MÉDIAS MÓVEIS - MA

Médias Móveis de Ordem q MA(q)

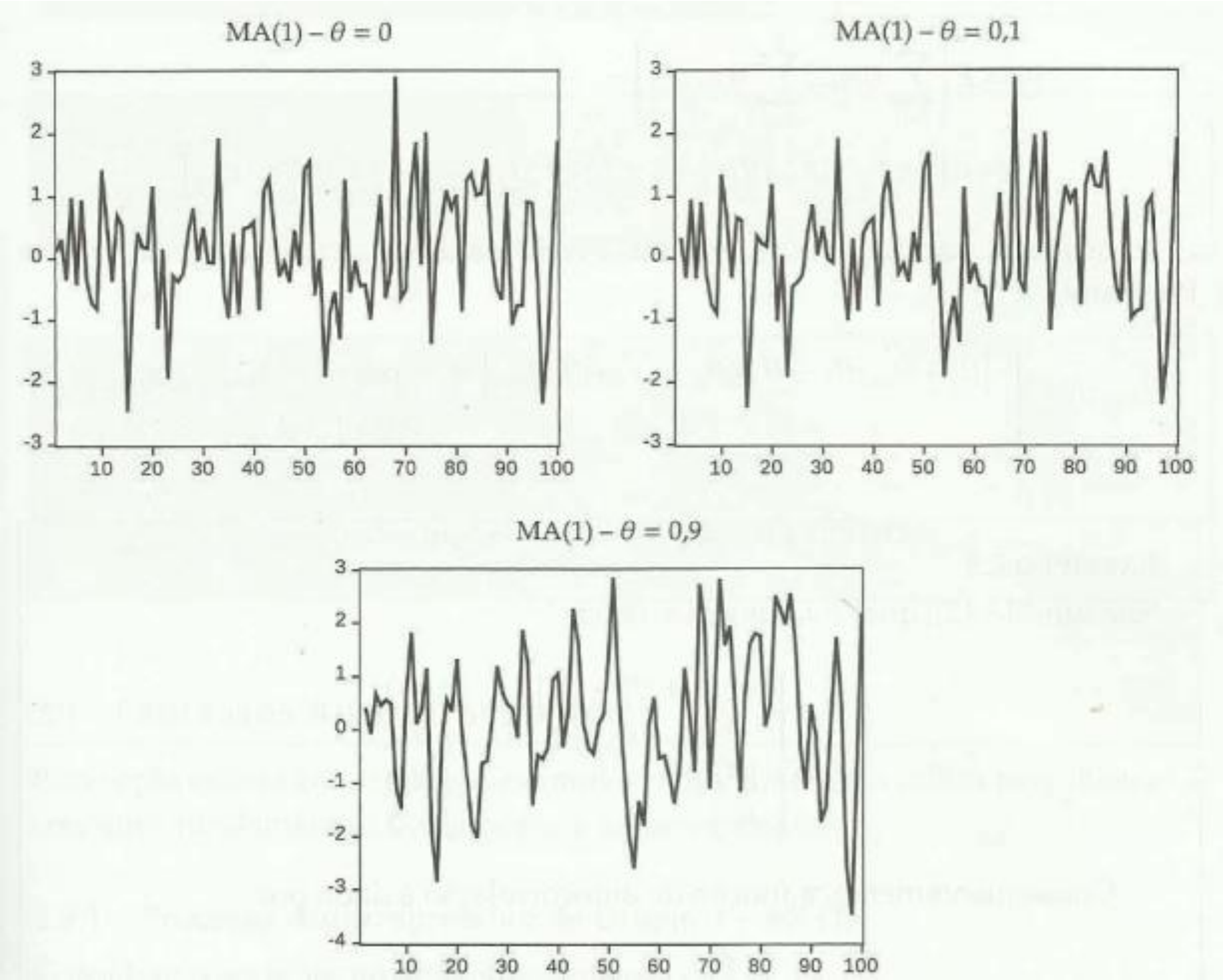
Um processo de média móvel de ordem q é definido como:

$$\boldsymbol{y_t = \mu + \varepsilon_t + \emptyset_1 \varepsilon_{t-1} + \cdots + \emptyset_q \varepsilon_{t-q}}$$

