
Métodos Computacionais para a Engenharia Eletrotécnica

Ano letivo 2022/2023

Miniprojeto

1. Introdução

Nesta secção são apresentadas as indicações gerais para a realização do miniprojeto no âmbito da unidade curricular de Métodos Computacionais para a Engenharia Eletrotécnica.

1.1 Avaliação

O miniprojeto tem uma cotação máxima de 4 (quatro) valores. A avaliação terá em conta o cumprimento dos objetivos propostos no presente enunciado, incluindo a avaliação do código e documentação, descritos mais à frente, e uma defesa oral.

Este enunciado apresenta uma descrição-base do trabalho a realizar, que será avaliado para 2 valores. Para além da descrição-base, a um conjunto de tarefas de dificuldade acrescida – Tarefa A e Tarefa B, cada uma com o peso de um valor – que completam a cotação máxima de 4 valores. Fica ao critério de cada grupo a implementação destas tarefas adicionais.

1.2 Constituição de grupos

- Os alunos deverão formar grupos com **um máximo de dois elementos** para a realização das tarefas a desenvolver no âmbito do miniprojeto.
- É fortemente recomendado evitar a realização do presente trabalho de forma individual.
- Os grupos podem ser constituídos por alunos de turmas diferentes. Caso pertençam a turmas com docentes diferentes, deverão indicar qual o docente com o qual pretendem realizar a defesa oral do trabalho.

1.3 Submissão de miniprojeto

- O trabalho de cada grupo deverá ser submetido através do InforEstudante, através de uma submissão de trabalhos que será aberta atempadamente.
- O prazo de entrega do trabalho é até **às 23h59 do dia 20 de maio**.
- A entrega do miniprojeto consiste de:
 1. Todos os ficheiros *.m necessários para correr o miniprojeto desenvolvido;
 2. Um pequeno relatório (1-2 páginas) com a descrição do programa implementado, incluindo funções eventualmente desenvolvidas.

1.4 Defesa oral

- A defesa oral do miniprojeto é presencial, sendo **obrigatória a presença dos dois elementos de cada grupo**.

- A defesa do miniprojeto será agendada no InforEstudante, junto do docente que fará a respetiva avaliação, e terá a duração aproximada de 15 minutos. A inscrição dos alunos no InforEstudante é obrigatória para garantir uma melhor gestão da agenda.
- **A não comparência na defesa oral do miniprojeto corresponderá a uma classificação de zero valores para os alunos que faltarem.**
- A avaliação incidirá fundamentalmente sobre o cumprimento dos objetivos definidos para o miniprojeto, código desenvolvido e respetiva estruturação, verificações para evitar erros de utilização do programa, e clareza das justificações apresentadas às questões levantadas.

1.5 Situações de fraude

- Poderão ser consideradas situações fraudulentas os seguintes casos:
 - Plágio ou cópia autorizada de código desenvolvido por elementos externos ao grupo;
 - Cópia integral, parcial ou adaptada de código eventualmente disponível na Internet.
- Em relação ao último ponto, a utilização de código disponível na Internet é permitida desde que feito de forma limitada e sopesada. Nestes casos, e seguindo as boas práticas académicas, deverá ser feita a referência das fontes consultadas no relatório a entregar com o projeto (poderá considerar a inclusão de uma página adicional para as eventuais referências que venha a utilizar).
- **A deteção de uma situação de fraude será penalizada com a atribuição da classificação de zero valores ao miniprojeto.**

Métodos Computacionais para a Engenharia Eletrotécnica

Ano letivo 2021/2022

Miniprojeto

ANÁLISE DE REFLEXÕES DE SINAIS ATRAVÉS DO MÉTODO DE BERGERON

2. Descrição do miniprojeto

2.1 Introdução

A transmissão de sinais elétricos, analógicos ou digitais, entre dois pontos de um circuito é feita sobre um par de condutores paralelos, designados de *linha de transmissão*. Na Figura 1, é apresentado um modelo de uma linha de transmissão de comprimento L e com uma impedância característica Z_0 que liga uma fonte de alimentação V_s , representada pelo seu equivalente Thévenin, e uma carga R_L , que pode representar, por exemplo, a entrada de uma porta lógica. Nesta linha, o sinal viaja ao longo de um dos condutores da fonte para a carga, e regressa pelo outro condutor.

