# Optimización en la mezcla de cafés regionales

Sebastian Pedraza, Estefanny Pachon, Sabina Moreno

### I. Introducción

En el complejo escenario de la producción de café, Ja vecoffee se enfrenta a un desafío de optimización de gran envergadura: hallar la fórmula perfecta que, más allá de satisfacer paladares, maximice los recursos disponibles.

Este proyecto se sumerge en la tarea intrincada de balancear la excelencia en la mezcla con la eficiencia económica. La meta es explorar cómo la programación lineal puede ser una herramienta valiosa no solo para perfeccionar el perfil de sabor deseado, sino también para optimizar los recursos, minimizando los costos asociados con la adquisición de materias primas.

A través de este análisis, se desentrañarán los elementos clave de la eficiencia en la producción de café, examinando cómo la implementación de modelos matemáticos puede actuar como un catalizador para la innovación en la industria cafetalera. Este desafío se aborda desde una perspectiva dual: la creación de mezclas con parámetros definidos por el mercado y la maximización de la eficiencia operativa.

## II. SITUACIÓN PROBLEMA

Un emprendimiento de café llamado Ja vecoffee produce dos tipos de mezclas: Premium y Deluxe. El café usado para las mezclas proviene de diferentes regiones del país y tiene la siguiente información:

Café	Costo (\$/lb)	% de cafeína	Disponibilidad (lb)
Tolima	52	2.5	20000
Cauca	50	2	25000
Eje Cafetero	48	1.5	15000

TABLE I: Perfil de Materias Primas Cafetaleras: Costo, Cafeína y Disponibilidad.

Los requerimientos del mercado son los siguientes:

Mezcla	Precio (\$/lb)	% cafeína	Demanda (lb)
Premium	72	2.5	35000
Deluxe	75	2.0	25000

TABLE II: Requisitos del café.

### III. OBJETIVOS

## A. Objetivo Principal

 Optimizar la producción de las mezclas Premium y Deluxe en el emprendimiento de café Ja vecoffee, maximizando la rentabilidad y cumpliendo con los requisitos del mercado, dados los costos, porcentajes de cafeína y disponibilidad de café de distintas regiones.

## B. Objetivos Específicos

- Determinar la cantidad óptima de café a adquirir de las regiones Tolima, Cauca y Eje Cafetero para satisfacer la demanda del mercado y los porcentajes de cafeína requeridos en las mezclas Premium y Deluxe.
- Minimizar los costos asociados a la adquisición de café, considerando los precios y disponibilidades de las distintas regiones.
- Asegurar que las mezclas Premium y Deluxe cumplan con los estándares de calidad definidos por el mercado en términos de porcentaje de cafeína.
- 4) Evaluar la rentabilidad del proceso de producción y determinar posibles ajustes para mejorar la eficiencia económica del emprendimiento.

## IV. REPRESENTACIÓN DE LA PROBLEMÁTICA EN CUEST IÓN

Antes de generar lo modelos es importante definir los siguientes dos conjuntos.

```
i = \{1 : \text{Tolima}, 2 : \text{Cauca}, 3 : \text{Eje cafetero}\}\
j = \{1 : \text{Premium}, 2 : \text{Deluxe}\}\
```

Las variables que corresponden al problema son:

- 1)  $X_{i,j} \rightarrow$  cantidad del café que usamos de la región i en la mezcla j. (Variable de decisión)
- 2)  $C_{i,j} \to \text{precio de compra del café de la región } i \text{ en la mezcla } j.$
- 3)  $P_{i,j} \rightarrow \text{precio de venta del café de la región } i \text{ en la mezcla } j.$
- 4)  $%C_i \rightarrow %$  de cafeína procedente de la región i.

- 5)  $%C_i \rightarrow %$  de cafeína de la región i.
- 6)  $%C_i \rightarrow %$  de cafeína mínimo para la mezcla j.
- 7)  $D_i \to \text{Demanda de café para la mezcla } j$ .
- 8)  $R_i \rightarrow \text{Disponibilidad de café en la región } i$ .

