suportado pela rede
   - bloqueia a chamada se o percurso não tiver recursos suficientes para a chamada pedida
2. Encaminhamento *dinâmico*:
   - considera uma sequência ordenada de percursos de encaminhamento para cada fluxo de chamadas
   - estabelece a chamada no $n$-ésimo percurso se nenhum dos percursos até ao ($n$-1)-ésimo tiver recursos
   - a sequência de percursos varia ao longo do tempo

# Encaminhamento fixo

Vamos abordar 3 métodos para o cálculo das probabilidades de bloqueio de cada fluxo de chamadas

- Método exato
  - Computacionalmente pesado
  - Exige identificação de todos os estados possíveis da rede
- Teorema do limite do produto
  - Computacionalmente leve
  - É um majorante da probabilidade de bloqueio exata
- Aproximação de carga reduzida
  - Uma aproximação (normalmente boa) dos valores exatos
  - Matematicamente complexo
  - Existem algoritmos iterativos de cálculo

# Encaminhamento fixo – Método Exato

- Considere-se uma rede com $J$ ligações que serve $K$ fluxos de chamadas.
- A ligação $j = 1, \ldots, J$ tem capacidade $C_j$ (em número de circuitos).
- Ao fluxo $k = 1, \ldots, K$ está associada uma taxa de chegada, $\lambda_k$, um tempo médio de serviço $1/\mu_k$ (intensidade de tráfego $\rho_k = \lambda_k / \mu_k$), uma largura de banda $b_k$ (em número de circuitos) e um percurso de encaminhamento fixo $R_k \subseteq \{1,2,\ldots, J\}$:

  (1) As chamadas do fluxo $k$ chegam de acordo com um processo de Poisson à taxa $\lambda_k$.

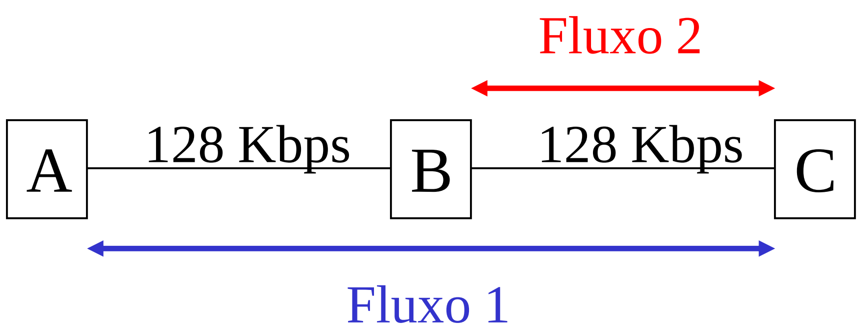
  (2) As chamadas do fluxo $k$ admitidas pelo sistema ocupam $b_k$ circuitos e têm uma duração exponencialmente distribuída com média $1/\mu_k$.

  (3) A duração das chamadas é independente entre chamadas e independente dos instantes de chegada para todos os fluxos.

- O conjunto dos fluxos que atravessam a ligação $j$ é dado por $K_j$ .

# Encaminhamento fixo (Exemplo 1)

Considere a rede da figura que suporta 2 fluxos de chamadas: fluxo 1 com taxa $\lambda_1$ = 3 chamadas/hora, duração média das chamadas $1/\mu_1$ = 2 minutos e cada chamada ocupa $b_1$ = 64 Kb/s; fluxo 2 com taxa $\lambda_2$ = 4 chamadas/hora, duração média das chamadas $1/\mu_2$ = 3 minutos e cada chamada ocupa $b_2$ = 128 Kb/s.




$K$ = 2 fluxos:

1: $\rho_1 = \lambda_1/\mu_1 = 3/60\times2 = 0.1$ Erlangs, $b_1$ = 1 circuito, $R_1$ = {AB,BC}

2: $\rho_2 = \lambda_2/\mu_2 = 4/60\times3 = 0.2$ Erlangs, $b_2$ = 2 circuitos, $R_2$ = {BC}

$J$ = 2 ligações:

AB: $C_{AB}$ = 2 circuitos, $K_{AB}$ = {1}

BC: $C_{BC}$ = 2 circuitos, $K_{BC}$ = {1,2}

# Encaminhamento fixo – Método Exato

Seja $n_k$ o número de chamadas do fluxo $k$ no sistema, $\mathbf{n} = (n_1, \ldots, n_k)$

Uma chamada do fluxo $k$ não é aceite pela rede se em pelo menos uma das ligações pertencentes ao percurso de $k$:

$$b_k + \sum_{l \in K_j} b_l n_l > C_j$$

O espaço de estados do processo de nascimento e morte multidimensional é

$$S = \left\{ \mathbf{n} \in I^K : \sum_{k \in K_j} b_k n_k \leq C_j, \quad j = 1, \ldots, J \right\}$$

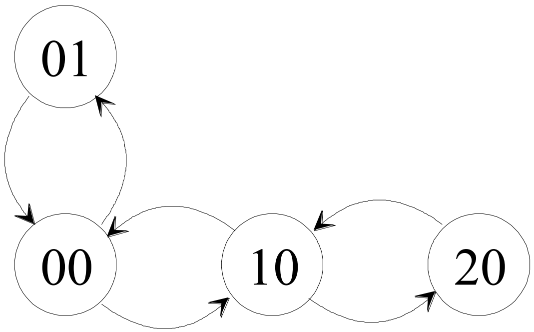
onde $I$ é o conjunto dos inteiros não negativos.

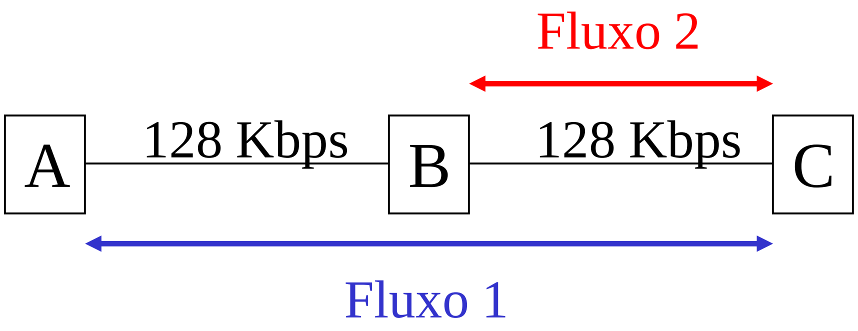
Seja $S_k$ o subconjunto dos estados nos quais uma chamada do fluxo $k$ é admitida quando chega à rede, isto é,

$$S_k = \left\{ \mathbf{n} \in S : \sum_{l \in K_j} b_l n_l \leq C_j - b_k, \quad j \in R_k \right\}$$

# Encaminhamento fixo (Exemplo 1)

Considere a rede de figura que suporta 2 fluxos de chamadas: fluxo 1 com taxa $\lambda_1$ = 3 chamadas/hora, duração média das chamadas $1/\mu_1$ = 2 minutos e cada chamada ocupa $b_1$ = 64 Kb/s; fluxo 2 com taxa $\lambda_2$ = 4 chamadas/hora, duração média das chamadas $1/\mu_2$ = 3 minutos e cada chamada ocupa $b_2$ = 128 Kb/s.