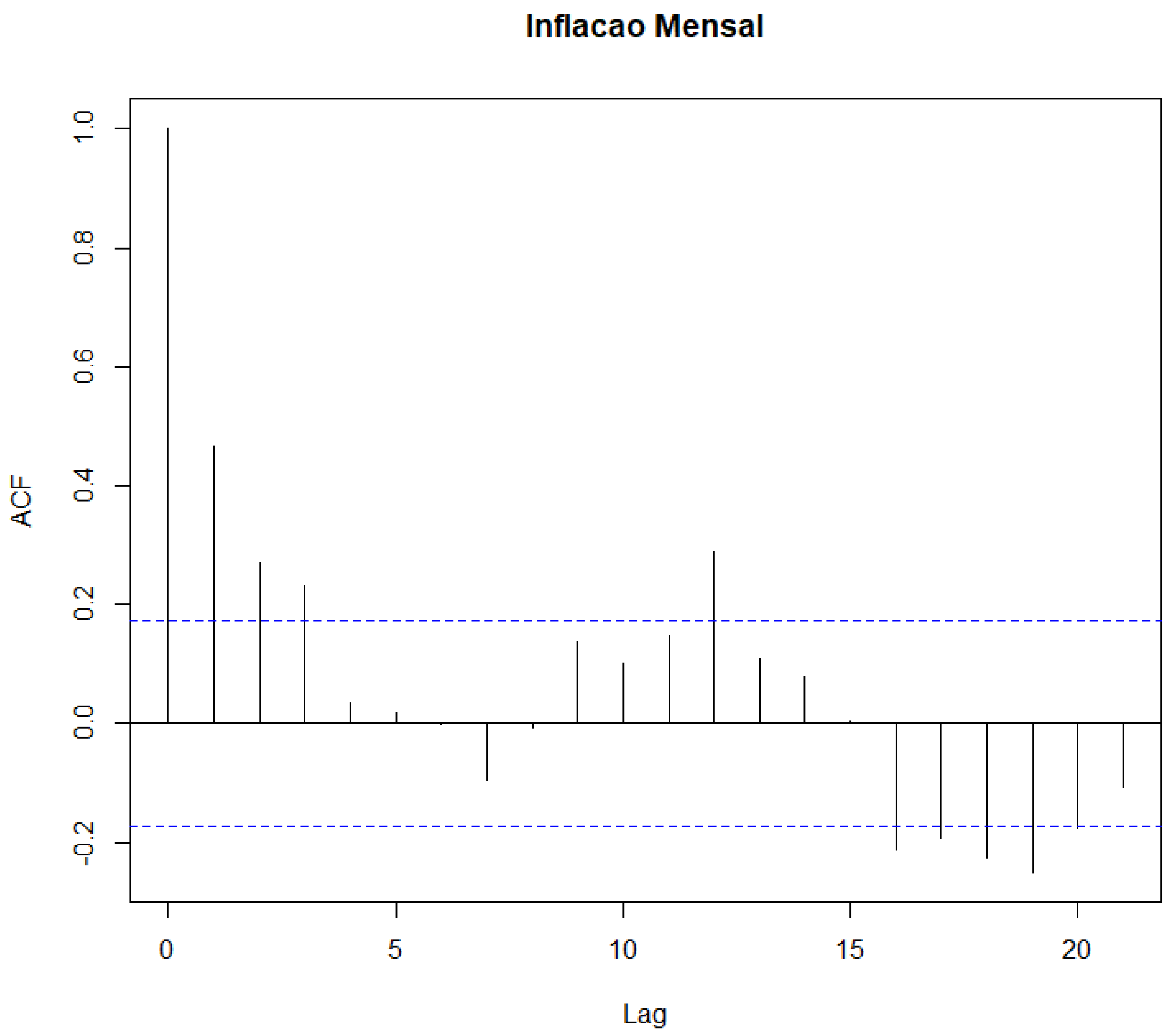
Como não existe *lag* para a variável $\boldsymbol{y_t}$, então $\boldsymbol{cov(y_t, y_{t-1}) = 0}$

A ideia é que $\boldsymbol{y_t}$ se move ao redor de sua média $\boldsymbol{\mu}$ e com uma combinação linear dos erros passados.

Exemplos:


MA(1) – θ = 0
3
2
1
0
-1
-2
-3
10 20 30 40 50 60 70 80 90 100
MA(1) – θ = 0,1
3
2
1
0
-1
-2
-3
10 20 30 40 50 60 70 80 90 100
MA(1) – θ = 0,9
3
2
1
0
-1
-2
-3
-4
10 20 30 40 50 60 70 80 90 100