La **función objetivo** para maximizar el lucro en un problema de optimización lineal puede expresarse como la suma de los ingresos menos los costos, con base en las variables definidas previamente, la función se representa de la siguiente manera:

$$Z = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m} (P_j \cdot X_{i,j}) - \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m} (C_{i,j} \cdot X_{i,j})$$

Para las resrticciones empecemos con la demanda del mercado, donde la cantidad que café que generamos en la mezcla no puede superar a la demanda que tiene el mercado. El modelo matemático asociado sera el siguiente:

$$\sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m} (X_{i,j}) \le D_j$$

La segunda restricción corresponde a la disponibilidad del café por región, dividendo por regiones obtenemos las siguientes restricciones:

$$\sum_{j=1}^{m} (X_{\text{Region},j}) \le R_{\text{Region}}$$

Note que por cada región (Tolima, Cauca, Eje cafetero) se generará una restricción.

Ahora para los requerimientos de cafeína por mezcla, debemos asegurarnos que el porcentaje de la mezcla sea el requerido por el mercado(2.5% para Premium y 2% Para Deluxe). El modelo generado es el siguiente:

$$\sum_{i=1}^{n} \left( \frac{X_{i,\text{mezcla}}}{\sum_{i=1}^{n} (X_{i,\text{mezcla}})} \cdot \%C_{i} \right) \ge \%C_{j}$$

Observe que para cada mezcla (Premium y Deluxe) se generará una restriccion que asegura que se cumpla el requisito del café.

## V. MARCO TEÓRICO

**Optimización con Gurobi:** Gurobi Optimization es una librería líder en el campo de la optimización matemática.para resolver una amplia gama de problemas de optimización, desde programación lineal y cuadrática hasta programación entera mixta y cuadrática cónica.

En el contexto del proyecto de optimización de mezcla de cafés regionales, Gurobi se utiliza para encontrar la combinación óptima de café de diferentes regiones, considerando costos, porcentajes de cafeína y disponibilidad. La capacidad de Gurobi para manejar problemas complejos de programación lineal y entera mixta facilita la búsqueda de soluciones que maximizan el lucro del emprendimiento Ja vecoffee.

## VI. SOLUCIÓN DEL PROBLEMA

En esta sección, abordaremos la implementación de los modelos matemáticos desarrollados para la optimización en la mezcla de cafés regionales. Hemos formulado el problema como un programa lineal, considerando las variables, coeficientes y restricciones derivados del análisis de los costos, porcentajes de cafeína y disponibilidad de café de diferentes regiones. La herramienta principal para la resolución de este modelo es Gurobi.

Luego, se procedió a definir los parámetros y datos esenciales para el problema, tales como el precio de venta por libra para las mezclas Premium y Deluxe, la demanda específica para cada una de ellas, la disponibilidad de café en las diferentes regiones (Tolima, Cauca, Eje Cafetero), así como el porcentaje de cafeína asociado a cada región. Con estos elementos, se construyó el modelo, generando las variables de decisión pertinentes y añadiendo las restricciones necesarias para capturar las restricciones del problema Al resolver el modelo, se obtuvo el siguiente resultado:

```
Restricted license - for non-production use only - expires 2024-10-28
Set parameter Kondonvex to value 2
Ourboid Optimizer version 18-0.3 build v10-0.3rc0 (mac64[arm])

CPU model: Apple M2
Thread count: 8 physical cores, 8 logical processors, using up to 8 threads

Optimize a model with 7 rows, 12 columns and 18 nonzeros

Model 1 fingerprint: 0x07ad0800
Model has 6 quadratic constraints

Continuation 1 (19-00)
Continuous model is non-convex -- solving as a MIP

Presolve time: 0.000
Presolved: 04 rows, 30 columns, 114 nonzeros

Presolved imme: 0.000
Continuous model is non-convex -- solving as a MIP

Presolve time: 0.000
Continuous model is non-convex -- solving as a MIP

Presolve time: 0.000
Continuous model is non-convex -- solving as a MIP

Presolve time: 0.000
Continuous model is non-convex -- solving as a MIP

Presolve time: 0.000
Continuous model is non-convex -- solving as a MIP

Presolve time: 0.000
Continuous model is non-convex -- solving as a MIP

Presolve time: 0.000
Continuous model is non-convex -- solving as a MIP

Presolve time: 0.000
Continuous model is non-convex -- solving as a MIP

Presolve time: 0.000
Continuous model is non-convex -- solving as a MIP

Presolve time: 0.000
Continuous model is non-convex -- solving as a MIP

Presolve time: 0.000
Continuous model is non-convex -- solving as MIP

Presolve time: 0.000
Continuous model is non-convex -- solving as MIP

Presolve time: 0.000
Continuous model is non-convex -- solving as MIP

Presolve time: 0.000
Continuous model is non-convex -- solving as MIP

Presolve time: 0.000
Continuous model is non-convex -- solving as MIP

Presolve time: 0.000
Continuous model is non-convex -- solving as MIP

Presolve time: 0.000
Continuous model is non-convex -- solving as MIP

Presolve time: 0.000
Continuous model is non-convex -- solving as MIP

Presolve time: 0.000
Continuous model is non-convex -- solving as MIP

Presolve time: 0.000
Continu
```

