Métodos Matemáticos

Probabilidade

Você sabia que seu material didático é interativo e multimídia? Isso significa que você pode interagir com o conteúdo de diversas formas, a qualquer hora e lugar. Na versão impressa, porém, alguns conteúdos interativos ficam desabilitados. Por essa razão, fique atento: sempre que possível, opte pela versão digital. Bons estudos!

Nesta webaula definiremos a regra da adição e a regra da cadeia. Ambas definições são extremamente importante para compreender sobre o Teorema da probabilidade total e o Teorema de Bayes que serão apresentados logo após as regras.

Regra da adição ((MAGALHÃES, 2002)

Sejam $A,\ B \in \Lambda$. Então $P\left(A \cup B\right) \ = \ P\left(A\right) \ + \ P\left(B\right) \ - \ P\left(A \cap B\right)$. Por outro lado, se A e B são eventos mutuamente exclusivos, a probabilidade $P\left(A \cup B\right)$ se reduz a $P\left(A \cup B\right) \ = \ P\left(A\right) \ + \ P\left(B\right)$

Agora que conhecemos a regra da adição, vamos definir a **probabilidade condicional.**

Em algumas situações, a probabilidade necessita ser reavaliada sempre que novas informações se tornam disponíveis e essa nova informação pode causar algum tipo de interferência no resultado anterior. Nessa situação, trabalhamos então com a chamada **probabilidade condicional**.

Definição: seja ($\Omega,\ \Lambda,\ P$) um espaço de probabilidade e sejam os eventos $A,\ B \in \Lambda$, então a probabilidade condicional do evento A, dado que o evento B ocorreu, é definida como:

$$P\left(A|B\right) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

Regra da multiplicação (MAGALHÃES, 2002)

Sejam os eventos $A_1,\ A_2,\ \ldots,\ A_n$ com a condição de que $P\left(\cap_{i=1}^{n-1} A_i\right) \ > \ 0$, então a regra da multiplicação de probabilidades é definida como:

$$P\left(\cap_{i=1}^{n} A_i\right) = P\left(A_1\right) P\left(A_2|A_1\right) \ldots P\left(A_n \mid A_1 \cap \ldots \cap A_{n-1}\right)$$

A partir dessa regra, podemos definir dois teoremas de suma importância no contexto de probabilidade: **o teorema da probabilidade total e o teorema de Bayes.**

Teorema da probabilidade total (MAGALHÃES, 2002): suponha que os evento $C_1,\ \ldots,\ C_n$, em um espaço de probabilidade $(\Omega,\ \Lambda,\ P)$, formam uma partição de Ω e todos têm probabilidade positiva. Então, para qualquer evento A nesse espaço de probabilidade, vale que:

$$P\left(A\right) \ = \sum_{i=1}^{n} P\left(C_i\right) P\left(A \mid C_i\right)$$

Teorema de Bayes (MAGALHÃES, 2002): suponha que os eventos $C_1,\ \ldots,\ C_n$, em um espaço de probabilidade $(\Omega,\ \Lambda,\ P)$, formam uma partição de Ω e todos têm probabilidade positiva. Seja A um evento qualquer com $P\left(A\right) \ > \ 0$, então:

$$P\left(C_k|A\right) = \frac{P(C_k)P(A|C_k)}{\sum_{i=1}^{n} P(C_i)P(A|C_i)}, k \ = \ 1,\ \ldots,\ n$$

Uma das principais aplicações do tão famoso teorema de Bayes é em análises clínicas no contexto de teste de diagnósticos, em que o objetivo é definir os falsos positivos e falsos negativos, a fim de encontrar um padrão-ouro.

Esperamos que, com o conteúdo apresentado, você possa identificar nos eventos qual a regra possível de ser utilizada para que o teste correto seja aplicado a fim de resolver situações problemas.