Espaço de estados: $S = \{(0,0), (1,0), (2,0), (0,1)\}$

Estados nos quais uma chamada do fluxo 1 é admitida:

$$S_1 = \{(0,0), (1,0)\}$$

Estados nos quais uma chamada do fluxo 2 é admitida:

$$S_2 = \{(0,0)\}$$

# Encaminhamento fixo – Método Exato

A probabilidade limite de cada estado é dada por:

$$P(\mathbf{n}) = \frac{1}{G} \prod_{k=1}^{K} \frac{\rho_k^{n_k}}{n_k!} \qquad \mathbf{n} \in S$$

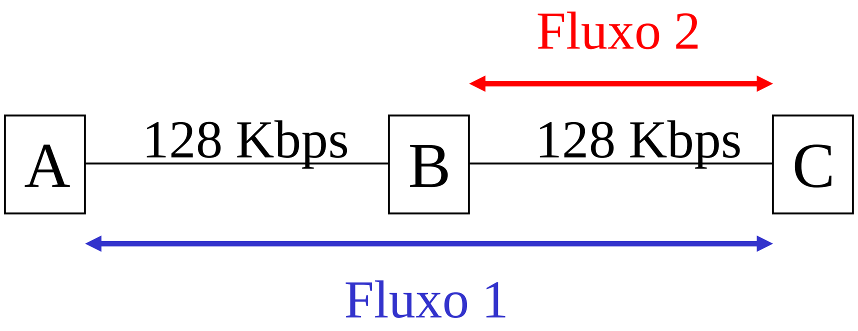
onde $$G = \sum_{\mathbf{n} \in S} \prod_{k=1}^{K} \frac{\rho_k^{n_k}}{n_k!}$$

e a probabilidade de bloqueio da classe *k* é dada por:

$$B_k = 1 - \frac{\sum_{\mathbf{n} \in S_k} \prod_{l=1}^{K} \frac{\rho_l^{n_l}}{n_l!}}{\sum_{\mathbf{n} \in S} \prod_{l=1}^{K} \frac{\rho_l^{n_l}}{n_l!}} \quad \Leftrightarrow \quad B_k = \frac{\sum_{\mathbf{n} \in S \setminus S_k} \prod_{l=1}^{K} \frac{\rho_l^{n_l}}{n_l!}}{\sum_{\mathbf{n} \in S} \prod_{l=1}^{K} \frac{\rho_l^{n_l}}{n_l!}}$$

# Encaminhamento fixo (Exemplo 1)

Considere a rede de figura que suporta 2 fluxos de chamadas: fluxo 1 com taxa de chegada $\lambda_1$ = 3 chamadas/hora, duração média das chamadas $1/\mu_1$ = 2 minutos e cada chamada ocupa $b_1$ = 64 Kb/s; fluxo 2 com taxa de chagada $\lambda_2$ = 4 chamadas/hora, duração média das chamadas $1/\mu_2$ = 3 minutos e cada chamada ocupa $b_2$ = 128 Kb/s.




1: $\rho_1$ = 0.1 Erlangs

2: $\rho_2$ = 0.2 Erlangs

$S$ = {(0,0), (1,0), (2,0), (0,1)}

$S_1$ = {(0,0), (1,0)}

$S_2$ = {(0,0)}

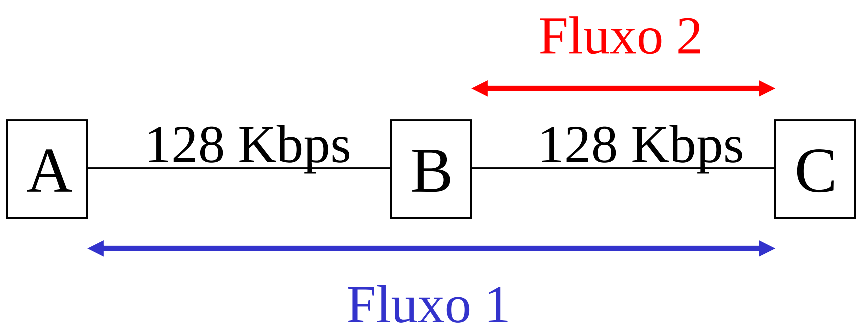
$$B_k = 1 - \frac{\sum_{\mathbf{n}\in S_k} \prod_{l=1}^{K} \frac{\rho_l^{n_l}}{n_l!}}{\sum_{\mathbf{n}\in S} \prod_{l=1}^{K} \frac{\rho_l^{n_l}}{n_l!}}$$

$$B_1 = 1 - \frac{\frac{0.1^0 0.2^0}{0!\,0!} + \frac{0.1^1 0.2^0}{1!\,0!}}{\frac{0.1^0 0.2^0}{0!\,0!} + \frac{0.1^1 0.2^0}{1!\,0!} + \frac{0.1^2 0.2^0}{2!\,0!} + \frac{0.1^0 0.2^1}{0!\,1!}}$$

$$= 1 - \frac{1 + 0.1}{1 + 0.1 + \frac{0.01}{2} + 0.2} = 0.157 = 15.7\%$$

# Encaminhamento fixo (Exemplo 1)

Considere a rede de figura que suporta 2 fluxos de chamadas: fluxo 1 com taxa de chegada $\lambda_1$ = 3 chamadas/hora, duração média das chamadas $1/\mu_1$ = 2 minutos e cada chamada ocupa $b_1$ = 64 Kb/s; fluxo 2 com taxa de chagada $\lambda_2$ = 4 chamadas/hora, duração média das chamadas $1/\mu_2$ = 3 minutos e cada chamada ocupa $b_2$ = 128 Kb/s.




1: $\rho_1$ = 0.1 Erlangs

2: $\rho_2$ = 0.2 Erlangs

$S$ = {(0,0), (1,0), (2,0), (0,1)}

$S_1$ = {(0,0), (1,0)}

$S_2$ = {(0,0)}

$$B_k = 1 - \frac{\sum_{\mathbf{n}\in S_k} \prod_{l=1}^{K} \frac{\rho_l^{n_l}}{n_l!}}{\sum_{\mathbf{n}\in S} \prod_{l=1}^{K} \frac{\rho_l^{n_l}}{n_l!}}$$

$$B_2 = 1 - \frac{\frac{0.1^0 0.2^0}{0!\,0!}}{\frac{0.1^0 0.2^0}{0!\,0!} + \frac{0.1^1 0.2^0}{1!\,0!} + \frac{0.1^2 0.2^0}{2!\,0!} + \frac{0.1^0 0.2^1}{0!\,1!}}$$

$$= 1 - \frac{1}{1 + 0.1 + \frac{0.01}{2} + 0.2} = 0.234 = 23.4\%$$

# Teorema do Limite do Produto

- Aplica-se apenas quando as chamadas de todos os fluxos *k* requerem a mesma largura de banda $b_k$ (em número de circuitos).
- Seja a intensidade de tráfego suportada pela ligação *j* dada por:

$$\bar{\rho}_j = \sum_{k \in K_j} \rho_k$$

- O <u>*teorema do limite do produto*</u> declara que

$$B_k \leq 1 - \prod_{j \in R_k} \left(1 - ER\left[\bar{\rho}_j, C_j\right]\right)$$

$C_j$ – capacidade da ligação *j* (em número de chamadas)

em que $ER\left[\rho, C\right]$ representa a fórmula de ErlangB.

- Prova-se matematicamente que este valor é um majorante das probabilidades de bloqueio exatas. É uma boa aproximação quando:

(1) os fluxos atravessam poucas ligações

(2) as probabilidades de bloqueio são pequenas (menores que 1%)

# Aproximação de carga reduzida

Uma possibilidade para melhorar a aproximação associada ao teorema do limite do produto é reduzir o tráfego oferecido à ligação *j*, tomando em linha de conta o bloqueio nas restantes ligações do percurso de cada fluxo.

- O teorema do limite do produto implica que a probabilidade de uma ligação *j* estar totalmente ocupada é majorada por:

$$ER\left[\sum_{k \in K_j} \rho_k , C_j\right]$$

- Substituindo $\rho_k$ por $\rho_k t_k(j)$, em que $t_k(j)$ corresponde à probabilidade de existir pelo menos uma unidade de capacidade disponível em cada ligação pertencente a $R_k - \{j\}$, a probabilidade de bloqueio (aproximada) da ligação *j* é dada por:

$$L_j = ER\left[\sum_{k \in K_j} \rho_k t_k(j), C_j\right]$$

# Aproximação de carga reduzida

- Tomando como aproximação adicional que o bloqueio é independente entre ligações, resulta:

$$t_k(j) = \prod_{i \in R_k - \{j\}} (1 - L_i)$$

e, combinando as equações anteriores, obtêm-se as seguintes <u>equações de ponto fixo</u> (uma por cada ligação da rede):

$$L_j = ER\left[\sum_{k \in K_j} \rho_k \prod_{i \in R_k - \{j\}} (1 - L_i), C_j\right] \quad , j = 1, 2, ..., J$$

- Admitindo novamente que o bloqueio é independente entre ligações, a probabilidade de bloqueio das chamadas do fluxo *k* é:

$$B_k \approx 1 - \prod_{j \in R_k} (1 - L_j) \quad k = 1,\ 2,\ ...,\ K$$

# Algoritmo iterativo de cálculo da aproximação de carga reduzida

Seja **L** = ($L_1$, $L_2$, …, $L_J$) e o operador **T**(**L**) = ($T_1$(**L**), $T_2$(**L**), …, $T_J$(**L**)) onde

$$T_j(\mathbf{L}) = ER\left[\sum_{k\in\mathcal{K}_j}\rho_k \prod_{i\in R_k-\{j\}}(1-L_i), C_j\right]$$

As equações de ponto fixo podem ser expressas na forma **L** = **T**(**L**).

