Métodos Computacionais para a Engenharia Eletrotécnica

Ano letivo 2022/2023

Miniprojeto

FAQ – Perguntas mais frequentes

Este documento pretende compilar algumas das respostas às perguntas que têm surgido durante a realização do miniprojeto de MCEE. As perguntas e respetivas respostas são editadas de forma a poderem apresentar um esclarecimento o mais amplo e genérico possível.

1. Questão 1

Como podem ser geradas as formas de onda da tarefa B?

Para a obtenção destas formas de onda, existem algumas funções em MATLAB que podem responder, em parte, ao que é solicitado, como também é possível criar funções anónimas que respondam à solicitação da tarefa B. Uma aspeto que podem ter para qualquer um dos casos é que basta considerar ondas de amplitude unitária que depois basta multiplicar pelo valor da amplitude pretendida.

O pulso rectangular da figura 10a do enunciado do miniprojeto pode ser gerada com a função **`rectagularPulse(a, b, x)`**, que gera um pulso retangular entre *a* e *b* (consultar a consultar a documentação de apoio do MATLAB). Em alternativa podem criar uma função anónima que devolve um valor unitário compreendido entre 0 e τ:

```
pulsoRect = @(t, tau) 1*(t>=0 & t <= tau); % pulso retangular(t), r(t)
t = linspace(0, 10, 1000);
plot(t, pulsoRect (t, 3), 'LineWidth', 1.5); hold on;
plot(t, 1.5*(pulsoRect(t-2, 3)), 'LineWidth', 1.5); grid on;
legend('r(t)', '1.5r(t-2)', 'fontsize', 12)
```

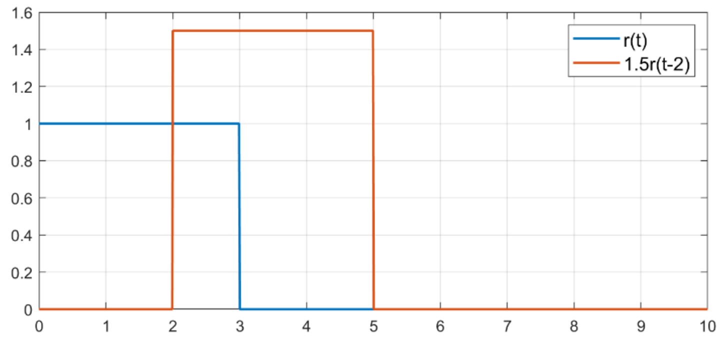


Figura 1. Exemplo de ondas retangulares

É fácil perceber que a largura do pulso é definido por dois operadores relacionais, $t \geq 0$ e $t \leq \tau$, e que fora desse intervalo, o valor da função é zero.

A construção de tempos de subida e de descida são um nada mais exigente, mas a formulação é muito próxima da acima apresentada. Apenas para ilustração (e para evitar dar a totalidade da resposta a esta tarefa, claro!), considere o exemplo de uma função degrau com um tempo de subida (não previsto no enunciado do projeto):

```
u = @(t, t1) t./t1.*(t>=0 & t<=t1) + 1*(t>t1);
t = linspace(0, 10, 1000);
plot(t, u(t, 1), 'LineWidth', 1.5); hold on;
plot(t, 1.5*(u(t-3, 2)), 'LineWidth', 1.5); grid on;
legend('u(t, 1)', '1.5u(t-3, 2)', 'FontSize', 12, 'Location', 'SouthEast')
ylim([0 1.6])
```

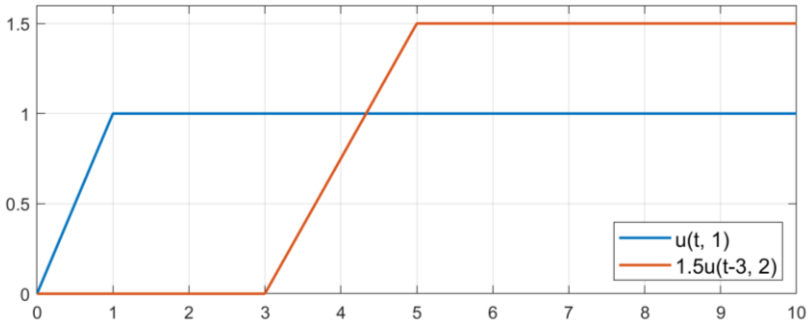


Figura 2. Exemplo de um sinais em degrau com tempos de subida.