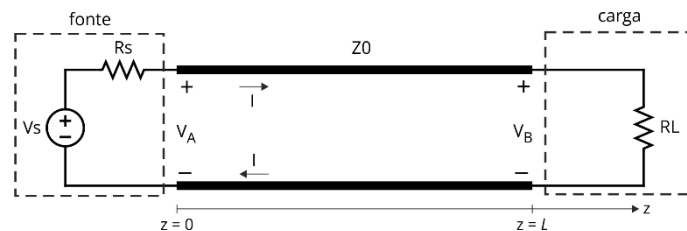


Figura 1. Exemplo de uma linha de transmissão com uma impedância característica Z_0 .

No anos 80 do século passado [1], a ligação destes condutores não representava qualquer problema, podendo assumir-se que, ao fechar o circuito, a tensão à entrada da linha era a mesma à saída da mesma, ou seja, podíamos assumir que a transmissão do sinal, da fonte para a carga, era instantânea.

Atualmente, com o aumento significativo da velocidade do relógio e da transmissão de dados, os circuitos tornaram-se *eletricamente pequenos*, pelo que os sinais elétricos podem ser afetados devido à presença da linha de transmissão. A transmissão do sinal demora um tempo finito a viajar da fonte para a carga, apresentando, por isso, um *tempo de atraso*, T_D , que é imposto pela *velocidade de propagação*, u , característica da linha de transmissão. Este tempo de atraso, ou propagação, para uma linha de comprimento L é dado por $T_D = L/u$.

Para além do problema associado ao tempo de propagação dos sinais na linha de transmissão, podem surgir problemas associados à *reflexão de sinais*, devido à *desadaptação* da linha. Para além da velocidade de propagação, uma linha de transmissão é usualmente caracterizada pela sua *impedância característica*, Z_0 , uma grandeza que é expressa em função da *indutância distribuída* e da *capacidade distribuída*, associada à linha de transmissão. Quando a impedância característica difere da impedância da carga, $Z_0 \neq R_L$, diz-se que a linha está desadaptada na carga, dando azo à reflexão dos sinais, e comprometendo assim a sua integridade (e.g., fenómenos de *ringing* [2]).

Para a análise dos fenómenos do tempo de propagação e da reflexão de sinais, foram desenvolvidas várias ferramentas analíticas e numéricas para o cálculo da tensão e da corrente ao longo da linha de transmissão. Um desses métodos é o *Método de Bergeron*, desenvolvido pelo engenheiro Louis Bergeron, inicialmente usado no cálculo do *golpe de ariete* que se verifica em sistemas hidráulicos. Este fenómeno decorre da variação da pressão numa conduta, o que provoca uma onda de choque que se propaga ao longo da mesma, e que pode

mesmo levar à rutura desta. Posteriormente, Bergeron acabaria por estender a aplicação deste método gráfico ao estudo dos fenómenos transitórios em sistemas elétricos [3].

2.2 Método de Bergeron

O *Método de Bergeron com um observador* é uma representação gráfica do método das ondas viajantes, que nos permite obter os valores de tensão e corrente nos pontos de descontinuidade de um circuito [4] [5]. Para um circuito como o da Figura 1, a tensão e a corrente em qualquer ponto da linha de transmissão **sem perdas** podem ser expressas por:

$$\begin{aligned} v(z,t) &= v^+(z-vt) + v^-(z+ut) \\ i(z,t) &= \frac{1}{Z_0} \left[v^+(z-vt) - v^-(z+ut) \right] \end{aligned} \quad (1)$$

onde v^+ é a onda que viaja no sentido positivo dos zz (comumente designada por *onda incidente*), v^- é a onda que viaja no sentido negativo dos zz (*onda refletida*), u é a velocidade de propagação da onda na linha de transmissão, dada por $u = 1/(LC)^{1/2}$, e Z_0 é a impedância característica da linha expressa por $Z_0 = (L/C)^{1/2}$. Os valores L e C representam a impedância distribuída e a capacidade distribuída da linha. Considera-se o sentido positivo do eixo dos zz como aquele que vai da fonte para a carga.