<u>Método iterativo</u> – partindo de um vetor inicial $\mathbf{L}\in[0,1]^J$ aplica-se sucessivamente o operador **T**:

$$\mathbf{L}^0 = \mathbf{L}$$
$$\mathbf{L}^m = \mathbf{T}\left(\mathbf{L}^{m-1}\right), \qquad m = 1,\ldots,n$$

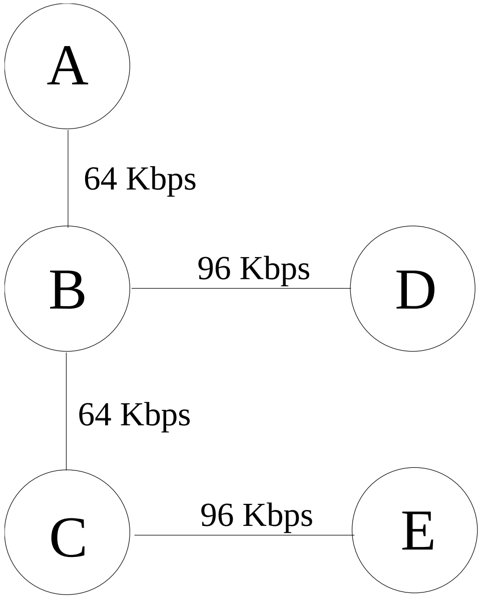
Partindo de $\mathbf{L}^0$ = (1, 1, …, 1), o método dá origem a $\mathbf{L}^1$ = (0, 0, …, 0), $\mathbf{L}^{2n}$ converge para um $\mathbf{L}^+$ e $\mathbf{L}^{2n+1}$ converge para um $\mathbf{L}^-$ tal que $\mathbf{L}^- \le \mathbf{L}^* \le \mathbf{L}^+$.

As sucessivas iterações *m* determinam majorantes da solução **L*** quando *m* é par e minorantes da solução **L*** quando *m* é impar. Termina-se o algoritmo quando os dois limites estão suficientemente próximos.

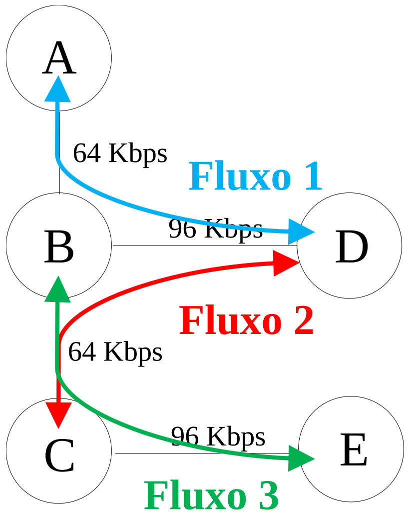
# Exemplo 2

Considere a rede da figura que suporta: *fluxo 1* entre A e D, *fluxo 2* entre C e D e *fluxo 3* entre E e B. As chamadas chegam de acordo com processos de Poisson com taxa $\lambda_1$ = 10 chamadas/hora, $\lambda_2$ = 30 chamadas/hora e $\lambda_3$ = 20 chamadas/hora. Em todos os fluxos, a duração das chamadas é exponencialmente distribuída com média $1/\mu$ = 3 minutos e cada chamada requer uma largura de banda de 32 Kbps.

Calcule a probabilidade de bloqueio de cada fluxo segundo o teorema do limite do produto.



# Exemplo 2




- *<u>Fluxo 1</u>* entre A e D, *<u>fluxo 2</u>* entre C e D e *<u>fluxo 3</u>* entre E e B
- $\lambda_1$ = 10 cham/h, $\lambda_2$ = 30 cham/h e $\lambda_3$ = 20 cham/h
- $1/\mu$ = 3 minutos, cada chamada requer 32 Kbps

$$\bar{\rho}_j = \sum_{k \in K_j} \rho_k$$

$$B_k \leq 1 - \prod_{j \in R_k} \left(1 - ER\left[\bar{\rho}_j, C_j\right]\right)$$

$$E[\rho, C] = \frac{\rho^c / C!}{\sum_{n=0}^{C} \rho^n / n!}$$

$$\rho_1 = \frac{\lambda_1}{\mu_1} = \frac{10 \times 3}{60} = 0.5\,\text{Erl.} \qquad R_1 = \{AB, BD\}$$

$$\rho_2 = \frac{\lambda_2}{\mu_2} = \frac{30 \times 3}{60} = 1.5\,\text{Erl.} \qquad R_2 = \{BC, BD\}$$

$$\rho_3 = \frac{\lambda_3}{\mu_3} = \frac{20 \times 3}{60} = 1\,\text{Erl.} \qquad R_3 = \{BC, CE\}$$

$$\bar{\rho}_{AB} = \rho_1 = 0.5\,\text{Erl.} \qquad C_{AB} = 64/32 = 2\,\text{cham.}$$

$$\bar{\rho}_{BD} = \rho_1 + \rho_2 = 2\,\text{Erl.} \qquad C_{BD} = 96/32 = 3\,\text{cham.}$$

$$\bar{\rho}_{BC} = \rho_2 + \rho_3 = 2.5\,\text{Erl.} \qquad C_{BC} = 64/32 = 2\,\text{cham.}$$

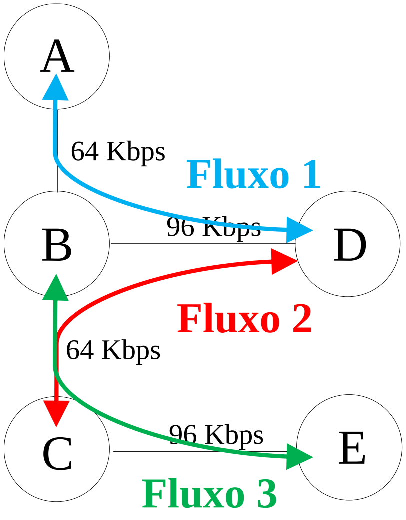
$$\bar{\rho}_{CE} = \rho_3 = 1\,\text{Erl.} \qquad C_{CE} = 96/32 = 3\,\text{cham.}$$

$$B_1 \leq 1 - \left(1 - ER\left[\bar{\rho}_{AB}, C_{AB}\right]\right) \times \left(1 - ER\left[\bar{\rho}_{BD}, C_{BD}\right]\right)$$

$$B_1 \leq 1 - \left(1 - \frac{\frac{0.5^2}{2!}}{\frac{0.5^0}{0!} + \frac{0.5^1}{1!} + \frac{0.5^2}{2!}}\right) \times \left(1 - \frac{\frac{2^3}{3!}}{\frac{2^0}{0!} + \frac{2^1}{1!} + \frac{2^2}{2!} + \frac{2^3}{3!}}\right)$$

$$B_1 \leq 0.2713 = \underline{27.13\%}$$

# Exemplo 2




- *Fluxo 1* entre A e D, *fluxo 2* entre C e D e *fluxo 3* entre E e B
- $\lambda_1$ = 10 cham/h, $\lambda_2$ = 30 cham/h e $\lambda_3$ = 20 cham/h
- $1/\mu$ = 3 minutos, cada chamada requer 32 Kbps

$$\bar{\rho}_j = \sum_{k \in K_j} \rho_k$$

$$B_k \le 1 - \prod_{j \in R_k} \left(1 - ER\left[\bar{\rho}_j, C_j\right]\right)$$

$$E[\rho, C] = \frac{\rho^c / C!}{\sum_{n=0}^{C} \rho^n / n!}$$

$$\rho_1 = \frac{\lambda_1}{\mu_1} = \frac{10 \times 3}{60} = 0.5\,\text{Erl.} \qquad R_1 = \{AB, BD\}$$

$$\rho_2 = \frac{\lambda_2}{\mu_2} = \frac{30 \times 3}{60} = 1.5\,\text{Erl.} \qquad R_2 = \{BC, BD\}$$

$$\rho_3 = \frac{\lambda_3}{\mu_3} = \frac{20 \times 3}{60} = 1\,\text{Erl.} \qquad R_3 = \{BC, CE\}$$

$$\bar{\rho}_{AB} = \rho_1 = 0.5\,\text{Erl.} \qquad C_{AB} = 64/32 = 2\,\text{cham.}$$

$$\bar{\rho}_{BD} = \rho_1 + \rho_2 = 2\,\text{Erl.} \qquad C_{BD} = 96/32 = 3\,\text{cham.}$$

$$\bar{\rho}_{BC} = \rho_2 + \rho_3 = 2.5\,\text{Erl.} \qquad C_{BC} = 64/32 = 2\,\text{cham.}$$