Como se pode ver, o sinal é construído pela soma das duas componentes do sina: a rampa ascendente, definida pelo declive da reta, e pela componente constante. Os restantes sinais podem ser criados de forma semelhante, tendo em atenção à definição das retas que representam os tempo de subida e de descida.

2. Questão 2

Como podem ser obtidas as curvas de tensão e corrente considerando sinais finitos no tempo, como os apresentados/solicitados na tarefa B?

Antes de mais, é preciso ter presente que de cada vez que a tensão e a corrente mudam na fonte ou na carga é por que se dá a chegada de uma nova componente refletida de tensão/corrente que provoca essa alteração. Veja-se novamente a introdução teórica apresentada no enunciado do miniprojeto: quando a fonte é ligada à linha de transmissão, surge uma tensão e uma corrente que viajam até chegar a carga passados T_D segundos, surgindo só nesse instante a tensão aos terminais da carga.

Parte da tensão que chegou à carga é refletida de volta para a fonte (se a linha não for adaptada), demorando T_D segundos a chegar à fonte. É esta **nova componente** que em parte se vai adicionar à tensão que foi aplicada à entrada da linha. Parte desta nova componente que chegou à fonte é refletida de volta para carga (mais uma vez, se a linha não for adaptada agora na carga), repetindo-se este processo indefinidamente, com componentes refletidas a viajar da fonte para a carga e vice-versa.

Para ilustrar isto, veja-se a Figura 3, obtida a partir do exemplo obtido em MATLAB apresentado no enunciado do miniprojeto, sendo aqui analisada a obtenção da forma de onda da tensão na carga.

Como a tensão aplicada à entrada da linha é uma tensão contínua, e sendo que para t < 0, a tensão é nula, a tensão pode ser descrita com um sinal em degrau de amplitude *A*, i.e., $Au(t)$, sendo $u(t) = 1$, se $t \geq 0$, e $u(t) = 0$, se $t < 0$. No instante T_D segundos, surge na carga uma componente de amplitude A_1, valor que facilmente é tirado do diagrama de Bergeron. Como foi referido, parte da tensão que chegou à carga, é refletida para a fonte e, a partir desta, uma nova onda é refletida de volta para a carga, aparecendo em $t = 3T_D$. Do diagrama de Bergeron, obtemos a amplitude da tensão v_3 que é a resultante da soma das componentes que chegaram em $t = T_D$ e $t = 3T_D$.

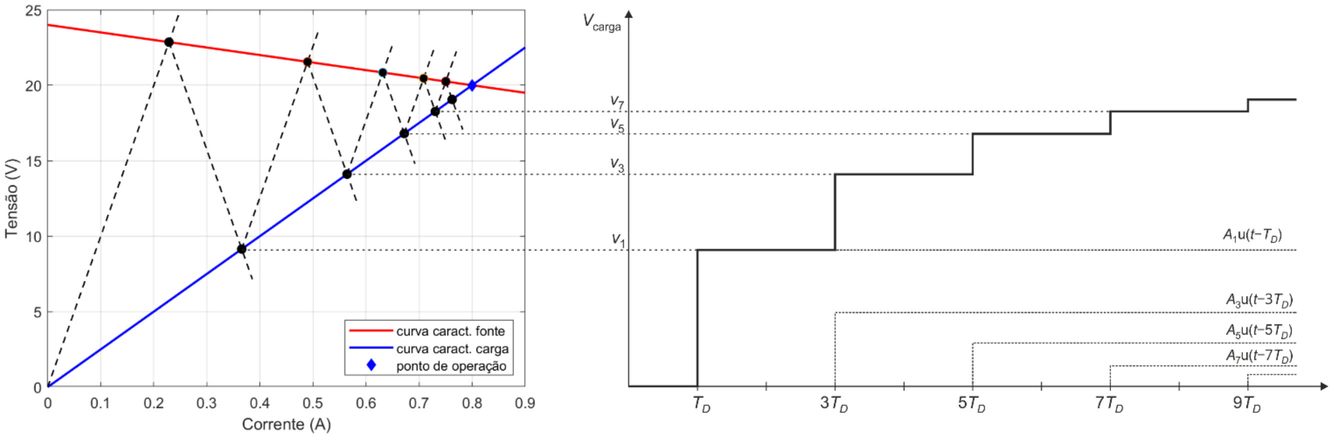


Figura 3. Exemplo das várias componentes que surgem na carga.

