

Universidade de Coimbra

Faculdade de Ciências e Tecnologias



Relatório Final

Engenharia de Redes de Co mputadores

Pedro Nuno Pessoa Tavares Honório Monteiro

1.º ano — n.º 2021218544

Maria Carolina Rodrigues Boavida Fernandes

1.º ano — n.º 2021218374

Mestrado em Engenharia Eletrotécnica e de Computadores

Coimbra, 11 dezembro 2024

Índice

1. Introdução	2
2. Resultados	2
2.1. M/M/1/	2
2.1.1. 5 corridas	3
2.1.2. 10 corridas	3
2.2. M/M/n/	3
2.2.1. 5 corridas	4
2.2.2. 10 corridas	4
2.3. M/M/1	4
2.3.1. 5 corridas	4
2.3.2. 10 corridas	5
2.4. M/M/n	5
2.4.1. 5 corridas	5
2.4.2. 10 corridas	5
3. Resultados Finais	6

1. Introdução

Este relatório descreve o desenvolvimento e a análise de um programa de simulação de filas. O seu objetivo principal é a modelação do comportamento de dois tipos de sistemas:

1. $M/M/n/\infty$ (Erlang - C), sistema com n servidores e uma fila de capacidade teoricamente infinita, o que implica que não há limite para o número de clientes na fila. Embora, na prática, seja impossível criar uma fila realmente infinita, este modelo assume que a capacidade da fila é suficientemente grande para representar uma situação em que os clientes não são rejeitados por falta de espaço na fila. Este conceito teórico permite analisar o desempenho do sistema em condições ideais, sem restrições físicas de capacidade.
2. $M/M/n$ (Erlang - B), sistema com n servidores, mas sem fila, ou seja, os clientes ou são imediatamente atendidos, ou bloqueados (caso todos os servidores estejam ocupados).

O principal objetivo da simulação é avaliar o desempenho do sistema sob diferentes condições de tráfego. Através dessa análise, são exploradas as seguintes métricas:

- **Probabilidade de Bloqueio:** A probabilidade de que um cliente seja rejeitado pelo sistema devido à ocupação total dos servidores no caso do modelo $M/M/n$.
- **Probabilidade de Espera:** A probabilidade de que um cliente tenha que esperar na fila para ser atendido no modelo $M/M/n/\infty$, onde existe fila, mas sem limite de capacidade.
- **Tamanho Médio da Fila:** O número médio de clientes na fila durante a simulação. Este parâmetro é particularmente importante para o modelo $M/M/n/\infty$.
- **Taxa de Utilização de Cada Servidor:** Representa a quantidade de tráfego transportado por cada *server*.

Além disso, são avaliados diferentes cenários, considerando variações na quantidade de servidores n , nas taxas de chegada (λ) e de serviço (μ), de modo a perceber a influência de cada parâmetro no sistema.

Através dessa análise, o relatório visa fornecer *insights* sobre o comportamento do sistema sob diversas condições operacionais, permitindo uma compreensão mais aprofundada das dinâmicas das filas.

2. Resultados

Para cada uma das tabelas de resultados que se seguem, os parâmetros indicados são todos médias das várias corridas realizadas. Para visualizar os valores individuais, seguem no código submetido os vários *reports* para cada uma das ocasiões, em *Excel*.

2.1. $M/M/1/\infty$

Nesta simulação, utilizámos como parâmetros de entrada os seguintes valores (à esquerda), resultando nos seguintes valores teóricos (à direita).

- | | |
|-------------------------------------------------|--------------------------------------------------|
| • Number of servers: $n = 1$ | • Tráfego oferecido: $A = 0.267$ |
| • Mean interarrival time: $\lambda = 15$ | • Erlang - C: $E_C = 0.267$ |
| • Mean service time: $h = 4$ | • Média do tempo de espera: $L_q = 0.097$ |
| • Discipline: LIFO | |