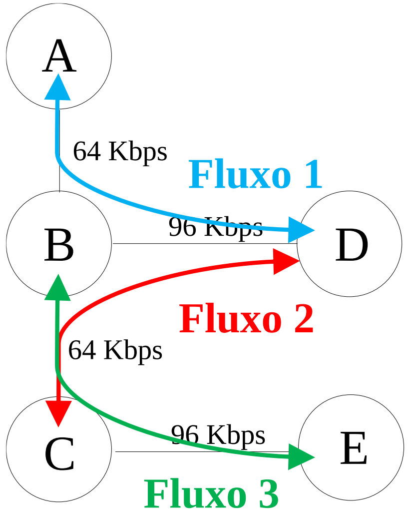
$$\bar{\rho}_{CE} = \rho_3 = 1\,\text{Erl.} \qquad C_{CE} = 96/32 = 3\,\text{cham.}$$

$$B_2 \le 1 - \left(1 - ER\left[\bar{\rho}_{BC}, C_{BC}\right]\right) \times \left(1 - ER\left[\bar{\rho}_{BD}, C_{BD}\right]\right)$$

$$B_2 \le 1 - \left(1 - \frac{\frac{2.5^2}{2!}}{\frac{2.5^0}{0!} + \frac{2.5^1}{1!} + \frac{2.5^2}{2!}}\right) \times \left(1 - \frac{\frac{2^3}{3!}}{\frac{2^0}{0!} + \frac{2^1}{1!} + \frac{2^2}{2!} + \frac{2^3}{3!}}\right)$$

$$B_2 \le 0.5829 = \underline{58.29\%}$$

# Exemplo 2




- <u>*Fluxo 1*</u> entre A e D, <u>*fluxo 2*</u> entre C e D e <u>*fluxo 3*</u> entre E e B
- $\lambda_1$ = 10 cham/h, $\lambda_2$ = 30 cham/h e $\lambda_3$ = 20 cham/h
- $1/\mu$ = 3 minutos, cada chamada requer 32 Kbps

$$\bar{\rho}_j = \sum_{k \in K_j} \rho_k$$

$$B_k \le 1 - \prod_{j \in R_k} \left(1 - ER\left[\bar{\rho}_j, C_j\right]\right)$$

$$E[\rho, C] = \frac{\rho^c / C!}{\sum_{n=0}^{C} \rho^n / n!}$$

$$\rho_1 = \frac{\lambda_1}{\mu_1} = \frac{10 \times 3}{60} = 0.5\,\text{Erl.} \qquad R_1 = \{AB, BD\}$$

$$\rho_2 = \frac{\lambda_2}{\mu_2} = \frac{30 \times 3}{60} = 1.5\,\text{Erl.} \qquad R_2 = \{BC, BD\}$$

$$\rho_3 = \frac{\lambda_3}{\mu_3} = \frac{20 \times 3}{60} = 1\,\text{Erl.} \qquad R_3 = \{BC, CE\}$$

$$\bar{\rho}_{AB} = \rho_1 = 0.5\,\text{Erl.} \qquad C_{AB} = 64/32 = 2\,\text{cham.}$$

$$\bar{\rho}_{BD} = \rho_1 + \rho_2 = 2\,\text{Erl.} \qquad C_{BD} = 96/32 = 3\,\text{cham.}$$

$$\bar{\rho}_{BC} = \rho_2 + \rho_3 = 2.5\,\text{Erl.} \qquad C_{BC} = 64/32 = 2\,\text{cham.}$$

$$\bar{\rho}_{CE} = \rho_3 = 1\,\text{Erl.} \qquad C_{CE} = 96/32 = 3\,\text{cham.}$$

$$B_3 \le 1 - \left(1 - ER\left[\bar{\rho}_{BC}, C_{BC}\right]\right) \times \left(1 - ER\left[\bar{\rho}_{CE}, C_{CE}\right]\right)$$

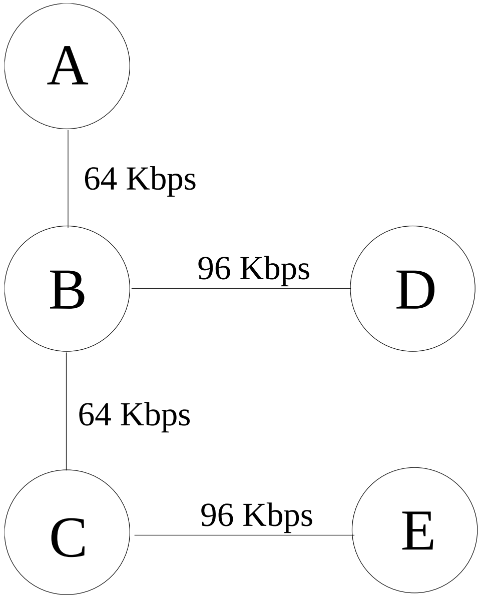
$$B_3 \le 1 - \left(1 - \frac{\frac{2.5^2}{2!}}{\frac{2.5^0}{0!} + \frac{2.5^1}{1!} + \frac{2.5^2}{2!}}\right) \times \left(1 - \frac{\frac{1^3}{3!}}{\frac{1^0}{0!} + \frac{1^1}{1!} + \frac{1^2}{2!} + \frac{1^3}{3!}}\right)$$

$$B_3 \le 0.5057 = \underline{50.47\%}$$

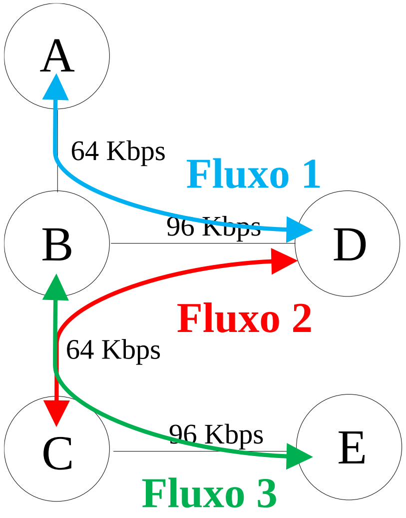
# Exemplo 3

Considere a rede da figura que suporta: *fluxo 1* entre A e D, *fluxo 2* entre C e D e *fluxo 3* entre E e B. As chamadas chegam de acordo com processos de Poisson com taxa $\lambda_1$ = 10 chamadas/hora, $\lambda_2$ = 30 chamadas/hora e $\lambda_3$ = 20 chamadas/hora. Em todos os fluxos, a duração das chamadas é exponencialmente distribuída com média $1/\mu$ = 3 minutos e cada chamada requer uma largura de banda de 32 Kbps.

Escreva as equações que permitem calcular a probabilidade de bloqueio de cada fluxo através da aproximação de carga reduzida.



# Exemplo 3




- *<u>Fluxo 1</u>* entre A e D, *<u>fluxo 2</u>* entre C e D e *<u>fluxo 3</u>* entre E e B
- $\lambda_1$ = 10 cham/h, $\lambda_2$ = 30 cham/h e $\lambda_3$ = 20 cham/h
- 1/$\mu$ = 3 minutos, cada chamada requer 32 Kbps

$$L_j = ER\left[\sum_{k \in K_j} \rho_k \prod_{i \in R_k - \{j\}} (1 - L_i), C_j\right] \quad , j = 1, 2, \ldots, J$$

