

Disciplina: Análise de Computabilidade e Complexidade de Algoritmos

Docente: Diego Luiz e Cunha da Silva

1º sem/ 2024

Teoria da Complexidade

Os problemas computacionais vêm em diferentes variedades: alguns são fáceis e outros, difíceis. Por exemplo, o problema da ordenação é fácil. Digamos que você precise arranjar uma lista de números em ordem ascendente. Mesmo que um pequeno computador pode ordenar um milhão de números rapidamente. Compare isso a um problema de escalonamento. Digamos que você tenha de encontrar um escalonamento de aulas para a universidade inteira que satisfaça algumas restrições razoáveis, como duas aulas não podem ter lugar na mesma sala ao mesmo tempo. O problema do escalonamento parece ser muito mais difícil que o problema de ordenação. Se você tem somente mil aulas, encontrar o melhor escalonamento pode requerer séculos, até mesmo com um supercomputador.

O que faz alguns problemas computacionalmente difíceis e outros fáceis? Essa é a questão central da teoria da complexidade. Notavelmente, não sabemos a resposta, embora ela tenha sido intensamente pesquisada durante os últimos 35 anos. Adiante, exploramos essa fascinante questão e algumas de suas ramificações.

Em uma das importantes conquistas da teoria da complexidade até agora, os pesquisadores descobriram um elegante esquema para classificar os problemas conforme sua dificuldade computacional. Ele é análogo à tabela periódica para classificar elementos segundo suas propriedades químicas. Usando esse esquema, podemos demonstrar um método para dar evidência de que certos problemas são computacionalmente difíceis, ainda que sejamos incapazes de provar que eles são.

Você tem várias opções quando se depara com um problema que parece ser computacionalmente difícil. Primeiro, entendendo qual aspecto do problema é a raiz da dificuldade, você pode ser capaz de alterá-lo de modo que o problema seja mais facilmente solúvel. Segundo, pode ser capaz de se contentar com uma solução menos do que perfeita para o problema. Em certos casos, encontrar soluções que apenas aproximam a solução perfeita é relativamente fácil. Terceiro, alguns problemas são difíceis somente na situação do pior caso, porém são fáceis na maioria das vezes. Dependendo da aplicação, você pode ficar satisfeito com um procedimento que, ocasionalmente, é lento, mas, em geral, roda rapidamente. Finalmente, você pode considerar tipos alternativos de computação, tais como computação aleatorizada, que podem acelerar certas tarefas.

Uma área aplicada que tem sido afetada diretamente pela teoria da complexidade é o velho campo da criptografia. Na maioria das áreas, um

problema computacional fácil é preferível a um difícil, porque os fáceis são mais baratos de resolver. A criptografia é incomum pois requer especificamente problemas computacionais que sejam difíceis, em vez de fáceis, visto que os códigos secretos têm de ser difíceis de quebrar sem a chave ou senha. A teoria da complexidade tem mostrado aos criptógrafos o caminho dos problemas computacionalmente difíceis em torno dos quais eles têm projetado novos códigos revolucionários.

Teoria da Computabilidade

Durante a primeira metade do século XX, matemáticos como Kurt Godel, Alan Turing e Alonzo Church descobriram que certos problemas básicos não podem ser resolvidos por computadores. Um exemplo desse fenômeno é o problema de se determinar se um enunciado matemático é verdadeiro ou falso. Essa tarefa é o feijão-com-arroz dos matemáticos. Parece uma questão natural para a resolução por computador, pois ela reside estritamente dentro do domínio da matemática. Mas nenhum algoritmo de computador pode realizar essa tarefa.

Entre as consequências desse resultado profundo estava o desenvolvimento de ideias concernentes a modelos teóricos de computadores que, em algum momento, ajudariam a levar à construção de computadores reais.

As teorias da computabilidade e da complexidade estão intimamente relacionadas. Na teoria da complexidade, o objetivo é classificar os problemas como fáceis e difíceis, enquanto na teoria da computabilidade a classificação dos problemas é feita por meio da separação entre os que são solúveis e os que não são. A teoria da computabilidade introduz vários dos conceitos usados na teoria da complexidade.