Métodos Matemáticos

Autovalores e autovetores

Você sabia que seu material didático é interativo e multimídia? Isso significa que você pode interagir com o conteúdo de diversas formas, a qualquer hora e lugar. Na versão impressa, porém, alguns conteúdos interativos ficam desabilitados. Por essa razão, fique atento: sempre que possível, opte pela versão digital. Bons estudos!

Nesta webaula conheceremos sobre os espaços vetoriais, que são uma das estruturas algébricas mais importantes da álgebra, cujas aplicações são encontradas em diversos aspectos do nosso dia a dia. Além disso, iremos entender a definição de base e dimensão, definições estas também muito importante para o estudo da álgebra linear.

Espaço vetorial

Um espaço vetorial V (sobre um campo F) é um conjunto, cujos elementos são chamados de vetores, de modo que se pode adicionar (e subtrair) vetores e multiplicar um vetor por uma constante de F. Essas constantes são chamadas escalares. Matematicamente, os axiomas que definem um espaço vetorial são:

V é um grupo Abeliano

Propriedades

- Lei comutativa: $v + w = w + v$
- Lei associativa: $u + (v + w) = (u + v) + w$
- Elemento neutro: $u + 0 = 0 + u = u$
- Elemento oposto: $u - u = 0$

V admite uma multiplicação escalar por elementos de F

Propriedades

- $-u = (-1)u$
- Distibutiva: $a(u + v) = au + av$
- Associativa: $a(bu) = (ab)u$

Um exemplo de aplicação referente a espaços vetoriais, é a que envolve a mudança de coordenadas nos espectros de cores em relação ao sistema de cores RGB (red-green-blue). Por exemplo, em física, o modelo matemático que se adequa à representação do espaço espectral de cores é necessariamente um espaço vetorial de dimensão finita, em que o processo de reconstrução de cor utiliza uma base de cores primárias, que seria a base do espaço vetorial, gerando o modelo tricromático de Young-Helmholtz, baseado no padrão RGB.

Subespaço vetorial

Dizemos que um subconjunto W de um espaço vetorial V é chamado de subespaço quando se torna um espaço vetorial com as operações herdadas de V, ou seja, quando somas e múltiplos escalares de vetores em W pertencem a W. Matematicamente, dizemos que W é um subespaço vetorial de V quando $W \subset V$ tal que $o \in W$; $u + v \in W$ e $au \in W$.

Dentre exemplos, podemos destacar o subspaço chamado de *span*, isto é, se A é um conjunto de vetores em V, então o *span(A)* de A é o menor subespaço de V que contém A.

Base

Podemos trabalhar com o conceito de base e dimensão abordado no exemplo sobre espectro de cores descrito anteriormente. Neste aspecto, dizemos que uma base é uma coleção de vetores B de um espaço vetorial V quando cada vetor em V pode ser escrito de uma maneira única como combinação linear de elementos de B. As bases são precisamente: os conjuntos máximos independentes de vetores e os conjuntos de abrangência mínima de vetores que, em particular, cada conjunto de abrangência pode ser reduzido a uma base.

Vale lembrar também que **todo** espaço vetorial tem uma base.

Dimensão

Definimos o que é base, mas e o que é dimensão?

Para definir esse conceito, tome quaisquer duas bases de V que têm o mesmo “tamanho”. Esse “tamanho” é chamado de dimensão de V, e denotamos por dim(V).

O conceito de base e dimensão são importantes quando se trata de espaço vetorial. Além disso, ter em mente suas formas de aplicação facilitará no entendimento dos próximos assuntos.

Para visualizar o vídeo, acesse seu material digital.