O *lag* ótimo é sugerido pela função FAC



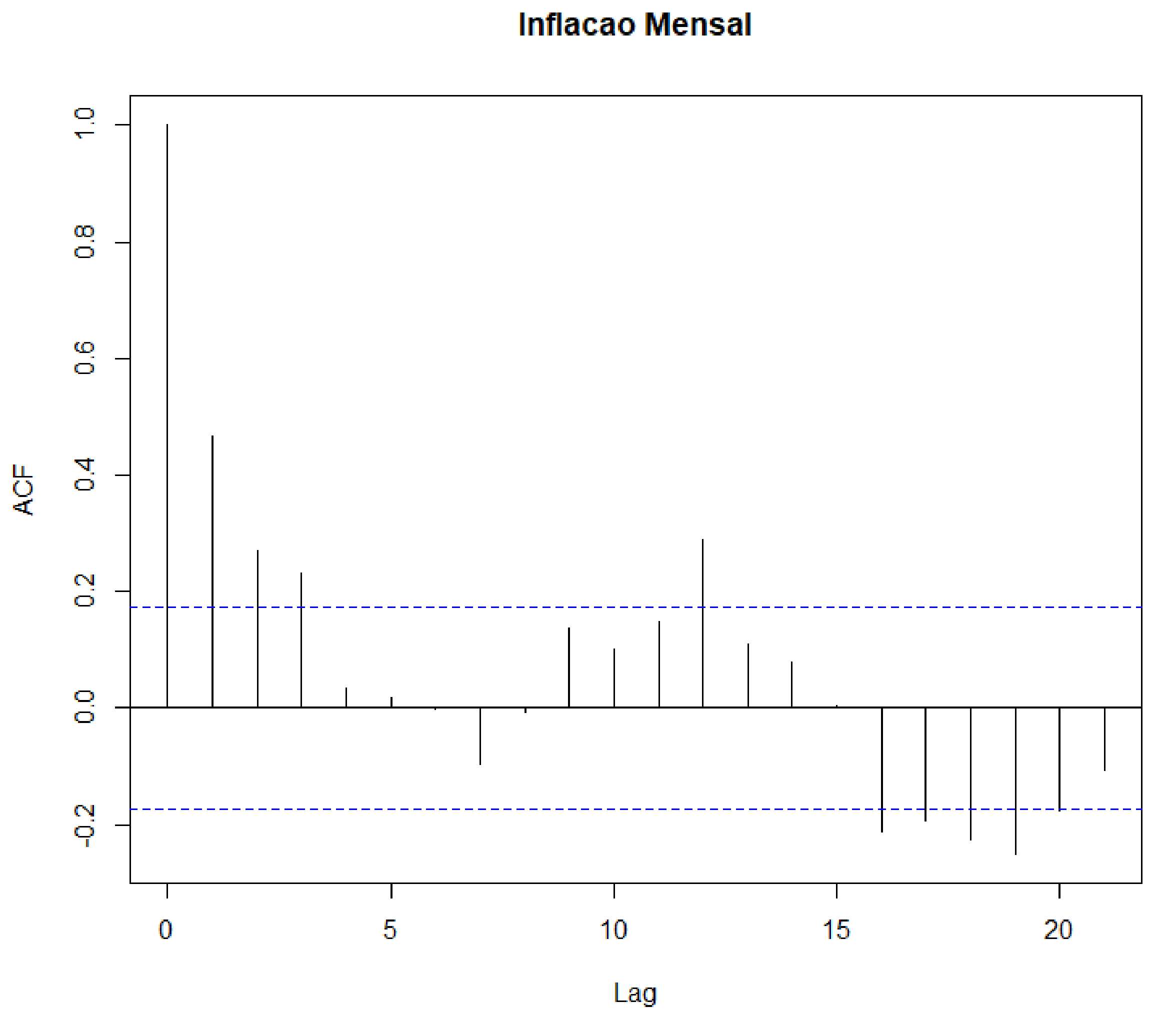
Processo Autorregressivo de Médias Móveis – ARMA(p,q)

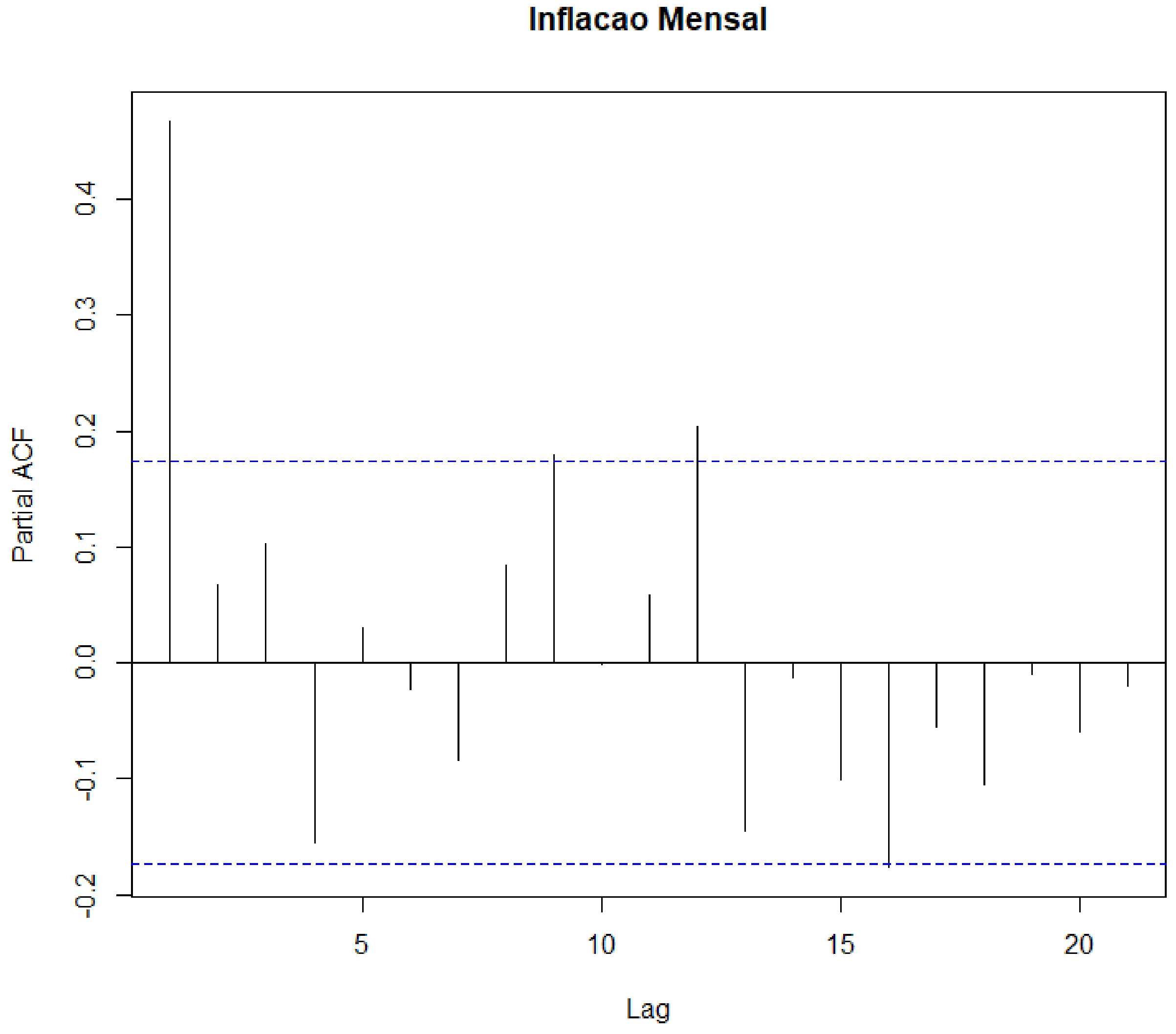
O processo autorregressivo de médias móveis é simplesmente uma combinação dos processos vistos anteriormente.