$$B_k \approx 1 - \prod_{j \in R_k} (1 - L_j) \quad k = 1,\ 2,\ \ldots,\ K$$

$$\rho_1 = \frac{\lambda_1}{\mu_1} = \frac{10 \times 3}{60} = 0.5 \text{ Erl.}$$

$$\rho_2 = \frac{\lambda_2}{\mu_2} = \frac{30 \times 3}{60} = 1.5 \text{ Erl.}$$

$$\rho_3 = \frac{\lambda_3}{\mu_3} = \frac{20 \times 3}{60} = 1 \text{Erl.}$$

$$\cancel{\bar{\rho}_{AB} = \rho_1 = 0.5 \text{ Erl.}}$$

$$\cancel{\bar{\rho}_{BD} = \rho_1 + \rho_2 = 2 \text{ Erl.}}$$

$$\cancel{\bar{\rho}_{BC} = \rho_2 + \rho_3 = 2.5 \text{ Erl.}}$$

$$\cancel{\bar{\rho}_{CE} = \rho_3 = 1 \text{Erl.}}$$

$$R_1 = \{AB, BD\}$$

$$R_2 = \{BC, BD\}$$

$$R_3 = \{BC, CE\}$$

$$C_{AB} = 64/32 = 2 \text{ cham.}$$

$$C_{BD} = 96/32 = 3 \text{ cham.}$$

$$C_{BC} = 64/32 = 2 \text{ cham.}$$

$$C_{CE} = 96/32 = 3 \text{ cham.}$$

$$\begin{aligned} L_{AB} &= ER[\rho_1 \times (1 - L_{BD}), C_{AB}] \\ &= ER[0.5 \times (1 - L_{BD}), 2] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} L_{BD} &= ER[\rho_1 \times (1 - L_{AB}) + \rho_2 \times (1 - L_{BC}), C_{BD}] \\ &= ER[0.5 \times (1 - L_{AB}) + 1.5 \times (1 - L_{BC}), 3] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} L_{BC} &= ER[\rho_2 \times (1 - L_{BD}) + \rho_3 \times (1 - L_{CE}), C_{BC}] \\ &= ER[1.5 \times (1 - L_{BD}) + (1 - L_{CE}), 2] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} L_{CE} &= ER[\rho_3 \times (1 - L_{BC}), C_{CE}] \\ &= ER[(1 - L_{BC}), 3] \end{aligned}$$

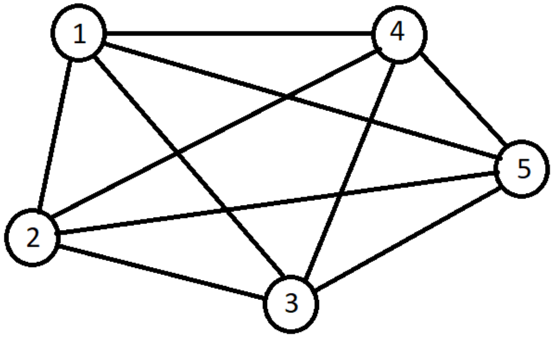
$$B_1 = 1 - (1 - L_{AB}) \times (1 - L_{BD})$$

$$B_2 = 1 - (1 - L_{BC}) \times (1 - L_{BD})$$

$$B_3 = 1 - (1 - L_{BC}) \times (1 - L_{CE})$$

# Encaminhamento dinâmico da rede telefónica

- Os métodos de encaminhamento dinâmico eram usados nas redes de transporte dos operadores telefónicos.
- Estas redes tinham conectividade total, ou seja, incluíam uma ligação direta entre todos os pares de nós da rede.
- Assim, numa rede com $N$ nós:
  - existem $N \times (N - 1) / 2$ ligações
  - o número de percursos com apenas duas ligações entre quaisquer duas centrais é $N - 2$.




- Numa rede com conectividade total, o percurso *direto* é o percurso pela ligação direta do nó origem para o nó destino.
- É sempre preferível encaminhar uma chamada pelo percurso direto (os percursos alternativos consomem mais recursos).
- *Trunk reservation*: reserva de um conjunto de circuitos em cada ligação para chamadas no percurso direto (limita o excesso de encaminhamento alternativo).

# Encaminhamento dinâmico da rede telefónica

Os métodos de encaminhamento dinâmico têm as seguintes características em comum:

1. quando é pedido o estabelecimento de uma chamada entre duas centrais, a chamada é encaminhada no percurso direto, se houver pelo menos um circuito disponível;
2. quando o percurso direto está indisponível, a chamada pode ser encaminhada num dos percursos alternativos permitidos;
3. os percursos alternativos têm sempre apenas duas ligações, ou seja, as chamadas nunca são estabelecidas em percursos com três ou mais ligações.

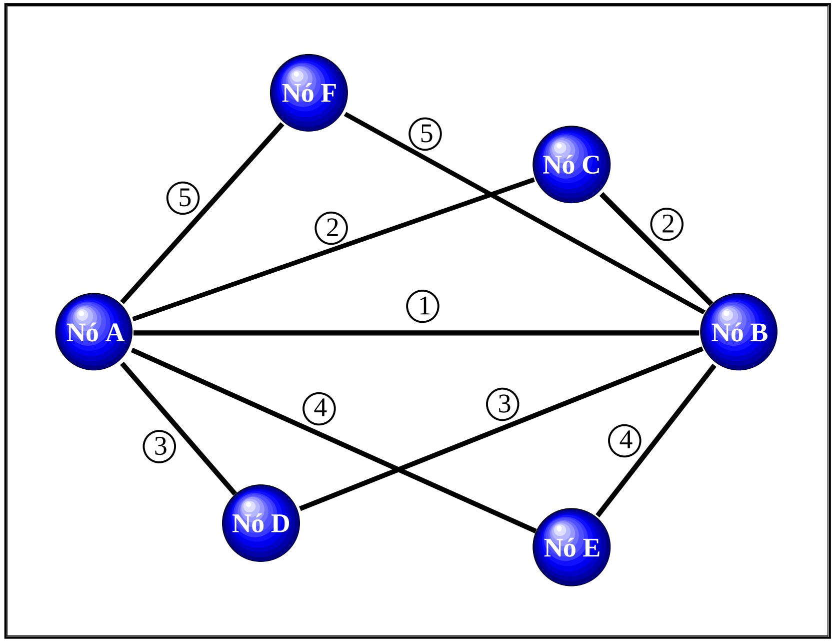
Os diferentes métodos de encaminhamento diferem na forma como é definido, em cada instante, o conjunto de percursos alternativos.

# Encaminhamento sequencial

- É a base do protocolo introduzido pela AT&T nos anos 80 designado por DNHR - *Dynamic Non-Hierarchical Routing*.
- A cada par de centrais origem-destino associa-se uma lista ordenada de percursos alternativos. Se um pedido de chamada encontra o percurso direto indisponível:
  1) a chamada é estabelecida no primeiro percurso alternativo disponível da lista ordenada;
  2) se todos os percursos alternativos estiverem indisponíveis a chamada é bloqueada.
- Os diferentes parâmetros da rede (a lista de percursos alternativos, a ordenação dos percursos na lista, a percentagem de circuitos reservados em cada ligação, etc...) variam no tempo, sendo considerados até 10 períodos distintos em cada dia.
- Quando a segunda ligação de um percurso alternativo está indisponível, a central intermédia tem de sinalizar a central origem dessa ocorrência para que esta possa tentar outro percurso alternativo (função designada por *crankback*).

# DNHR

Nó A → Nó B




| Lista #N | Percursos recomendados presentes na lista | Período de tempo |
|---|---|---|
| Lista #1 | 1→3→2→4 | 10:00– 12:00 |
| Lista #2 | 1→4→2 | 12:00 – 17:00 |
| Lista #3 | 1→3→5→2 | 17:00– 19:00 |
| Lista #4 | 1→5→4 | 19:00– 23:00 |
| Lista #5 | 1→2→3 | 23:00 – 10:00 |

