Sistemas Digitais e Microprocessadores

Circuitos digitais

Você sabia que seu material didático é interativo e multimídia? Isso significa que você pode interagir com o conteúdo de diversas formas, a qualquer hora e lugar. Na versão impressa, porém, alguns conteúdos interativos ficam desabilitados. Por essa razão, fique atento: sempre que possível, opte pela versão digital. Bons estudos!

Nesta webaula, destacaremos as propriedades da álgebra booleana fundamentais para o entendimento de como os circuitos lógicos se comportam. Além disso veremos as operações de simplificação das expressões algébricas, que proporcionam maior economia nos custos de construção de um circuito lógico prático.

Expressão booleana

A seguir, apresentaremos um passo a passo da simplificação de uma expressão booleana. Começaremos tendo as ***identidades booleanas*** como uma ferramenta de apoio, conforme a figura seguinte. Vamos iniciar a simplificação da expressão booleana obtida pela tabela-verdade na sequência.

1. Extrair a expressão de uma tabela-verdade (por mintermos).

	A	B	C	S	
1	0	0	0	1	$\overline{A}.\overline{B}.\overline{C}$
2	0	0	1	0	0
3	0	1	0	1	$\overline{A}.B.\overline{C}$
4	0	1	1	1	$\overline{A}.B.C$
5	1	0	0	1	$A.\overline{B}.\overline{C}$
6	1	0	1	0	0
7	1	1	0	1	$A.B.\overline{C}$
8	1	1	1	0	0

Cabe destacar que a tabela-verdade retrata a lógica de saída que vai solucionar ou atuar em um problema específico.

2. Montar a expressão obtida:

$$S = \overline{A} \cdot \overline{B} \cdot \overline{C} + \overline{A} \cdot B \cdot \overline{C} + \overline{A} \cdot B \cdot C + A \cdot \overline{B} \cdot \overline{C} + A \cdot B \cdot \overline{C}$$

3. Colocar em evidência os termos comuns da expressão e aplicar as regras das identidades:

$$S = \overline{B}.\overline{C}.(\overline{A} + A) + B.\overline{C}.(\overline{A} + A) + \overline{A}.B.C$$
$$S = \overline{B}.\overline{C} + B.\overline{C} + \overline{A}.B.C$$

4. Continuar com a simplificação até a expressão ser totalmente reduzida:

$$S=\overline{B}.\overline{C}+B.\overline{C}+\overline{A}.B.C$$
$$S=\overline{C}.(\overline{B}+B)+\overline{A}.B.C$$
$$S=\overline{C}+\overline{A}.B.C$$
$$S=\left(\overline{C}+\overline{A}.B.C\right)$$

5. Aplicar o teorema de De Morgan:

$$S=\left[\overline{\overline{\overline{C}+(\overline{A}.B.C)}}\right]$$
$$S=\left[\overline{\overline{\overline{C}}.\left(\overline{\overline{A}.B.C}\right)}\right]$$
$$S=\left[\overline{C.\left(\overline{\overline{A}.B.C}\right)}\right]$$

6. Aplicar o teorema de De Morgan dentro dos parênteses:

$$S=\left[\overline{C.\left(\overline{\overline{A}}+\overline{B}+\overline{C}\right)}\right]$$
$$S=\left[\overline{C.\left(A+\overline{B}+\overline{C}\right)}\right]$$

7. Aplicar a propriedade distributiva em C:

$$S=\left[\overline{A.C+\overline{B}.C+C.\overline{C}}\right]$$
$$S=\left[\overline{A.C+\overline{B}.C+0}\right]=\left[\overline{A.C+\overline{B}.C}\right]$$

8. Aplicar novamente o teorema de De Morgan:

$$S=\left[\overline{A.C+\overline{B}.C}\right]$$
$$S=\left[\left(\overline{A.C}\right).\left(\overline{\overline{B}.C}\right)\right]$$

9. Aplicar mais uma vez De Morgan dentro dos parênteses:

$$S=\left[\left((\overline{A}+\overline{C})\right).\left(\overline{\overline{B}}+\overline{C}\right)\right]=\left[\left((\overline{A}+\overline{C})\right).\left(B+\overline{C}\right)\right]$$