2.1.1. 5 corridas

Número de clientes	1000	10000	100000
Média de clientes processados	1000	10000	100000
Média do tempo de espera	1.329	1.502	1.452
Média de clientes em espera	0.089	0.10	0.097
Média de Taxa de espera	0.256	0.269	0.267
Média do tráfego transportado	0.2619	0.2667	0.2668
Intervalos de confiança			
Tráfego transportado	[0.257 , 0.267]	[0.264 , 0.276]	[0.265 , 0.268]
Distância (%)	3.81	2.24	1.12
Tempo de espera	[0.236 , 0.276]	[0.262 , 0.276]	[0.266 , 0.270]
Distância (%)	15.6	5.2	1.49

2.1.2. 10 corridas

Número de clientes	1000	10000	100000
Média de clientes processados	1000	10000	100000
Média do tempo de espera	1.448	1.473	1.459
Média de clientes em espera	0.0968	0.0984	0.0974
Média de Taxa de espera	0.265	0.269	0.268
Média do tráfego transportado	0.2624	0.2669	0.2668
Intervalos de confiança			
Tráfego transportado	[0.256 , 0.269]	[0.265 , 0.268]	[0.266 , 0.269]
Distância (%)	4.95	1.12	0.75
Tempo de espera	[0.249 , 0.282]	[0.265 , 0.273]	[0.266 , 0.269]
Distância (%)	12.43	2.98	1.11

2.2. M/M/n/ ∞

- **Number of servers:** $n = 5$
- **Mean interarrival time:** $\frac{1}{\lambda} = 10$ minutos
- **Mean service time:** $h = 15$ minutos
- **Discipline:** LIFO
- **Tráfego oferecido:** $A = 1.5$
- **Erlang - C:** $E_c = 0.02$
- **Média do tempo de espera :** $L_q = 0.009$

2.2.1. 5 corridas

Número de clientes	1000	10000	100000
Média de clientes processados	1000	10000	100000
Média do tempo de espera	0.0998	0.088	0.0864
Média de clientes em espera	0.01	0.0088	0.0088
Média de Taxa de espera	0.0224	0.0214	0.0206
Média do tráfego transportado	1.533	1.504	1.5
Intervalos de confiança			
Tráfego transportado	[1.452 , 1.616]	[1.47 , 1.538]	[1.494 , 1.507]
Distância (%)	10.69	4.52	0.87
Tempo de espera	[0.012 , 0.032]	[0.016 , 0.026]	[0.02 , 0.022]
Distância (%)	89.28	46.81	9.7

2.2.2. 10 corridas

Número de clientes	1000	10000	100000
Média de clientes processados	1000	10000	100000
Média do tempo de espera	0.159	0.0845	0.0854
Média de cliente em espera	0.016	0.0085	0.0086
Média de Taxa de espera	0.02149	0.0200	0.02038
Média do tráfego transportado	1.507	1.50	1.501
Intervalos de confiança			
Tráfego transportado	[0.1.456 , 0.1.56]	[1.486 , 1.514]	[1.496 , 1.506]
Distância (%)	6.89	1.86	0.66
Tempo de espera	[0.013 , 0.03]	[0.018 , 0.022]	[0.02 , 0.21]
Distância (%)	79.1	19.92	4.91

2.3. M/M/1

- **Number of servers:** $n = 1$
- **Mean interarrival time:** $\frac{1}{\lambda} = 15$ minutos
- **Mean service time:** $h = 4$ minutos
- **Tráfego oferecido:** $A = 0.267$
- **Earlang - B:** $E_B = 0.211$
- **Tráfego transportado:** $A_T = 0.211$

2.3.1. 5 corridas

Número de clientes	1000	10000	100000
Média de clientes processados	736	7289.6	73031.8
Média de clientes perdidos	264	2710.4	26968.2
Média da taxa de bloqueio	0.264	0.2710	0.269
Média do tráfego transportado	0.207	0.211	0.210
Intervalos de confiança			
Tráfego transportado	[0.201 , 0.214]	[0.210 , 0.212]	[0.210 , 0.211]
Distância (%)	6.26	0.94	0.47
Taxa de bloqueio	[0.237 , 0.291]	[0.263 , 0.280]	[0.268 , 0.271]
Distância (%)	20.45	6.27	1.11

