
# *Dividir e Conquistar: MergeSort Concorrente*

Computação Concorrente – ICP-117 – 2022/1

João Pedro Souza - DRE: 119152051

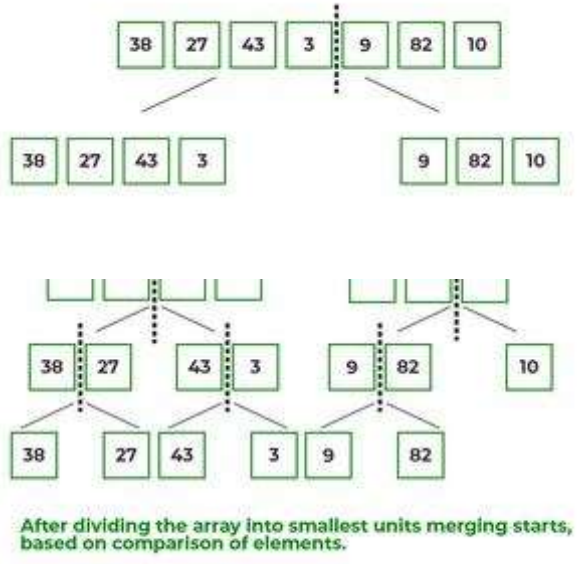
Pedro Jorge Oliveira Câmara - DRE: 120182069

Dado um vetor $v$ de números, ordenar $v$ em ordem não decrescente.

Solução proposta: MergeSort concorrente.

```
int[] Merge_sort(arr[], start, end)
    if(end>start):
        mid=(start+end)/2
        first[]=Merge_sort(arr, start, mid)
        second[]=Merge_sort(arr, mid+1, end)
        arr[]=Merge( first, second)
return arr[]
```

Sabemos que há diversas soluções algorítmicas para o problema acima, sendo uma das mais famosas o algoritmo de ordenação MergeSort. Em geral, esses algoritmos clássicos possuem complexidade de tempo $O(n\ logn)$ – o que também será verdade para a ordenação feita de forma concorrente. No entanto, o tempo será reduzido, devido à divisão de tarefas entre as threads.
De forma sequencial, o algoritmo MergeSort consiste em: dado um vetor $v$ de números reais, recursivamente dividi-lo em dois, chamando novamente o MergeSort em cada metade, até que haja nenhum ou apenas um elemento, chegando-se ao caso base da recursão:



After dividing the array into smallest units merging starts, based on comparison of elements.

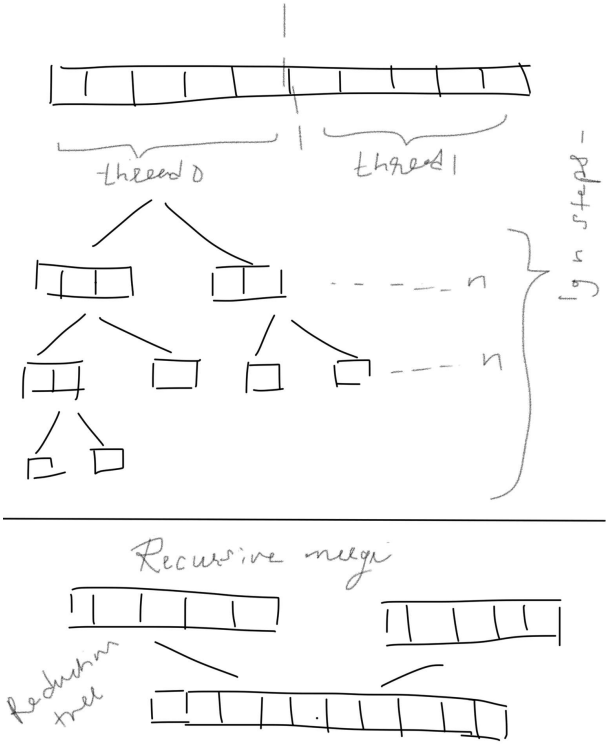
Após essa divisão, utilizamos a operação $merge$, que consiste na combinação de dois vetores menores, já ordenados, para formar um único vetor maior ordenado.
Dessa forma, o algoritmo sequencial em pseudocódigo é:

$Entrada: \ vetor\ v,\ int\ left,\ int\ right$
$Saída: \ vetor\ v\ ordenado\ em\ ordem\ não\ descendente$

$if\ left \geqslant right:$
  $return$

$mid \leftarrow (left + right)/2$
$mergeSort(v,\ left,\ mid)$
$mergeSort(v,\ mid+1,\ right)$
$merge(v,\ left,\ mid,\ right)$

Como o MergeSort é recursivo, parece promissor primeiro dividir o vetor $v$ de entrada em aproximadamente $n/t$ subvetores, para que cada thread possa executrar o algoritmo independentemente em cada porção. No final, o algoritmo deve executar a operação de $merge$ em $v$, obtendo assim o vetor ordenado.




Para verificar a corretude, há duas formas triviais:

– Criar dois vetores $v_1$ e $v_2$, aplicar o MergeSort em $v_1$, o MergeSort concorrente em $v_2$ e verificar se $v_1 = v_2$. No entanto, os vetores podem estar erradamente ordenados, mas serem iguais.

– Utilizar uma função auxiliar $is\_sorted(v)$, que percorre $v$ e verifica se $\forall e_i \in v,\ e_i \leqslant e_{i+1}$ para $i = [0,\ n-1)$.