Assim, generalizando, a tensão na carga pode ser escrita como

$$v_{carga} = A_1\,u(t - T_D) + A_3\,u(t - 3T_D) + A_5\,u(t - 5T_D) + A_7\,u(t - 7T_D) + \ldots$$

sendo $A_1 = v_1$, $A_3 = v_3 - v_1$, $A_5 = v_5 - v_3$, $A_7 = v_7 - v_5$,...

Quando a tensão aplicada à entrada da linha é continua, a informação da tensão e da corrente tanto na carga como no fonte pode ser obtida diretamente do diagrama de Bergeron. No entanto, quando a tensão aplicada à linha é finita no tempo, como por exemplo um pulso retangular, aí teremos que ter em conta a duração do mesmo. Veja-se, por exemplo, o caso anteriormente analisado, mas agora com uma tensão à entrada da linha que é dada por um pulso retangular com a duração de $\tau = 3T_D$. (Figura 4)

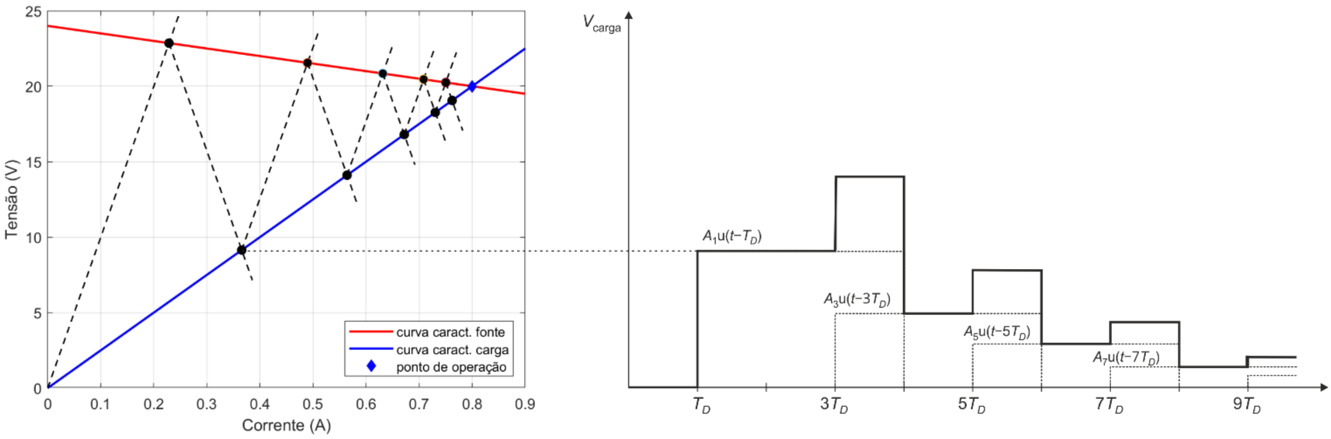


Figura 4. Exemplo das várias componentes que surgem na carga com uma tensão á entrada em pulso retangular.

Na Figura 4 é fácil observar que, até $t = 4T_D$, a forma de onda é igual à obtida na Figura 3. A partir de então, a componente de amplitude A_1 desaparece. Em $t = 5T_D$ chega nova componente, que se adiciona a tensão existente na carga, e em $t = 6T_D$ desaparece a componente iniciada em $t = 3T_D$.

Note que, independentemente, da forma de onda e da sua amplitude, a expressão acima permite obter a forma de onda da tensão na carga. A partir daqui pode obter as expressões para a tensão e a corrente tanto na fonte como na carga.

3. Questão 3

Uma vez que as curvas das tensões e das correntes dependem do número de iterações, como podemos obter as respetivas expressões no caso de pulsos finitos no tempo, como os especificados na tarefa B?