10. Aplicar novamente a propriedade distributiva:

$$S=\left[\overline{A}.B+\overline{A}\overline{C}+B\overline{C}+\overline{C}\overline{C}\right]=\left[\overline{A}.B+\overline{A}\overline{C}+B.\overline{C}+\overline{C}\right]$$

11. Para finalizar, colocar mais uma vez o C em evidência:

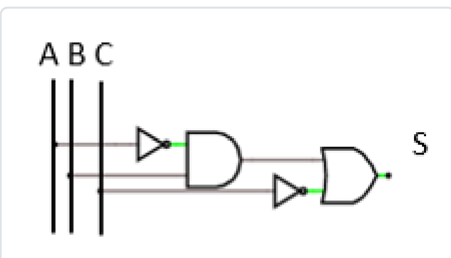
$$S=\left[\overline{A}.B+\overline{C}.\left(\overline{A}+B+1\right)\right]=\left[\overline{A}.B+\overline{C}.(1)\right]$$
$$S=\left[\overline{A}.B+\overline{C}\right]$$

12. Agora, portanto obter a expressão simplificada::

$$S=\left[\overline{A}.B+\overline{C}\right]$$

13. Representar circuito lógico simplificado:

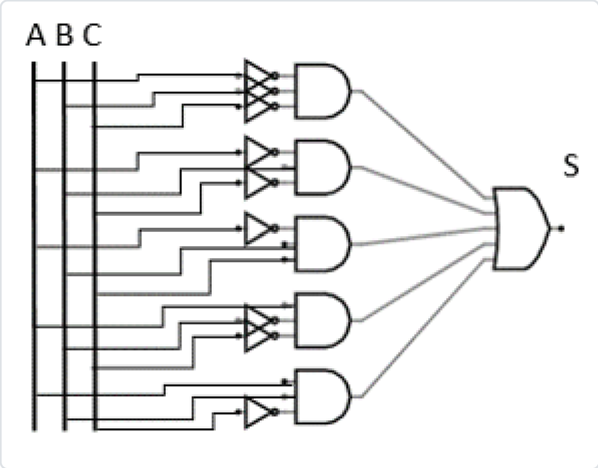
Circuito lógico após simplificação



Fonte: elaborada pelo autor.

Podemos concluir que, caso a simplificação não fosse feita, o circuito lógico necessário para reproduzir a saída da tabela-verdade seria:

Circuito lógico sem simplificação



Fonte: elaborada pelo autor.

Ao tratarmos com as expressões matemáticas em circuitos lógicos, é importante ter conhecimento da álgebra booleana, que define as regras para expressar e simplificar as declarações lógicas binárias.

Usando os teoremas e as leis booleanas, podemos simplificar as expressões mediante suas identidades, das quais podemos reduzir o número necessário de portas lógicas a serem implementadas, oferecendo inúmeros ganhos no processo de fabricação e simplificação dos circuitos. Nesse contexto, dois métodos podem ser utilizados na simplificação:

- O **método algébrico:** por meio do uso de identidades (leis booleanas) ou teoremas de De Morgan.
- O **método gráfico:** pelo uso do método do Mapa de Karnaugh.

Para finalizarmos esta webaula, você pode encontrar mais detalhes sobre o aprofundamento de simplificações de expressões booleanas na seguinte bibliografia:

IDOETA, I. V.; CAPUANO, F. G. Circuitos combinacionais. In: IDOETA, I. V.; CAPUANO, F. G. **Elementos de eletrônica digital.** 41. ed. São Paulo: Érica, 1997. p. 41-88.

TOCCI, R. J., WIDMER S. N.; MOSS, L. G. Circuitos lógicos combinacionais. *In:* TOCCI, R. J., WIDMER S. N.; MOSS, L. G. **Sistemas digitais:** princípios e aplicações. 11. ed. São Paulo: Pearson Education/Prentice Hall, 2011.

Para visualizar o vídeo, acesse seu material digital.