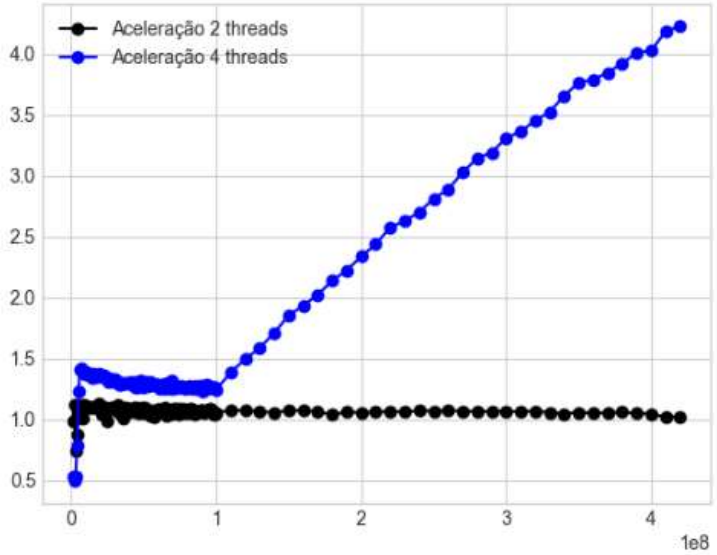
A segunda opção foi a escolhida, pois pode verificar identificar erros em ambas as ordenações independentemente, tanto sequencial como concorrente.

Os testes do algoritmo concorrente utilizaram $2\ e\ 4\ threads$, usando um intervalo discreto entre $10^6$ e $4 \cdot 10^8$.

A diferença de tempo começa a ficar expressiva quando $n > 200 \cdot 10^8$, como podemos observar no gráfico de tempo. Conforme $n$ cresce após esse limiar, torna-se mais vantajoso o uso do $MergeSort$ concorrente utilizando $4$ threads.

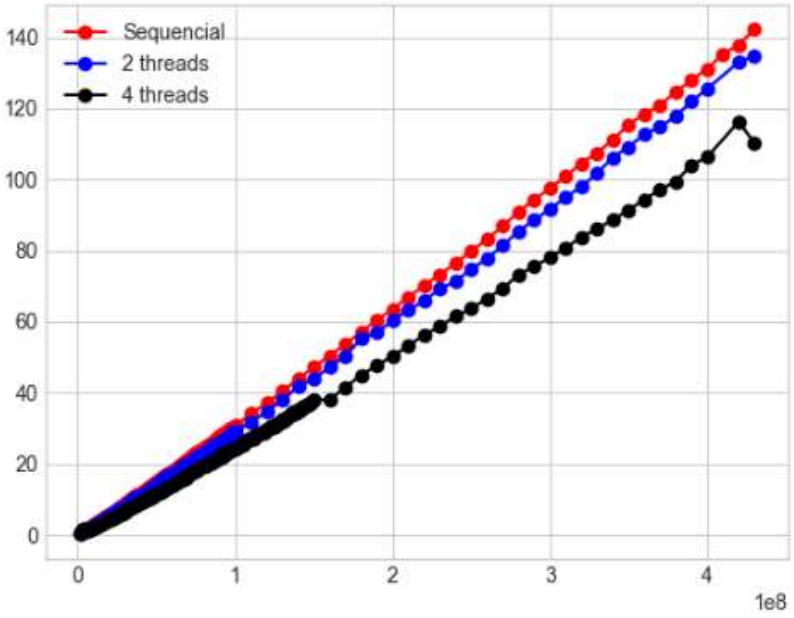
Apesar da complexidade de tempo não mudar, ou seja, permanecer $O(n\ logn)$, é claro o ganho de desempenho obtido. Como estamos interessados somente na ordenação, descartamos a possibilidade de considerar a inicialização dos vetores, marcando apenas o tempo do algoritmo em si, pela fórmula $T_{sequencial} / t_p$:

(eixo $x$ em centenas de milhões)




Pelo gráfico, percebemos que não há uma vantagem expressiva na utilização de $2$ threads, enquanto que a aceleração obtida com $4$ é ascendente a partir de $n = 10^8$.

Podemos também observar o gráfico que ilustra o tempo gasto em relação ao tamanho $n$ da entrada (eixo $x$ em centenas de milhões, eixo $y$ em segundos):




Conforme $n$ cresce para $10^9$, o ganho obtido vai tornando-se considerável. No entanto, para entradas menores que aproximadamente $10^8$, não haveria uma perda significativa de tempo em problemas que não requeressem uma computação de alto desempenho.
Os principais problemas enfrentados durante a execução dos testes foram:

– Aparentemente, o sistema operacional utilizado ($Ubuntu$ $20.08$) bloqueia o acesso excessivo à memória, o que fez com que obtivéssemos erros para a entrada $500 \cdot 10^8$. Para consertar, tivemos que modificar a $swap$ da máquina, para que pudéssemos acessar mais

memória.

– Mesmo com acesso à memória, a máquina tratava por completo para entradas maiores que $400 \cdot 10^8$, o que tornou inviável testes para $n$ maiores.

A ideia inicial foi implementar o algoritmo $QuickSort$ de forma concorrente, mas sua natureza de difícil paralelização e falta de boas fontes de referência fez com que tomássemos o $MergeSort$ como objetivo.

Máquina usada:
$Intel\ i7\ 5500U: 2\ cores, 4\ threads$
$RAM: 8GB$

Referências:
https://www.geeksforgeeks.org/merge-sort/
https://malithjayaweera.com/2019/02/parallel-merge-sort/
https://www.geeksforgeeks.org/concurrent-merge-sort-in-shared-memory/
https://ark.intel.com/content/www/us/en/ark/products/85214/intel-core-i75500u-processor-4m-cache-up-to-3-00-ghz.html