As correntes e as tensões tanto na fonte como na carga são construídas pela adição das várias componentes que viajam na linha de transmissão, desfasadas no tempo (ver explicações da questão 2). No caso mais simples, em que a tensão aplicada à entrada da linha é uma tensão contínua, vamos ter um conjunto de ondas em degrau a viajar na linha e, nesse caso, na carga, podemos escrever:

$$v_{carga} = A_1 u(t - T_D) + A_3 u(t - 3T_D) + A_5 u(t - 5T_D) + A_7 u(t - 7T_D) + \ldots$$

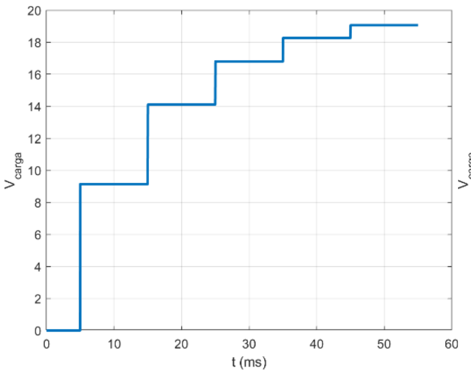
onde $u(t)$ é a função degrau ($u(t) = 1$, se $t \geq 0$, $u(t) = 0$, se $t < 0$), e A_1, A_3, A_5,… são as diferenças das amplitudes obtidas no diagrama de Bergeron (novamente, ver explicações na questão 2). Como o número de componentes de v_{carga} depende do número de iterações realizados, o processo terá de ser iterativo.

Uma sugestão passa por contruir v_{carga} (e as outras grandezas, claro) de forma iterativa, com recurso a, por exemplo, um ciclo **for**. Como deverá ter que guardar os valores das amplitudes, facilmente consegue saber quantos ciclos vai precisar. Por exemplo, imagine que guardou os valores de $A_{i,}$ i = 1, 3, … num vetor com o nome **amplitudes** (*note que os valores não estão incluídos no código*). Sem perca de generalidade, considerando o caso de ter uma tensão contínua à entrada da linha, podemos escrever:

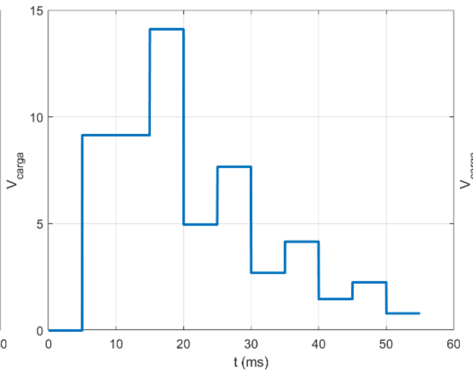
```
u = @(t) 1*(t>=0); % degrau
s = [];
for i= 1:length(amplitudes)
    s = strcat(s, ['+' num2str(amplitudes(i), 4) '*u(t-' num2str(2*i-1) '*td)']);
end
s = strcat('@(t, td) ', s) % acrescenta o handle da função
f = eval(s);               % converte a string numa função anónima

t = linspace(0, 55, 1000); % até 55 ms
TD = 5; % ms
plot(t, f(t, TD), 'linewidth', 2)
```

Note que **não consegue escrever funções anónimas de forma recursiva** dentro de, por exemplo, um ciclo **for**, mas pode construir uma *string* recorrendo, por exemplo, à função **strcat**. No final, é adicionado o *handle* da função e a *string* é convertida numa função com a função **eval**.

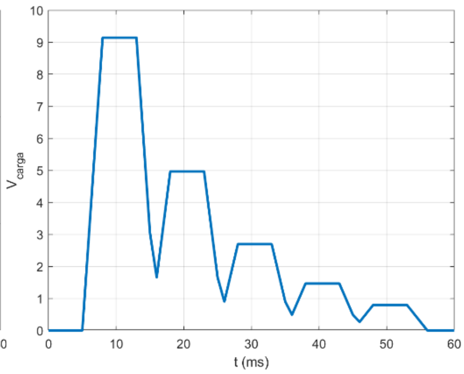
Com ajustes à *string* que servirá para definir a função anónima apresentada no exemplo, pode implementar as outras formas de onda, como pode verificar na Figura 5.



