



A+

A-

## Unidade 3

### Seção 1

Acesse este conteúdo  
pelo smartphone



O que é isso?  
Clique no código e saiba  
mais.

# Linguagens Formais e Autômatos



A+

A-



# Webaula 1

Gramáticas Livres de Contexto



## Gramáticas livres de contexto

Gramáticas livres de contexto (GLC) são aquelas nas quais todas as regras têm exatamente um símbolo não terminal (e nenhum outro símbolo) do **lado esquerdo**.

Ela gera cadeias com os caracteres representado por parêntese **()**, de forma que cada abertura de parêntese corresponde a um fechamento de parêntese posterior.

Um exemplo clássico de GLC é a gramática que gera cadeias com os caracteres “(” e “)” de forma que cada abertura de parênteses corresponde a um fechamento de parênteses posterior.

Considere a linguagem que possui os parênteses corretamente balanceados.

$$L_{par} = \{\epsilon, (), (()), ()(), ((())), (())(), ()()()\}$$

Essa linguagem é gerada pela gramática a seguir:

$$\begin{aligned} S &\rightarrow \epsilon \\ S &\rightarrow SS \\ S &\rightarrow (S) \end{aligned}$$

O leitor deve perceber que, pela definição apresentada, toda a gramática regular também é uma gramática livre de contexto. Entretanto a recíproca não é verdadeira.

Considere a linguagem:

$$L_p = \{ab, aabb, aaabbb, \dots\}$$

Essa linguagem pode ser facilmente gerada pela seguinte gramática livre de contexto  $G_p$ :

$$S \rightarrow aSb \mid ab$$

## Árvore de derivação

Geralmente, usamos GLC, ou algum formalismo equivalente, para especificar a sintaxe de uma linguagem de programação. Por exemplo, a especificação sintática da linguagem Java é feita usando uma gramática livre de contexto (com uma notação um pouco diferente). A gramática livre de contexto  $G_{exp}$ , a seguir, gera as expressões aritméticas formadas com as operações soma e multiplicação e o número '1'.

Observe a seguir:

$$S \rightarrow S + S$$

$$S \rightarrow S \times S$$

$$S \rightarrow (S)$$

$$S \rightarrow 1$$

Uma mesma cadeia pode ter diversas derivações. Por exemplo, a cadeia  $1 + 1 \times 1$  possui, entre outras, as três seguintes derivações:

$$S \Rightarrow S + S \Rightarrow 1 + S \Rightarrow 1 + S \times S \Rightarrow 1 + 1 \times S \Rightarrow 1 + 1 \times 1$$

$$S \Rightarrow S + S \Rightarrow S + S \times S \Rightarrow S + S \times 1 \Rightarrow S + 1 \times 1 \Rightarrow 1 + 1 \times 1$$

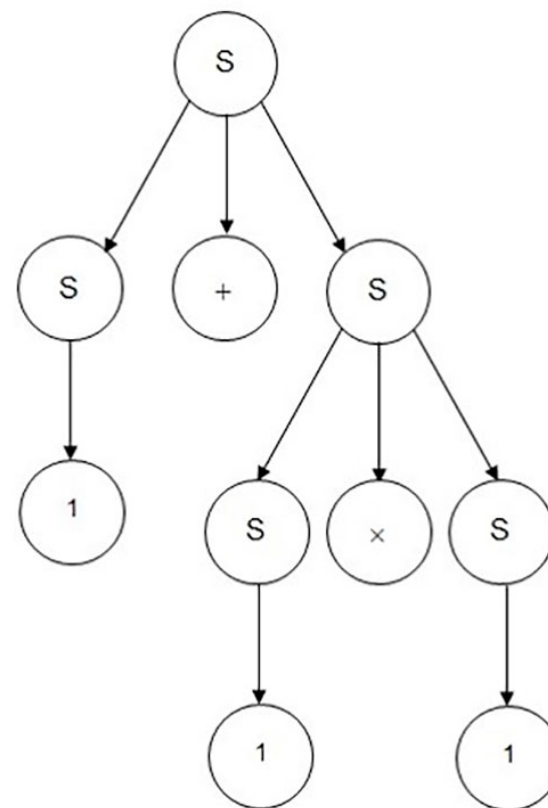
$$S \Rightarrow S + S \Rightarrow S + S \times S \Rightarrow 1 + S \times S \Rightarrow 1 + 1 \times S \Rightarrow 1 + 1 \times 1$$

Observamos que na primeira derivação, substituímos sempre a variável mais à esquerda na forma sentencial, chamada de **derivação mais à esquerda** (DME); na segunda derivação, substituímos sempre a variável mais à direita, chamada de **derivação mais à direita** (DMD), enquanto que na terceira derivação não há uma ordem preferencial de substituição.

De uma forma geral, chamamos de derivação mais à esquerda (DME) àquela na qual substituímos sempre a variável mais à esquerda na forma sentencial.

Analogamente, chamamos de derivação mais à direita (DMD) àquela na qual substituímos sempre a variável mais à direita na forma sentencial. Podemos observar ainda que as três derivações demonstradas anteriormente correspondem à estrutura da figura a seguir, que as representa na forma de árvore de derivação.