Um ARMA (p,q) pode ser escrito como:

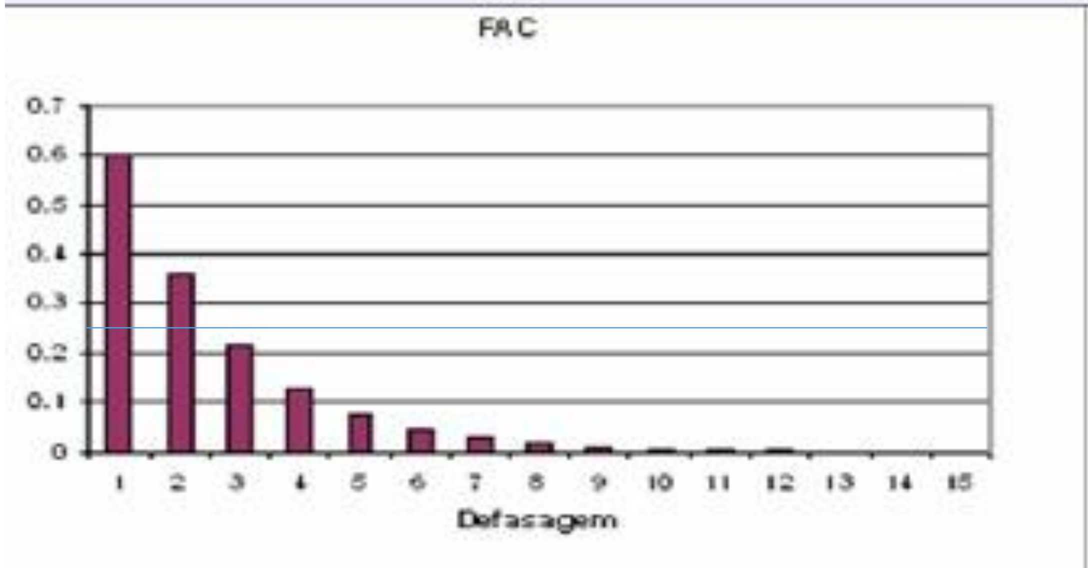
$$\boldsymbol{y_t = \emptyset_{i1} y_{t-1} + \cdots + \emptyset_{ip} y_{t-p} + \varepsilon_t + \emptyset_{j1} \varepsilon_{t-1} + \cdots + \emptyset_{jq} \varepsilon_{t-q}}$$