(a)



(b)



(c)

Figura 5. Resultados baseados no exemplo do enunciado do miniprojeto (R_S = 5 Ω, R_L = 25 Ω, Z_0 = 100 Ω e T_D = 5 ms): (a) V_S é um degrau de 24 V de amplitude; (b) V_S é um pulso de 24 V de amplitude e largura 15 ms; (c) V_S = 24 V, t_1 = t_2 = 3 ms e τ = 3 ms.

4. Questão 4

Para a tarefa A, como trato das representações não lineares?

Para este caso, o que estaria pensado é uma situação em que o utilizador deverá indicar uma expressão matemática para definir cada um dos componentes não lineares. Esta expressão pode ser lida pelo programa como uma *sstring*, e depois convertida em função anónima com recurso a, por exemplo, a função **eval** (veja exemplo na questão 3).

Assim, o programa deverá questionar o utilizador se pretende introduzir uma carga linear ou não linear. Se for linear, basta indicar o valor de uma resistência. Caso se pretenda definir uma carga não linear, então deverá ser passada uma expressão. O mesmo para a definição da fonte sendo que, neste caso, deverá definir uma tensão e uma resistência interna, caso for solicitada a definição de uma fonte linear.

No caso de cargas e fontes não-lineares, é expectável a introdução de expressões simples (exponencias, curvas quadráticas,...). Veja um possível excerto do que pode ser solicitado (trata-se de um exemplo muito simplificado de apresentação, sem mostrar etapas de menu).

Note que pode muito bem combinar, por exemplo, uma fonte linear com uma carga não linear!

```
----- Fonte não-linear -----
Indique a expressão que define a fonte não linear
>> 12-(x/4).^2

(...)

----- Carga não-linear -----
Indique a expressão que define a carga não linear
>> 5*exp(0.1*x)

Ponto de operação: 6.38 A, 9.46 V
```

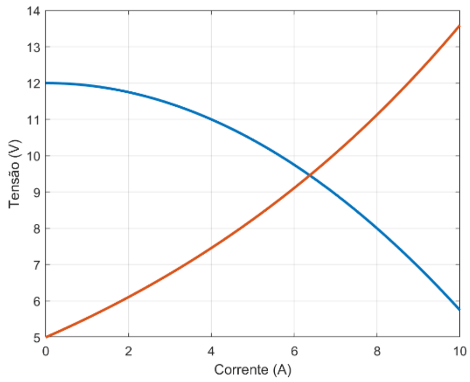


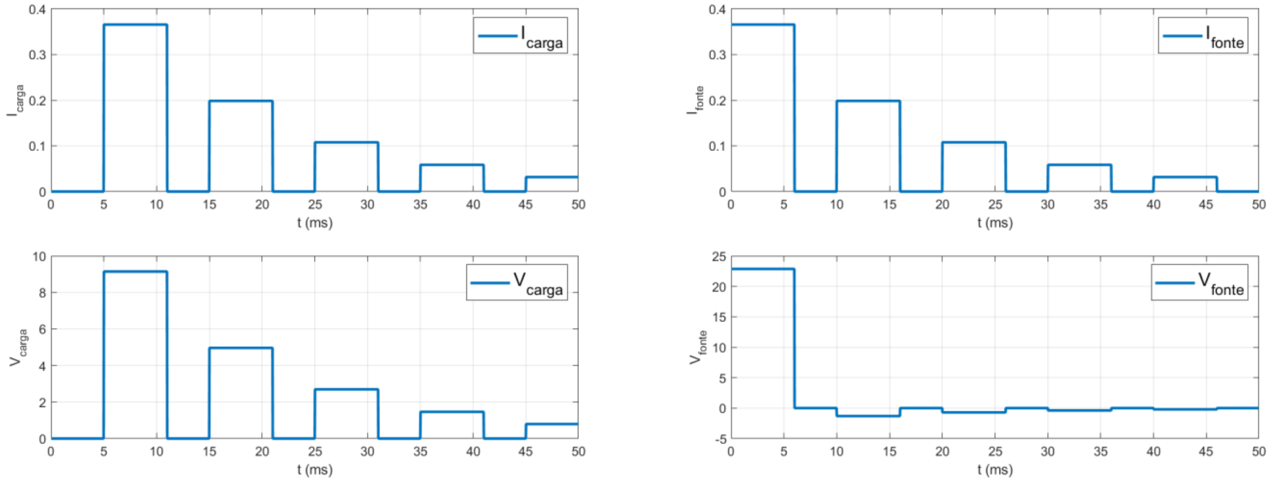
Figura 6. Exemplo de representação de uma carga e fonte não-lineares.