Pode-se demonstrar [4] que um observador que viaje da fonte para a carga, i.e., que acompanha uma onda incidente, irá observar uma mudança da tensão e da corrente segundo o rácio $-Z_0$. Numa representação gráfica de tensão vs. corrente, isto corresponde a seguir ao longo de uma reta de declive $-Z_0$.

Por outro lado, se o observador acompanhar uma onda refletida, portanto a viajar no sentido dos zz negativos, irá observar uma mudança da tensão e da corrente segundo o rácio $+Z_0$. De modo análogo, na mesma representação gráfica de tensão vs. corrente, isto corresponde a seguir ao longo de uma reta de declive $+Z_0$.

Para explicar como o método gráfico de Bergeron é então aplicado, considere-se o seguinte exemplo. Tome-se o circuito da Figura 1 com $V_S = 75$ V, $R_S = 100$ Ω , $R_L = 200$ Ω e $Z_0 = 50$ Ω . Ainda, o tempo de propagação entre a fonte e a carga, T_D , é de 2 ms.

O primeiro passo é representar as curvas características da fonte e da carga num gráfico V vs. I (Figura 2). A curva característica da carga é simplesmente uma reta de declive R_L que passa na origem. Para a fonte, sendo uma fonte linear, basta definir dois pontos de funcionamento para ter a sua curva característica definida, podendo ser tomados os pontos de funcionamento em circuito aberto e em curto-circuito. Em circuito aberto, a tensão V_A aos terminais da fonte, é $V_S = 75$ V e a corrente é nula. Em curto-circuito, a tensão é nula e a corrente é $I = 75/100 = 0.75$ A. Com estes pontos, facilmente se conclui que a curva característica da fonte é dada por $v = V_S - R_S \times i$. A intersecção destas duas curvas indica o ponto de operação ou funcionamento do circuito em regime permanente, i.e., o valor da tensão e da corrente tanto na carga como na fonte quando $t \rightarrow \infty$.

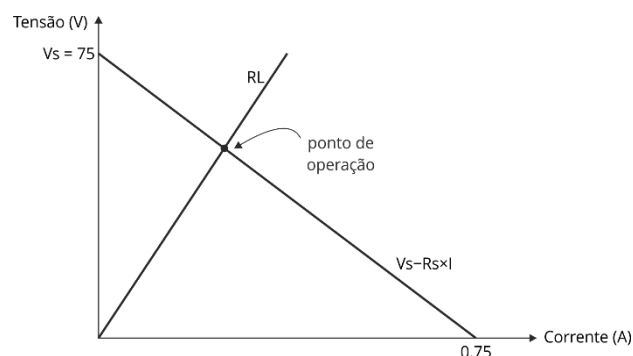


Figura 2. Curvas características e ponto de operação do circuito.

Assume-se o instante $t = 0$ s como o instante em que a fonte é ligada ao circuito, e que para $t < 0$ s, a tensão e a corrente são nulas. Este ponto corresponde à origem do sistema de eixos V vs. I , e define o ponto de partida em direção ao início da linha. Como foi referido anteriormente, quando viajamos da carga para a fonte, estaremos a seguir uma onda refletida, ou seja, a seguir uma reta de declive $+Z_0$, que passa, neste caso, pela origem dos eixos.

Assumindo que o instante de partida do ponto B é $-T_D$, e como o tempo de propagação é T_D , chegamos ao ponto A no instante $t = 0$ s. A interseção desta reta com a curva característica da fonte corresponde aos valores de tensão e corrente na fonte para $t = 0$ s. Dito de outra forma, acabamos de determinar a tensão e corrente na fonte no momento em que a fonte é ligada ao circuito (Figura 3).

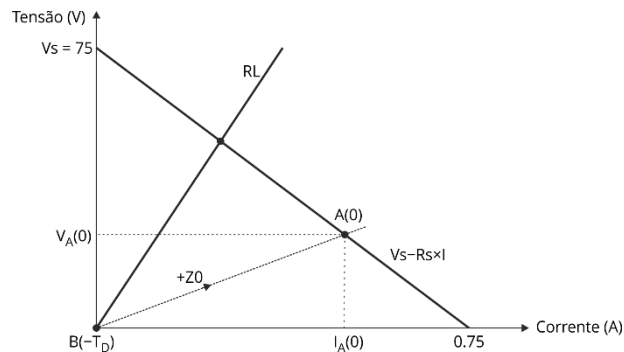


Figura 3. Determinação da tensão e da corrente no instante $t = 0$ s.