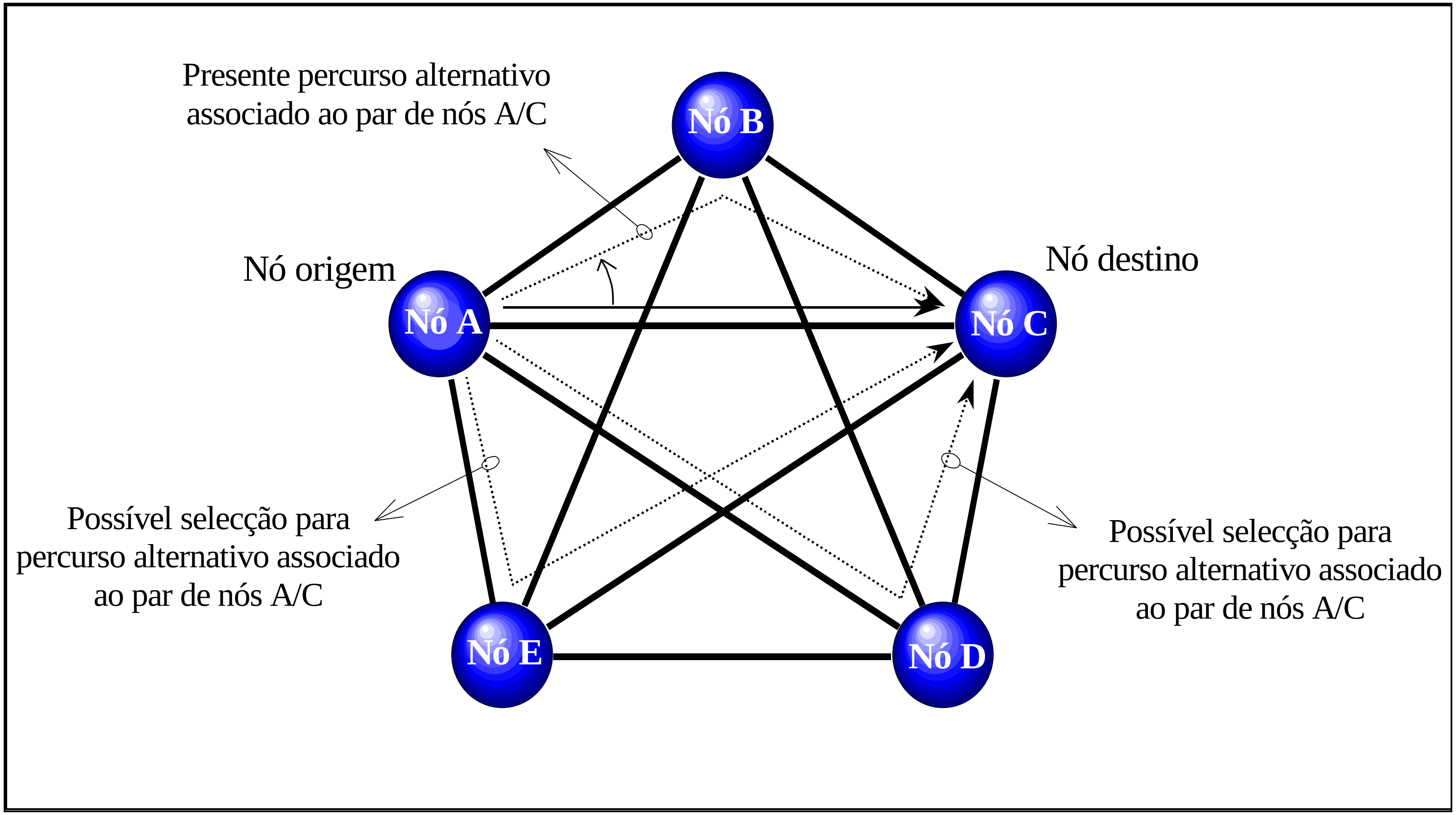
# Encaminhamento aleatório retardado

- Este método é a base do protocolo <u>DAR - *Dynamic Alternative Routing*</u> introduzido pelos British Telecom nos anos 90.
- Associa-se a cada par de centrais origem-destino um percurso alternativo (e apenas um):
    1) se quando uma chamada chega o percurso direto está indisponível e o percurso alternativo está disponível a chamada é estabelecida no percurso alternativo;
    2) caso contrário, a chamada é bloqueada e é escolhido um novo percurso alternativo para as chamadas subsequentes;
    3) o novo percurso alternativo é escolhido aleatoriamente de entre os $N$ – 3 percursos alternativos restantes.

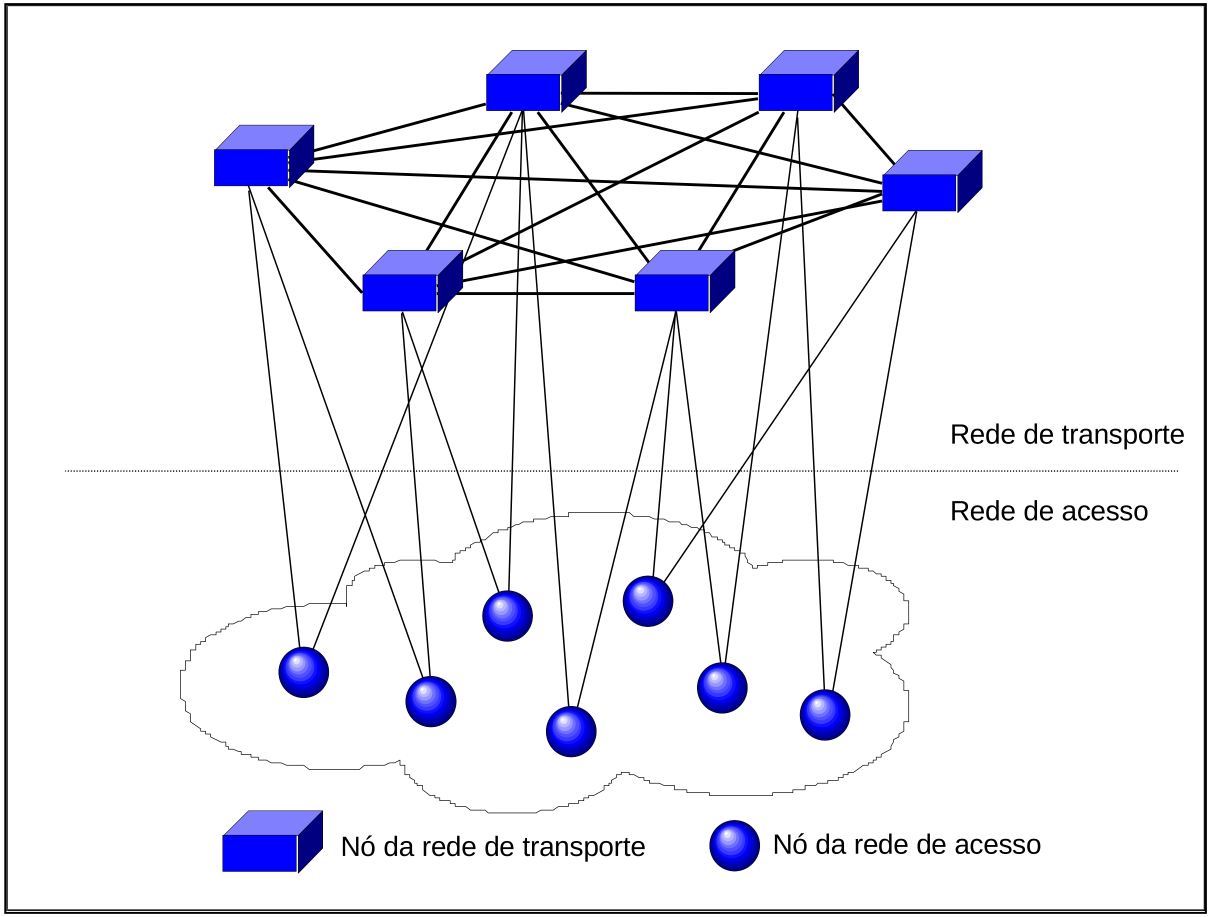
Relativamente ao DHNR:

- não é necessário implementar a função de *cranckback* dado que apenas é tentado um percurso alternativo (os mecanismos de sinalização são mais simples)
- adapta-se dinamicamente ao tráfego sem necessidade de gestão centralizada dos percursos alternativos