2.3.2. 10 corridas

Número de clientes	1000	10000	100000
Média de clientes processados	740.3	7309	73062.2
Média de clientes perdidos	259.7	2691	26937.8
Média da taxa de bloqueio	0.259	0.269	0.269
Média do tráfego transportado	0.21	0.21	0.21
Intervalos de confiança			
Tráfego transportado	[0.204 , 0.216]	[0.209 , 0.212]	[0.210 , 0.211]
Distância (%)	5.71	1.42	0.475
Taxa de bloqueio	[0.243 , 0.277]	[0.264 , 0.275]	[0.0.269 , 0.0.270]
Distância (%)	13.09	4.08	0.371

2.4. M/M/n

- **Number of servers:** $n = 5$
- **Mean interarrival time:** $\frac{1}{\lambda} = 10$ minutos
- **Mean service time:** $h = 15$ minutos
- **Tráfego oferecido:** $A = 1.5$
- **Earlang - B:** $E_B = 0.014$
- **Tráfego transportado:** $A_T = 1.479$

2.4.1. 5 corridas

Número de clientes	1000	10000	100000
Média de clientes processados	984	9838	98566.2
Média de clientes perdidos	16	162	1433.8
Média da taxa de bloqueio	0.016	0.0162	0.0143
Média do tráfego transportado	1.5031	1.476	1.4787
Intervalos de confiança			
Tráfego transportado	[1.424 , 1.582]	[1.442 , 1.51]	[1.471 , 1.486]
Distância (%)	87.5	4.61	1.01
Taxa de bloqueio	[0.009 , 0.023]	[0.012 , 0.02]	[0.014 , 0.015]
Distância (%)	10.51	49.38	6.98

2.4.2. 10 corridas

Número de clientes	1000	10000	100000
Média de clientes processados	985.7	9847.5	98537.6
Média de clientes perdidos	14.3	152.5	1462.2
Média da taxa de bloqueio	0.0143	0.0152	0.0146
Média do tráfego transportado	1.486	1.477	1.479
Intervalos de confiança			
Tráfego transportado	[1.443 , 1.530]	[1.463 , 1.491]	[1.475 , 1.483]
Distância (%)	5.85	1.89	0.54
Taxa de bloqueio	[0.011 , 0.018]	[0.014 , 0.017]	[0.014 , 0.015]
Distância (%)	48.95	19.67	6.84

3. Resultados Finais

Seguem-se uns pequenos comentários relativos à análise de resultados acima descrita.

No **geral**, para todas as simulações, verificamos que ao repetirmos cada uma mais vezes (várias corridas), que obtemos resultados mais favoráveis e com uma taxa de erro menor. Por exemplo, comparando o ponto 2.4.1 e 2.4.2 para 1000 e para 100000 clientes, verificamos que a distância que o intervalo de confiança nos dá é muito menor, dando menor margem para erro e providenciando ao cliente mais confiança. Isto é, é bastante melhor termos uma distância entre valores, em %, de 6.84 % do que 48.95 %.

Isto prova que a simulação é uma ferramenta chave para qualquer tipo de situação. Com pequenas alterações de valores numéricos, conseguimos obter diferentes abordagens, seja ao nível dos valores teóricos iniciais, seja no número de corridas ou servidores a utilizar.

Nesta abordagem, para a fila circular foi apenas utilizada a disciplina LIFO, pois percebemos que qualquer uma das disciplinas traria resultados praticamente idênticos.

Verificámos ainda que, para 1 servidor, o resultado teórico difere um pouco dos resultados obtidos para a taxa de bloqueio, não se verificando para simulações com mais servidores.

Nalguns casos, se o valor médio da taxa de bloqueio for elevado, pode ser pelos parâmetros iniciais não estarem exatamente adequados com a realidade, podendo, obviamente, obter melhores resultados uma vez que estes estejam bem dimensionados.

Na defesa conseguiremos explicar melhor os vários métodos e funções utilizados para chegar às soluções acima indicadas. Ainda, nos ficheiros entregues, encontram-se os *reports* relativos a cada uma das simulações efetuadas, para consulta futura.

Concluindo, os resultados obtidos foram bastante positivos, tendo-se aproximado dos teóricos, tal como previsto inicialmente. Ao início encontramos alguns *bugs* que não permitiam isto, mas, no fim de contas, conseguimos resolvê-los e obter resultados bem mais positivos. Assim, entregamos o nosso projeto relativo à simulação de filas, que achamos estar bem projetado e preparado para qualquer tipo de simulação.