A partir daqui, o processo é semelhante: o viajante regressa agora ao ponto B , acompanhando por isso uma onda incidente, i.e., segue uma reta de declive $-Z_0$ que passa pelo ponto $A(0)$. A interseção desta nova reta agora com a curva característica da carga dá-nos a tensão e a corrente na carga para $t = T_D$, uma vez que demoramos T_D a viajar de A para B (Figura 4).

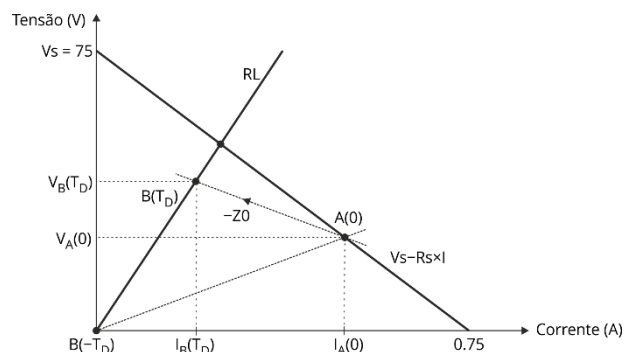


Figura 4. Determinação da tensão e da corrente no instante $t = T_D$.

Como se pode perceber das poucas interações realizadas, os valores de tensão e corrente estão a convergir para o valor do ponto de operação do circuito. Repetindo os passos anteriores, ora viajando no sentido da onda refletida, ora no sentido da onda incidente, e determinando as sucessivas interseções com a curva característica da fonte e da carga, respetivamente, podemos obter o gráfico apresentado na Figura 5, neste caso até 6 ms ($3T_D$). Ao lado, e a partir dos valores da ordenada do gráfico $V(I)$, podemos facilmente obter o gráfico das tensões na carga e na fonte em função do tempo.

Na Figura 6, é apresentada a obtenção das curvas da corrente na fonte e na carga. Apenas para comodidade da representação dos gráficos, e como os valores da corrente são extraídos do eixo das abcissas do gráfico $V(I)$, este gráfico foi rodado. Notar que a tensão e a corrente na fonte são alteradas a cada $2nT_D$ segundos, enquanto que na carga acontece a cada $(2n+1)T_D$ segundos, com $n = 0, 1, 2, \dots$. Isto deve-se, naturalmente, ao

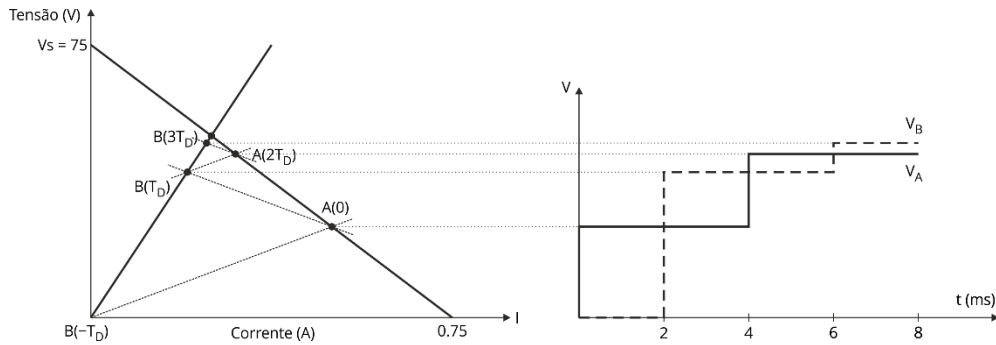


Figura 5. Determinação sucessiva dos valores de tensão e corrente, e gráfico das tensões em função do tempo.