# Operação do protocolo DAR

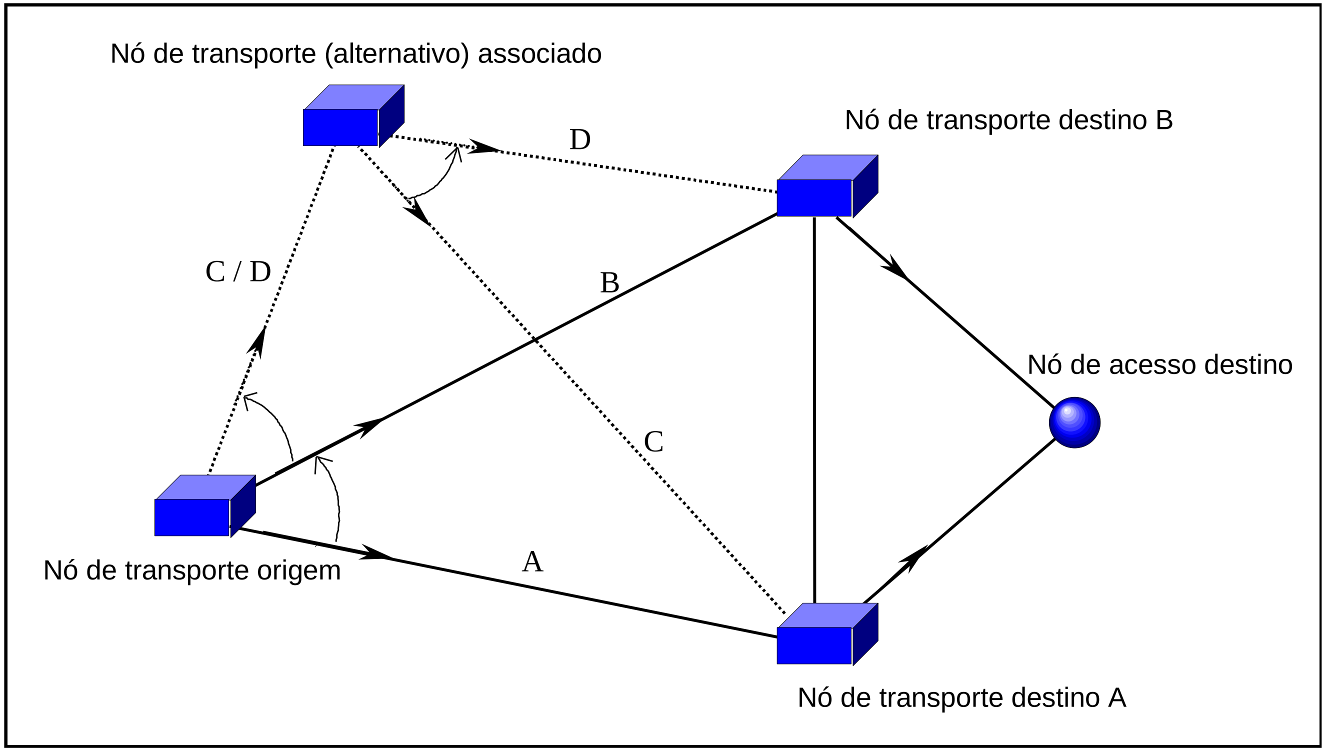


# DAR na rede da British Telecom




- Rede organizada em rede de transporte e rede de acesso.
- Rede de transporte com conectividade física total.
- Cada nó de acesso com ligação física a dois nós de transporte (para proteção de falha individual de ligação).

# DAR na rede da British Telecom




- No nó de transporte onde chega o pedido de chamada existem 2 percursos diretos e um nó de transporte alternativo.
- Primeiro são tentados os dois percursos diretos.
- Depois são tentados os dois percursos via nó alternativo.
- Se a chamada bloquear, outro nó alternativo é escolhido para o próximo pedido de chamada para o mesmo destino.

# Encaminhamento de menor carga

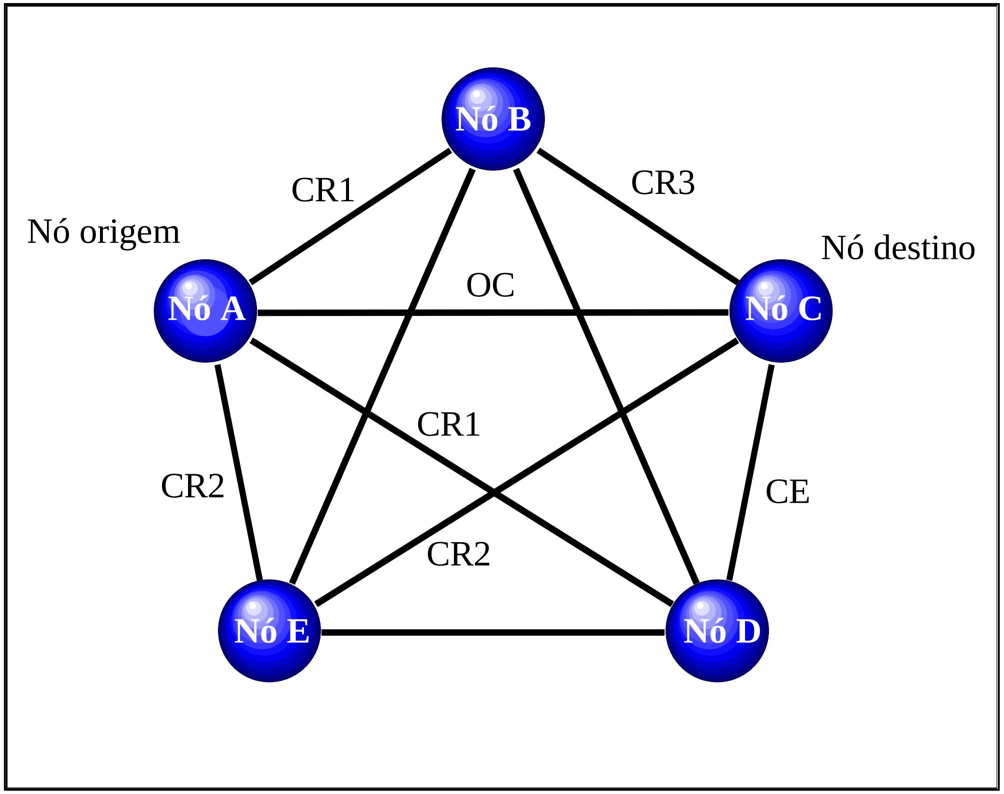
- Este método mantém um registo da capacidade não utilizada em cada percurso alternativo (corresponde ao número de circuitos não ocupados, para lá dos circuitos reservados).
- Quando o percurso direto está indisponível, escolhe o percurso alternativo de menor carga máxima; se todos os percursos alternativos estiverem indisponíveis a chamada é bloqueada.

Este método está na base do protocolo RTNR - *Real-Time Network Routing* introduzido pela AT&T no início dos anos 90:

1) quando o percurso direto está indisponível, a central origem pergunta à central destino qual a capacidade não utilizada de todas as suas ligações;
2) após receber essa informação, a central origem determina qual o percurso alternativo de menor carga máxima, com base na informação de que dispõe sobre a capacidade não utilizada das suas próprias ligações.

- Este método é mais eficiente que o DAR mas exibe uma maior complexidade nos mecanismos de sinalização.

# RTNR




**Níveis de carga considerados:**

CR1 - Carga Reduzida de nível 1

CR2 - Carga Reduzida de nível 2

CR3 - Carga Reduzida de nível 3

CE - Carga Elevada

RS – Reservado

OC - Ocupado

No cenário da figura, chega um pedido de chamada:

Nó A → Nó C

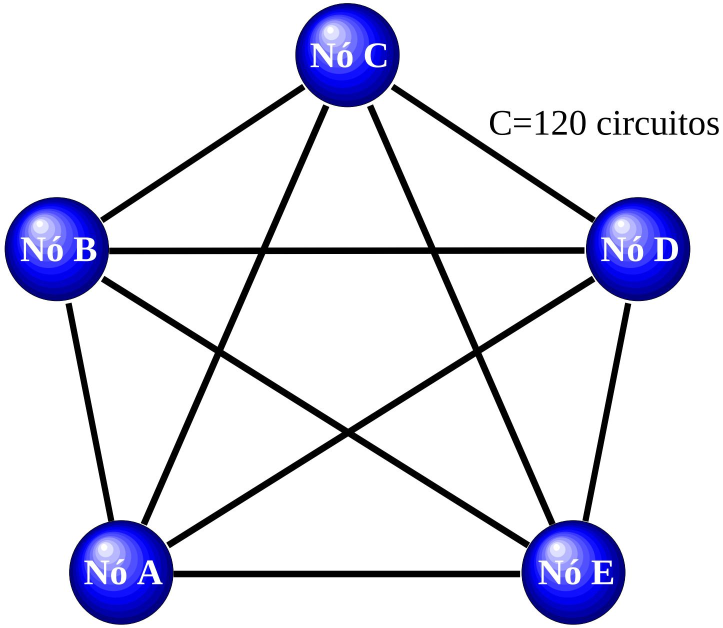
- O percurso direto está Ocupado.
- A chamada é estabelecida por E pois neste caso a carga máxima das duas ligações (A→E e E→C) é CR2.

# Metaestabilidade e reserva de recursos

Reserva de recursos **r** para percursos diretos numa ligação de capacidade **C**: número de circuitos que só pode ser ocupado por percursos diretos (i.e., percursos alternativos podem ocupar no máximo **C** – **r**).

Considere-se o exemplo da figura:

- rede com conectividade total;
- encaminhamento aleatório global;
- tráfego oferecido igual para todos os pares origem-destino;
- mesma reserva de recursos **r** em todas as ligações.