5. Questão 5

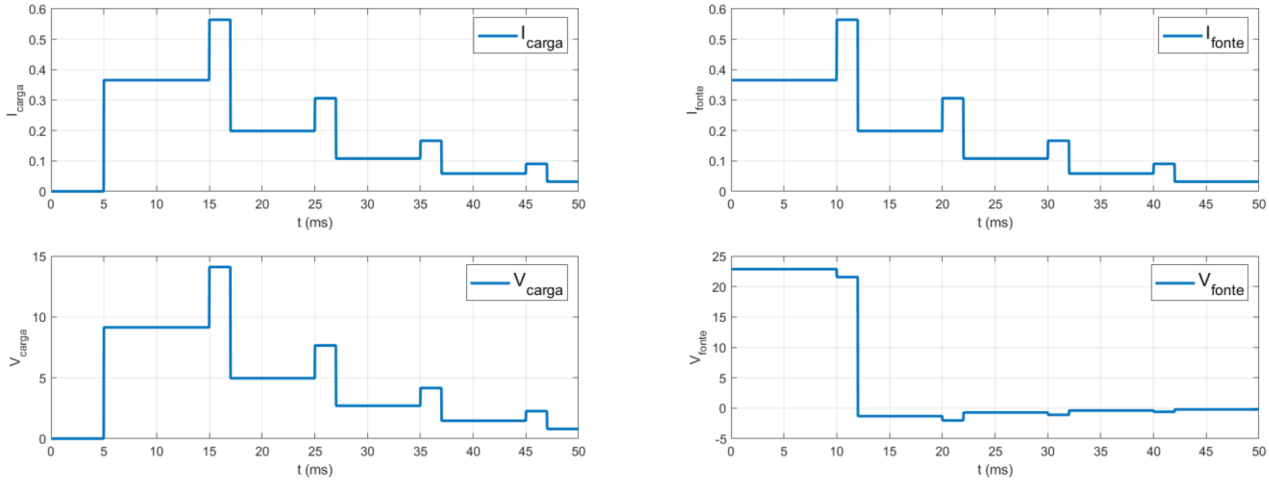
Seria possível alguns ter acesso a alguns valores para verificação?

Ficam aqui alguns resultados considerando as diversas formas de onda propostas, utilizado a linha caraterizada no enunciado (V_S = 24 V, R_S = 5 Ω, R_L = 25 Ω, Z_0 = 100 Ω, T_D = 5 ms)