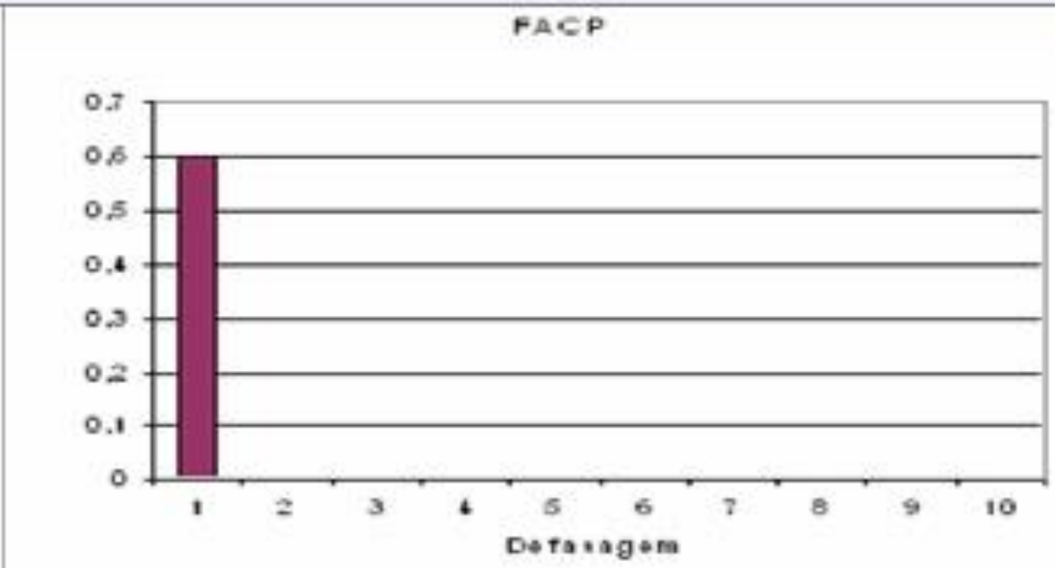
ARMA(1,3)


Inflacao Mensal
ACF
1.0
0.8
0.6
0.4
0.2
0.0
-0.2
0
5
10
15
20
Lag


Inflacao Mensal
Partial ACF
0.4
0.3
0.2
0.1
0.0
-0.1
-0.2
5
10
15
20
Lag

Coeficientes:





Teste de Ljung-Box

Inferido qual seria o *lag* ótimo da defasagem dos erros, deduz-se que a partir de então a autocorrelação dos erros sejam estatisticamente insignificantes.

Uma de se verificar se os erros voltaram a ser não autocorrelacionados é por meio do Teste de Ljung-Box.

$$\boldsymbol{H_0 = não\ há\ autocorrelação\ entre\ os\ erros: \sum_{j=1}^{n} \rho_j = 0}$$

$$\boldsymbol{H_1 = há\ autocorrelação\ entre\ os\ erros: \sum_{j=1}^{n} \rho_j \neq 0}$$

Teste de Ljung-Box

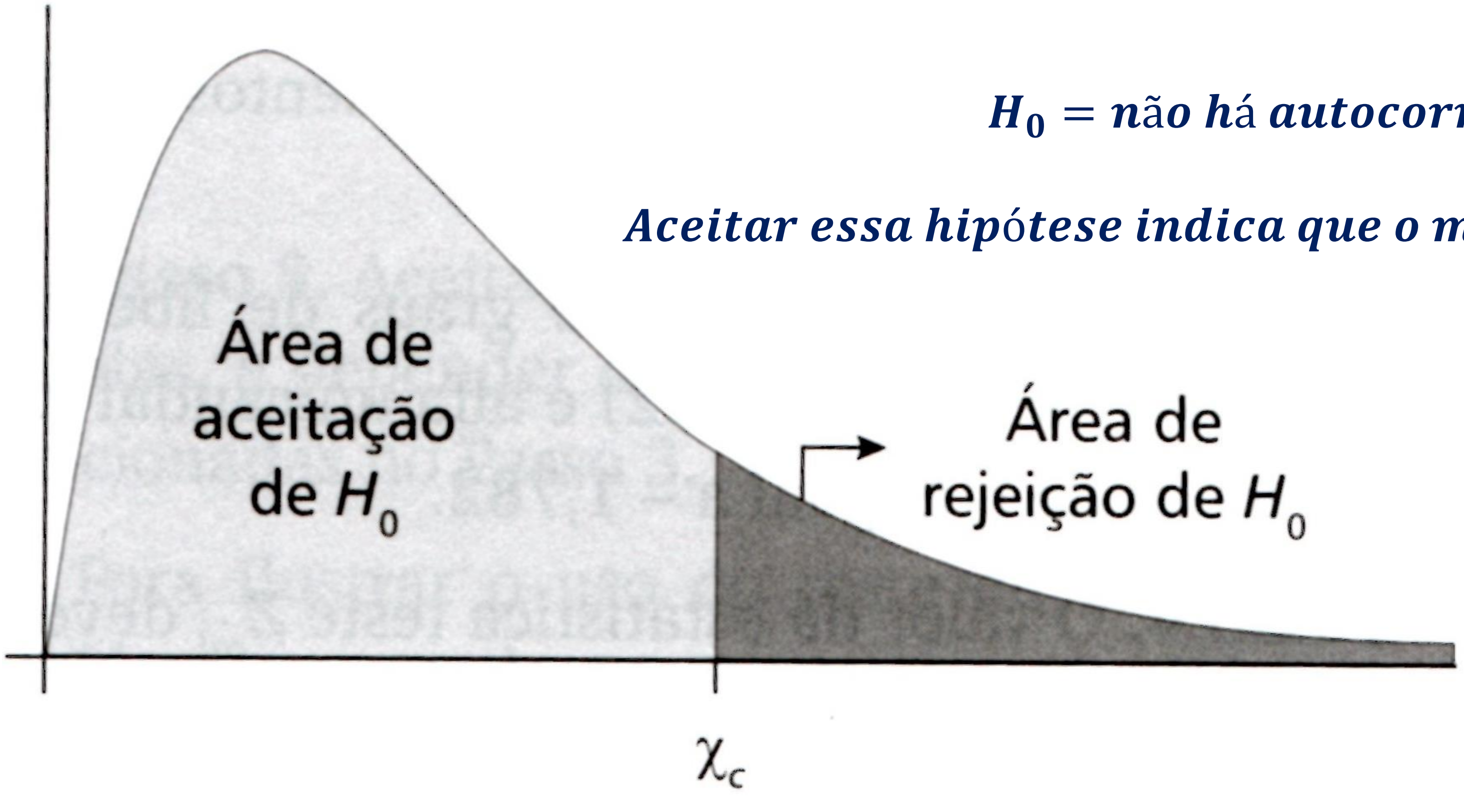
$$Q = T(T+2)\sum_{j=1}^{n}\frac{\hat{\rho}_j^2}{T-j}\xrightarrow{d} = x_n^2$$