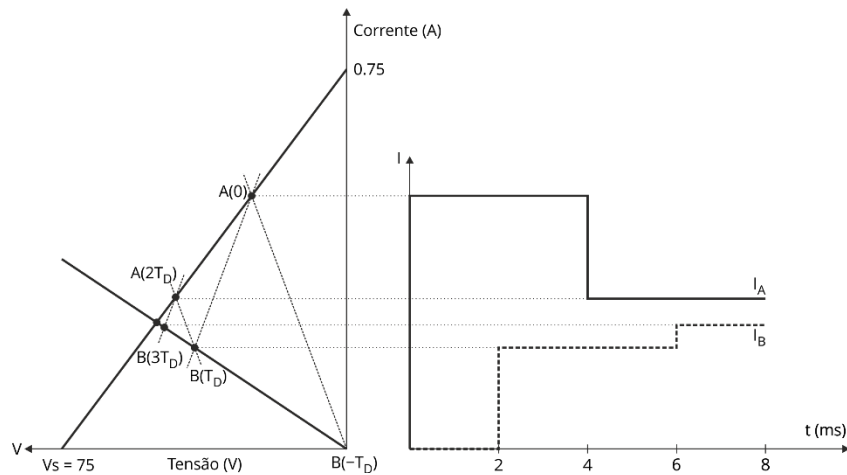


Figura 6. Obtenção das curvas para as correntes na carga e na fonte.

tempo de propagação dos sinais elétricos ao longo da linha de transmissão, que introduz este atraso na variação dos valores da tensão e da corrente.

O exemplo apresentado recorre a uma fonte e a uma carga que apresentam curvas características lineares. No entanto, uma das grandes vantagens do Método de Bergeron, é a capacidade de gerir com bastante facilidade casos em que quer a carga, quer a fonte apresentem um comportamento não-linear, como o exemplificado na Figura 7.

Uma última nota para o facto de, no exemplo atrás desenvolvido, se ter considerado que a fonte à entrada da linha é uma fonte DC, i.e., quando a fonte é ligada à linha de transmissão, o que o circuito vê é uma onda em degrau. Naturalmente, podem ser consideradas outras formas de onda, lineares ou não, e de duração finita. Para este tipo de sinais, para além do atraso provocado pelo tempo de propagação na linha, deve ser necessário acautelar a variação do próprio sinal ao longo do tempo.

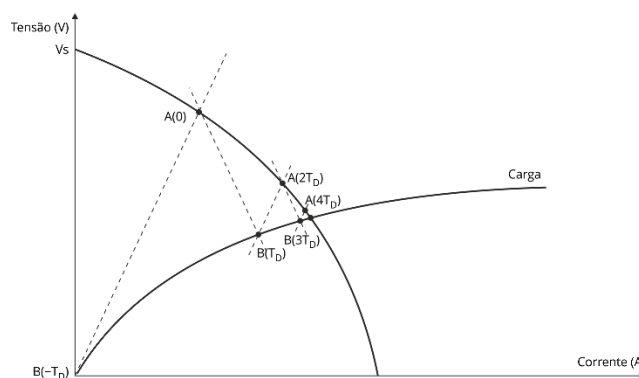


Figura 7. Exemplo de aplicação do método de Bergeron com elementos não lineares.

2.3 Objetivo

Pretende-se desenvolver um programa em MATLAB que permita fazer a análise de sinais elétricos refletidos numa linha de transmissão com recurso ao Método de Bergeron. O programa deverá solicitar ao utilizador todas as informações necessárias para caracterizar o circuito, devendo o programa, de seguida, apresentar o gráfico com o diagrama de Bergeron, e as curvas das tensões e das correntes na fonte e na carga em função do tempo. Ainda, deverá apresentar o valor da tensão e da corrente no ponto de operação, e uma tabela (ou tabelas, como entender melhor a apresentação) com os valores de tensão e corrente em cada iteração.

Atendendo às ferramentas numéricas disponíveis no MATLAB, é possível calcular de forma bastante simples a interseção das sucessivas retas de declive $+Z_0/-Z_0$ com as curvas características e assim determinar os valores exatos da tensão e da corrente na carga e na fonte.