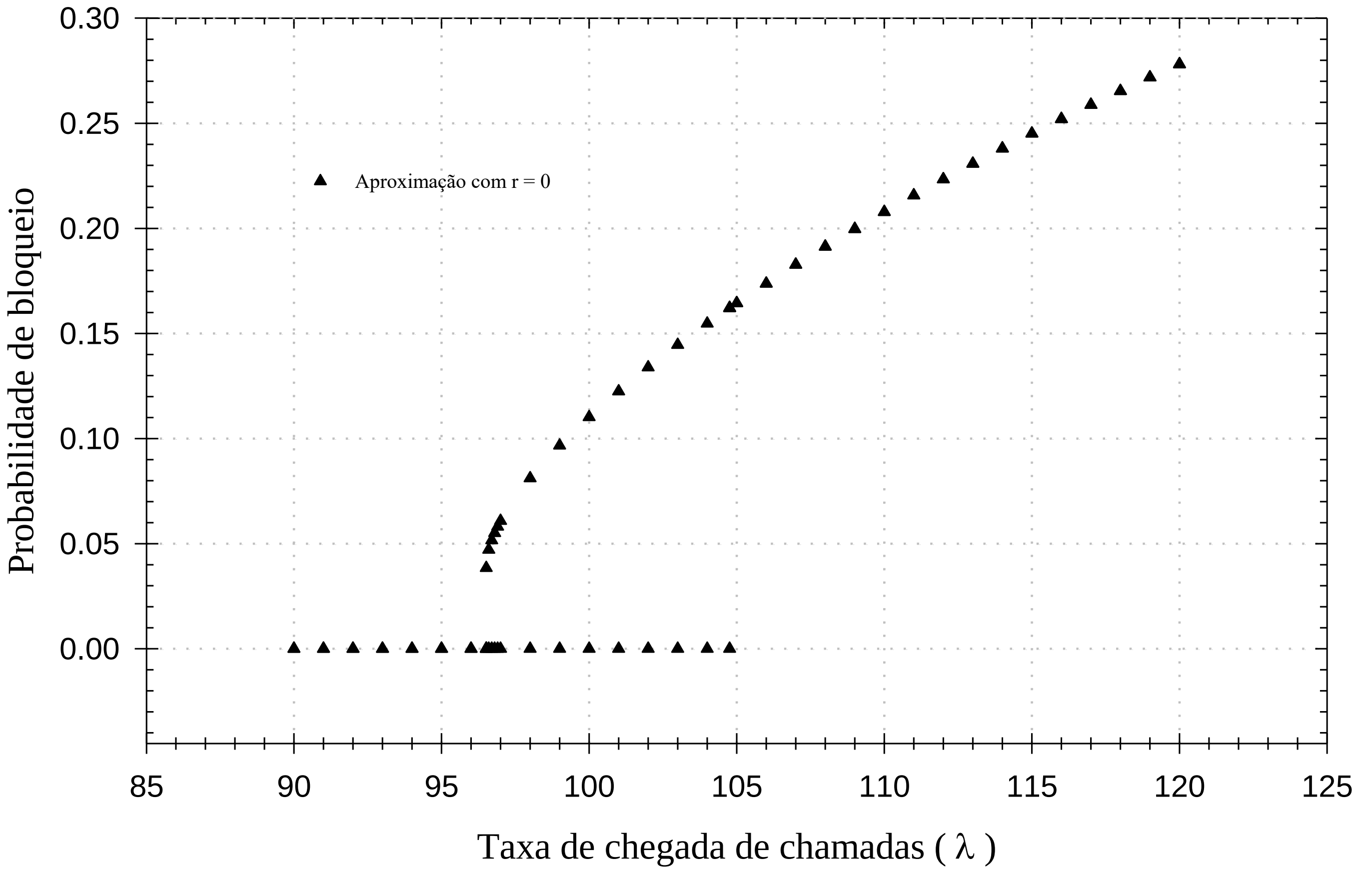



O desempenho desta rede pode ser calculado de forma aproximada por processos analíticos.

# Desempenho sem reserva de recursos (r=0)

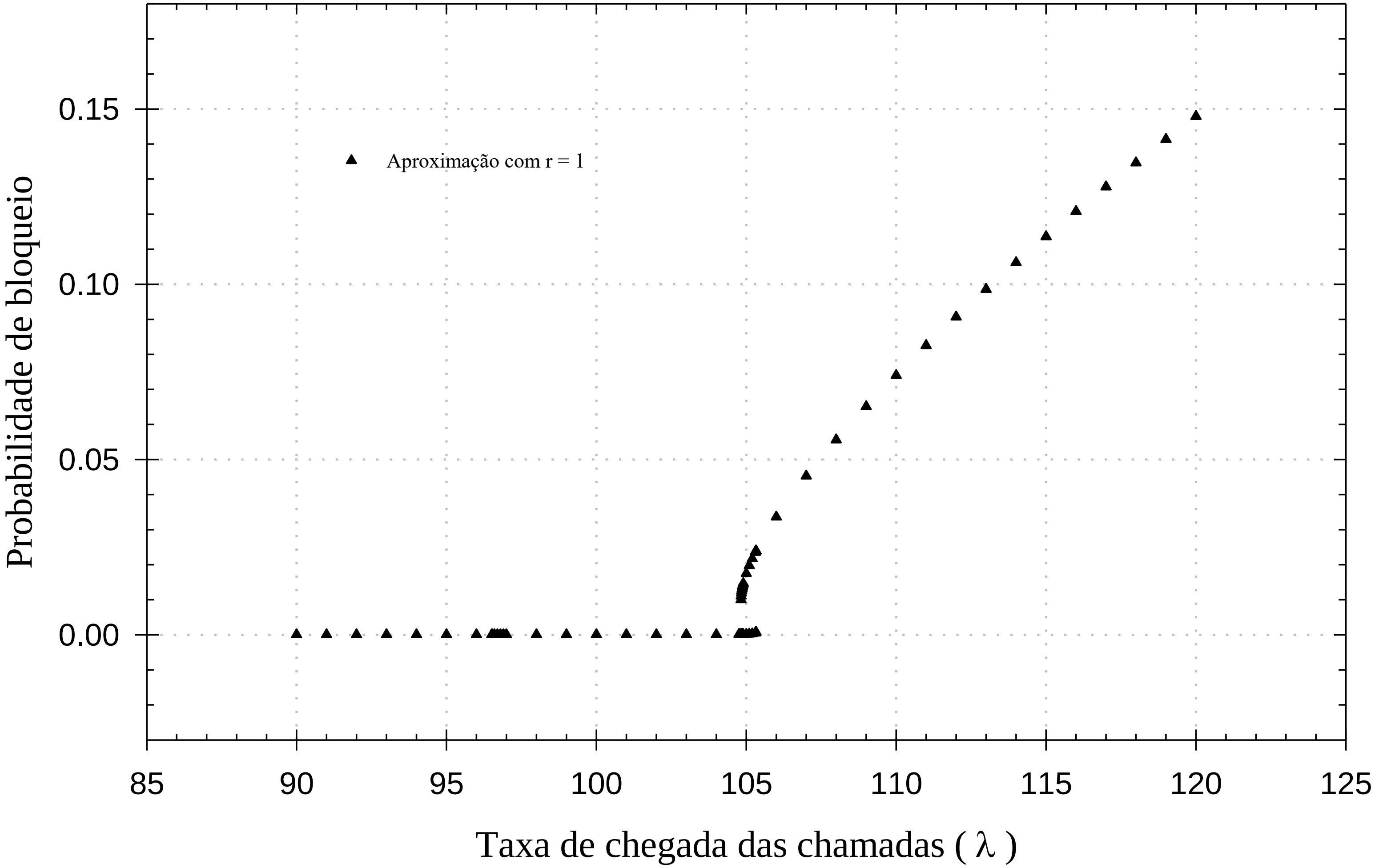
Instabilidade para valores de $\lambda$ entre 96 e 105:

- Existem intervalos de tempo em que a maior parte do tráfego é encaminhada pelo percurso direto (probabilidade de bloqueio desprezável).
- Existem intervalos de tempo em que a maior parte do tráfego é encaminhada pelos percursos alternativos (probabilidade de bloqueio elevada).



# Desempenho com reserva de um circuito (r=1)

A instabilidade é reduzida com uma reserva de 1 em 120 circuitos



# Desempenho com reserva de 2 ou mais circuitos

Valores crescentes de reserva anulam a instabilidade e aumentam o desempenho da rede (diminuem a percentagem de tráfego que usa percursos alternativos)