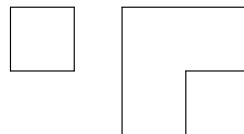


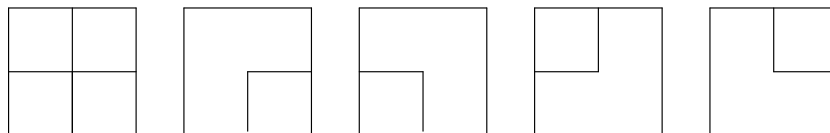


*Estudo autónomo para resolver na aula de 17-05-2018*

1. Resolva a relação de recorrência não linear  $a_n = \sqrt[3]{a_{n-1} a_{n-2}^2}$ ,  $n \geq 2$ , com  $a_0 = e^3$  e  $a_1 = e^4$ .
2. De quantas maneiras podemos distribuir 20 *donuts* iguais por 4 crianças de modo a que cada criança receba pelo menos três donuts e não mais do que sete donuts? Recorra, justificando, ao método da função geradora para responder a esta questão.
3. Um especialista na área da computação recebe uma proposta de trabalho da qual consta um salário anual de 40 mil euros, a garantia de um aumento de 50% ao ano a partir do segundo ano e ainda um bónus de 10 mil euros por cada ano que está na empresa. Seja  $S_n$  o valor pago pela empresa no  $n$ -ésimo ano de trabalho.
  - (a) Obtenha uma relação de recorrência apropriada para  $S_n$ , determine a respetiva equação característica e, a partir daí, mostre que
$$S_n = 80 \left(\frac{3}{2}\right)^n - 60 - 20n, \text{ com } n \geq 1.$$
  - (b) Determine a função geradora da sucessão  $(S_n)_{n \in \mathbb{N}}$ .
  - (c) Aplique o método da função geradora para obter a fórmula fechada de  $S_n$  (dada em (a)).
4. Seja  $q_n$  o número de palavras de comprimento  $n \geq 1$  no alfabeto  $\{a, b, c, d\}$  que contêm um número ímpar de  $b$ 's. Encontre uma relação de recorrência para  $q_n$  e resolva-a.
5. Seja  $p_n$  o número de possíveis pavimentações de uma região de dimensão  $2 \times n$  usando as peças da figura seguinte de áreas 1 e 3, respetivamente:



Note que,  $p_2$  é igual a 5 correspondendo às seguintes possibilidades de tamanho  $2 \times 2$ :



Encontre uma relação de recorrência para  $p_n$ , indicando também as respetivas condições iniciais.

*Apoio ao estudo autónomo (bibliografia recomendada em [elearning.ua.pt](http://elearning.ua.pt)):*

- Matemática Discreta: Comb., Teoria dos Grafos e Algoritmos, *D. Cardoso, J.S., M.R.*, 2011.
- Tópicos de Matemática Discreta, *José S. Pinto*, Universidade de Aveiro, 1999.
- Estudo Autónomo: um objeto de aprendizagem ativa, *A.J. Neves, M.P. Carvalho*, MD 2016/2017.
- Slides de apoio às aulas.
- Orientações Tutoriais (OTs) e horário de atendimento do seu professor.