T: quantidade de observações
n: defasagem dos resíduos
$\hat{\rho}_j^2$ quandrado da autocorrelação estimada entre os j resíduos

x_n^2 indica convergência em distribuição para uma distribuição qui-quadrado com n graus de liberdade

$H_0 = \text{não há autocorrelação entre os erros};$

$\text{Aceitar essa hipótese indica que o modelo ARMA}(p, q) \text{ se ajusta aos dados}$



X_c segue n-p-q graus de liberdade

$X_c > Q$ aceitamos a hipótese nula de que não há mais autocorrelação entre os ε_t

Ao invés de utilizarmos os valores críticos adotaremos a seguinte regra:

A um nível de 95% de confiança:

Se o valor-p > 0,05 aceitaremos a hipótese nula de que não há autocorrelação.

Se o valor-p < 0,05 rejeitaremos a hipótese nula de que não há autocorrelação

```r
library(readxl)
library(ggplot2)
```

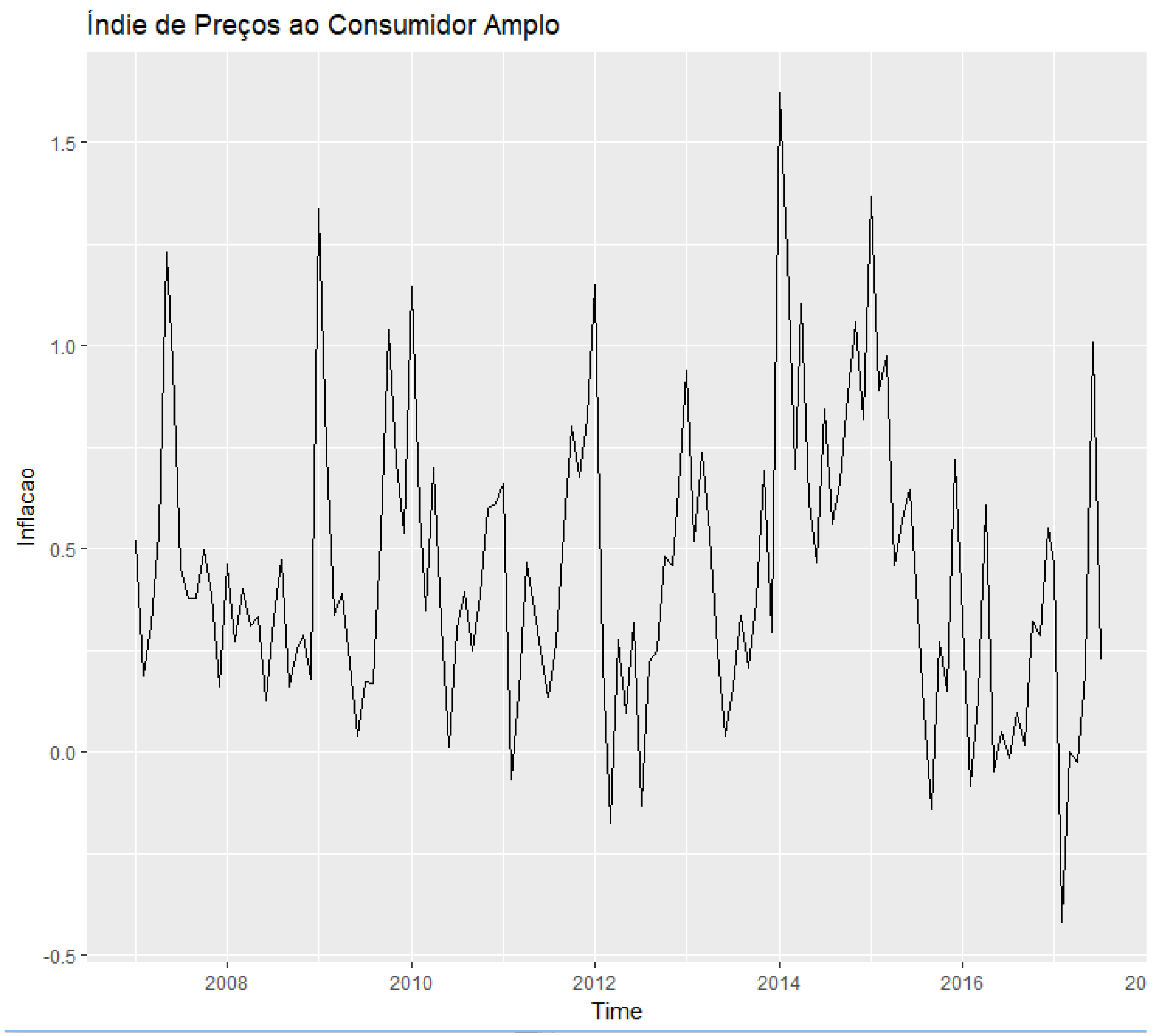
```r
install.packages("readxl")
install.packages("ggplot2")
```

```r
IPCA <- read_excel("c:/Econometria/IPCA.xls")
IPCA <- IPCA[,-1]

Inflacao <- ts(IPCA$IPCA, start = 2008-01, frequency = 12)

View(Inflacao)
```