Árvore de derivação para a expressão  $1+1\times 1$



Fonte: elaborada pelo autor.

Observe que as três derivações apresentadas anteriormente correspondem a percorrer a árvore apresentada na figura anterior, em diferentes ordens.

$$S \Rightarrow S \times S \Rightarrow S + S \times S \Rightarrow 1 + S \times S \Rightarrow 1 + 1 \times S \Rightarrow 1 + 1 \times 1 \quad (\text{Esta é uma DME})$$

$$S \Rightarrow S \times S \Rightarrow S \times 1 \Rightarrow S + S \times 1 \Rightarrow S + 1 \times 1 \Rightarrow 1 + 1 \times 1 \quad (\text{Esta é uma DME})$$

$$S \Rightarrow S \times S \Rightarrow S + S \times S \Rightarrow 1 + S \times S \Rightarrow 1 + 1 \times S \Rightarrow 1 + 1 \times 1$$

Enquanto as derivações a seguir apresentam a estrutura da árvore da próxima figura.

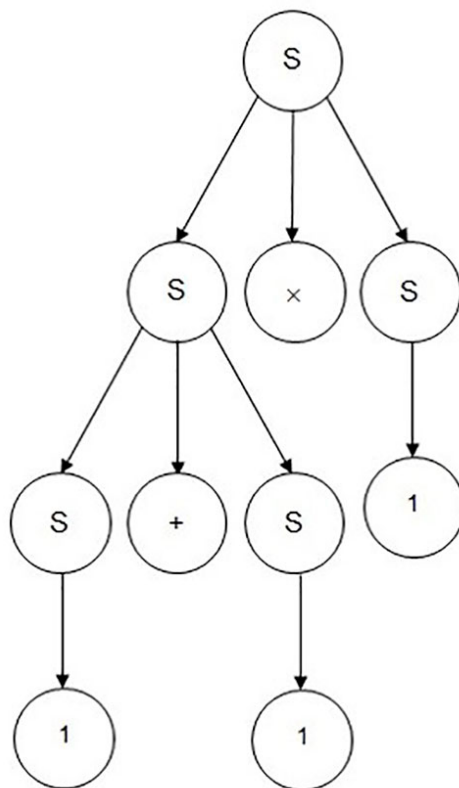
$$S \Rightarrow S \times S \Rightarrow S + S \times S \Rightarrow 1 + S \times S \Rightarrow 1 + 1 \times S \Rightarrow 1 + 1 \times 1 \quad (\text{Esta é uma DME})$$

$$S \Rightarrow S \times S \Rightarrow S \times 1 \Rightarrow S + S \times 1 \Rightarrow S + 1 \times 1 \Rightarrow 1 + 1 \times 1 \quad (\text{Esta é uma DME})$$

$$S \Rightarrow S \times S \Rightarrow S + S \times S \Rightarrow 1 + S \times S \Rightarrow 1 + 1 \times S \Rightarrow 1 + 1 \times 1$$



Árvore de derivação alternativa para a expressão  $1+1\times 1$



Fonte: elaborada pelo autor.

Uma árvore de derivação quando é lida de cima para baixo e da esquerda para a direita é gerada a partir de uma derivação mais à esquerda (DME).

Portanto, ela se associa a uma e somente uma DME. O mesmo se dá para derivações mais à direita (DMD), a saber, uma árvore de derivação está associada a uma e somente uma DMD.

Entretanto, não há limite para o número de derivações de uma árvore.

## Você já conhece o Saber?

Aqui você tem na palma da sua mão a **biblioteca digital** para sua **formação profissional**.

Estude no celular, tablet ou PC em qualquer hora e lugar sem pagar mais nada por isso.

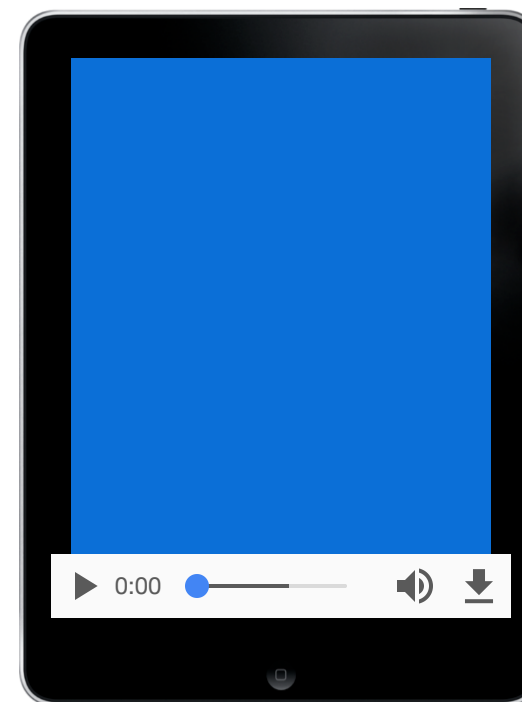
Mais de 475 livros com interatividade, vídeos, animações e jogos para você.



Android:  
<https://goo.gl/yAL2Mv>



iPhone e iPad - IOS:  
<https://goo.gl/OFWqcq>





Bons estudos!