2.4 Descrição

2.4.1 Descrição-base

O programa deverá disponibilizar um menu que permita ao utilizador configurar:

1. Os parâmetros do circuito
 - Tensão e impedância da fonte de alimentação à entrada da linha
 - Impedância da carga
 - Deve permitir a definição de situação de carga em curto-circuito (resistência nula) e em circuito aberto.
 - Parâmetros da linha de transmissão
 - Tempo de propagação; ou
 - Comprimento e velocidade de propagação (tipicamente 2/3 da velocidade da luz, podendo variar, naturalmente).
2. Definição do número de iterações a realizar. O utilizador poderá ainda definir um valor de tolerância que leve a interrupção do cálculo, por exemplo, quando a diferença da tensão e da corrente calculadas na iteração atual com os valores obtidos na iteração anterior for inferior a uma tolerância definida pelo utilizador. Pode considerar um valor de tolerância por omissão.
3. Aplicar/executar o método de Bergeron a partir da configuração presente. Se o utilizador não tiver ainda qualquer configuração definida, o programa deve fazer um alerta. Em alternativa, pode considerar a execução considerando um modelo por omissão (modelo de demonstração).
4. Sair do programa, sendo requerida a confirmação desta operação.

Após a execução do Método de Bergeron, devem ser apresentada a seguinte informação ao utilizador:

1. Os parâmetros de configuração do modelo.
2. O diagrama $V(I)$.
3. Gráfico com as curvas das tensões à saída da fonte e aos terminais da carga.
4. Gráfico com as curvas das correntes na fonte e na carga.

5. Tabela com os vários valores de tensão e corrente calculados durante a aplicação do método de Bergeron.
6. Valores de tensão e corrente no ponto de operação do circuito.

Note que o programa deverá ter em conta a qualidade dos gráficos obtidos, em particular do gráfico $V(I)$, de forma a garantir uma boa representação do resultado obtido. A título de exemplo, na Figura 8 é apresentado o gráfico obtido em MATLAB para um circuito com $V_s = 24\text{ V}$, $R_s = 5\ \Omega$, $R_L = 25\ \Omega$ e $Z_0 = 100\ \Omega$. Ainda, na figura Figura 9 são apresentadas as curvas da tensão e da corrente considerando um tempo de propagação $T_D = 5\text{ ms}$.

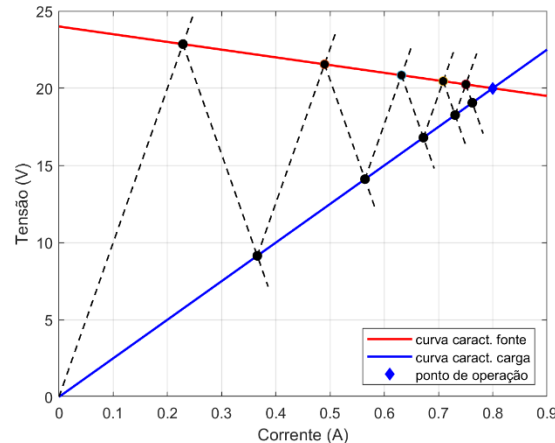


Figura 8. Diagrama obtido em MATLAB aplicando o método de Bergeron

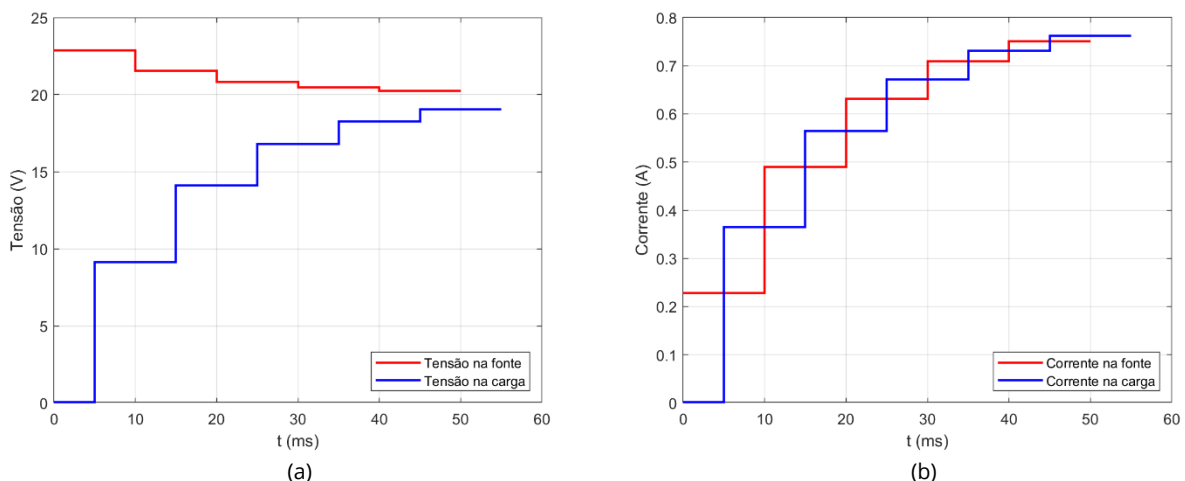


Figura 9. Curvas das (a) tensões na fonte e na carga; (b) correntes na fonte e na carga.