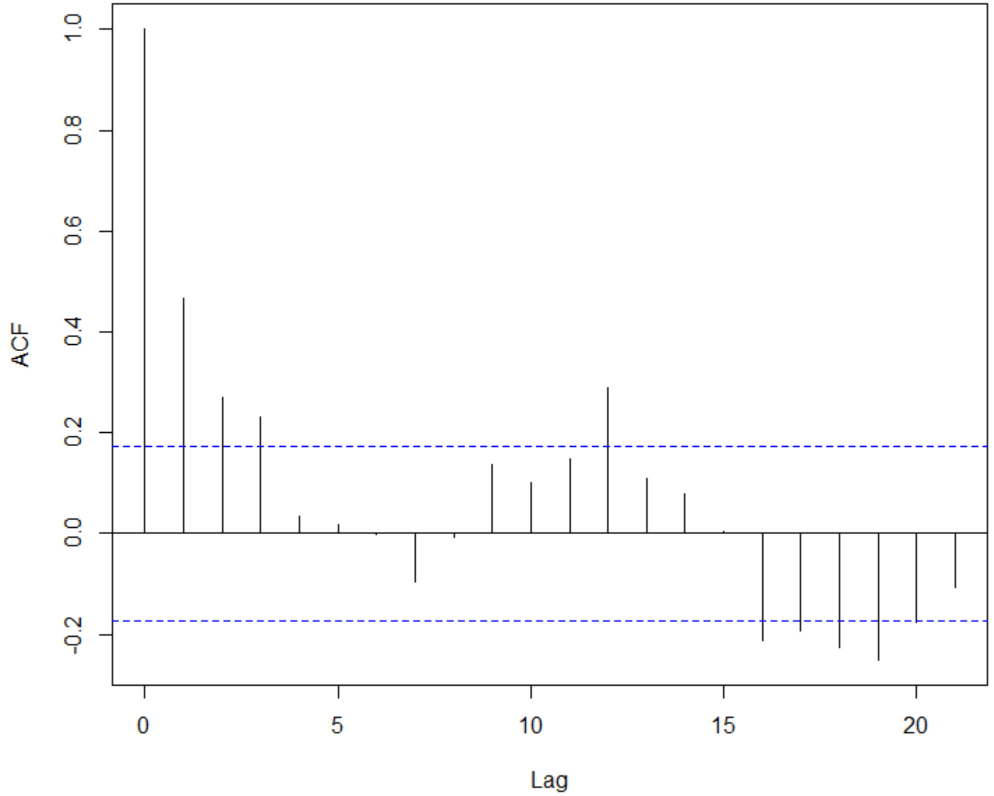
```r
autoplot(Inflacao, main="Índie de Preços ao Consumidor Amplo")
```