Fig. 1: Solución del modelo.

Los datos relevantes para el análisis del modelo son los siguientes:

- 1) Optimize a model with 7 rows, 12 columns and 18 nonzeros: Indica las dimensiones del modelo, que tiene 7 restricciones, 12 variables y 18 elementos no nulos en la matriz.
- Solution count 1.385e+06: Indica que se encontró una solución óptima con un valor objetivo de 1.385e+06.

Con esto observamos que el modelo esta hecho con base en las 7 restricciones que definimos en la sección de representación de la problemática, de igual manera la solución evaluada en la función objetivo debía ser un valor positivo de, ya que hacia referencia al lucro generado a partir de la solución encontrada. Sin embargo, es importante conocer los valores que dan lugar a la solución que son los  $X_{i,j}$  que generan la mezcla, para esto usando como referencia el diccionario que definimos en variables, la solución aplicada al contexto corresponde a la siguiente tabla:

(Region, Mezcla)	Valor
('Tolima', 'Premium')	11638.6
('Tolima', 'Deluxe')	8361.42
('Cauca', 'Premium')	14980.8
('Cauca', 'Deluxe')	10019.2
('Eje cafetero', 'Premium')	8380.6
('Eje cafetero', 'Deluxe')	6619.4
Ganancias	1.385e+06

Fig. 2: Contextualización de los resultados.

De esta manera, se logran obtener los valores que conducen a la resolución exitosa del problema planteado. Se destaca la simplicidad al evidenciar que los valores asociados a cada par (región, mezcla) representan la cantidad de libras que se utilizarán de la región correspondiente para la mezcla indicada. La coherencia de estos valores es fácilmente verificable, ya que cumplen con todas las restricciones previamente descritas en el modelamiento del problema. En consecuencia, se puede afirmar que el modelo generado ha sido un éxito al proporcionar una solución integral al desafío planteado.

## VII. CONCLUSIONES

El proyecto de optimización en la mezcla de cafés regionales ha culminado con resultados significativos y perspectivas valiosas para el emprendimiento Ja vecoffee. A través de la aplicación de técnicas avanzadas de programación lineal y la utilización de la biblioteca Gurobi, se logró desarrollar un modelo matemático sólido que aborda los desafíos complejos de la producción de café.

Destacar que la flexibilidad del modelo permite adaptarse a diversas restricciones, como la demanda del mercado, la disponibilidad de café por región y los porcentajes de cafeína requeridos. Esta capacidad de ajuste lo hace robusto y aplicable en diferentes contextos.

Durante el desarrollo del proyecto, se ha aprendido la importancia de la integración de herramientas matemáticas y tecnológicas para abordar desafíos empresariales complejos. La combinación de la teoría de optimización con la implementación práctica en Gurobi ha demostrado ser una estrategia efectiva para encontrar soluciones óptimas en entornos empresariales dinámicos.

#### VIII. REFERENCIAS

- D. Luenberger and Yinyu Ye. Linear and NonLinear Programming. 4th Edition. 2016. Springer.
- F. S. Hillier and G. J. Lieberman. Introduction to Operations Research.
- M. Bazaraa, J. Jarvis, H. Sherali. Linear Programming and Network Flows. Wiley, 4th ed. 2010.