2.4.2 Tarefa A

Permitir a possibilidade de definir representações não lineares para a fonte e a carga do circuito. Pode considerar a utilização de funções anónimas para este efeito. Ainda, deve ter em conta que as curvas características introduzidas devem garantir um ponto de operação, caso contrário o circuito não é viável.

2.4.3 Tarefa B

Para além do sinal DC constante, o programa poderá possibilitar a definição de sinais de amplitude variável e duração finita. De entre estes sinais, pode considerar:

- Um pulso retangular, definido pela sua amplitude, A , e duração, τ (Figura 10a).
- Um pulso digital, definido pela sua amplitude, A , e pelo tempo de subida, t_r , tempo de descida, t_f , e duração de pulso, τ (Figura 10b).
- Um pulso triangular, de amplitude A , com tempo de subida, t_r , e tempo de descida, t_f . (Figura 10c).

- Um trem de impulsos, definido pela amplitude dos impulsos, A , a duração dos pulsos, τ , e o período dos pulsos, T (Figura 10d).

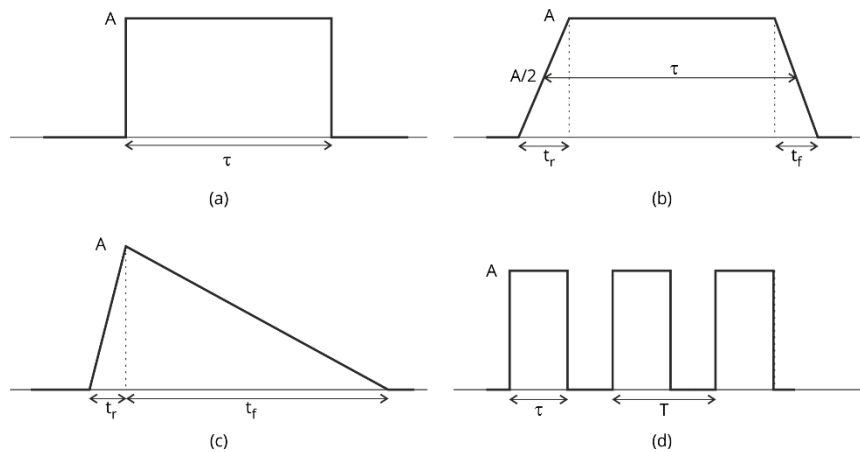


Figura 10. (a) pulso retangular; (b) pulso com tempo de subida e descida; (c) pulso triangular; (d) pulso triangular.

2.4.4 Extras

Qualquer elemento ou melhoria introduzida no trabalho, e não prevista no enunciado, poderão ser contabilizados na avaliação do mesmo, podendo servir para compensar outras faltas ou falhas no trabalho desenvolvido.

Os extras não são obrigatórios para uma classificação máxima do trabalho.

3. Referências

- [1] C. R. Paul, "Transmission Lines and Signal Integrity," em *Introduction to Electromagnetic Compatibility*, second edition ed., John Wiley & Sons, 2006, pp. 177-298.
- [2] Elmac Services, "Transmission lines and ringing," 2013. [Online]. Available: http://www.elmac.co.uk/EMC_SelfStudy-std/Topics/IDH_Topic670.htm. [Acedido em April 2023].
- [3] L. J. B. Bergeron, *Du coup de bélier en hydraulique au coup de foudre en électricité: méthode graphique générale*, Dunod, 1949.
- [4] G. Metzger e J.-P. Vabre, "The Bergeron Diagram," em *Transmission Lines with Pulse Excitation*, Academic Press, 1969, pp. 65-96.
- [5] Texas Instruments, "The Bergeron Method: A Graphic Method for Determining Line Reflections in Transient Phenomena," 1996.