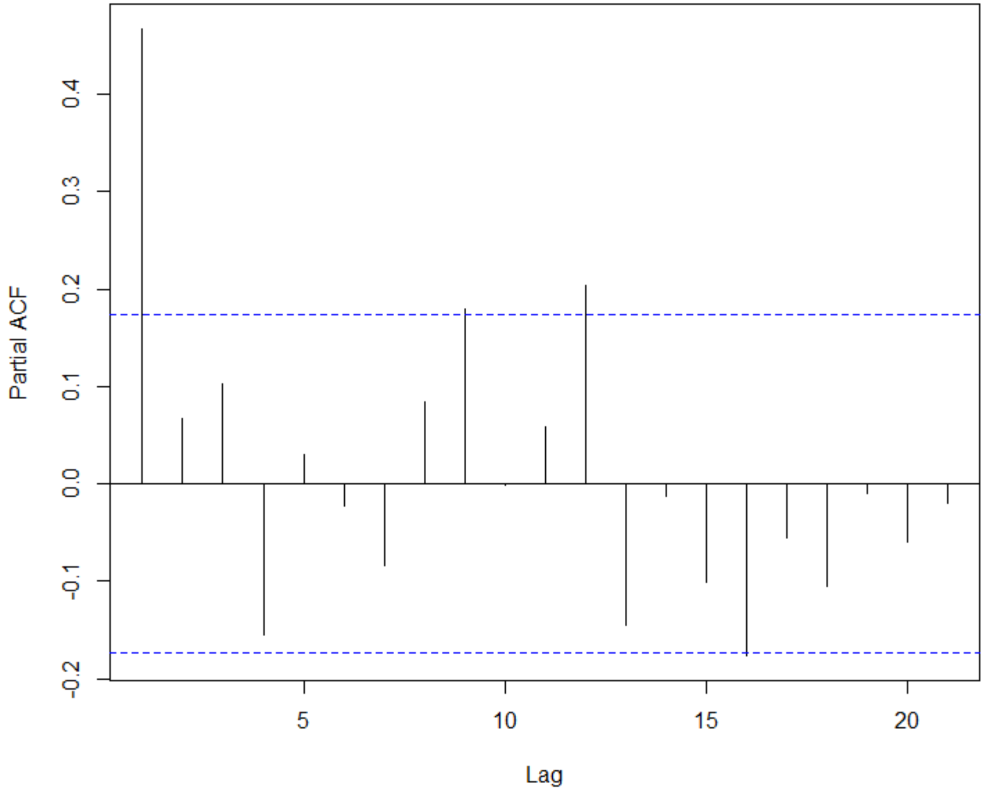
```
Resumo_Estatistico <- summary(Inflacao)
Resumo_Estatistico
```

```
   Min.  1st Qu.   Median     Mean  3rd Qu.     Max.
-0.4166   0.2124   0.3794   0.4413   0.6315   1.6215
```

acf(IPCA)



pacf(IPCA)



```
MA3 <- arima(Inflacao,c(0,0,3))
MA3


Call:
arima(x = Inflacao, order = c(0, 0, 3))

Coefficients:
         ma1     ma2     ma3  intercept
      0.4439  0.1985  0.2245     0.4412
s.e.  0.0888  0.0922  0.0774     0.0504
```

$$y_t = \mu + \varepsilon_t + \emptyset_1\varepsilon_{t-1} + \emptyset_2\varepsilon_{t-2} + \emptyset_3\varepsilon_{t-3}$$

$$y_t = 0,4412 + \varepsilon_t + 0,4439\varepsilon_{t-1} + 0,1985\varepsilon_{t-2} + 0,2245\varepsilon_{t-3}$$

```
ARMA13 <- arima(Inflacao,order = c(1,0,3))
ARMA13


Call:
arima(x = Inflacao, order = c(1, 0, 3))

Coefficients:
         ar1     ma1     ma2     ma3  intercept
      0.2928  0.1556  0.0678  0.2038     0.4408
s.e.  0.4129  0.4125  0.2005  0.0931     0.0544

sigma^2 estimated as 0.09365:  log likelihood = -30,  aic = 72
```

$$y_t = c + \emptyset_{i1} y_{t-1} + \emptyset_{j1} \varepsilon_{t-1} + \emptyset_{j2} \varepsilon_{t-2} + \emptyset_{j3} \varepsilon_{t-3} + \varepsilon_t$$

$$y_t = \underset{(0{,}0544)}{0{,}4408} + \underset{(0{,}4129)}{0{,}2928} y_{t-1} + \underset{(0{,}4125)}{0{,}1556} \varepsilon_{t-1} + \underset{(0{,}2005)}{0{,}0678} \varepsilon_{t-2} + \underset{(0{,}0931)}{0{,}2038} \varepsilon_{t-3} + \varepsilon_t$$

```
ARMA13$residuals
```

→ Retorna os resíduas da regressão

```
TesteJB13 <- Box.test(ARMA13$residuals,lag = 3, type = "Ljung")
TesteJB
```

```
        Box-Ljung test

data:  ARMA13$residuals
X-squared = 0.026171, df = 3, p-value = 0.9989
```

```
MA1 <- arima(Inflacao,order = c(0,0,1))
MA2 <- arima(Inflacao,order = c(0,0,2))
MA3 <- arima(Inflacao,order = c(0,0,3))
TesteJB1 <- Box.test(MA1$residuals,lag = 3, type = "Ljung")
TesteJB1
TesteJB2 <- Box.test(MA2$residuals,lag = 3, type = "Ljung")
TesteJB2
TesteJB3 <- Box.test(MA3$residuals,lag = 3, type = "Ljung")
TesteJB3
```

```r
P_Valores <- c(TesteJB1$p.value,TesteJB2$p.value,TesteJB3$p.value)
Modelos <- c("MA1","MA2","MA3")
Resultados <- data.frame(Modelos,P_Valores)
View(Resultados)
```

Resultados | 6 -Modelos Aut

Filter

	Modelos	P_Valores
1	MA1	0.02510550
2	MA2	0.04650754
3	MA3	0.97170479