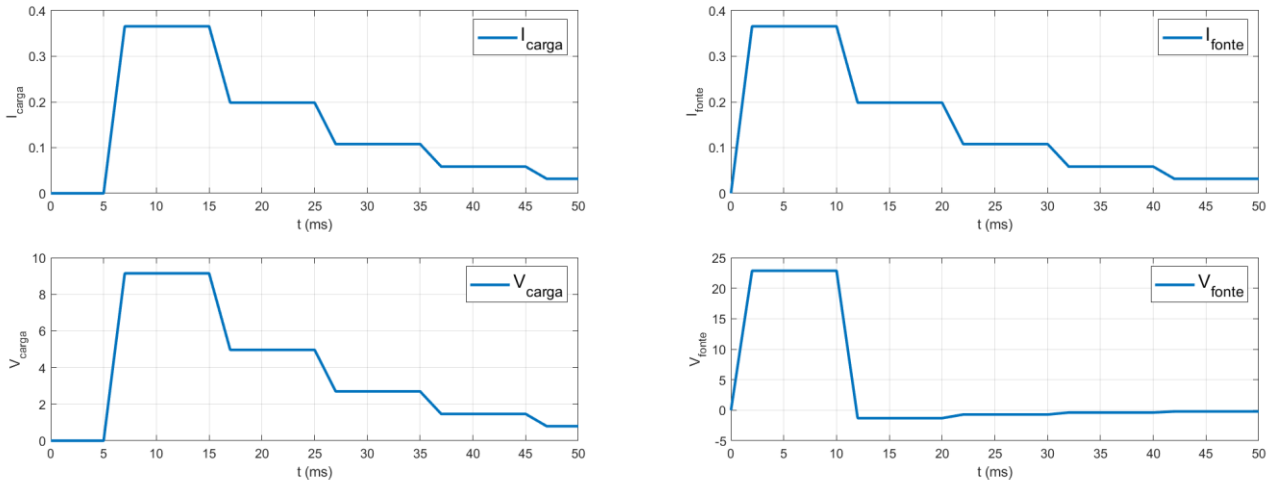
Pulso retangular: $\tau = 6$ ms



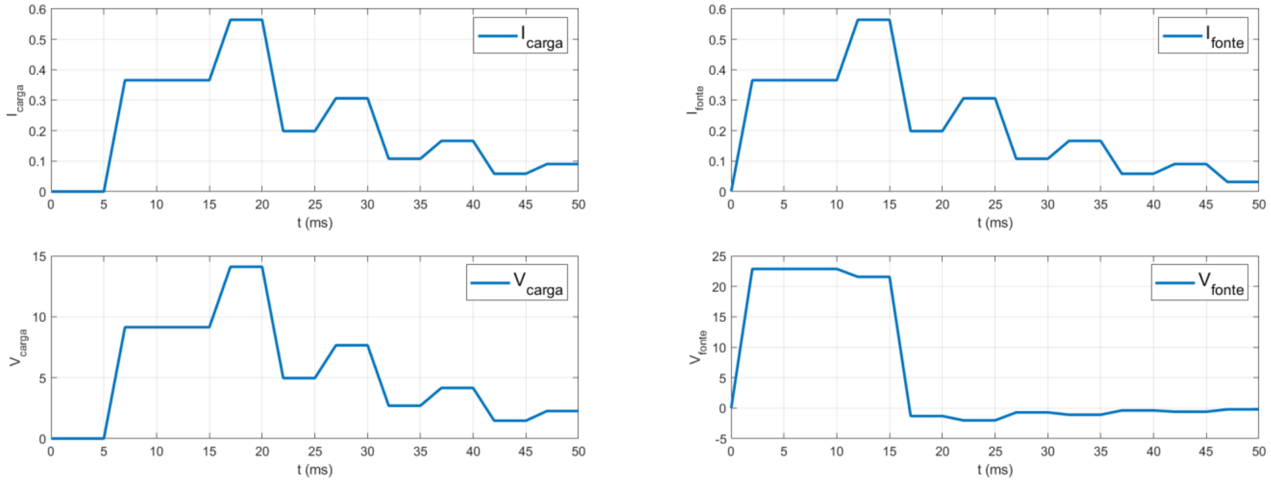
Pulso retangular: $\tau = 12$ ms



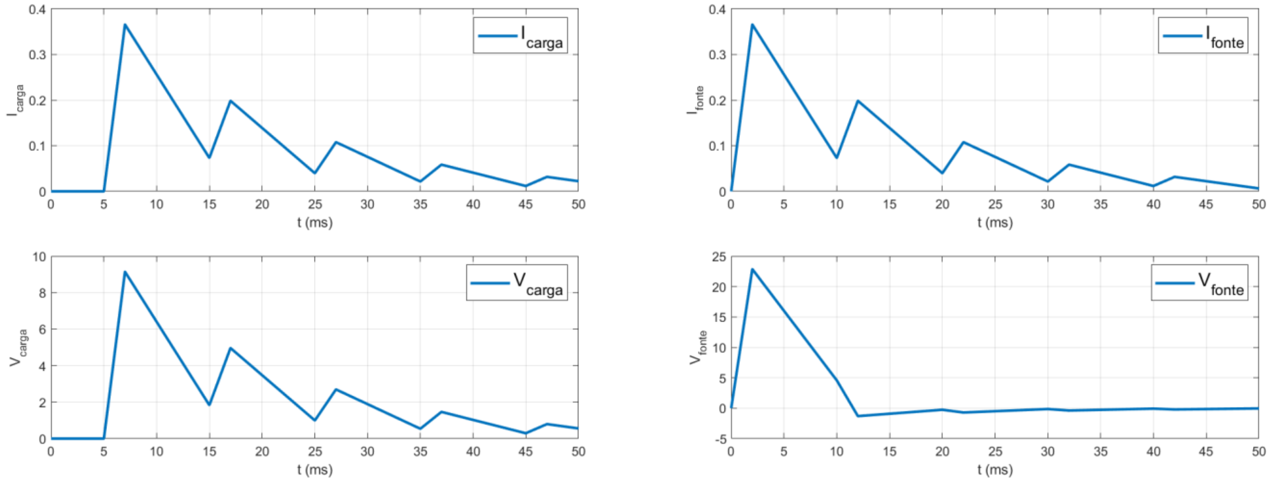
Pulso digital: $\tau = 10$ ms, $t_r = t_f = 2$ ms



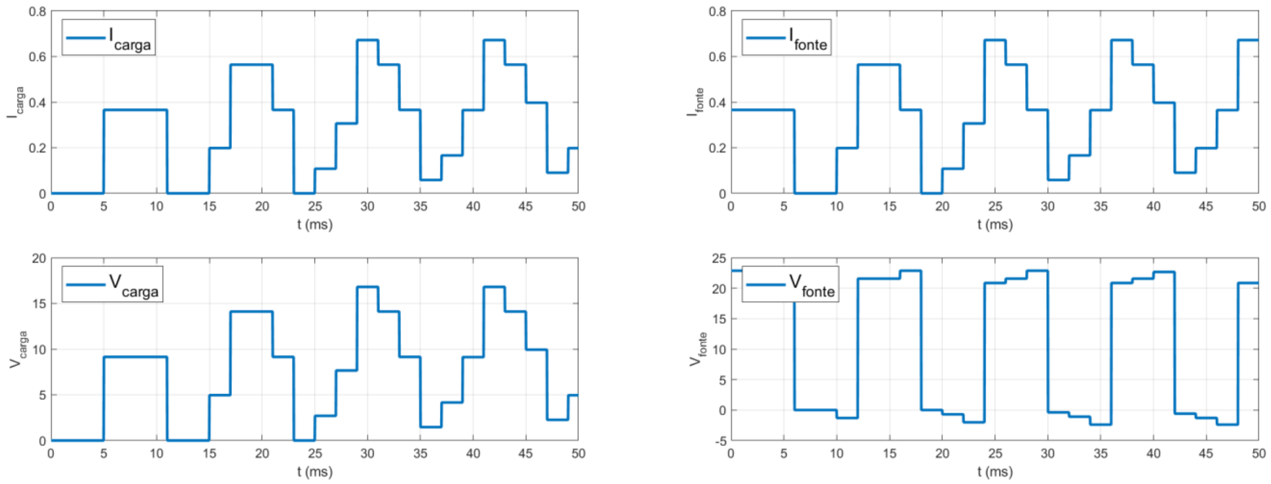
Pulso digital: τ = 15 ms, t_r = t_f = 2 ms



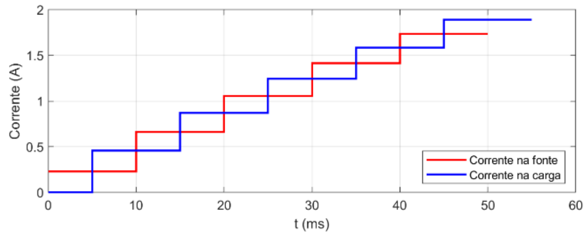
Pulso triangular: t_r = 2 ms, t_f = 10 ms

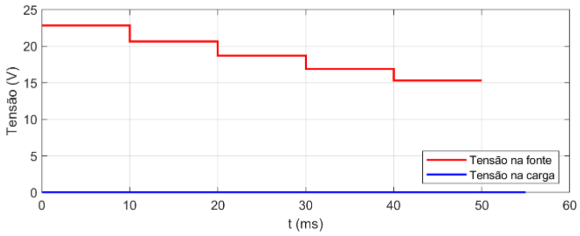


Trem de impulsos: τ = 6 ms, t = 12 ms



Tensão contínua (degrau) em curto-circuito





Tensão contínua (degrau) em circuito aberto